

Estática

José Manuel Arroyo Andrade



Editorial
Universidad de Antioquia

Formación / Ingeniería

Estática

Estática

José Manuel Arroyo Andrade



Editorial
Universidad de Antioquia

Formación / Ingeniería

Colección *Formación / Ingeniería*

© José Manuel Arroyo Andrade

© Editorial Universidad de Antioquia

ISBN: 978-958-501-178-6

ISBNe: 978-958-501-176-2

DOI: doi.org/10.17533/udea.978-958-501-176-2

Primera edición: febrero del 2024

Hecho en Colombia / Made in Colombia

Prohibida la reproducción total o parcial, por cualquier medio o con cualquier propósito, sin la autorización escrita de la Editorial Universidad de Antioquia

Editorial Universidad de Antioquia

(+57) 604 219 50 10

editorial@udea.edu.co

<http://editorial.udea.edu.co>

Apartado 1226. Medellín, Colombia

Imprenta Universidad de Antioquia

(+57) 604 219 53 30

imprensa@udea.edu.co

*A mi esposa, Etilvia Felicia,
a mis hijos, Érika Patricia, José David,
Karen Dayana y Saulo Isái,
y a mis nietos, Nataly y Martín*

Contenido

Presentación	xv
Capítulo 1	
Conceptos generales.....	1
Objetivos del capítulo.....	1
1.1 Definiciones de la mecánica	1
1.2 Breve reseña histórica	2
1.3 Concepto de partícula y cuerpo rígido	3
1.4 Leyes de Newton	4
1.5 Sistemas de unidades	4
1.6 Cálculos numéricos y cifras significativas	7
1.7 Procedimiento para la solución de problemas	8
Capítulo 2	
Equilibrio de la partícula.....	9
Objetivos del capítulo.....	9
2.1 Introducción	9
2.2 Generalidades sobre las fuerzas.....	10
2.3 Cantidades escalares y vectoriales	11
2.4 Operaciones entre escalares y vectores	11
2.5 Características de una fuerza.....	13
2.6 Ley del paralelogramo	14
2.7 Ley de los senos y de los cosenos.....	15
2.8 Suma de tres o más fuerzas en el plano	18

2.9 Componentes de una fuerza en el plano.....	19
2.10 Representación cartesiana de una fuerza en el plano.....	20
2.11 Suma de fuerzas por el método de adición de componentes	23
2.12 Equilibrio de una partícula en el plano.....	26
2.13 Sistema de coordenadas y vectores de posición	30
2.14 Representación cartesiana de una fuerza en el espacio.....	32
2.15 Fuerza definida por su magnitud y su dirección.....	35
2.16 Equilibrio de una partícula en el espacio.....	39
2.17 Problemas propuestos.....	44

Capítulo 3

Sistemas equivalentes de fuerzas	55
Objetivos del capítulo.....	55
3.1 Introducción	55
3.2 Producto vectorial de dos vectores	56
3.3 Propiedades del producto vectorial	57
3.4 Producto vectorial de los vectores unitarios	57
3.5 Representación cartesiana del producto vectorial	58
3.6 Interpretación geométrica del producto vectorial	59
3.7 Características del momento de una fuerza	61
3.8 Momento de una fuerza con respecto a un punto.....	63
3.9 Representación cartesiana del momento de una fuerza.....	64
3.10 Principio de transmisibilidad	68
3.11 Principio de los momentos o teorema de Varignon	70
3.12 Momento de una fuerza en el plano	71
3.13 Producto escalar de dos vectores.....	75
3.14 Propiedades del producto escalar	75
3.15 Producto escalar de los vectores unitarios.....	76
3.16 Producto escalar en forma de componentes	76
3.17 Aplicaciones del producto escalar	76
3.18 Momento de una fuerza con respecto a un eje dado.....	78
3.19 Momento de un par	82
3.20 Suma de pares	84

3.21 Sistemas equivalentes de fuerzas.....	86
3.22 Sistema fuerza-par equivalente.....	88
3.23 Sistema fuerza-par equivalente de varias fuerzas	92
3.24 Conversiones de sistemas equivalentes de fuerzas.....	98
3.25 Reducción de un sistema de fuerzas en el plano en una fuerza única equivalente.	98
3.26 Conversión de un sistema de fuerzas paralelas en una fuerza única equivalente...	101
3.27 Reducción de un sistema de fuerzas en el espacio en un torsor	106
3.28 Consideraciones acerca de los sistemas equivalentes de fuerzas	107
3.29 Problemas propuestos.....	107

Capítulo 4

Equilibrio de cuerpos rígidos.....	114
Objetivos del capítulo.....	114
4.1 Introducción	114
4.2 Equilibrio de un cuerpo rígido	115
4.3 Equilibrio bajo la acción de dos y de tres fuerzas.....	116
4.4 Diagrama de cuerpo libre	117
4.5 Indeterminación estática.....	130
4.6 Problemas propuestos.....	131

Capítulo 5

Análisis de armaduras	135
Objetivos del capítulo.....	135
5.1 Introducción	135
5.2 Fuerzas internas y externas	136
5.3 Barras a tensión o a compresión	136
5.4 Barras de fuerzas conocidas	137
5.5 Método de los nudos.....	140
5.6 Método de las secciones	143
5.7 Problemas propuestos.....	150

