

Klassische Texte der Wissenschaft

Michael Eckert *Hrsg.*

Ludwig Prandtl und die moderne Strömungs- forschung



Springer Spektrum

Klassische Texte der Wissenschaft

Reihe herausgegeben von

Jürgen Jost, Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften, Leipzig,
Deutschland

Armin Stock, Zentrum für Geschichte der Psychologie, University of Würzburg,
Würzburg, Deutschland

Begründet von

Olaf Breidbach, Institut für Geschichte der Medizin, Universität Jena, Jena, Deutschland

Jürgen Jost, Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften, Leipzig,
Deutschland

Die Reihe bietet zentrale Publikationen der Wissenschaftsentwicklung der Mathematik, Naturwissenschaften, Psychologie und Medizin in sorgfältig edierten, detailliert kommentierten und kompetent interpretierten Neuausgaben. In informativer und leicht lesbarer Form erschließen die von renommierten WissenschaftlerInnen stammenden Kommentare den historischen und wissenschaftlichen Hintergrund der Werke und schaffen so eine verlässliche Grundlage für Seminare an Universitäten, Fachhochschulen und Schulen wie auch zu einer ersten Orientierung für am Thema Interessierte.

Michael Eckert
(Hrsg.)

Ludwig Prandtl und die moderne Strömungsforschung

Ausgewählte Texte zum
Grenzschichtkonzept und
zur Turbulenztheorie

Hrsg.
Michael Eckert
Forschungsinstitut
Deutsches Museum
München, Deutschland

ISSN 2522-865X ISSN 2522-8668 (electronic)
Klassische Texte der Wissenschaft
ISBN 978-3-662-67461-1 ISBN 978-3-662-67462-8 (eBook)
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-67462-8>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an Springer-Verlag GmbH, DE, ein Teil von Springer Nature 2023

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Nikoo Azarm

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

*Die Gleichungen kommen erst später daran,
wenn ich die Sache glaube verstanden zu haben;
sie dienen einerseits dazu, quantitative Aussagen
zu gewinnen, die natürlich durch Anschauung
allein nicht zu erreichen sind; andererseits sind
die Gleichungen ein gutes Mittel, um für meine
Schlüsse Beweise beizubringen, die auch andere
Leute anzuerkennen geneigt sind.*

*[Ludwig Prandtl: Mein Weg zu
Hydrodynamischen Theorien (1948)]*

Vorwort

Ludwig Prandtl hat wie kein anderer dazu beigetragen, an der Schwelle zum 20. Jahrhundert die Kluft zwischen Theorie und Praxis in der Strömungsmechanik zu überbrücken. Seine Bedeutung kommt in einer Reihe von hydro- und aerodynamischen Theorien, Phänomenen und Bezeichnungen zum Ausdruck: Prandtl-Zahl, Grenzschichttheorie, Tragflügeltheorie, Mischungswegansatz – um nur einige zu nennen, die mit Prandtls Namen verbunden sind. Sein *Führer durch die Strömungslehre* zählte nach dem Zweiten Weltkrieg zu den wichtigsten Lehrbüchern dieses Fachs. Es wurde in mehrere Sprachen übersetzt und erlebte auch nach seinem Tod noch Neuauflagen, die dem aktuellen Wissenstand angepasst wurden und damit die Tradition der Prandtl'schen „Schule“ bis ins 21. Jahrhundert fortsetzen (Oertel jr. 2012). Prandtls wissenschaftliches Gesamtwerk wurde durch die Herausgabe seiner gesammelten Abhandlungen der Nachwelt zugänglich gemacht (LPGA). Sein wissenschaftlicher Nachlass im Göttinger Archiv des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) und im Berliner Archiv zur Geschichte der Max-Planck-Gesellschaft (AMPG) enthält über Prandtls Publikationen hinaus einen reichhaltigen Fundus für eine weitergehende wissenschafts- und technikhistorische Erforschung. Er bot auch die Grundlage für eine wissenschaftliche Biografie (Eckert 2017).

