



Wilhelm Dangelmaier

Produktionstheorie 5

Technik entwerfen

 Springer Vieweg

Produktionstheorie 5

Wilhelm Dangelmaier

Produktionstheorie 5

Technik entwerfen

Wilhelm Dangelmaier
Münster (Westfalen), Deutschland

ISBN 978-3-662-69037-6

ISBN 978-3-662-69038-3 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-662-69038-3>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an Springer-Verlag GmbH, DE, ein Teil von Springer Nature 2025

Ursprünglich in der Reihe VDI-Buch, Reihe wurde aber geschlossen.

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jede Person benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des/der jeweiligen Zeicheninhaber*in sind zu beachten.

Der Verlag, die Autor*innen und die Herausgeber*innen gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autor*innen oder die Herausgeber*innen übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Alexander Grün

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Wenn Sie dieses Produkt entsorgen, geben Sie das Papier bitte zum Recycling.

Prolog

Kaum war'n die Windeln trocken, hat sich die Erd' erschrocken,
War sie doch ganz allein.
Der Mond, der scheint nur selten, zur Sonne sind es Welten.
Das Dasein könnte heller sein.
Ringsum gibt's viel Gefunkel, ich selber bin ganz dunkel
Und habe kaum Gewicht.
Es fehlt mir die Beachtung, ich scheue die Verachtung
Und brauche dringend etwas Licht.
Das Ziel ist damit deutlich, Ideen gibt es reichlich,
Zu schaffen hellen Glanz.
Wie wär's mit etwas Feuer, ist nicht besonders teuer
Und gibt dezenten Strahlenkranz.
Versuchen wir's auf Java mit ganz besond'rer Lava;
Doch das macht zu viel Rauch.
Vulkane spucken Asche. Das nennt sich ihre Masche
Und furchtbar stinken tun sie auch.
So spielen wir Laterne und Sonne, Mond und Sterne,
Erhellen auch die Nacht.
Verfeuern Öl und Kohle, damit ein Jeder hole,
Was immer er sich hat erdacht.
Die Technik macht erträglich, zu liefern alles täglich,
So will's der Ökonom.
Der Ingenieur wirkt Wunder, macht alles noch viel bunter
Und auch in Lack und auch in Chrom.
Perpetuum mobile und Energie fossile
Führ'n zum Schlaraffenland.
Wir bessern auf das Leben, der Wohlstand soll sich heben
Mit guter Feen Zauberhand.
Schon träumen viele Kinder: Ich werde mal Erfinder,
Dann fliegen wir nach Rom.
Dort essen wir dann Trauben und füttern auch die Tauben.

Wir grüßen kurz den Petersdom.
Drum denk, die Welt sei eckig: Wär dann das Zebra scheckig,
Gehört und aggressiv?
Da fragen wir Herrn Einstein, der soll besonders schlau sein.
Die Antwort leider relativ.
So vieles was wir können und gern für uns gewinnen,
Das dürfen wir nicht mehr.
Und vieles was wir dürfen, das können wir nicht schürfen,
Sprengt unsre Mittel allzu sehr.
Die Welt ist voller Normen und menschgemachter Formen,
Bezwungen die Natur.
Der Rhein fließt nur noch spärlich, der Zustand gilt jetzt jährlich.
Wir brauchen alle eine Kur.

Melodie: Johann Abraham Peter Schulz 1790

Vierstimmiger Chorsatz: Max Reger 1899

Einführung: Technik. Entwerfen. Interpretieren

Ein erstes Verständnis von „Technik“ gibt die VDI-Richtlinie 3780: *Technik* umfasst

- die Menge der nutzenorientierten, künstlichen, gegenständlichen Artefakte oder Sachsysteme¹,
- die Menge menschlicher Handlungen und Einrichtungen, in denen Sachsysteme entstehen,
- die Menge menschlicher Handlungen, in denen Sachsysteme verwendet werden.

Hier greift der letzte Punkt möglicherweise zu weit: Nicht alles, was man mit einem teuren Sportwagen, zweifellos ein die Technik auf höchstem Niveau repräsentierendes Artefakt, zielgerichtet anstellen kann, hat etwas mit Technik zu tun. Daher greifen wir auf ein engeres Verständnis zurück²:

Technik umfasst alle künstlichen materiellen Dinge (Sachen, Artefakte), die der Mensch in zielstrebigem Tätigkeit zur von vornherein bezweckten Veränderung eines Gegenstands einsetzt, indem er die in ihnen zweckentsprechend kombinierten und in ihrer Wirkungsweise organisierten materiellen gesetzmäßigen Wirkungen als Verstärkung und qualitative Vervollkommnung der begrenzten Fähigkeiten seiner natürlichen Organe nutzt [KLBU85]. Die Technik ist die materielle Grundlage zur Steigerung der Arbeitsproduktivität, durch die die Menschen „ihren Stoffwechsel mit der Natur rationell regeln, unter ihre gemeinschaftliche Kontrolle bringen, statt von ihm beherrscht zu werden, ihn mit dem geringsten Kraftaufwand und unter den ihrer menschlichen Natur würdigsten und adäquatesten Bedingungen vollziehen“ [MAEN27]. Ihre wesentliche Bestimmung ist die als Arbeitsmittel. Entsprechend dieser funktionalen Bestimmung zählen technische Konsumgüter nicht zur Technik; sie besitzen künstlich-technische Natur lediglich nach Herkunft und Beschaffenheit, als Produkt, aber nicht als Arbeitsmittel³.

Technik bezeichnet die von Menschen gemachten Gegenstände (real erfahrbare Dinge als Sachsysteme), aber auch die Entstehung und Verwendung der technischen Sachen und das dafür erforderliche Wissen und Können (Sachsysteme als Modelle und Beschrei-

¹ Siehe „Sachsystem“, Abschn. 2.2.3.

² Siehe Bd. 1, S. 49.

³ Siehe auch die weniger am Arbeitsmittel ausgerichtete Definition von ROPOHL [ROPO09].

bungen von Dingen und Prozessen). Was die moderne Ingenieursarbeit von ihren historischen Vorläufern unterscheidet, ist, dass Ingenieure seit dem 18. Jahrhundert begonnen haben, ihre Tätigkeit zu verwissenschaftlichen und damit auf ein objektives, überprüfbares und verallgemeinerbares Fundament zu stellen. Darin stehen die Ingenieure nicht allein. Sie liefern neben Natur- und Geisteswissenschaftlern, Ökonomen, Verwaltern und Ärzten ihren originären Beitrag zur wissenschaftlichen Durchdringung der Welt, indem sie ihr eigenes Handeln wissenschaftlichen Kriterien unterwerfen und dadurch sowohl mehr Sicherheit als auch höhere Produktivität erreichen. Gemeinsame Frucht des disziplinübergreifenden Bemühens um ein wissenschaftliches Verständnis der Welt ist eine Erweiterung der Lebensräume und eine Verlängerung der Lebenserwartung von beispielloser Dynamik. Jedoch, es ist nicht das wissenschaftliche Verständnis als solches, das diese Dynamik ausgelöst hat, sondern seine potenzierende Wirkung auf das kreative technische Gestalten: Ingenieure vollziehen nicht einfach nur, was in der Natur angelegt ist, sondern schaffen etwas, was diese selbst nicht hervorbringt. Dass dies nur im Einklang mit den Naturgesetzen geschehen kann und dass viele Entwürfe von natürlichen Vorbildern und Problemlagen angeregt werden, mindert den autonomen Charakter technischer Gestaltung nicht. Wissenschaftliche Erkenntnis informiert über Möglichkeiten und Begrenzungen, nicht aber über gestalterische Ziele und die vielfältigen Wege zu ihrer Umsetzung.

Verfahren sind als reale Prozesse der materiellen Einwirkung auf das Tätigkeitsobjekt mit den Eigenschaften der entsprechenden Arbeitsinstrumente untrennbar verknüpft. Von dieser materiellen Technik sind die Theorien dieser Instrumente und Verfahren, also die Technikwissenschaften, als wissenschaftliche Disziplin zu unterscheiden. Das Wesen der Technik und ihre Rolle im Leben des Menschen ergibt sich aus ihrer Genese und Funktion im Arbeitsprozess. Um leben und sich entwickeln zu können, muss der Mensch Produkte hervorbringen. Jede Veränderung der Natur kann nur durch materielle Einwirkungen ausgelöst werden, die selbst nach den gegebenen naturgesetzlichen Gesetzmäßigkeiten ablaufen. Dem Arbeitsprozess liegen die produzierten (technischen) Arbeitsmittel zugrunde. Zwischen den Menschen und die zu bearbeitenden Gegenstände gestellt, ist die Technik so Transformator und Verstärker der Tätigkeit des Menschen.

In diesem Gestaltungsprozess arbeiten Ingenieure mit natürlichen Ressourcen und gesellschaftlichen Bedürfnissen, wobei erstere verletzlich und endlich, letztere umstritten und wechselhaft sind. Die sich wandelnde Ressourcenverfügbarkeit, vor allem aber deren wiederkehrende Neubewertung verlangen ständig nach technischen Neuerungen. Ebenso drängen veränderte und sich angesichts der wachsenden technischen Potenziale erweiternde gesellschaftliche Bedürfnisse auf einen unablässigen Strom neuer technischer Lösungen. Ingenieure entwickeln und gestalten neue Produkte und Prozesse in vielfachen Formen, die die mannigfaltigen Interessen und Werthaltungen in der Gesellschaft ebenso widerspiegeln wie deren Veränderungen in der Zeit oder die Unterschiede zwischen Kulturen.