Capítulo 6

Centros de gravedad, centroides y fuerzas distribuidas.....	160
Objetivos del capítulo.....	160

6.1 Introducción	160
6.2 El peso como una fuerza equivalente.....	162
6.3 Punto de aplicación de la resultante de varias fuerzas paralelas	162
6.4 Centro de gravedad de un cuerpo.....	164
6.5 Centroides de un área.....	165
6.6 Ejes de simetría de un área	168
6.7 Centroides de áreas compuestas	169
6.8 Fuerzas distribuidas sobre vigas	175
6.9 Problemas propuestos.....	179

Capítulo 7

Momentos de inercia de áreas.....	184
Objetivos del capítulo.....	184
7.1 Introducción	184
7.2 Momentos de primer y segundo orden.....	186
7.3 Momentos de primer y segundo orden de un área rectangular	188
7.4 Momento polar de inercia.....	190
7.5 Teorema de los ejes paralelos	191
7.6 Momento de inercia de áreas compuestas	195
7.7 Problemas propuestos.....	202

Capítulo 8

Diagramas de fuerzas cortantes y de momentos flectores en vigas	207
Objetivos del capítulo.....	207
8.1 Introducción	207
8.2 Tipos de cargas y de apoyos en vigas	208
8.3 Fuerza cortante y momento flector	209
8.4 Convención de signos	209
8.5 Diagramas de fuerzas cortantes y de momentos flectores	210
8.6 Relaciones entre carga, fuerza cortante y momento flector	212
8.7 Funciones de singularidad y diagramas de fuerzas cortantes y de momentos flectores.....	214
8.8 Aplicación directa de las funciones de singularidad	223

8.9 Tipos de cargas distribuidas y funciones de singularidad.....	226
8.10 Soluciones de vigas con cargas distribuidas por funciones de singularidad.....	237
8.11 Problemas propuestos.....	249
Capítulo 9	
Fricción	253
Objetivos del capítulo.....	253
9.1 Introducción y antecedentes.....	253
9.2 Leyes de la fricción seca	254
9.3 Problemas propuestos.....	262
Respuestas a problemas seleccionados.....	267
Capítulo 2	267
Capítulo 3	268
Capítulo 4	269
Capítulo 5	270
Capítulo 6	272
Capítulo 7	273
Capítulo 8	274
Capítulo 9	281
Bibliografía.....	283
El autor	284

Presentación

El desarrollo del presente texto ha sido orientado, tanto en su intensidad como en su enfoque, de acuerdo con los temas contemplados regularmente en los respectivos planes curriculares de diversas universidades del país que ofrecen la asignatura Estática para los programas de Ingeniería.

El texto contiene nueve capítulos con problemas resueltos paso a paso, con énfasis en áreas que, por experiencia docente de más de veinte años en dicha asignatura, se ha observado que ofrecen más dificultades a los estudiantes al tomar el curso; en este sentido, se encuentra dirigido a ellos.

Al final de cada capítulo se proponen algunos problemas para resolver en clase con los estudiantes mediante talleres, sumado al hecho de que los temas son presentados como fundamentos no solo para solucionar, sino también para plantear situaciones que conduzcan a crear nuevos problemas, bien sea de representaciones de situaciones prácticas o de idealizaciones, que ayuden a profundizar en los conocimientos de la estática; son los elementos destinados a los docentes.

En el capítulo 1 se establecen las divisiones de la mecánica como ciencia física, de la cual forma parte la estática, se mencionan algunos hechos históricos, se analizan los conceptos de partícula y cuerpo rígido, así como las leyes de Newton, y se estudian los sistemas de unidades relacionados.

El objetivo principal del capítulo 2 consiste en analizar el equilibrio de una partícula, tanto en el plano como en el espacio, por aplicación de la primera ley de Newton, para lo cual es importante definir las cantidades escalares y vectoriales, así como las características de las fuerzas, descomponer estas fuerzas y sumarlas de forma gráfica y analítica, para hallar una resultante.

Las herramientas del álgebra vectorial, como el producto vectorial y el producto escalar, se presentan en el capítulo 3, como bases para los temas de momentos de una fuerza con respecto a un punto y con respecto a un eje, importantes para abordar el análisis de

las condiciones en que un sistema de fuerzas puede ser reemplazado por una sola fuerza o por un sistema equivalente, más simplificado, contemplado también al final.

En el capítulo 4 se estudian las condiciones para el equilibrio de un cuerpo rígido en el plano, los tipos de apoyos y conexiones y la forma de ser reemplazados por fuerzas equivalentes, con el fin de elaborar el correspondiente diagrama de cuerpo libre, necesario para el análisis de equilibrio.

De forma sencilla y fácil de entender, en el capítulo 5 son presentados el método de los nudos y el de las secciones para calcular en las armaduras las fuerzas soportadas por las barras y determinar, además, si se encuentran sometidas a tensión o a compresión.

El cálculo de centroides de áreas compuestas, asociadas con las cargas distribuidas en vigas y la forma de ser sustituidas por fuerzas equivalentes, con el fin de ser aplicables en la determinación de las reacciones en los apoyos, constituye uno de los objetivos principales del capítulo 6.