In diesem Buch werden aus der Fülle der Prandtl'schen Abhandlungen fünf Arbeiten zur Grenzschicht- und Turbulenztheorie ausgewählt, die auch mit Blick auf die moderne Forschung als Marksteine angesehen werden dürfen. Sie umspannen den Zeitraum vom Beginn des 20. Jahrhunderts bis zum Ende des Zweiten Weltkriegs. Mit Ausnahme der ersten Abhandlung, in der Prandtl die Ablösung einer laminaren Strömung in den Blick nahm, lassen die folgenden Arbeiten sein jahrzehntelanges Ringen um ein Verständnis des Phänomens turbulenter Strömungen erkennen. Mit Prandtl als einem ihrer wichtigsten Vertreter nahm die Turbulenzforschung in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts Fahrt auf und reifte zu einer eigenen Wissenschaftsdisziplin heran. Eine breitere Darstellung dieser Entwicklung wird an anderer Stelle geboten (Bodenschatz und Eckert 2011; Eckert 2022); hier soll mit einer historischen Annäherung im ersten Teil vor allem das Verständnis der im zweiten Teil abgedruckten Abhandlungen erleichtert werden.

Ich danke allen, die mir auf dem Weg durch die Geschichte der Grenzschicht- und Turbulenzforschung einschlägiges Archivmaterial und relevante Fachliteratur zugänglich gemacht und mir geholfen haben, mit diesem schwierigen Gegenstand vertraut zu werden. Mein ganz besonderer Dank gilt der Deutschen Forschungsgemeinschaft und dem Forschungsinstitut des Deutschen Museums. Ohne dieses institutionelle Umfeld wäre die wissenschaftshistorische Beschäftigung mit den hier dargestellten Themen nicht möglich gewesen.

München
Februar 2023

Michael Eckert

Inhaltsverzeichnis

Teil I Historische Annäherung

1 Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung (S. 64)	3
Michael Eckert	
1.1 Frühe Grenzschichtkonzepte	3
1.2 Prandtls Heidelbergvortrag	6
1.3 Die ersten Anwendungen der Grenzschichttheorie	9
2 Der Luftwiderstand von Kugeln (S. 74)	15
Michael Eckert	
2.1 Luftwiderstandsmessungen im Windkanal	15
2.2 Eiffels „Lapsus“	17
2.3 Ein Turbulenzeffekt	19
2.4 Der Stolperdrahtversuch	22
2.5 Der Luftwiderstand von Streben	23
3 Über die ausgebildete Turbulenz (S. 84)	29
Michael Eckert	
3.1 Das Turbulenzproblem.	29
3.2 Das $1/7$ -Gesetz.	31
3.3 „Freie Turbulenz“ bei Strahlen und im „Totwasser“	33
3.4 Der Mischungsweg-Ansatz	34
4 Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung (S. 102)	39
Michael Eckert	
4.1 Die Tollmien-Schlichting-Instabilität	39
4.2 Die Rivalität zwischen Prandtl und Kármán	43
4.3 Grundbegriffe der ausgebildeten Turbulenz.	48
4.4 Das Reibungsgesetz für die turbulente Rohrströmung	49

5	Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz (S. 129)	51
	Michael Eckert	
5.1	Windkanalturbulenz und statistische Turbulenztheorie	51
5.2	Turbulenzmessungen im „Rauhigkeitskanal“	53
5.3	Ausbreitungstheorie der Turbulenz	56
5.4	Turbulenzmodelle	58
Teil II	Prandtls Abhandlungen	
6	Die Abhandlungen.	64
	Ludwig Prandtl	
Literatur.	143

Abkürzungsverzeichnis

AMPG	Archiv der Max-Planck-Gesellschaft, Berlin-Dahlem
AVA	Aerodynamische Versuchsanstalt, Göttingen
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
GAMM	Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik
GOAR	Göttingen, Archiv des DLR
GStAPK	Geheimes Staatsarchiv, Preußischer Kulturbesitz, Berlin-Dahlem
LPGA	Ludwig Prandtl Gesammelte Abhandlungen, herausgegeben von Walter Tollmien, Hermann Schlichting und Henry Görtler, 3 Bände, Springer: Berlin, Heidelberg, 1961
MAN	Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg
MPGA	Max-Planck-Gesellschaft, Archiv
SUB	Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen
VDI	Verein Deutscher Ingenieure
ZAMM	Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik
ZWB	Zentrale für Wissenschaftliches Berichtswesen