Abstraktion und Modellbildung sind die wichtigsten verstandesmäßigen Werkzeuge, derer sich Ingenieure bedienen und die spezifisch für die Verwissenschaftlichung der Technik sind. Gerade weil das Ziel technischen Gestaltens äußerste Konkretion ist, be-

darf es der Abstraktion und der Modellbildung. Nur wenn die Konkretion gedanklich so weit wie erforderlich durchdrungen ist, kann Technik verantwortet werden. Modellbildung erlaubt eine theoretisch und empirisch begründete Abschätzung des Verhaltens des Neuen in der Anwendung. Beide Werkzeuge, Abstraktion und Modellbildung, gehen jedoch der kreativen Gestaltung nicht voraus, sondern begleiten und inspirieren sie. Technische Gestaltung ist damit zugleich ein Abschätzen des Machbaren, das im Zuge eines Entwicklungsprozesses überprüft wird. Und im ständigen Dialog von Entwurf und Überprüfung entsteht das Produkt oder der Prozess.

Der Erfolg der technischen Gestaltung hängt ganz wesentlich davon ab, dass bei der Modellbildung keine relevanten Phänomene der Wirklichkeit ausgeblendet werden. Insofern drängen Entwurf und Entwicklung auf eine möglichst ganzheitliche Betrachtung der Technik in ihrem natürlichen und gesellschaftlichen Umfeld. Diese ganzheitliche Sicht wiederum verankert die Ingenieursarbeit wie die Technikwissenschaften in einem interdisziplinären Netz. Technische Produkte und Prozesse müssen sich in einem vielfältigen Umfeld bewähren. Daher führt eine Reduktion von Komplexität zur Steigerung der Aussagepräzision in der Technik nicht immer zum Ziel. Da Randbedingungen nicht reduziert, sondern mitefassen werden müssen, integrieren die Technikwissenschaften die Einsichten vieler Disziplinen, um sie in der Ingenieurspraxis zu einer ganzheitlichen, immer wieder in ihren Einzelschritten überprüften Problemlösungsstrategie bündeln zu können.

Die *Technikwissenschaften* [ACAT13, BAFR96] schaffen die kognitiven Voraussetzungen für Innovation in der Technik und Anwendung technischen Wissens und legen die Grundlagen für die Reflexion ihrer Implikationen und Folgen.

- Der Gegenstand der Technikwissenschaften ist die Technik, verstanden als künstliche, zweckgerichtete und materielle sowie immaterielle Elemente besitzende Objekte und Prozesse. Technikwissenschaften untersuchen die Technik hinsichtlich ihrer Struktur und Funktion. Dabei geht es um den gesamten Lebenszyklus der Technik, also um deren Konzeption, Herstellung, Verwendung und Entsorgung.
- Das Ziel der Technikwissenschaften besteht in der Erzeugung von Gesetzes-, Struktur- und Regelwissen über Technik – in der Absicht, dieses in technischen Anwendungen zu nutzen.
- Die Methoden der Technikwissenschaften zeichnen sich durch eine zielorientierte Vielfalt aus, die von rational-systematischen bis zu intuitiv-heuristischen Methoden reicht.

Damit können wir die Aufgaben der Technikwissenschaften wie folgt zusammenfassen:

- Die Technikwissenschaften erforschen die Prozesse und entwickeln die Methoden, die der Ingenieur anwenden und umsetzen soll. Nur mit diesen Methoden wird es möglich, über Modellbildungen und daraus abgeleiteten Simulationen die Funktionsfähigkeit komplexer Systeme im Voraus zu beurteilen und ihre Auswirkungen zu erfassen.

- Die Technikwissenschaften bewerten bestehende komplexe Systeme im Hinblick auf die Lösungsfähigkeit zu gesellschaftlich anerkannten Problemen und erforschen die zugehörigen wissenschaftlichen Grundlagen.
- Die Technikwissenschaften helfen dem praktisch tätigen Ingenieur bei der Auswahl der Komponenten eines Sachsystems und bei der Beurteilung der Lebensdauer und des Sicherheitsrisikos dieser Komponenten.

Im Mittelpunkt der Technikwissenschaften stehen Modelle. Verschiedenartige Modelle werden zur Beschreibung von Sachlagen und ihrer Umgebung, zur Formgebung sowie zur Darstellung, Vorhersage und Steuerung des Verhaltens von Objekten unter äußeren Einflüssen genutzt. Zweck der Modelle ist neben der geordneten Gewinnung, Speicherung und Präsentation von Information insbesondere die Beherrschung der Komplexität der Zusammenhänge in der Umwelt und im menschlichen Handeln.

Grundlage der Modellbildung ist die Konstruktion der Modelle aus generalisierten Bestandteilen nach allgemeinen Regeln⁴. Dazu gehören Konzepte wie das Selektieren, Klassifizieren, Abbilden, Transformieren und Vereinfachen. Mit diesen Konzepten wird das Wissen der Ingenieure über Lebensraum und Artefakte strukturiert und mathematisch formuliert. Es wird möglich, allgemeine Regeln aufzustellen, Abläufe zu gliedern und zu ordnen.

Entwerfen ist eine zielgerichtete geistige und schöpferische Leistung – also eine Handlung⁵ – als Vorbereitung einer daraus noch zu entwickelnden konkreten Leistung oder eines körperlichen oder unkörperlichen Ergebnisses. Entwerfen gilt als Schlüssel-tätigkeit in der Architektur, dem Städtebau, Design, den Technikwissenschaften, der Informationstechnik und spielt in vielen Aspekten des menschlichen Denkens und Handelns eine Rolle, bei denen Kreativität und Planung eng miteinander verknüpft sind. Der Entwurf kann eine rein gedankliche Idee bleiben. Außerdem wird unter diesem Begriff auch eine Darstellung und Präsentation in Form von Texten, Zeichnungen, Grafiken, Modellen und Berechnungen verstanden. Diese sind Mittel der Veranschaulichung zur Überprüfung und Kommunikation mit anderen Menschen, indem Qualität, Funktionsweise und Funktionstüchtigkeit, aber auch eventuelle Fehler eines Entwurfs überprüft, diskutiert und gegebenenfalls verbessert werden. In den Technikwissenschaften versteht man unter Entwerfen den Prozess des Erdenkens und Erfindens von Funktionen, Formen, Teilen und Details eines Systems zum Erzielen einer bestimmten Funktion. Dabei spielen ästhetische und ökonomische sowie wissenschaftliche Aspekte eine wichtige Rolle.

Ein *technisches System*⁶ wird als Quadrupel aus einer Menge von Eigenschaften, einer Menge von Funktionen, einer Menge von Untersystemen/Elementen und einer Menge von Relationen definiert [HUBK84, ROPO79]. Das Schema⁷, das mit dieser Definition eingeführt wird, ist gut geeignet, das Ergebnis zu beschreiben, das in einem Entwurfsprozess

⁴ Siehe „Modellieren“, Abschn. 4.2.6.

⁵ Siehe „Handlungssystem“, Abschn. 2.2.5.

⁶ Siehe „Technisches System“, Abschn. 2.2.4.

⁷ Siehe „Schema“, Abschn. 4.1.

erzielt wurde. Einiges Nachdenken führt aber zu der Erkenntnis, dass es dem Technikentwerfer bei seiner Arbeit keine große Hilfestellung bietet, um von den Eigenschaften und Funktionen eines technischen Systems „Personenkraftwagen“ auf ein Untersystem „Getriebe“, bei einer Handbohrmaschine auf das Bohrfutter, bei einem Computerprogramm „Bedarfsrechnung“ auf das Unterprogramm „Stücklistenverwaltung“ mit völlig anderen Eigenschaften und Funktionen schließen zu können; kein Getriebe dieser Welt leistet die Funktion „Personentransport“. Folglich haben wir von der Systemseite her gar keinen Zugang zu den vielen Katalogen, die Lösungsprinzipien und mögliche Aufgabenträger anbieten⁸. Lösungsprinzipien für was?