Con base en los fundamentos matemáticos utilizados para calcular los centroides de áreas, tomados como momentos de primer orden, son tratados los momentos de inercia de áreas, considerados de segundo orden, en el capítulo 7, en tanto propiedades geométricas de la sección transversal de un elemento estructural o de máquina, para relacionarlos con los registrados en tablas de perfiles.

El análisis de fuerzas cortantes y momentos flectores en vigas, con diferentes tipos de cargas —puntuales, distribuidas uniformes, lineales crecientes o decrecientes—, los diagramas y ecuaciones relacionadas, como bases para los temas de resistencia de materiales, como el cálculo de esfuerzos máximos, pendientes y deflexiones en vigas, conforme a la ley de Hooke, son contemplados en el capítulo 8.

Para concluir con la temática relacionada, se contempla en el capítulo 9 lo referente al equilibrio de cuerpos, desde el punto de vista de la estática, en donde intervienen fuerzas de fricción.

Objetivos del capítulo

- Establecer las definiciones generales de la mecánica y sus divisiones.
- Mencionar elementos históricos de la mecánica.
- Analizar los conceptos de partícula y cuerpo rígido y las leyes de Newton.
- Definir los sistemas de unidades usados frecuentemente en mecánica.
- Dar recomendaciones generales para la solución de problemas y la presentación de resultados en forma de cifras significativas.

1.1 Definiciones de la mecánica

La *física* es la ciencia que da explicación de todos los fenómenos que suceden a nuestro alrededor, así como en el universo en general. Es por tanto una ciencia muy amplia, tanto teórica como experimental, que estudia las propiedades del espacio, el tiempo, la materia y la energía, así como las interacciones entre estos.

La *mecánica* se define como la ciencia física que estudia el estado de reposo o de movimiento de los cuerpos sometidos a fuerzas. Las leyes de la mecánica, como teorías científicas, interpretan fenómenos físicos que se observan experimentalmente y rigen el comportamiento, en general, de gases, de líquidos y de cuerpos sólidos. Sus principios encuentran aplicación en astronomía para explicar el movimiento de los cuerpos celestes, en física para interpretar los fenómenos relacionados con la velocidad y la aceleración y en ingeniería para el estudio de las máquinas y las estructuras. La mecánica se divide en mecánica cuántica, mecánica relativista y mecánica clásica.

La *mecánica cuántica* estudia el movimiento de las partículas elementales o cuantos, los cuales no se pueden describir con las mismas teorías aplicables a los cuerpos macroscópicos contemplados usualmente por la mecánica en general. La *mecánica relativista*, por su parte, analiza el comportamiento de los cuerpos con velocidades cercanas a la de la luz. Y la denominada *mecánica clásica* se encarga del estudio de los cuerpos que se desplazan a velocidades bajas comparadas con la de la luz.

Para su simplificación, el estudio de la mecánica clásica, o simplemente mecánica, se divide a su vez en tres ramas: mecánica de los cuerpos rígidos, mecánica de los cuerpos deformables y mecánica de los fluidos.

La *mecánica de los cuerpos rígidos* analiza la interacción entre los cuerpos y las fuerzas aplicadas, considerando que dichos cuerpos no sufren alteración en su forma al ser sometidos a la acción de las mencionadas fuerzas. Es por lo que, en sentido generalizado, la mecánica de los cuerpos rígidos solo considera las fuerzas externas al cuerpo, sin tener en cuenta las fuerzas internas o resistentes que se generan. La mecánica de los cuerpos rígidos se subdivide a su vez en *estática*, la cual estudia las condiciones en que un cuerpo se mantiene en estado de reposo, y en *dinámica*, la cual analiza las situaciones de movimiento de los cuerpos sometidos a fuerzas.

En el estudio de la *mecánica de los cuerpos deformables* se tienen en cuenta tanto las distribuciones de las fuerzas internas resistentes ocasionadas por la aplicación de las fuerzas externas como las deformaciones que se produzcan en el material. La mecánica de los cuerpos deformables también se denomina mecánica de materiales o resistencia de materiales.

Finalmente, la *mecánica de los fluidos* es la rama de la mecánica que se ocupa de los líquidos y gases en reposo o en movimiento.

1.2 Breve reseña histórica

Aunque no se conocen con exactitud los inicios de la mecánica como disciplina, su historia está ligada a la necesidad del hombre del uso de herramientas cada vez más elaboradas.

A Arquímedes de Siracusa (287-212 a. C.) se le atribuye el ser el creador de la mecánica, al establecer las leyes de la palanca y al desarrollar sistemas de poleas o polipastos utilizando su ventaja mecánica para levantar grandes pesos con fuerzas relativamente pequeñas. Se dice, además, que Arquímedes inventó la catapulta y un sistema de espejos para concentrar los rayos solares, los cuales utilizó como maquinaria de guerra. También dio lugar a la hidrostática mediante el denominado principio de Arquímedes, al establecer la relación entre el empuje experimentado por un cuerpo sumergido en un líquido y el volumen desalojado.

Leonardo da Vinci (1452-1519) tomó el trabajo de Arquímedes sobre las palancas para adicionarle el concepto de *momento* y utilizarlo en el equilibrio de cuerpos rígidos.

Simón Stevin (1548-1620) representó la fuerza como un vector y mostró cómo sumar dos fuerzas mediante la construcción de un paralelogramo, tomando su diagonal como la resultante, lo cual se denomina ley del paralelogramo, para la suma de dos fuerzas. Stevin ideó también el método del trabajo virtual para el análisis del equilibrio de cuerpos rígidos.

