

**Gottlob Frege**

**Funktion, Begriff,  
Bedeutung**

**Fünf logische Studien**

Textausgabe

Vandenhoeck & Ruprecht

V&R

Gottlob Frege

# Funktion, Begriff, Bedeutung

Fünf logische Studien

Herausgegeben und eingeleitet  
von Günther Patzig

Vandenhoeck & Ruprecht

## Gottlob Frege

geboren am 8. 11.1848 in Wismar, gestorben am 26.7.1925 in Bad Kleinen. Mathematiker und Philosoph. 1874 Privatdozent der Mathematik in Jena, 1896 bis 1917 ordentlicher Honorarprofessor daselbst. Freges Forschungen begründeten die mathematische Logik und üben einen ständig wachsenden Einfluss auf die analytische Philosophie der Gegenwart aus.

## Günther Patzig

geb. 1926 in Kiel. Studium (Klassische Philologie und Philosophie) 1945-51 in Göttingen und Hamburg. 1958 Habilitation in Göttingen, 1960 ao., 1962 o. Professor der Philosophie in Hamburg, seit 1963 in Göttingen, 1991 emeritiert. Arbeiten besonders zur antiken Philosophie, zur Logik, Sprachphilosophie und Ethik.

## Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-525-23115-9  
eISBN 978-3-647-23115-0

© 2008, 1962 Vandenhoeck & Ruprecht in Göttingen / [www.v-r.de](http://www.v-r.de) Alle Rechte vorbehalten. Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne vorherige schriftliche Einwilligung des Verlages öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung für Lehr- und Unterrichtszwecke.

Druck und Bindung: ⊕ Hubert & Co, Göttingen

Gedruckt auf alterungsbeständigem Papier.

# Inhalt

Vorworte von Günther Patzig

Funktion und Begriff

Über Sinn und Bedeutung

Über Begriff und Gegenstand

Was ist eine Funktion?

Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift

Die wichtigsten entsprechenden Ausführungen Freges in  
anderen Schriften

Ausgewählte Literatur

Register

# Vorworte von Günther Patzig

## Vorwort zur Neuausgabe 2008

Es freut mich, dass der Verlag sich entschlossen hat, diese zuerst 1962 erschienene Sammlung wichtiger Schriften Gottlob Freges neu herauszugeben, die seit 2003 vergriffen war. Zusammen mit dem Parallelbändchen »Logische Untersuchungen« (1966, 4. Auflage 1993) hat sie sich als Text für philosophische Seminare zur Einführung in die Philosophie Gottlob Freges bewährt.

Die beigegebenen Sachregister und das Literaturverzeichnis (S. 78–80) sollen auch dem Leser, der sich im Selbststudium mit Freges Texten bekannt machen will, Anregungen vermitteln. Die seit 1962 stark angewachsene Literatur kann hier natürlich nur in strikter Auswahl nachgewiesen werden; zur Ergänzung sei der Leser auf die angeführten Bibliographien hingewiesen.

Göttingen, im Januar 2008

Günther Patzig

## Vorwort zur ersten Auflage 1962

Die vorliegende Sammlung von fünf Aufsätzen soll einem weiteren Kreis von philosophisch interessierten Lesern einige wesentliche Arbeiten Gottlob Freges bequem zugänglich machen, die bislang nur in verschollenen Bänden verschiedener philosophischer Zeitschriften oder in englischer Übersetzung erreichbar waren. Für eine solche Veröffentlichung scheint der gegenwärtige Zeitpunkt um so geeigneter, als auch die Hauptwerke Freges, die »Begriffsschrift« (1879), die »Grundlagen der Arithmetik«

(1884) und die »Grundgesetze der Arithmetik« 1/11 (1893/1903) seit kurzer Zeit in photomechanischen Nachdrucken wieder zur Verfügung stehen.