Möglicherweise muss aber schon hier die Ausgangsfrage anders gestellt werden. Vielleicht wird gar kein „Personenkraftwagen“ verlangt. Vielleicht will Herr Maier nur von Ort A nach Ort B kommen bzw. etwas transportieren. Und etwas weiteres Nachdenken zeigt, dass auch „Getriebe“ die falsche Vorstellung ist. „Getriebe“ ist durch die Charakteristik eines Verbrennungsmotors induziert, eine Dampflokomotive oder ein Elektromobil fährt ganz ohne Übersetzungsgetriebe und Kupplung. Und wenn auf jeder etwas größeren Straße eine Stromschiene/-versorgung vorhanden wäre, bräuhete das Elektroauto bei gleichzeitig unbegrenzter Reichweite für den letzten Kilometer bis in die Garage auch nur eine kleine Batterie. Innerbetriebliche fahrerlose Transportsysteme leisten das schon seit Jahren. Also muss die Frage anders gestellt werden . . . und dann verschwinden möglicherweise unlösbar erscheinende Probleme von selbst. In jedem Fall – und das macht dieses Beispiel deutlich – besteht „Entwerfen“ zu einem ganz wesentlichen Teil aus *Interpretieren*: Interpretieren der Anforderungen der Umwelt, der Auftraggeber, der späteren Nutzer usw.⁹

Im vorliegenden Bd. 5, „Technik entwerfen“ wollen wir eine Theorie des Entwerfens von Technik angehen und uns Gedanken über das Denken und Handeln des Ingenieurs machen. Dieses Denken und dieses Handeln sind immer rekursiv: Wir entwerfen ein Technisches System’ zur Herstellung eines Technischen Systems” zur Herstellung eines Technischen Systems”. Das könnte bspw. das Entwerfen eines Produktionssystems zur Herstellung von Spritzgussmaschinen zur Herstellung von Haushalfföhnen sein, wenn dabei initial nur festliegt, welchen Föhn der Markt letztendlich verlangt. Natürlich gibt es hier eine riesige Bandbreite möglicher Lösungen; wir brauchen nur eine, die für uns beste. Den dafür notwendigen Entscheidungs- und Auswahlprozess soll dieses Buch vorbereiten und/oder begleiten, sinnvollerweise parallel zu instrumentell ausgerichteten Werken wie bspw. [BÜR21, NAKO18, PABE21, EHME95, GROL22, CONR98].

⁸ Siehe „Lösungsprinzip“, Abschn. 4.2.6

⁹ Siehe „Interpretation“, Abschn. 4.1.3.

Literatur

- [ACAT13] ACATECH (Hrsg.): Technikwissenschaften. Erkennen-Gestalten-Verantworten. Acatech – DEUTSCHE AKADEMIE DER TECHNIKWISSENSCHAFTEN. Berlin: Springer 2013.
- [BAFR96] BANSE, G.; FRIEDRICH, K. (Hrsg.): Technik zwischen Erkenntnis und Gestaltung. Philosophische Sichten auf Technikwissenschaften und technisches Handeln. Berlin: Edition sigma 1996.
- [BÜRG21] BÜRGER, M.; DAMBACHER, M.; HARTMANN, A.; HEINE, B.; KAUFMANN, H.; KÜMMERER, R.; RIMKUS, W.; SCHÄFER, W.; SCHMID, D.; ZANG, R.: Konstruktionslehre: Maschinenbau. 6.Aufl. Berlin: Europa-Lehrmittel 2021.
- [CONR98] CONRAD, K.-J.: Grundlagen der Konstruktionslehre. Leipzig: Fachbuchverlag Leipzig 1998.
- [EHME95] EHRENSPIEL, K.; MEERKAMM, H.: Integrierte Produktentwicklung. 6. Aufl. München: Hanser 1995.
- [GROL22] GRÄSSLER, I.; OLEFF, CH.: Systems Engineering. Verstehen und industriell umsetzen. Berlin: Springer 2022.
- [HUBK84] HUBKA, V.: Theorie Technischer Systeme. Berlin: Springer 1984.
- [KLBU85] KLAUS, G., BUHR, M. (Hrsg.): Philosophisches Wörterbuch. Bd. 1 A bis Kybernetik – 13. Aufl. als fotomechan. Nachdr. d. 12. durchges. Aufl. Berlin: Das Europ. Buch 1985.
- [MAEN27] MARX, K.; ENGELS, F.: Marx-Engels-Archiv. Frankfurt a. M. 1925–1927. S. 828. Reprint 1969. Bonn: Dietz 1969.
- [NAKO18] NAEFE, P.; KOTT, M.: Konstruktionslehre für Einsteiger. Berlin: Springer 2018.
- [PABE21] BENDER, B.; GERICKE, K. (Hrsg.): Pahl/Beitz Konstruktionslehre. Methoden und Anwendung erfolgreicher Produktentwicklung. 9. Aufl. Berlin: Springer Vieweg 2021.
- [ROPO79] ROPOHL, G.: Eine Systemtheorie der Technik. Zur Grundlegung der Allgemeinen Technologie. München: Hanser 1979.
- [VDI3780] VDI-Richtlinie 3780: Technikbewertung Begriffe und Grundlage. Düsseldorf: VDI 2000–2009.

Inhaltsübersicht

1	Aussagen. Mengen. Relationen	1
2	Systeme	155
3	Auswahl eines Sachsystems – Leistungsanforderung und -angebot	457
4	Entwerfen eines Sachsystems	641
	Stichwortverzeichnis	905

Inhaltsverzeichnis

1	Aussagen. Mengen. Relationen	1
1.1	Sprachausdrücke	2
1.2	Schlusschemata. Logische Gesetze. Logische Folgerungen	12
1.3	Definitionen	20
1.4	Aussagenkalkül/-logik	26
1.5	Prädikatenkalkül/-logik	67
1.6	Mengenkalkül	88
1.7	Relationenkalkül	106
	Literatur	152
2	Systeme	155
2.1	Formalsysteme	162
2.2	Realsysteme	218
	Literatur	450
3	Auswahl eines Sachsystems – Leistungsanforderung und -angebot	457
3.1	Erfassen	460
3.2	Systematisieren	488
3.3	Verstehen	517
3.4	Entscheiden	548
	Literatur	622
4	Entwerfen eines Sachsystems	641
4.1	Kognition und Entwerfen	644
4.2	Entwerfen als rekursives Handlungssystem	677
	Literatur	888
	Stichwortverzeichnis	905



Inhaltsverzeichnis

1.1	Sprachausdrücke	2
1.2	Schlusschemata. Logische Gesetze. Logische Folgerungen	12
1.3	Definitionen	20
1.4	Aussagenkalkül/-logik	26
1.5	Prädikatenkalkül/-logik	67
1.6	Mengenkalkül	88
1.7	Relationenkalkül	106
	Literatur	152

Zusammenfassung

Eine Sache vollständig zu beschreiben, wird uns bei allem Bemühen nicht gelingen. Wir können immer zusätzliche Eigenschaften, zusätzliche Verhaltensformen unter neuen Umweltbedingungen, neue Einsatzgebiete Technischer Systeme, usw. generieren. Aber das, was wir über eine Sache aussagen, sollte verifizierbar, widerspruchsfrei und allgemein verständlich sein. Schlüsse müssen logisch korrekt sein, Aussagen und Definitionen aufeinander aufbauen, unabhängig davon, ob eine Sache bereits real existiert oder erst entworfen werden soll. Als kategorischer Imperativ sollte daher über jeder schöpferischen Ingenieurstätigkeit *Wer nicht sagen kann, was er meint, meint niemals, was er sagt* (Bernardo Bertolucci: *Der letzte Kaiser*; Film, 1987) stehen. Dabei können wir das „Sagen“ weit fassen; das gesprochene Wort, eine technische Zeichnung, der Fließtext eines Pflichtenhefts, eine Berechnung der technischen Mechanik, ein Ausdruck der Prädikatenlogik usw. Daher soll dieses Kapitel die Grundlage dafür legen, dass wir in den späteren Kapiteln Technik und Sachsysteme anhand einer gemeinsamen Basis korrekt beschreiben können.

1.1 Sprachausdrücke

Zur gegenseitigen Verständigung verwenden wir die *Ausdrücke* einer Sprache. Funktion dieser Ausdrücke ist der Bezug auf bestimmte Gegenstände und Sachverhalte. Mit dieser Funktion sprachlicher Ausdrücke befasst sich die *Logik*. Sie bestimmt die *Beziehungen* zwischen Ausdruck und Bezugsgegenstand. Diese Beziehungen heißen *semantische Beziehungen*, die Eigenschaften, die einem Ausdruck zukommen, weil er Glied bestimmter semantischer Beziehungen ist, *semantische Eigenschaften*. Begriffe, die sich auf semantische Beziehungen und Eigenschaften beziehen, nennen wir *semantische Begriffe*. *Semantik* heißt schließlich der Teilbereich der Logik, der sich mit semantischen Beziehungen und semantischen Eigenschaften befasst. Die logische *Syntax* untersucht die Eigenschaften der Ausdrücke und die Beziehungen zwischen diesen Ausdrücken. Dabei finden die Beziehungen der Ausdrücke zu den Gegenständen, auf die sie sich beziehen, und die sie verwendenden Subjekte keine Berücksichtigung.