Galileo Galilei (1564-1642) contribuyó al desarrollo de la dinámica con el descubrimiento de la ley del péndulo y los estudios sobre la caída de los cuerpos. Se ingenió la forma de medir el tiempo mediante su propio pulso debido a la falta de relojes en su época.

Christian Huygens (1629-1695) continuó los trabajos de Galileo con péndulos y en 1656 patentó el primer reloj de péndulo, que permitió medir el tiempo con más precisión, lo cual era necesario para poder avanzar en el estudio de la dinámica. Dedujo también la ley de la fuerza centrífuga en un movimiento circular uniforme.

Isaac Newton (1642-1727), mediante el enunciado de las denominadas leyes del movimiento y ley de la gravitación universal, dio impulso a la mecánica clásica y a lo que se conoce como mecánica newtoniana.

Albert Einstein (1879-1955), mediante sus teorías de relatividad especial (1905) y de relatividad general (1912), crea la mecánica relativista, en la que, a diferencia de la mencionada mecánica newtoniana, los conceptos de espacio, tiempo y masa no son independientes y absolutos, sino relativos y dependientes de la velocidad. Esas nuevas concepciones logran dar predicciones más precisas de los movimientos de cuerpos cercanos a la velocidad de la luz, no obtenidas antes mediante la mecánica newtoniana.

Max Planck (1858-1947), físico alemán considerado como el fundador de la mecánica cuántica, recibió por sus teorías el Premio Nobel de Física en 1918. El campo de estudio de la mecánica cuántica está relacionado con partículas elementales en sistemas con espacios de dimensiones a escala atómica.

1.3 Concepto de partícula y cuerpo rígido

En mecánica el término *partícula* se utiliza para referirse o bien a un punto donde actúan una o varias fuerzas, o bien a un cuerpo rígido modelado como una masa puntual cuando las fuerzas aplicadas solo intentan producir acciones de traslación. Tal puede ser el caso de un sistema de fuerzas concurrentes en un punto de un cuerpo rígido con solo posibilidades de traslación, para lo cual se simplifica su análisis si se representa al cuerpo como una partícula o punto donde se concentran las fuerzas.

Un cuerpo rígido se considera formado por muchas partículas separadas entre sí por distancias constantes, aun bajo la acción de fuerzas. Si se aplican fuerzas en más de una partícula de un cuerpo rígido, estas tienden a producir efectos tanto de traslación como de rotación, debidos a los respectivos momentos, causados por la separación existente entre las líneas de acción de las fuerzas.

1.4 Leyes de Newton

El estudio de la mecánica está fundamentado principalmente en las denominadas leyes de Newton o leyes del movimiento de Newton, compuestas por tres leyes, además de la ley de la gravitación, y enunciadas así:

1. *Primera ley de Newton*: si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual a cero, la partícula permanecerá en reposo si inicialmente estaba en reposo o se moverá con rapidez constante si inicialmente estaba en movimiento.
2. *Segunda ley de Newton*: si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula es diferente de cero, la partícula se moverá con una aceleración proporcional a la magnitud de la resultante y en la dirección de esta. Si se designa por \vec{F} la fuerza, m la masa y \vec{a} la aceleración, la segunda ley de Newton se expresa en forma de ecuación así: $\vec{F} = m\vec{a}$.
3. *Tercera ley de Newton o principio de acción y reacción*: contempla el fenómeno de interacción entre dos cuerpos en contacto, al declarar la presencia de dos fuerzas denominadas de acción y de reacción, las cuales tienen la misma magnitud y la misma línea de acción, aunque sentidos contrarios.
4. *Ley de la gravitación de Newton*: establece que la atracción mutua entre dos partículas de masas m_1 y m_2 , separadas una distancia d , está dada por una fuerza F , la cual es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, o sea que:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

F = fuerza de atracción entre las dos partículas.

m_1 y m_2 = masas de las partículas.

d = distancia que las separa.

G = constante de gravitación.

1.5 Sistemas de unidades

Los sistemas de unidades utilizados en mecánica cuentan con elementos para medir las cuatro cantidades básicas: la longitud, la masa, el tiempo y la fuerza, las cuales no son independientes, sino que están relacionadas entre sí mediante la segunda ley del movimiento de Newton, expresada por la ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$.

El sistema de unidades utilizado en la mayoría de los países del mundo ha sido el Sistema Métrico Decimal, aunque desde 1960 su nombre oficial es Sistema Internacional de Unidades (SI). Los países de habla inglesa que todavía no han adoptado el sistema SI, entre los cuales se encuentra Estados Unidos, utilizan el denominado sistema FPS (*foot-pound-second system*).

