utb.

Jürgen Ulm

Numerische Lösung gewöhnlicher und partieller Differenzialgleichungen

- Finite-Elemente-Methode (FEM)
- Finite-Differenzen-Methode (FDM)
- Aufgaben mit Lösungen

Jürgen Ulm

Numerische Lösung gewöhnlicher und partieller Differenzialgleichungen

Numerische Lösung gewöhnlicher und partieller Differenzialgleichungen

Finite-Elemente-Methode (FEM) –
Finite-Differenzen-Methode (FDM) –
Aufgaben mit Lösungen

Prof. Dr.-Ing. Jürgen Ulm

Mit 46 Bildern und 20 Tabellen

TAE

Kontakt & Studium
Band 707

Herausgeber:
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Wilfried J. Bartz
Dipl.-Ing. Hans-Joachim Mesenholl
Dipl.-Ing. Elmar Wippler

expert verlag®

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
http://www.dnb.de abrufbar.

Bibliographic Information published by Die Deutsche Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek lists this publication
in the Deutsche Nationalbibliografie;
detailed bibliographic data are available on the internet at
http://www.dnb.de

ISBN 978-3-8385-5169-2

Vorwort

Wenn Sie wissen möchten, wie Sie mit einem Taschenrechner (Abb. 1) gewöhnliche oder partielle Differenzialgleichungen lösen, Temperaturverläufe oder elektrische und magnetische Felder berechnen können, dann treffen wir uns auf den kommenden Seiten wieder.

Abbildung 1: Ihr Taschenrechner kann mehr als Sie ihm zutrauen!

Es sei noch ein Hinweis zur erweiterten Nutzung des Skriptes gestattet: Neue Übungsaufgaben lassen sich durch einfaches Abändern der gestellten und bereits gelösten Originalaufgabe generieren. Die Abänderung der Originalaufgabe soll in der Weise vorgenommen werden, dass deren Lösung bereits im Voraus bekannt ist. Damit besteht die Möglichkeit, die Ergebnisse zu vergleichen und die Einarbeitung weiter zu vertiefen.

Denn

„*Unglück kommt von mangelhaften Berechnungen*“

(aus Bertolt Brecht, „Das Leben des Galilei.“)

Mein Dank gilt meinen Institutsmitarbeitern Herrn Wilhelm Feucht, Herrn Reinhardt Erli, Herrn Oliver Vogel und Herrn Dimitri Delkov für die Bereitstellung der Bilder, Simulationsergebnisse und Grafiken. Für die kritische Durchsicht dieses Skriptes und fruchtbaren Diskussionen gilt nochmal Herrn Delkov mein Dank. Last but not least ein herzliches Dankeschön an meine Frau Monika und Tochter Natascha für die unendliche Geduld mit meiner Person und meiner fortdauernden Ausrede „hab gerade keine Zeit...“.

Mit freundlichen Grüßen
der Autor
im Herbst 2017

Inhaltsverzeichnis

Symbole und Abkürzungen

Symbol	Bedeutung	Einheit
A	Koeffizient, Matrix, Fläche	
B	Koeffizient, Matrix	
B	Magnetische Flussdichte	Vs/m^2
$\vec{B}$	Vektor der magnetischen Flussdichte	T
B_h	Interpolations-, Ansatzfunktion	
C	Koeffizient, Matrix	
C	spezifische Wärmekapazität	$J/(kgK)$
D	Koeffizient, Matrix	
E	Koeffizient, Matrix	
$\vec{E}$	Vektor der elektrischen Feldstärke	V/m
F	Koeffizient, Funktion, Kraft	
G	Koeffizient	
$\vec{H}$	Vektor des magnetischen Feldes	A/m
H_Φ	Interpolations-, Ansatzfunktion	
$\vec{J}$	Vektor der elektrischen Stromdichte	A/m^2
K	Konstante	
L	Induktivität	Vs/A
Ł	Linearoperator	
M	Matrix	
N	Anzahl Knoten	
P	Leistung	W
R	Residuum	
R	Radius	m
R	Widerstand	Ω
S_P	Scheitelpunkt	

Symbol	**Bedeutung**	**Einheit**
a	Koeffizient	
a_0	Beschleunigung	m/s^2
c	Konstante	
f	Hilfsvariable, Funktion	
f_n	Entwicklungs-, Basisfunktion	
g	Hilfsvariable, Funktion, Matrix	
h	Elementlänge	m
i	Laufvariable	
j	Laufvariable	
k	Konstante	
l	Matrix	
m	Laufvariable	
n	Normale, Anzahl Teilintervalle	
r	Radius	m
s	Konstante	
t	Zeit	s
u	Funktion	
u_h	Interpolations-, Ansatzfunktion	
v	Funktion	
w	Gewichts-, Wichtungs-, Test-, Formfunktion	
x	Koordinate, Weg	m
y	Koordinate, Weg, Funktion	m
z	Koordinate	m

Symbol	**Bedeutung**	**Einheit**
Γ	Rand des FEM-Gebietes	
Γ_l	linker Rand des FEM-Gebietes	
Γ_r	rechter Rand des FEM-Gebietes	
Δ	Delta, differenziell	
Ω	Gebiet	
Ω_n	Element, Teilgebiete	