1.1.1 Syntaktische Kategorien

Jeder Ausdruck, der nach den Regeln der Syntax einer gegebenen Sprache aufgebaut ist, heißt sinnvoll, alle übrigen sinnlos. Beispielsweise ist der Ausdruck „Ein Windrad ist eine Maschine“ in der deutschen Sprache ein sinnvoller Ausdruck, während der Ausdruck „Eine ist eine Maschine“ sinnlos ist¹. Wir erhalten wieder einen *Satz* – also einen sinnvollen Ausdruck, der wahr oder falsch sein kann – wenn wir in „Ein Windrad ist eine Maschine“ den Namen „Ein Windrad“ durch den Namen „Ein Lehnbohrwerk“ ersetzen. Somit teilen wir zwei Ausdrücke in dieselbe Klasse dann und nur dann ein, wenn wir nach Ersetzen des einen durch den anderen aus jedem sinnvollen (zusammengesetzten) Ausdruck wieder einen sinnvollen (zusammengesetzten) Ausdruck erhalten. Dagegen ordnen wir zwei Ausdrücke verschiedenen Klassen dann und nur dann zu, wenn nach Ersetzen des einen Ausdrucks durch den anderen aus einem sinnvollen ein sinnloser Ausdruck entsteht. Es gilt: Der Ausdruck W_1 gehört dann und nur dann zu derselben syntaktischen Kategorie wie der Ausdruck W_2 , wenn wir nach Ersetzen von W_1 durch W_2 aus jedem sinnvollen Ausdruck wieder einen sinnvollen Ausdruck erhalten. Derartige Klassen von Ausdrücken heißen *syntaktische Kategorien*. Die syntaktischen Kategorien der Ausdrücke teilt die Logik in Sätze, Namen, Funktoren und Operatoren ein [BORK76].

¹ Wir werden immer wieder ein Windrad als Beispiel für ein Technisches System verwenden. Zum Aufbau, zur Funktionsweise und zum Betrieb von Windrädern siehe die ausführliche Beschreibung in <https://de.wikipedia.org/wiki/windkraftanlage>.

1.1.2 Sätze

Wir unterscheiden die drei Satzarten Aussage-, Frage- und Befehlssatz. Jede davon bildet eine eigene syntaktische Kategorie. Das Interesse der Logik gilt sinnvollen Aussagesätzen. Solche *Sätze* nennen wir *Aussagen*; hier macht die Frage, ob sie wahr oder falsch sind, einen Sinn. „Ein Auto hat vier Räder“, „Weihnachten ist 2032 am 15. Mai“, „Ein Fahrrad der Phaeton-Werke hat immer fünf Bremsen“ sind Beispiele für solche Sätze. Wenn wir im Weiteren von Sätzen sprechen, so meinen wir Sätze im logischen Sinne. Sätze im logischen Sinne formulieren wissenschaftliche Ergebnisse. Im speziellen wollen wir Sätze über Technik und Techniksysteme ermöglichen.

Gegenständliches Korrelat von Sätzen sind bestimmte Sachverhalte. Als Sachverhalt gilt, dass ein Gegenstand ein bestimmtes Merkmal besitzt, dass er einer bestimmten Menge von Gegenständen angehört, dass zwischen gegebenen Gegenständen eine bestimmte Relation besteht usw. Sätze stellen die Existenz (bzw. das Eintreten) eines bestimmten Sachverhalts fest. So stellt der Satz „Ein Windrad ist eine Maschine“ fest, dass ein bestimmter Gegenstand zu einer bestimmten Klasse von Gegenständen gehört, nämlich zu der Klasse der Maschinen. Die Beziehung zwischen einem Satz und einem Sachverhalt, dessen Existenz der Satz feststellt, ist eine semantische Beziehung. Ein Satz ist dann und nur dann wahr, wenn der Sachverhalt besteht, dessen Existenz dieser Satz feststellt. Er ist falsch, wenn der Sachverhalt nicht existiert. Wahrheit und Falschheit heißen logische Werte eines Satzes. Aus dieser klassischen Definition der Wahrheit folgt das Prinzip der Zweiwertigkeit: Jeder Satz besitzt einen und nur einen der beiden logischen Werte „wahr“ oder „falsch“. Kein Satz ist zugleich wahr und falsch.

Beispiel 1.1

Sätze im logischen Sinne

- a) Sätze im logischen Sinn – allgemein
 - Windkraft ist die energieeffizienteste Art der Energiegewinnung.
 - Ein Windrad ist vollkommen geräuschlos.
 - Ein Windrad lebt länger als ein Wasserrad.
- b) Sätze im logischen Sinne – Mechanik
 - Jeder Körper beharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch Kräfte gezwungen wird, diesen Zustand zu ändern (Newtonsches Trägheitsprinzip).
 - Die auf die Zeiteinheit bezogene Änderung der Bewegungsgröße ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht in der Richtung, in der diese Kraft angreift (Newtonsches Aktionsprinzip).
 - Die Kräfte, die zwei Körper aufeinander ausüben, sind gleich, aber entgegengesetzt gerichtet (Prinzip der Gleichheit von actio und reactio).

- c) Sätze im logischen Sinne – Elektrizität
- Gleichartige Ladungen stoßen sich ab, ungleichartige ziehen sich an.
 - In einem abgeschlossenen System bleibt die Summe der positiven und negativen Ladungen konstant.
- d) Sätze im logischen Sinne – Wärmelehre
- Die Summe von außen zugeführter Wärme und von außen zugeführter Arbeit ist in einem System gleich der Zunahme der inneren Energie (1. Hauptsatz der Wärmelehre).
 - Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die nichts anderes als die Erzeugung mechanischer Arbeit und die Abkühlung eines Wärmebehälters bewirkt.
 - In einem abgeschlossenen System nimmt die Entropie bei einem irreversiblen Prozess stets zu. ◀

1.1.3 Namen

Namen sind alle Wörter und Ausdrücke, die Subjekt oder Prädikat eines sinnvollen Ausdrucks der Form „ M ist N “ sein können, also bspw. die Subjekte und Prädikate der Aussagen „Pustetreu ist ein Windrad“, „Immerdreh ist ein guter Dynamo“, „Karl ist ein vorlautes Kind“, „Der Langenberg ist der windigste Ort des Rothaargebirges“. „Ein guter Dynamo“ oder „Der windigste Ort des Rothaargebirges“ sind Namen, die aus mehreren Wörtern bestehen. Demnach gehören zur syntaktischen Kategorie der Namen Substantive, Adjektive, Pronomen und entsprechend zusammengesetzte Ausdrücke. Den Sinn eines Namens nennen wir *Begriff* im logischen Sinne: Der Name „ N “ bezeichnet den Gegenstand P dann und nur dann, wenn die Aussage „ P ist N “ wahr ist. Ein Name bezeichnet einen bestimmten Gegenstand demnach dann und nur dann, wenn man ihn über diesen Gegenstand wahrheitsgemäß aussagen kann. Der Name „Maschine“ bezeichnet z. B. ein Windrad, weil die Aussage „Ein Windrad ist eine Maschine“ wahr ist. Die Bezeichnungsbeziehung gehört zu den semantischen Beziehungen. Der durch einen Namen bezeichnete Gegenstand heißt *Designat* dieses Namens. Namen teilen wir nach der Zahl der Designate ein: 1. *allgemeine Namen*, die mehr als ein Designat haben, 2. *Eigennamen*, die genau ein Designat haben, 3. *leere Namen*, die kein Designat haben. Die Namen „Windrad“, „Maschine“ bspw. sind allgemeine Namen, die Namen „der gegenwärtige Präsident der acatech“, „das größte Windrad des Rothaargebirges“ sind Eigennamen, wogegen der Name „die gegenwärtige Präsidentin der acatech“ ein leerer Name ist, weil es niemanden gibt, von dem wir dies wahrheitsgemäß aussagen können. Die Menge der Designate eines gegebenen Namens heißt der *Bereich* dieses Namens; ein Name denotiert einen Bereich. Der Name „Windrad“ bezeichnet einzelne Windräder, denotiert aber die Menge aller Windräder. Die Denotationsbeziehung zwischen einem Namen und seinem Bereich ist eine weitere semantische Beziehung. Ein Name bezeichnet einen Gegenstand dann und nur dann, wenn dieser Gegenstand ein Element der Menge ist, die durch diesen Namen denotiert wird. Zur Bildung solcher Namen werden in der Logik Anführungszeichen

verwendet: Wir bilden den Namen eines gegebenen Ausdrucks, indem wir ihn in Anführungszeichen setzen.