1.5.1 Sistema Internacional de Unidades

En el sistema SI, la longitud se mide en metros (m), el tiempo en segundos (s) y la masa en kilogramos (kg). La unidad de fuerza se denomina Newton (N) y es una unidad derivada teniendo en cuenta la ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$ y se define como la fuerza requerida para dar a una masa de 1 kg una aceleración de 1 m/s^2 , o sea:

$$1 \text{ N} = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}^2) = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$$

El peso W de un cuerpo de masa de 1 kg o la fuerza de la gravedad con aceleración g que actúa sobre él, expresado en N, está dado así:

$$W = mg = (1 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 9.81 \text{ N}$$

Los múltiplos y submúltiplos en el sistema SI más usados se pueden determinar al aplicar los prefijos dados en la tabla 1.1, por ejemplo:

$$1 \text{ kilómetro (km)} = 10^3 \text{ m} = 1\,000 \text{ m}$$

$$1 \text{ kilonewton (kN)} = 10^3 \text{ N} = 1\,000 \text{ N}$$

$$1 \text{ milímetro (mm)} = 10^{-3} \text{ m} = 0.001 \text{ m}$$

Tabla 1.1 Múltiplos y submúltiplos del Sistema Internacional de Unidades (SI)

Factor	Forma exponencial	Prefijo	Símbolo
1 000 000 000	10^9	giga	G
1 000 000	10^6	mega	M
1 000	10^3	kilo	k
0.001	10^{-3}	mili	m
0.000001	10^{-6}	micro	μ
0.000000001	10^{-9}	nano	n

1.5.2 Sistema de uso común en los Estados Unidos

En el sistema de uso común en los Estados Unidos (el sistema FPS), la longitud se mide en pies (ft), el tiempo en segundos (s) y la fuerza en libras (lb). La unidad de

masa, denominada slug, es una unidad derivada con base en la ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$ y está definida como la cantidad de materia acelerada 1 ft/s^2 cuando se somete a una fuerza de 1 lb , así:

$$1 \text{ slug} = \frac{1 \text{ lb}}{1 \text{ ft/s}^2}$$

Como múltiplos y submúltiplos en el sistema FPS de empleo frecuente se pueden mencionar los siguientes:

$$\begin{aligned} 1 \text{ milla (mi)} &= 5\,280 \text{ pies (ft)} \\ 1 \text{ kilolibra (kip)} &= 1\,000 \text{ libras (lb)} \\ 1 \text{ pulgada (in)} &= 1/12 \text{ pies (ft)} \\ 1 \text{ tonelada (tn)} &= 2\,000 \text{ libras (lb)} \end{aligned}$$

1.5.3 Conversión de unidades

Con el fin de convertir unidades de un sistema a otro, es necesario tener en cuenta las anotaciones presentadas a continuación. Por definición, la unidad de longitud en el sistema FPS está expresada así:

$$1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$$

De la anterior se deriva:

$$1 \text{ in} = 1/12 \text{ ft} = 1/12 (0.3048 \text{ m}) = 0.0254 \text{ m}$$

O sea que:

$$\begin{aligned} 1 \text{ in} &= 25.4 \text{ mm} \\ 1 \text{ mi} &= 5\,280 \text{ ft} = (5\,280)(0.3048 \text{ m}) = 1\,609 \text{ m} \\ 1 \text{ mi} &= 1.609 \text{ km} \end{aligned}$$

En cuanto a la definición de unidad de masa, en el sistema FPS se tiene:

$$1 \text{ lb masa} = 0.4536 \text{ kg}$$

La unidad de fuerza se define como el peso de una libra de masa 0.4536 kg a la aceleración de la gravedad de 9.807 m/s^2 , o sea:

$$1 \text{ lb} = (0.4536 \text{ kg})(9.807 \text{ m/s}^2) = 4.448 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

Por lo tanto:

$$1 \text{ lb} = 4.448 \text{ N}$$

1.6 Cálculos numéricos y cifras significativas

Los resultados de cálculos numéricos se expresan mediante el número de cifras significativas adecuadas, al tener en cuenta que los valores relacionados con cualquier tipo de medición pueden involucrar errores, que dependen del grado de exactitud del instrumento de medición. Si se compara, por ejemplo, la medida tomada con una regla común con valores mínimos de 1 mm o con un micrómetro cuya precisión puede ser de ± 0.01 mm, la medida tomada con el micrómetro es más exacta, o sea, tiene menos error.

La exactitud de un valor medido se expresa al escribir el número además del símbolo \pm , seguido de un segundo número que indica el error o incertidumbre. Afirmar que el diámetro de una pieza cilíndrica es 18.24 ± 0.02 mm quiere decir que el valor real se puede encontrar entre 18.22 mm como límite inferior y 18.26 mm como cota superior.

Las cifras significativas cumplen con el objetivo de dar información certera proveniente de medidas al indicar el error o las incertidumbres asociadas. Estas comprenden los dígitos significativos que se encuentran hacia la derecha, a partir del primer dígito no nulo; por ejemplo, los números 4.30 y 0.0430 cuentan cada uno con tres cifras significativas.

En ingeniería el redondeo de números es válido para ajustar los resultados a un determinado número de cifras significativas, que, conforme a la experiencia, se ha convenido en expresarlos solo con tres cifras significativas. Por lo tanto, las respuestas en este texto serán dadas, en lo posible, con base en dicha regla, de modo que es conveniente también, al realizar los cálculos en computador o calculadoras de bolsillo, que el número de cifras significativas del resultado final de la respuesta se limite a tres.