Bei der Auswahl der Aufsätze war die Absicht leitend, dem Leser möglichst wenig technischen Apparat zuzumuten, ihm aber doch vor allem diejenigen Texte Freges vorzulegen, in denen seine in der heutigen philosophischen Diskussion wirkungsvollsten Theorien eine prägnante Formulierung erfahren haben. Unter diesem Gesichtspunkt mußte die Gruppe von drei Aufsätzen »Funktion und Begriff«, »Begriff und Gegenstand«, »Sinn und Bedeutung« in den Vordergrund treten, die Frege 1891 und 1892 im Alter von 43 Jahren auf dem Höhepunkt seiner wissenschaftlichen Produktivität in schneller Folge veröffentlichte und denen er den ersten Band seines Hauptwerks »Grundgesetze der Arithmetik« unmittelbar nachfolgen ließ. »*Funktion und Begriff*« enthält den Nachweis, daß ein rechtes Verständnis dessen, was eine Funktion im Sinne der Mathematik ist, und dessen, was die Logik unter dem Titel »Begriff« behandelt, von der Einsicht abhängt, daß Begriffe *eine spezielle Klasse von Funktionen* sind. Auf diese Weise will Frege dartun, daß zwischen Mathematik und Logik ein systematischer Zusammenhang besteht, der zu der Formulierung berechtigt, die Mathematik sei nichts anderes als eine »weiter entwickelte Logik«. Auf dem Wege dahin führt Frege in diesem Aufsatz zuerst den Terminus »Wahrheitswert« ein, der in der modernen Logik eine zentrale Rolle übernimmt; er erklärt ferner den Unterschied zwischen Funktionen erster und zweiter Stufe und den Unterschied zwischen Begriffen (als Funktionen eines Arguments) und Beziehungen (als Funktionen von zwei oder mehr Argumenten). »*Sinn und Bedeutung*« führt diese Untersuchung weiter und verwendet die in »Funktion und Begriff« gewonnenen Einsichten zum Entwurf einer allgemeinen Bedeutungslehre. In diesem Aufsatz darf man eine der wichtigsten historischen Quellen der modernen Semantik sehen. Der Aufsatz »*Begriff und*

*Gegenstand*« enthält wesentliche zusätzliche Überlegungen, die hier, wie bei Frege oft, in kritischer Auseinandersetzung mit Darlegungen eines anderen Autors, in unserem Falle mit Aufsätzen *Kerrys*, gewonnen werden.

Neben diese drei grundlegenden Arbeiten tritt in unserer Sammlung der spätere Beitrag zur Festschrift für L. Boltzmann unter dem Titel »*Was ist eine Funktion?*« (1904), der den mathematischen Funktionsbegriff im Anschluß an »Funktion und Begriff« in einer Weise durchsichtig macht, die der philosophischen Forderung auf prinzipielle Klarheit und Deutlichkeit genügt. Beigegeben ist schließlich die frühere Abhandlung »*Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift*« (1882). Hier hat Frege in allgemeinverständlicher Argumentation die Notwendigkeit einer logischen Kunstsprache, eben seiner »Begriffsschrift«, die er in seinem gleichnamigen Buch von 1879 vorgelegt hatte, klar begründet. Von dem Charakter der Fregeschen Begriffsschrift, mit der zum ersten Male der von Leibniz erhobene Forderung nach einer Kunstsprache, die als ein »Ariadnefaden des Denkens« dienen könnte, in den Hauptpunkten entsprochen wurde, können in dieser Aufsatzsammlung nur einige kleine Proben in »Funktion und Begriff« eine Vorstellung geben. Für ein näheres Studium dieser epochemachenden Leistung Freges muß der Leser auf die »Begriffsschrift« und die »Grundgesetze der Arithmetik« verwiesen werden.