1.1.4 Funktoren

Aussagen und Namen können wir als selbständige sprachliche Ganzheiten verwenden. Es gibt aber Wörter und Ausdrücke, die wir nur im Kontext mit anderen Ausdrücken, insbesondere als Bestandteile von Aussagen oder Namen gebrauchen. Derartige Ausdrücke sind die *Funktoren* (und die Operatoren), die zusammen mit den Ausdrücken, die ihre Argumente heißen, sinnvolle zusammengesetzte Ausdrücke bilden. Funktoren teilen wir nach der syntaktischen Kategorie des Ausdrucks, den der Funktor mit seinen Argumenten bildet, nach der Zahl der Argumente oder nach den syntaktischen Kategorien der aufeinanderfolgenden Argumente in syntaktische Kategorien ein. Ein *aussagenbildender Funktor von einem Aussagenargument* ist das eine ganze Aussage verneinende Wort „nicht“. Ein *aussagenbildender Funktor von zwei Aussagenargumenten* bildet aus zwei Aussagen eine zusammengesetzte Aussage. Die Konjunktion „und“ ist ein solcher Funktor. Derartige Funktoren sind auch die Ausdrücke: „wenn ... so“, „dann und nur dann, wenn“. Ein *aussagenbildender Funktor von einem Namenargument* bildet zusammen mit einem Namen eine Aussage (Prädikat, Satzaussage; siehe Abschn. 1.5, Prädikatenlogik). In der Aussage „Das Windrad läuft“ ist das Wort „läuft“ ein solcher Funktor.² Ein *aussagenbildender Funktor von zwei Namenargumenten* bildet zusammen mit zwei Namen eine Aussage. Das Wort „gehört“ in der Aussage „Das Windrad gehört der Stadt Olsberg“ zählt zu dieser syntaktischen Kategorie. Das gilt auch für die Symbole „<“, „=“ in den Aussagen „ $2 < 3$ “, „ $4 = 2 + 2$ “. Ein *aussagenbildender Funktor von drei Namenargumenten* ist ein Ausdruck, der zusammen mit drei Namen eine Aussage bildet. Das Wort „schenkt“ in der Aussage „Die Stadt Olsberg schenkt ihren Bürgern eine Kilowattstunde Strom“ ist ein solcher Funktor. Offensichtlich sind die aussagenbildenden Funktoren von Namenargumenten finite Verbformen. Welches Argument des aussagenbildenden Funktors der betreffende Name darstellt, geben die Deklinationseendungen der in solchen Aussagen auftretenden Namensausdrücke an. Ein *namenbildender Funktor von einem Namenargument* bildet zusammen mit einem Namen einen Namen (Attribut; siehe Abschn. 1.5, Prädikatenlogik). Ein solcher Funktor ist z. B. das Wort „Bürgermeister“ im Ausdruck „Bürgermeister von Olsberg“ oder auch das Wort „Enkel“ im Ausdruck „Enkel von Bürgermeister Luftig“. Auch das Wort „teures“ in dem Ausdruck „teures Windrad“ und das Wort „zerstörernd“ im Ausdruck „zerstörernde Prüfung“ sind solche Funktoren. Ein *namenbildender Funktor von zwei Namenargumenten* bildet zusammen mit zwei Namen

² Selbstverständlich können wir „das Windrad“ und „läuft“ für sich isoliert auf ein Blatt Papier schreiben. Aber „Windrad“ bezeichnet dann immer noch einen Gegenstand, den wir uns leicht vorstellen können, während „läuft“ für sich alleine, ohne Windrad oder einen anderen Gegenstand, vergleichsweise abstrakt „das Laufen an sich“ bezeichnet.

einen Namen. Ein solcher Funktor ist bspw. „und“ im Ausdruck „Siemens und Halske“. Zu dieser syntaktischen Kategorie gehören auch die Zeichen „+“, „-“, „·“, „:“, wie sie z. B. in den Namen „2 + 3“, „5 - 4“, „6 : 4“ usw. vorkommen. Zusätzlich zu aussagenbildenden und namenbildenden Funktoren existieren *funktorbildende Funktoren*. Derartige Ausdrücke bilden zusammen mit Teilfunktoren zusammengesetzte Funktoren. In der Aussage „Das Windrad dreht schnell“ ist der Ausdruck „dreht schnell“ ein zusammengesetzter aussagenbildender Funktor von einem Namenargument. Im Ausdruck „dreht schnell“ ist „dreht“ das Argument, das Wort „schnell“ ein funktorbildender Funktor. Dieser Funktor bildet zusammen mit dem Argument „dreht“, das ein aussagenbildender Funktor von einem Namenargument ist, den Funktor „dreht schnell“. Dieser Funktor ist wiederum ein aussagenbildender Funktor von einem Namenargument.

1.1.5 Konstanten und Variablen. Aussageform und Namenfunktion

Wir notieren das Kommutativgesetz anhand der Formel $a + b = b + a$. Hier sind die Buchstaben „a“ und „b“ keine Namen irgendwelcher Zahlen. Sie sind *Variablen*, für die wir die Namen beliebiger Zahlen einsetzen können. Durch solche Einsetzungen erhalten wir aus der allgemeinen Formel die Gleichungen: $6 + 3 = 3 + 6$ oder $4 + 2 = 2 + 4$. Im Gegensatz zu den Variablen heißen die Symbole „+“, „=“, „2“, „3“ *Konstanten*.

In den Theoremen einer Wissenschaftsdisziplin unterscheiden wir *konstante Termini* von zweierlei Art. Konstanten der ersten Art werden bei der Formulierung von Theoremen in jeder Wissenschaftsdisziplin verwendet. Zu diesen Konstanten gehören bspw. die Wörter und Ausdrücke: nicht; und; oder; weder ... noch; wenn ... so; dann und nur dann, wenn; jeder; keiner; manche; ist; ist identisch; ist ein Element der Menge; ist möglich; ist notwendig; ist Teil von usw. sowie die Ausdrücke, die sich ausschließlich mit Hilfe solcher Konstanten (und von Variablen) definieren lassen. Konstanten der zweiten Art treten dagegen nur in den Theoremen der betreffenden Wissenschaftsdisziplin auf. Dazu gehören die Namen von Gegenständen und die von den jeweiligen Einzelwissenschaften untersuchten Eigenschaften. In der Physik sind dies „Geschwindigkeit“, „Beschleunigung“ oder in der Biologie die Termini „Zelle“, „Mutation“, die Namen der verschiedenen Gattungen von Lebewesen. Konstanten der ersten Art nennen wir *logische Konstanten*, Konstanten der zweiten Art *außerlogische Konstanten*.

Bei Einführung von *Variablen* definieren wir die (Art von) Konstanten, die wir für die Variablen einsetzen dürfen. Diese Konstanten heißen *Werte dieser Variablen*; die Variablen repräsentieren ihre Werte. Eine solche Menge heißt der Wertebereich einer Variable. Die Variablen gehören zu derselben syntaktischen Kategorie wie die ihre Werte darstellenden Konstanten: Namenvariablen zur Kategorie der Namen, Aussagenvariablen zur Kategorie der Aussagen usw.

Die Menge der sinnvollen Ausdrücke wächst mit der Einführung von Variablen um Aussageformen und Namenfunktionen. Eine *Aussageform* ist ein Ausdruck mit Variablen; wir erhalten Aussagen, wenn wir in den Ausdruck für die Variablen ihre Werte einsetzen

(siehe Abschn. 1.4; Aussagenkalkül/-logik). Die Aussageform zählt daher zur syntaktischen Kategorie der Aussagen. Aussageformen sind bspw. die Ausdrücke: Jedes S ist P , kein S ist P , manche S sind P , manche S sind nicht P , $a + b = b + a$, $x + 4 = 7$, $x + 5 > 4$ usw. Wir differenzieren:

1. Aussageformen, bei denen alle Einsetzungen zu wahren Aussagen führen,
2. Aussageformen, bei denen alle Einsetzungen zu falschen Aussagen führen,
3. Aussageformen, bei denen bestimmte Einsetzungen wahre Aussagen und andere Einsetzungen falsche Aussagen ergeben.

Ein Beispiel für eine Aussageform der ersten Art ist der Ausdruck „ $a = a$ “, ein Beispiel für eine Aussageform der zweiten Art ist der Ausdruck „ $a \neq a$ “ und Beispiele für Aussageformen der dritten Art sind die Ausdrücke: Jedes S ist P , $x + 4 = 7$, $x > 5$.

Wir sagen, dass der Gegenstand a die Aussageform $E(x)$ dann und nur dann erfüllt, wenn die Aussage $E(a)$ wahr ist, die aus der Aussageform $E(x)$ durch Einsetzung des Namens des Gegenstands a für die freie Variable „ x “ entstanden ist (siehe Abschn. 1.5; Prädikatenlogik). Beispielsweise erfüllt Olsberg die Aussageform „ x ist eine Stadt in Westfalen“, weil die Aussage „Olsberg ist eine Stadt in Westfalen“ wahr ist. Die Zahl 3 erfüllt die Aussageform „ $x + 4 = 7$ “, weil die Aussage „ $3 + 4 = 7$ “ wahr ist.

Aussage und Aussageform bilden zusammen die *Aussagenausdrücke*. Eine *Namenfunktion* ist ein Ausdruck mit Variablen, der zu Namen führt, wenn wir die Werte der Variablen einsetzen. Damit gehört die Namenfunktion zur syntaktischen Kategorie der Namen. Beispiele für Namenfunktionen sind die Ausdrücke „ $a + b$ “, „ $4x$ “, „ $5 - x$ “. Wenn wir von Namenfunktionen sprechen, verwenden wir den Terminus „Funktion“ in einem besonderen Sinne. Namenfunktionen sind Ausdrücke einer bestimmten Art. Dagegen bezeichnet in der Mathematik der Terminus „Funktion“ bestimmte Relationen. Von Funktionen im mathematischen Sinne sprechen wir im Relationenkalkül. Name und Namenfunktion bilden zusammen *Namenausdrücke*.

1.1.6 Operatoren

Die Aussageform „ $x + 4 = 7$ “ führt auf zwei Wegen zu Aussagen:

1. Ersetzen wir in dieser Aussageform die Variable „ x “ durch Konstanten, die Namen von Zahlen sind (z. B. die Konstanten „3“, „4“ usw.), dann erhalten wir wahre oder falsche Aussagen.
2. Stellen wir dieser Aussageform die Ausdrücke „für jedes x “ bzw. „für ein bestimmtes x “ voran, dann erhalten wir wahre oder falsche Aussagen.