Como reglas de redondeo se pueden adoptar las dos siguientes:

1. Si el dígito no significativo que sigue al último dígito significativo es mayor o menor que 5, se redondea el último dígito significativo hacia arriba o hacia abajo, respectivamente, así: 4.372 a 4.37 y 4.376 a 4.38.
2. Si el dígito no significativo que sigue al último dígito significativo es igual a 5, entonces el último dígito significativo se redondea siempre hacia un número par. Así se consigue que en promedio la mitad de estos redondeos sea hacia arriba y la otra mitad hacia abajo. Por ejemplo: 4.375 a 4.38 y 4.365 a 4.36.

1.7 Procedimiento para la solución de problemas

El punto de partida para la solución de problemas constituye el entendimiento de los principios básicos de la mecánica y las leyes que de ellos se desprenden. Tanto la destreza en la solución de problemas como el aprendizaje de dichos principios solo se adquieren al ejercitarse, para lo cual resulta recomendable primero realizar una revisión cuidadosa de los ejemplos resueltos y después resolver el mayor número posible de los problemas propuestos.

Es necesario tener presente que para abordar un problema se debe partir de una situación física real de este, la cual debe representarse en una hoja de trabajo como un diseño sencillo a mano alzada. Es importante proceder de manera ordenada y limpia para evitar confusiones y, en la medida de lo posible, organizar los datos en tablas.

Posteriormente, se dibujarán uno o varios diagramas de cuerpo libre, con el fin de aislar cada uno de los elementos e identificar las fuerzas externas que actúan sobre cada uno de ellos. La geometría del problema es importante, por lo que de las relaciones trigonométricas se desprende la solución matemática.

Objetivos del capítulo

- Estudiar el equilibrio de un sistema de fuerzas concurrentes en un punto o sobre una partícula.
- Analizar los conceptos de fuerzas, clases de fuerzas, formas de representación y unidades.
- Determinar la resultante de dos o más fuerzas mediante la ley del paralelogramo y la regla del polígono.
- Descomponer las fuerzas en componentes rectangulares y sumarlas mediante el método de adición de componentes.
- Aplicar la primera ley de Newton para el equilibrio de una partícula en el plano y en el espacio.

2.1 Introducción

El objetivo básico del presente capítulo constituye el análisis de equilibrio de un sistema de fuerzas concurrentes en un punto o sobre una partícula.

Según se ha afirmado previamente, en mecánica el término *partícula* se utiliza para referirse o bien a un punto donde actúan una o varias fuerzas, o bien a un cuerpo rígido modelado como una masa puntual cuando las fuerzas aplicadas solo intentan producir acciones de traslación.

Muchas de las situaciones de equilibrio en ingeniería están relacionadas con la interacción de elementos que implican fuerzas cuyas líneas de acción se cortan en un punto,

denominadas *fuerzas concurrentes*, para las cuales realizar la sumatoria e igualarlas a cero es suficiente para su análisis estático, al aplicar la primera ley de Newton.

No ocurre lo mismo cuando se trata de fuerzas que actúan en dos o más puntos, o partículas, diferentes de un cuerpo rígido, las cuales no se consideran concurrentes, por lo que requieren, además del mencionado análisis estático de fuerzas, obtener la sumatoria de los respectivos momentos e igualarlos a cero, para cumplir con la primera ley de Newton.

Las consideraciones básicas tenidas en cuenta en las dos situaciones anteriores determinan la división entre el tratamiento dado al equilibrio de la partícula, en el primer caso, el cual será desarrollado en este capítulo, y el dado al equilibrio de cuerpos rígidos, en el segundo, que se estudiará en un capítulo posterior.

2.2 Generalidades sobre las fuerzas

Una *fuerza* se puede definir como el efecto producido al actuar un cuerpo sobre otro. Las fuerzas que ejercen entre sí los cuerpos en la naturaleza responden a las cuatro siguientes interacciones básicas:

- *Interacción gravitatoria*: la ejercida por los cuerpos entre sí como consecuencia de poseer masa. El peso de un cuerpo es el resultado de la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra.
- *Interacción electromagnética*: se manifiesta de dos formas: entre partículas con cargas eléctricas en reposo, o electrostáticas, y entre partículas con cargas eléctricas en movimiento, o magnéticas.
- *Interacción nuclear fuerte*: la que mantiene a los protones y los neutrones juntos en el núcleo del átomo.
- *Interacción nuclear débil*: la que se da entre partículas de menor tamaño relativo, como los electrones y los positrones.

Las clases de fuerzas que son objeto de estudio en la mecánica clásica son, por un lado, las relacionadas con las de interacción gravitatoria, como el peso de los cuerpos, cuyas acciones se manifiestan a distancia, y, por otro, las fuerzas de contacto, como las de empuje entre sólidos, líquidos y gases, las de fricción y las elásticas, las cuales actúan en las cercanías entre los cuerpos, y que son consideradas dentro de la clasificación de las de interacción electromagnética.

Las fuerzas entre los cuerpos producen dos efectos que son estudiados en mecánica: uno externo, que se manifiesta en el cambio del estado de reposo o de movimiento del cuerpo sobre el cual actúan, y otro interno, que tiende a deformarlo. Como se ha expresado, el análisis del primer efecto es contemplado en la mecánica de los cuerpos rígidos, mientras que el segundo se estudia en la mecánica de los cuerpos deformables.