Da die vorliegende Sammlung nur eine Einführung in Freges Gedanken geben kann, ist ihr am Schluß eine Zusammenstellung sämtlicher Veröffentlichungen Freges sowie eine Übersicht über die bisherige Frege-Literatur in einer über die bisher vorliegenden Bibliographien hinausgehenden Vollständigkeit beigegeben worden. Es versteht sich von selbst, daß Freges Theorien auch in den Standardwerken der modernen Logik und der Geschichte der Logik eingehend besprochen werden. Da im Rahmen dieses Bandes unmöglich sämtliche hier einschlägigen

Bücher angeführt werden konnten, möchte ich hier nur auf die meisterhafte Darstellung Freges und die historische Würdigung seiner Theorien in »The Development of Logic« von *Martha* und *William Kneale* (Oxford 1962) hinweisen, und außerdem *R. Carnaps* Buch »Meaning and Necessity« (Chicago 1947, 3. Aufl. 1960), das eine Theorie der Semantik und Modallogik in fortgesetzter Auseinandersetzung mit Freges Theorien entwickelt, sowie *A. Churchs* »Introduction to Mathematical Logic« I (Princeton 1956, 2. Aufl. 1960) erwähnen, das sich von allen anderen auf der Höhe der heutigen Forschung stehenden Lehrbüchern dadurch unterscheidet, daß es sich der Fregeschen Grundauffassung hinsichtlich des Verhältnisses von Mathematik und Logik am nächsten anschließt und auch Freges Überzeugung von der Objektivität logischer Gegenstände übernimmt, die man, mit begrenztem Recht, in eine sachliche Verbindung mit Platons Ideenlehre gebracht hat.

Frege blieb der seinen Leistungen entsprechende äußere Erfolg zu seinen Lebzeiten versagt. Er wurde am 8. November 1848 in Wismar geboren, studierte Mathematik in Jena und Göttingen (wo er auch bei *Hermann Lotze* Philosophie hörte), habilitierte sich 1874 in Jena für Mathematik und wurde dort 1879 zum außerordentlichen Professor, 1896 zum ordentlichen Honorarprofessor ernannt. Er trat 1917 vom Lehramt zurück und starb am 26. Juli 1925 in Bad Kleinen. Obwohl seit 1900 die Bedeutung seiner Arbeiten internationale Anerkennung (besonders durch *G. Peano*, *B. Russell*, *B. Jourdain*) fand, hat Frege nicht einmal das normale Berufsziel der akademischen Laufbahn, den ordentlichen Lehrstuhl, erreicht. Nicht den Mangel an äußerem Erfolg, sondern den Mangel an Resonanz seiner Gedanken, von denen er wußte, daß sie bahnbrechend waren, hat Frege in den Jahren von 1880 bis 1900 bitter empfunden. Er spricht darüber mit ergreifender Schlichtheit

im Vorwort zum ersten Band der »Grundgesetze der Arithmetik« (S.X/XI, XII/XIII):

»Wie man sieht, sind die Jahre nicht vergebens seit dem Erscheinen meiner Begriffsschrift und meiner Grundlagen verflossen: sie haben das Werk gereift. Aber gerade das, was ich als wesentlichen Fortschritt erkenne, steht, wie ich mir nicht verhehlen kann, der Verbreitung und der Wirksamkeit meines Buches als großes Hemmniss im Wege. Und worin ich seinen Werth nicht zum geringsten Theile sehe, die strenge Lückenlosigkeit der Schlußketten wird ihm, wie ich fürchte, wenig Dank einbringen. Ich habe mich von den hergebrachten Auffassungsweisen weiter entfernt und dadurch meinen Ansichten ein paradoxes Gepräge aufgedrückt. Leicht wird ein Ausdruck, der hier oder da beim flüchtigen Durchblättern aufstößt, befremdlich erscheinen und ein ungünstiges Vorurtheil erzeugen. Ich selbst kann ja das Widerstreben einigermaassen abschätzen, dem meine Neuerungen begegnen werden, weil ich selbst ein ähnliches erst in mir überwinden mußte, um sie zu machen. Denn nicht aufs Gerathewohl und aus Neuerungssucht, sondern durch die Sache selbst gedrängt, bin ich dahin gelangt.