In Verbindung mit einer Aussageform heißt der Ausdruck „für jedes“ *Allquantor* (\forall), der Ausdruck „für ein bestimmtes“ oder „es gibt ein solches ... , dass“, *Existenzquantor* (\exists).

Ausdrücke mit Quantoren bestehen aus drei aufeinanderfolgenden Teilen: 1. dem Quantor, 2. einer Variable, 3. einer Aussageform, dem Quantorbereich. Der gesamte so gebildete Ausdruck ist im speziellen Fall eine Aussage. Die beim Quantor auftretende Variable legt für den Quantorbereich fest, zu welcher Variable dieser Quantor gehört. In der Aussage: Für jedes x gibt es ein y , sodass $y > x$, bezieht sich der Allquantor auf die in der Aussageform „ $y > x$ “ auftretende Variable „ x “, der Existenzquantor dagegen auf die Variable „ y “. Die im Quantorbereich auftretende Variable ist demnach durch den Quantor, auf den sie sich bezieht, gebunden. Im Fall der Aussageform „ $y > x$ “ ist die Variable „ y “ durch den Existenz-, die Variable „ x “ durch den Allquantor gebunden. Eine Variable ist frei, wenn sie in einem gegebenen Ausdruck weder unmittelbar nach einem Quantor noch im Bereich eines sie bindenden Quantors auftritt. Somit kann ein und dieselbe Variable an einer Stelle frei, an anderer Stelle in einem Ausdruck gebunden sein. Im Ausdruck „Wenn für jedes x , $x = x$, so $x + 3 = x + 3$ “ ist die Variable „ x “ im Vorderglied „ $x = x$ “ gebunden und im Hinterglied „ $x + 3 = x + 3$ “ frei. Für freie Variablen setzen wir eine Konstante ein, für gebundene Variablen dagegen nicht. Beispielsweise können wir im Ausdruck „Es gibt ein solches y , dass $y > x$ “ nur für die freie Variable „ x “ Namen bestimmter Zahlen einsetzen. Wir erhalten die aus diesem Ausdruck resultierende Aussage: „Es gibt ein solches y , dass $y > 2$ “. „Es gibt ein solches y , dass $y > 3$ “ usw.

Den Terminus „Aussage“ verwenden wir, um Aussagenausdrücke zu bezeichnen, die keine freien Variablen enthalten. Ausdrücke, die die Variablen binden, heißen *Operatoren*. Quantoren sind Operatoren. Ausdrücke, die Operatoren enthalten, bestehen aus dem Operator selbst, der beim Operator auftretenden Variable und dem Bereich des Operators, der wieder ein Ausdruck oder eine Folge von Ausdrücken ist. Die Glieder des Bereichs heißen die *Argumente* des Operators. Wenn wir die beim Operator auftretende Variable, die angibt, welche Variable ein Operator in seinem Bereich bindet, durch eine Konstante ersetzen, erhalten wir einen sinnlosen Ausdruck. Deshalb müssen wir einschränken: Auch wenn sie der gleichen syntaktischen Kategorie angehört, entsteht mit der Einsetzung einer Konstanten für die beim Operator auftretende Variable aus einem sinnvollen Ausdruck nicht wieder ein sinnvoller. Analog zu den Funktoren teilen wir die Operatoren nach der syntaktischen Kategorie des zusammengesetzten Ausdrucks, den der betreffende Operator mit der Variable und seinem Bereich (seinen Argumenten) bildet, nach der Zahl der Argumente, nach den syntaktischen Kategorien der aufeinanderfolgenden Argumente und nach der syntaktischen Kategorie der durch den Operator gebundenen Variable in syntaktische Kategorien ein.

Existenz- und Allquantoren sind aussagenbildende Operatoren von einem Aussagenargument, deren syntaktische Kategorie von der syntaktischen Kategorie der durch diese Quantoren gebundenen Variablen unabhängig ist.

Weitere in der Logik verwendete Operatoren sind der deskriptive Operator und der Abstraktionsoperator. Beispielsweise tritt im Ausdruck „Dasjenige y , für das gilt, y ist das Originalteil von x “ ein namenerzeugender Operator von einem Aussagenargument auf. Dieser Operator heißt *deskriptiver Operator*. Im Ausdruck „Die Menge solcher y , dass y ein Austauschteil von x ist“ tritt ein Operator von einem Aussagenargument auf,

der den Namen einer bestimmten Menge bildet, nämlich der Menge der Austauschteile des Originalteils x . Dieser Operator heißt *Abstraktionsoperator* (siehe Abschn. 1.5, Prädikatenlogik und 1.6, Mengen).

1.1.7 Funktorbildende Funktoren: Modalverben

Modalverben verwenden wir, um dispositive Größen wie Potenziale oder Angebote bzw. Anforderungen aus der Systemumgebung zu beschreiben. Wenn wir bspw. für eine Drehmaschine in einer zusammengesetzten Aussage alle Gegenstände auflisten, die diese Maschine herstellen *kann*, dann haben wir die qualitative Kapazität, das Potenzial dieser Maschine beschrieben. Und wenn wir eine Produktionsreihenfolge in ein „Soll“ einbinden, dann sprechen wir über die Vorgabe eines Plans, der ausgeführt werden *soll*. Ein *Modalverb* ist demnach ein Verb, das in Verbindung mit einem reinen Infinitiv ein anderes Sein oder Geschehen modifiziert [FRIE89, DMSW96]. Die Modalverben der deutschen Sprache sind dürfen, sollen, können, mögen, müssen, wollen. Sie drücken in Verbindung mit einem Vollverb im Infinitiv aus, dass etwas möglich, notwendig, gewollt, erlaubt bzw. gefordert ist. Im Hinblick auf die Produktion drücken wir damit unterschiedliche Verbindlichkeitsgrade aus: Handelt es sich bei dem angesprochenen Verfahren um ein Potenzial, das möglicherweise niemals ausgeschöpft wird, oder um eine Maßgabe, die genau so vollzogen werden muss? Wir fassen daher ein Modalverb als funktorbildenden Funktor von einem Funktorargument auf: Ein Windrad kann Strom erzeugen. Beide zusammen – Modalverb und Infinitiv – bilden einen zusammengesetzten aussagenbildenden Funktor. Dabei bleibt die Wertigkeit des Funktors erhalten:

- mit einem Argument
Die Rotorwelle bricht. → Die Rotorwelle kann brechen.
Der Werker arbeitet. → Der Werker soll arbeiten.
- mit zwei Argumenten
Herr Maier montiert Windräder. → Herr Maier muss Windräder montieren.
- mit drei Argumenten
Die Windkraftwerke liefern der Stadt Olsberg sechs Windräder. → Die Windkraftwerke sollen der Stadt Olsberg sechs Windräder liefern.
Die Windkraftwerke nehmen der Control GmbH zehn Steuerungen ab. → Die Windkraftwerke wollen der Control GmbH zehn Steuerungen abnehmen.

Potenziale: können

Das Potenzial eines Gegenstands resultiert aus der Menge der Transformationen, in denen dieser Gegenstand zulässig wirken kann. Im Falle eines Produktions-/Gebrauchsfaktors sprechen wir bspw. von der *Leistungsfähigkeit* eines Produktions-/Gebrauchsfaktors bzw. von der *qualitativen Kapazität*.

Beispiel 1.2

Potenzial

Die Windkraftwerke *können* Windräder produzieren.

Die Drehmaschine 4711 *kann* Drehteile bis zu einem Durchmesser von 480 mm herstellen.

Eine Drehmaschine *kann keine* Windräder herstellen.

Rundschleifmaschinen und Drehmaschinen *können* zylindrische Teile herstellen.

Maschine 4711 *kann* entweder (Ereignis 1 und Ereignis 2) oder (Ereignis 3) leisten. ◀

Die qualitative Kapazität wird entweder über eine summarische Klassifikation von Möglichkeiten bzw. Erfordernissen anhand einer strukturierten Merkmalshierarchie (bspw. bei der Arbeitsplatzbewertung) und/oder der Beschreibung eines Transformationsmittels über geometrische, physikalische, ausstattungsmäßige usw. Kenngrößen und/oder eine Auflistung einzelner geeignet beschriebener Transformationsklassen (z. B. bei der Arbeitsstückbewertung) definiert. Für die angesprochenen Transformationsklassen kann die Leistungsfähigkeit eines Produktionsfaktors eine Restriktion für den Beginn oder den Abschluss eines Bearbeitungsvorgangs sein. Im ersten Fall kann eine Transformation beginnen, wenn ein Faktor zur Verfügung steht, im zweiten Fall kann eine Transformation nur dann abgeschlossen werden, wenn ein Lagerplatz vorhanden ist, der das Produkt aufnehmen kann.