2.3 Cantidades escalares y vectoriales

A las cantidades físicas como el tiempo, la masa, el volumen, la temperatura y la energía, que pueden expresarse completamente, en forma matemática, mediante un número o escalar, se les denomina *cantidades escalares*. Estas se caracterizan porque obedecen las reglas de la adición del álgebra ordinaria. O sea que resulta válido sumar, por ejemplo, un tiempo de 10 segundos más un tiempo de 5 segundos, para obtener un tiempo total de 15 segundos.

En cambio, las expresiones como la velocidad, la aceleración, la cantidad de movimiento y la fuerza, las cuales para ser definidas plenamente requieren de una magnitud y una dirección, o de más de un escalar, se conocen con el nombre de *cantidades vectoriales*, las cuales están sujetas a reglas especiales para la adición, tales como la denominada ley del paralelogramo, la cual será estudiada más adelante.

Debido a que resulta erróneo confundir cantidades escalares con vectoriales, porque no responden a las mismas reglas de operación, es necesario recurrir a algún tipo especial de escritura con el fin de diferenciarlas. Una forma común, la cual usaremos en este texto, consiste en indicar una cantidad vectorial mediante una letra mayúscula cursiva en negrita con una punta de flecha encima, como \vec{V} , mientras que para expresar una cantidad escalar se hará simplemente mediante una letra mayúscula cursiva, como V .

2.4 Operaciones entre escalares y vectores

Definiciones. Los siguientes términos son necesarios para establecer operaciones entre escalares y vectores:

- Se define el vector \vec{V} de magnitud V , al cual se le indica su sentido mediante una punta de flecha y su dirección con el ángulo α , que forma con un eje de referencia, como se muestra en la figura 2.1(a).
- Dos vectores \vec{V} son iguales si tienen la misma magnitud, la misma dirección y el mismo sentido, según se ilustra en la figura 2.1(b).
- El vector negativo $-\vec{V}$ de un vector \vec{V} se define como aquel que tiene la misma magnitud, la misma dirección y un sentido contrario a \vec{V} , lo cual se aprecia en la figura 2.1(c).

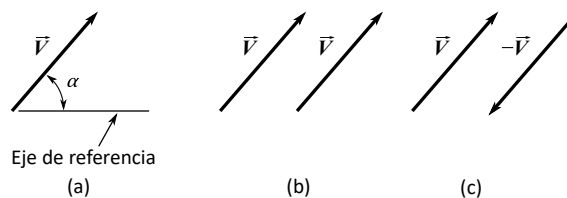


Figura 2.1

Producto de un escalar por un vector. La suma de dos vectores iguales $\vec{V} + \vec{V}$ corresponde al vector $2\vec{V}$, de magnitud $2V$, cuya dirección y sentido son los mismos del vector \vec{V} , como lo muestra la figura 2.2(a); asimismo, la adición de $\vec{V} + \vec{V} + \vec{V}$ es equivalente al vector $3\vec{V}$, de magnitud $3V$, con dirección y sentido iguales a los del vector \vec{V} , como se indica en la figura 2.2(b).

En forma general, la suma de k vectores iguales \vec{V} se representa por el producto $k\vec{V}$, como un vector de magnitud kV con la misma dirección y sentido de \vec{V} , como se aprecia en la figura 2.2(c).

Debido a que el escalar k puede ser positivo o negativo, se puede afirmar que el producto $k\vec{V}$ resulta ser un vector de magnitud kV con la misma dirección y sentido de \vec{V} , si k es positivo, o de la misma dirección y sentido contrario a \vec{V} , si k es negativo, como se muestra en la figura 2.2(d).

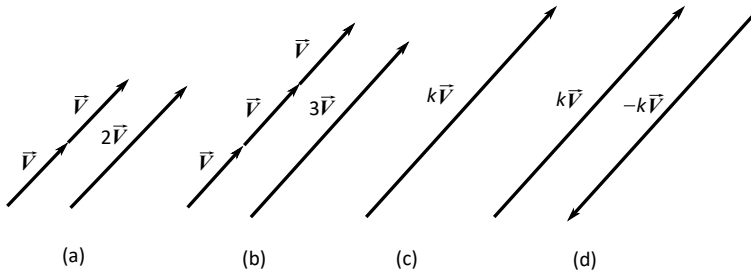


Figura 2.2

División de un vector entre un escalar. La división de un vector \vec{V} entre un escalar k es equivalente al producto de \vec{V} por el inverso de k , o sea $\vec{V}/k = (1/k)\vec{V}$, por lo tanto, se cumplen las mismas reglas en cuanto a dirección y sentido dadas anteriormente para el producto $k\vec{V}$.

La relación entre el vector \vec{V} y su magnitud, cuando se divide por un escalar k , se aprecia en la figura 2.3. Al comparar \vec{V} , si $k = 1$, su magnitud es igual, como se muestra en la figura 2.3(a); si $k > 1$, su magnitud disminuye, como se ilustra en la figura 2.3(b); y si $k < 1$, la magnitud de \vec{V} aumenta, como se observa en la figura 2.3(c).