Hiermit komme ich auf den zweiten Grund der Verspätung: die Muthlosigkeit, die mich zeitweilig überkam angesichts der kühlen Aufnahme, oder besser gesagt, des Mangels an Aufnahme meiner oben genannten Schriften bei den Mathematikern und der Ungunst der wissenschaftlichen Strömungen, gegen die mein Buch zu kämpfen haben wird. Schon der erste Eindruck muß abschrecken: unbekannte Zeichen, seitenlang nur fremdartige Formeln. So habe ich mich denn zu Zeiten andern Gegenständen zugewendet. Aber auf die Dauer konnte ich doch die Ergebnisse meines Denkens, die mir werthvoll schienen, nicht in meinem Pulte verschließen, und die aufgewendete Arbeit forderte immer neue Arbeit, um nicht vergeblich zu sein.« ...

»Sonst sind die Aussichten meines Buches freilich gering. Jedenfalls müssen alle Mathematiker aufgegeben werden, die beim Aufstoßen von logischen Ausdrücken, wie »Begriff« »Beziehung«, »Urtheil« denken: *metaphysica sunt, non leguntur!* und ebenso die Philosophen, die beim Anblicke einer Formel ausrufen: *mathematica sunt, non leguntur!* und sehr wenige mögen das nicht sein. Vielleicht ist die Zahl der Mathematiker überhaupt nicht groß, die sich um die Grundlegung ihrer Wissenschaft bemühen, und auch diese scheinen oft große Eile zu haben, bis sie die Anfangsgründe hinter sich haben. Und ich wage kaum zu hoffen, daß meine Gründe für die peinliche Strenge und damit verbundene Breite viele von ihnen überzeugen werden. Hat doch das einmal Hergebrachte große Macht über die Gemüther. Wenn ich die Arithmetik mit einem Baume vergleiche, der sich oben in eine Mannichfaltigkeit von Methoden und Lehrsätzen entfaltet, während die Wurzel in die Tiefe strebt, so scheint mir der Wurzeltrieb, in Deutschland wenigstens, schwach zu sein.«

Unter diesen Umständen wollen wir nicht den seit Schopenhauer in der Philosophie zum Klischee gewordenen

Vorwurf wiederholen, die Zunft habe Frege »totgeschwiegen«, den *P. Linke* in seinem lesenswerten, wenn auch etwas einseitigen Aufsatz »G. Frege als Philosoph« (Zeitschrift f. Philos. Forschung 1, 1946, S. 79) erhoben hat. Dieser Vorwurf ist in den Fällen, in denen er vorgebracht wird, meistens ebenso unbegründet, wie er schwer zu widerlegen wäre. Freilich ist es ein unentschuldbares Versäumnis, wenn etwa das zweibändige Philosophenlexikon von *W. Ziegenfuß* und *G. Jung* (1949/50) Frege mit Stillschweigen übergeht (an der Stelle findet man stattdessen einen Artikel über G. Frensen!); aber zu der Zeit, in der Frege schrieb, gab es gute Gründe, warum die Fragen, denen er mit Anspannung aller Kräfte nachdachte, seinen Zeitgenossen nicht als dringend und die Lösungen, die er für einige dieser Fragen fand, nicht als sonderlich einleuchtend erschienen.

Es bedarf zweifellos einiger Erläuterung, wenn gesagt wird, die Theorien Freges hätten für die philosophische Diskussion unserer Tage große Bedeutung, ja, Frege sei ein großer Philosoph gewesen.<sup>1</sup> Ich selbst halte diese Auffassung für richtig, aber ich glaube nicht, daß sie unmittelbar evident ist. Denn Frege war Mathematiker vom Fach; vom Versuch einer strengen Begründung der mathematischen Sätze ist er ausgegangen, und seine großen Leistungen liegen durchaus im Felde der Logik. Näherhin kann man ihn im Doppelsinn des Worts als den »Begründer« der neuen, gegenüber der herkömmlichen Logik zugleich vertieften und wesentlich erweiterten Logik bezeichnen, die unter dem Namen der »mathematischen Logik« geht und die seit Freges »Begriffsschrift« von 1879 einen heute unvermindert anhaltenden Aufschwung genommen hat. Freges logische Leistungen wurden provoziert durch seinen Versuch, die Schlüsse, die beim Aufbau der Arithmetik verwendet werden, einer unüberholbaren, über die Strenge Euklids noch hinausgehenden Prüfung zu unterwerfen. Bei diesem