Eine solche Beschreibung ist prinzipiell nicht vollständig: Wenn wir die (Leistungs-) Fähigkeit vollständig beschreiben wollen, dann müssen wir alle Transformationsklassen aufzählen, in denen ein Produktionsfaktor verwendet werden kann. Dies wird zunächst eine Enumeration von bekannten Verwendungen sein: Es kann nicht erwartet werden, dass ad hoc vollständig beschrieben wird, was wir alles mit einem Hammer oder einer Büroklammer tun können ... Ein Übergang zu dieser Vollständigkeit wird sich daher nur schrittweise vollziehen. Dazu sind aus den Verwendungen Vertreter einzelner Verwendungsklassen herauszuschälen und dann für diese generelle Aussagen im Sinne von „für alle Transformationsklassen mit diesem Attribut kann dieser Faktor eingesetzt werden“ zu treffen. Damit sind aber auch alle möglichen Restriktionen für alle Transformationsklassen zu nennen.

Üblicherweise wird bei Verbrauchsfaktoren nicht von „Leistungsfähigkeit“ gesprochen. Für eine Systematisierung, die Übereinstimmungen und Unterschiede deutlich machen soll, ist dieser Ansatz aber sehr zweckmäßig. Sowohl bei Gebrauchs- als auch bei Verbrauchsfaktoren ist die Frage: Welche Transformationen können wir durchführen? Eine Tischplatte ist dabei für die Montage eines Tisches bereits geleistete Arbeit. Ein bestimmter Rotor kann nicht für jedes Windrad, ein bestimmter Flügel bspw. nur für bestimmte Rotoren verwendet werden. Somit gilt: Die Leistungsfähigkeit eines Transformationsobjekts ergibt sich aus der Menge der Transformationen, in die dieses Transformationsobjekt unter Einhaltung der an den Output gestellten Anforderungen einfließen kann.

„Technisch machbar“ bedeutet dann: Wir verfügen über ein Verfahren, die notwendigen Gebrauchsfaktoren und die erforderlichen Verbrauchsfaktoren. Es gilt:

- Eine Drehmaschine *hat* ein kleineres Potenzial als die gesamte Fabrik.
- Die Fabrik *muss* mindestens das Potenzial einer Drehmaschine haben, sonst *ist* die Drehmaschine nicht Bestandteil/*kann* die Drehmaschine nicht Bestandteil dieser Fabrik *sein*.

Beispiel 1.3**Potenzial**

Eine Drehmaschine *kann* drehen.

Die Drehmaschine 4711 *kann* Drehteil A in drei Minuten herstellen.

Eine Drehmaschine *kann* in einer Stunde 30 Teile 4711 drehen.

Eine Maschine *kann* in der Stunde drei Rotorflügel herstellen. ◀

Intentionen: wollen, sollen, müssen

Ein Kunde bestellt mit einem möglicherweise weit in der Zukunft liegenden Liefertermin. Dieser Wunschtermin wird nach einer Lieferzusage zu einem Solltermin, dessen Änderung schon erheblich mehr Aufwand bedeutet. Völlig alternativlos ist der „aktuelle Termin“ der begonnenen Endmontage.

Beispiel 1.4**Planung**

Die Windkraftwerke *sollen* bis zum 31. Dezember sieben Windräder Pustetreu liefern.

Die Windkraftwerke *sollen* zwischen 15. Januar und 31. Januar 24 Stunden je Tag produzieren. ◀

Beispiel 1.5**Vorschrift der Umwelt**

Eine Drehmaschine *muss* nach 1000 Betriebsstunden gewartet werden. ◀

Beispiel 1.6**Modalverb**

Kunde Meier *will* fünf Windräder abholen. ◀

Beispiel 1.7**Anforderungen der Umwelt**

Die Windkraftwerke *sollen* der Stadt Olsberg sechs Windräder Pustetreu liefern. ◀

1.2 Schlusschemata. Logische Gesetze. Logische Folgerungen

Unter *Logik* verstehen wir insbesondere die *formale Logik*, die sich mit der Struktur des richtigen Denkens und dessen extensionalen Aspekten beschäftigt. Sie erforscht die extensionalen Gesetze der Verknüpfung von Aussagen, der Bildung und Verknüpfung von Begriffen in Gestalt von einstelligigen Prädikaten und zwei- oder mehrstelligen Prädikaten (Relationen), liefert die Grundlagen für die Lehre von den Schlüssen, der deduktiven Methode und der Definition und findet ihren Abschluss in der Axiomatik [BORK76]. Der elementare Teil der formalen Logik ist die Aussagenlogik. Sie ist die Theorie von den aussagenlogischen Konstanten (der Negation, der Konjunktion, der Disjunktion, der Implikation, der Äquivalenz). Auf ihr bauen die einfache einstellige und die mehrstellige Prädikatenlogik (Relationenlogik) auf. Damit folgt: Die *formale Logik* ist die Theorie der extensionalen logischen Konstanten und Prädikate beliebiger Stellenzahl und Stufe [KLBu85].

Keine der übrigen Einzelwissenschaften, außer der Logik, untersucht die Eigenschaften der Gegenstände, die durch die logischen Konstanten (*nicht; und; oder; weder ... noch; wenn ... so; dann und nur dann, wenn; jeder; keiner; manche; ist; ist identisch; ist ein Element der Menge; ist möglich; ist notwendig; ist Teil von* usw. sowie die Ausdrücke, die sich ausschließlich mit Hilfe solcher Konstanten und von Variablen definieren lassen; siehe Abschn. 1.1.5 und 1.4) denotiert werden, und präzisiert die Anwendungsweise dieser Konstanten. In jeder Wissenschaft machen wir z. B. von den Eigenschaften der Identitätsrelation Gebrauch und benutzen bestimmte, für die Identität geltende Gesetze, ohne sie deutlich zu formulieren und zu begründen. Da in fast jedem wissenschaftlichen Theorem irgendeine logische Konstante auftritt, kann das Fehlen der Präzisierung ihres Gebrauchs zu zahlreichen Missverständnissen und sogar zu Fehlern beim Schließen führen. Die formale Logik unternimmt diese wichtige Aufgabe der Präzisierung des Sinnes und der Anwendungsweise der logischen Konstanten, der allgemein verwendeten Termini. In den Systemen der formalen Logik verfügen wir über Mengen von logischen Gesetzen und logischen Schlusschemata, in denen logische Konstanten mit genau präzisierem Sinn vorkommen [BORK76].

Systeme der formalen Logik sind Methoden zum Nachweis der Wahrheit von Ausdrücken, die ausschließlich aus logischen Konstanten und Variablen bestehen, bzw. zum Nachweis der Gültigkeit formaler Schemata. Wir unterscheiden Beweismethoden sowie Entscheidungs- bzw. Prüfverfahren. Wenn wir eine *Entscheidungsmethode* einführen (siehe Abschn. 1.4), geben wir ein systematisches Verfahren für den Nachweis der Wahrheit

oder Falschheit von Ausdrücken an, die ausschließlich aus logischen Konstanten und Variablen gebildet sind, bzw. für den Nachweis der Gültigkeit oder Ungültigkeit formaler Schemata. Wenn wir über eine Entscheidungsmethode verfügen, können wir nicht nur nachweisen, dass ein bestimmter Ausdruck ein logisches Gesetz ist, dass ein bestimmtes Schema ein logisches Schema ist, sondern auch, dass ein bestimmter Ausdruck, der ausschließlich aus logischen Konstanten und Variablen besteht, falsch oder dass ein bestimmtes formales Schema ungültig ist. Allerdings gibt es nicht für jedes Teilgebiet der Logik ein allgemeines Entscheidungsverfahren, mit dessen Hilfe die Frage entschieden werden könnte, ob ein beliebiger Ausdruck aus diesem Teilgebiet wahr oder falsch oder ob ein beliebiges formales Schema aus diesem Teilgebiet gültig oder ungültig ist.

Wenn es kein solches allgemeines Entscheidungsverfahren gibt, müssen wir uns auf die *Beweismethode* beschränken und sie eventuell durch Entscheidungsverfahren ergänzen, die dann nicht mehr allgemein sein, sondern nur auf einige Arten von Ausdrücken des betreffenden Teilgebiets der Logik angewendet werden können. Beweismethoden beschränken sich auf die Angabe eines systematischen Beweisverfahrens für logische Gesetze bzw. Schemata. Beweismethoden unterscheiden wir in die axiomatische Methode und in die Annahmemethode. Wenn wir nach der *axiomatischen Methode* vorgehen, legen wir bestimmte logische Gesetze aus einem Teilgebiet der Logik ohne Beweis als Axiome/primäre Aussagen zugrunde. Dann geben wir Definitionen und Bestimmungen für andere Termini des betreffenden Teilgebiets der Logik an, die mit Hilfe der in den Axiomen auftretenden Termini formuliert sind. Zweckmäßigerweise wählen wir die primären Aussagen möglichst so, dass wir auf ihrer Grundlage sowie unter Verwendung der erarbeiteten Definitionen alle übrigen logischen Gesetze des betreffenden Teilgebiets der Logik beweisen können. Die Axiome und die anhand der Axiome und Definitionen bewiesenen Aussagen nennen wir die *Theoreme* des Systems (primäre und sekundäre Aussagen; siehe Abschn. 1.1.1 und 1.4). Beweise führen wir anhand von *Beweisregeln* (Schlussregeln). Das sind Aussagen, die feststellen: Wenn bestimmte Ausdrücke Theoreme dieses Systems sind, dann sind auch bestimmte andere Ausdrücke Theoreme dieses Systems. Eine solche Regel ist z. B. die *Einsetzungsregel* mit der Feststellung: Ist ein gegebener Ausdruck ein Theorem des Systems, dann ist auch der Ausdruck ein Theorem des Systems, der dadurch entsteht, dass man für eine Variable (an allen Stellen ihres Vorkommens im gegebenen Ausdruck) einen Ausdruck des Systems einsetzt, der zu der gleichen syntaktischen Kategorie gehört wie die Variable. Die *Abtrennungsregel* stellt für ein solches System fest: Wenn irgendeine Bedingungsaussage (Konditionalsatz) und ihr Vordersatz Theoreme dieses Systems sind, dann ist auch ihr Hintersatz ein Theorem dieses Systems. Eine solche Regel formulieren wir wie folgt: Wenn eine Bedingungsaussage mit dem Vordersatz E und dem Hintersatz F ein Theorem eines gegebenen Systems ist und der Ausdruck E ein Theorem dieses Systems ist, dann ist auch der Ausdruck F ein Theorem dieses Systems. Die Beweisregeln müssen wir von den Theoremen eines gegebenen Systems und auch von seinen logischen Schemata unterscheiden. Die Abtrennungsregel ist eine Aussage, in der wir etwas über die Ausdrücke eines gegebenen Systems aussagen. Die in ihr auftretenden Variablen „ E “ und „ F “ repräsentieren die *Namen* von Ausdrücken des betreffenden