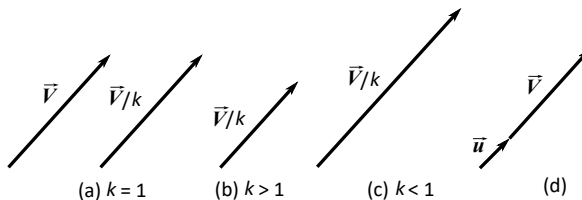


Figura 2.3

Vector unitario. El cociente de dividir un vector \vec{V} entre su magnitud V da como resultado lo que se denomina *vector unitario*, mostrado en la figura 2.3(d), el cual se designa por \vec{u} y se expresa así:

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{V} \quad (2.1)$$

El vector unitario \vec{u} tiene la misma dirección de \vec{V} y su magnitud es $V/V = 1$, por lo tanto, es adimensional; entonces, el vector \vec{V} se puede expresar en términos de su vector unitario \vec{u} , así:

$$\vec{V} = \vec{u}V \quad (2.2)$$

La expresión 2.2 es útil cuando se desea definir un vector y se cuenta con su magnitud y su dirección, dadas como un vector unitario, como se verá más adelante (en la sección 2.15).

2.5 Características de una fuerza

Una fuerza se representa mediante una cantidad vectorial, por tanto, se caracteriza por poseer: punto de aplicación, magnitud, dirección y sentido.

Punto de aplicación. Una fuerza \vec{F} que actúa sobre una partícula A , como se muestra en la figura 2.4(a), se dice que tiene su punto de aplicación en dicha partícula.

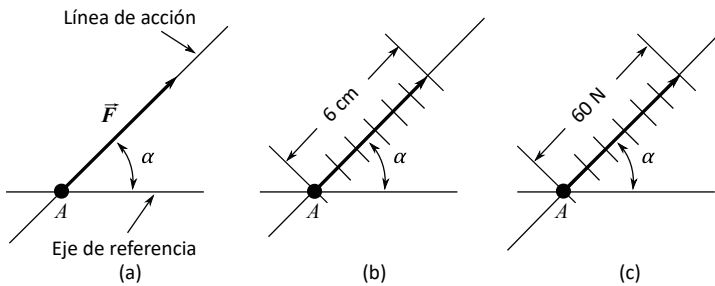


Figura 2.4

Magnitud. La magnitud de una fuerza es la medida de su mayor o menor capacidad de acción y está expresada en forma de una cantidad escalar. Sus unidades están dadas básicamente como: newton (N), en el sistema SI, y libra (lb), en el sistema FPS.

Dirección. La dirección de una fuerza está determinada por el ángulo α formado por su línea de acción, con un cierto eje de referencia, como se indica en la figura 2.4(a), siendo su línea de acción una línea infinita a lo largo de la cual actúa la fuerza.

Sentido. Una fuerza se representa en forma gráfica mediante un segmento de recta, con una punta de flecha en uno de los extremos para indicar el sentido. En la figura 2.4(a) el sentido de la fuerza es hacia arriba y a la derecha.

Si se utiliza una escala apropiada, la magnitud de una fuerza puede ser expresada mediante la longitud de dicho segmento. Por ejemplo, si se define una escala de 1 cm correspondiente a 10 N y se desea dibujar una fuerza de 60 N, el segmento de recta que lo represente será de 6 cm, lo cual se aprecia en las figuras 2.4(b) y 2.4(c).

2.6 Ley del paralelogramo

La ley del paralelogramo establece que dos fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_2 que actúan sobre una partícula A se pueden reemplazar por una sola fuerza \vec{R} , denominada resultante, la cual produce el mismo efecto que dichas fuerzas en su conjunto si se construye con \vec{F}_1 y \vec{F}_2 un paralelogramo, siendo \vec{R} su diagonal, como se ilustra en la figura 2.5(b). Lo anterior se expresa así:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

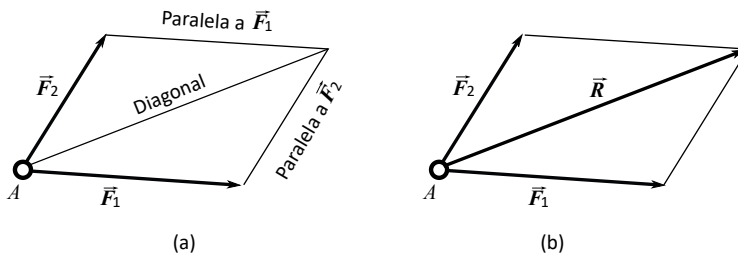


Figura 2.5

Para aplicar la ley del paralelogramo, se dibujan las dos fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_2 a escala, colocándolas a partir de un mismo punto A , se trazan después líneas paralelas a \vec{F}_1 y \vec{F}_2 para formar un paralelogramo, y por último se dibuja a \vec{R} al hacerla coincidir con la diagonal, como se indica en las figuras 2.5(a) y 2.5(b).

Una consecuencia de la ley del paralelogramo es la denominada *regla del triángulo*, que consiste en obtener la resultante \vec{R} , de dos fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_2 , al dibujar las dos fuerzas, también a escala, una a continuación de la otra, como se indica en las figuras 2.6(a) y 2.6(b), y unir después el inicio de la primera con el extremo de la segunda mediante un vector suma de \vec{F}_1 y \vec{F}_2 , o resultante \vec{R} , para formar un triángulo con las tres fuerzas.

Nótese que el resultado obtenido es el mismo, si el triángulo se construye de dos formas: colocando \vec{F}_2 a continuación de \vec{F}_1 , como lo muestra la figura 2.6(a), o viceversa,