Systems. Der Unterschied zwischen den logischen Schemata und den Beweisregeln wird schon am Beispiel des logischen Abtrennungsschemas und der Abtrennungsregel deutlich. In dem logischen Abtrennungsschema:

$$\begin{array}{l} \text{Wenn } p, \text{ so } q: \\ \hline p \\ q \end{array}$$

sind die Variablen „ p “, „ q “ Aussagenvariablen, für die wir Aussagenausdrücke einsetzen können. In der Abtrennungsregel, die besagt: Wenn eine Bedingungsaussage der Form: Wenn E , so F ein Theorem ist und der Ausdruck E ein Theorem ist, so ist der Ausdruck F ein Theorem – sind die Variablen „ E “, „ F “ Variablen, für die wir Namen von Aussagenausdrücken des gegebenen Systems einsetzen können. Formale Schemata sind bestimmte *Folgen* von Ausdrücken, die ausschließlich mit Hilfe von logischen Konstanten und Variablen notiert sind. Die zugehörigen Beweisregeln (Schlussregeln) dagegen sind *Aussagen*, die feststellen, dass bestimmte formale Schemata gültig sind, dass aus Aussagen einer bestimmten Form logisch Aussagen einer bestimmten Form folgen, oder dass, wenn Ausdrücke einer bestimmten Form Theoreme sind, dann auch Ausdrücke einer bestimmten Form ebenfalls Theoreme sind. In axiomatischen logischen Systemen steht der Beweis der logischen Gesetze im Vordergrund. Wir können in ihnen aber leicht Regeln beweisen, die feststellen, dass bestimmte formale Schemata gültig sind und aus Aussagen einer bestimmten Form Aussagen einer bestimmten Form folgen. Wenn wir ein logisches System nach der *Annahmemethode* aufbauen, gibt es für jedes Theorem des Systems einen Annahmeweis dieses Theorems. Die Beweisregeln eines solchen Systems sind Regeln, die bestimmen, wie die Annahmeweise der Theoreme des Systems aufgebaut sind. Genauso können wir Beweisregeln formulieren, die bestimmen, wie die Annahmeweise der logischen Schemata aufgebaut sind.

Beispiel 1.8

Logische Systeme

Im Aussagenkalkül lassen wir in den Ausdrücken des Kalküls als Variablen nur Aussagenvariablen und als Konstante nur aussagenbildende Funktoren von Aussagenargumenten zu. Als primäre Regeln verwenden wir die Einsetzungs- und die Abtrennungsregel sowie die Einführung bzw. Beseitigung dieser Funktoren. Als Beweisformen werden der direkte und der indirekte Annahmeweis eingeführt. Und damit führen wir die Annahmeweise für alle sekundären Gesetze/Aussagen. ◀

1.2.1 Schluss schemata

Das *Schließen* ist die Begründung eines Satzes, den wir als *Conclusio* bezeichnen, weil eine bestimmte logische Beziehung, ein logischer Zusammenhang zwischen den als Prämissen dienenden Sätzen und der *Conclusio* besteht. Wir beschränken uns auf solche Fälle des Schließens, bei denen diese Beziehung eine Beziehung der logischen Folgerung ist: Wenn die *Conclusio* logisch aus den Prämissen folgt und die Prämissen wahr sind, dann ist auch die *Conclusio* wahr. Dies verdeutlicht, wie wir mit Hilfe eines solchen Schließens, das von der Wahrheit anderer Sätze ausgeht, die Wahrheit bestimmter Sätze nachweisen können.

Unter Schließen verstehen wir, dass anhand bestimmter Sätze ein anderer Satz bewiesen wird. Wenn wir z. B. anhand der Sätze

(1) Julius Windmüller ist ein Unternehmer

(2) Julius Windmüller ist ein Techniker

den Satz

(3) Manche Unternehmer sind Techniker

beweisen, dann stellt dies einen Schluss dar. Die Sätze (1) und (2) sind die Prämissen, der Satz (3) bildet die *Conclusio*. Für einen derartigen indirekten Nachweis der Wahrheit eines Satzes müssen die Prämissen des Schlusses wahr sein. Diese Untersuchung obliegt der Wissenschaftsdisziplin, der diese Sätze angehören. Vom logischen Standpunkt aus ist lediglich festzustellen, ob zwischen den Prämissen und der *Conclusio* die für die vorliegende Art des Schlusses charakteristische logische Beziehung besteht: Folgt die *Conclusio* logisch aus den Prämissen? Der hier angeführte Schluss ist richtig, weil sich die *Conclusio* (3) logisch aus den Prämissen (1) und (2) ergibt. Auch der Schluss mit der Prämisse

(4) Manche Unternehmer sind Techniker

und der *Conclusio*

(5) Manche Techniker sind Unternehmer

ist richtig; die *Conclusio* (5) folgt logisch aus der Prämisse (4). Der Schluss mit der Prämisse

(6) Jeder Unternehmer ist ein Techniker

und der *Conclusio*

(7) Jeder Techniker ist ein Unternehmer

ist dagegen falsch; *Conclusio* (7) folgt nicht aus Prämisse (6).

Die Logik vermittelt demnach die Werkzeuge für ein richtiges Schließen. Im Folgenden wollen wir die Elemente logischer Systeme behandeln und dann auf logische Systeme selbst eingehen.

Wir schreiben die Prämissen eines Schlusses untereinander und unter die Prämissen die Conclusio, die wir von ihnen durch einen waagerechten Strich trennen. Zum Beispiel:

Julius Windmüller ist ein Unternehmer.
Julius Windmüller ist ein Techniker.
 Manche Unternehmer sind Techniker.

Einen ähnlichen Schluss mit der Prämisse „Manche Unternehmer sind Techniker“ und der Conclusio „Manche Techniker sind Unternehmer“ schreiben wir in der Form:

Manche Unternehmer sind Techniker.
 Manche Techniker sind Unternehmer.

Wir stellen die formale Richtigkeit dieses Schlusses fest, indem wir die außerlogischen Konstanten in seiner Prämisse und seiner Conclusio durch Namenvariablen ersetzen. Dabei setzen wir für gleiche Konstanten gleiche Variablen und für verschiedene Konstanten verschiedene Variablen ein. Als Ergebnis dieser Einsetzung erhalten wir ein Schlusschema, das nicht mehr aus Aussagen, sondern aus Aussageformen aufgebaut ist:

Manche S sind P .
 Manche P sind S .

Ein *Schlusschema*, in dessen Prämissen und dessen Conclusio nur logische Konstanten und Variablen auftreten, heißen wir *formal*. Das obige Schlusschema ist ein solches formales Schema. Wenn wir in diesem Schema für die Namenvariablen „ S “ und „ P “ bestimmte Namen einsetzen, erhalten wir wahre oder falsche Aussagen. Sooft wir aus der Prämisse dieses Schema durch eine solche Einsetzung eine wahre Aussage erhalten, folgt auch aus der Conclusio dieses Schemas eine wahre Aussage.

Gültig heißt ein Schlusschema, das von wahren Prämissen immer zu einer wahren Conclusio führt, wenn die Einsetzungen für die gleichen Variablen in den Prämissen und in der Conclusio gleich vorgenommen werden. Das von uns untersuchte Schlusschema ist ein gültiges Schema. Ein *logisches* Schlusschema nennen wir ein solches Schlusschema, das sowohl formal als auch gültig ist. Ein Schluss ist *formal richtig*, wenn das durch Ersetzung der außerlogischen Konstanten durch Variablen erhaltene formale Schlusschema gültig ist. Ist dagegen das durch eine solche Ersetzung erhaltene formale Schlusschema ungültig, dann ist der Schluss *formal unrichtig*. Der oben betrachtete Schluss ist formal richtig, während der Schluss:

Jedes Windrad ist eine Maschine.
 Jede Maschine ist ein Windrad.