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1	Prandtls Veranschaulichung der Bildung von Wirbeln aus einer Diskontinuitätsfläche. (Quelle: Cod. Ms. L. Prandtl 14, Bl. 45, SUB)	8
Abb. 1.2	Ludwig Prandtl vor dem Wasserversuchskanal, in dem er die Fotografien für seinen Heidelberger Grenzschichtvortrag anfertigte. (Quelle: DLR, GG-0010)	9
Abb. 2.1	Prandtl und Wieselsberger veranschaulichten mit einem „experimentum crucis“, dass durch Anbringen eines „Stoplerdrahts“ (rechts), der die Grenzschicht turbulent machte, das Wirbelgebiet im Nachlauf und damit auch der Widerstand verringert wurde. (DLR-Archiv, GK-0116 und GK-0118)	23
Abb. 2.2	Datenblatt zu Luftwiderstandsmessungen von Streben aus den <i>Technischen Berichten der Flugzeugmeisterei</i> . Darin wird der zuerst an Kugeln gefundene abrupte Abfall des Widerstandskoeffizienten auch bei stromlinienförmigen Strebenprofilen festgestellt. (Quelle: Technische Berichte, Jg. 1, 1917, Tafel 43)	26
Abb. 4.1	Ludwig Prandtl vor dem Versuchserinne für das Studium der Turbulenzentstehung. (Quelle: DLR-Archiv, Bild Nr. FS-0258)	42
Abb. 5.1	Karl Wieghardt war bei der Turbulenzforschung im Zweiten Weltkrieg Prandtls wichtigster Mitarbeiter. (Quelle: KWI für Strömungsforschung, Abb. Nr. 16, MPGA)	55

Teil I

Historische Annäherung

Ludwig Prandtl hat mit der Grenzschichttheorie und mit Beiträgen zur Theorie der Turbulenz Marksteine der modernen Strömungsmechanik gesetzt. Davon zeugen auch noch die Lehrbücher dieses Fachs im 21. Jahrhundert. Dennoch ist der zu Lehrbuchwissen geronnene Gehalt einer Theorie mitunter sehr verschieden von ihrer ursprünglichen Fassung, ganz zu schweigen von den Beweggründen und Umständen, die zu ihrer Entstehung geführt haben. Für moderne Leser ist deshalb das Verständnis der Originalarbeiten mitunter sehr erschwert, auch wenn sie mit dem Inhalt der jeweiligen Theorie vertraut sind.

Mit einer historischen Annäherung soll im ersten Teil die Voraussetzung für die Lektüre von fünf Originalarbeiten Prandtls zur Grenzschicht- und Turbulenztheorie geschaffen werden, die im zweiten Teil abgedruckt sind. Diese Annäherung ist in fünf gleichlautende Kapitel gegliedert, um die Zuordnung zu der betreffenden Publikation Prandtls im zweiten Teil zu erleichtern. Bei Seitenverweisen wird jeweils auf die betreffende Seitenzahl in der ursprünglichen Publikation und in Klammern auf die Seitenzahl in Ludwig Prandtls Gesammelten Abhandlungen (LPGA) verwiesen.



Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung (S. 64)

1

Michael Eckert

1.1 Frühe Grenzschichtkonzepte

Leonhard Euler und Jean-Baptiste le Rond d'Alembert haben mit den Bewegungsgleichungen für ideale Fluide ein paradox anmutendes Ergebnis zutage gefördert: Obwohl ein Körper das gegen ihn anströmende Medium zum Ausweichen zwingt, erfährt er keinen Widerstand. D'Alembert machte im Jahr 1768 auf dieses widersinnig erscheinende Resultat mit einer Abhandlung aufmerksam, der er den Titel „Paradoxe proposé aux géomètres sur la résistance des fluides“ gab. Genau genommen ist das „d'Alembert'sche Paradox“ aber kein Paradox, denn es gilt nur unter der Annahme einer idealen (d. h. reibungsfreien) Flüssigkeit. Dennoch ist es nicht leicht zu verstehen, warum das Ausweichen der Flüssigkeit (das ja auch im reibungsfreien Fall unerlässlich ist) nicht mit einer Kraftwirkung auf das Hindernis verbunden ist. Euler hat dieses „Paradox“ bereits 1745 analysiert. Unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung verfolgte er die Bewegung von Flüssigkeitsteilchen in einem Kanal um ein Hindernis und bilanzierte aus deren Geschwindigkeitsänderungen die auftretenden Kräfte. Nach Aufsummieren aller infinitesimalen Kraftkomponenten in Flussrichtung („Direction AB“) kam er zu dem Ergebnis:¹

Geht man soweit, daß die flüssige Materie um den Körper völlig vorbeigeflossen, und ihren vorigen Lauf wiederum erlangt hat, so wird (...) die auf den Körper nach der Direction AB wirkende Kraft = 0, und der Körper erlitte gar keinen Widerstand.

¹Zitiert in Szabó (1979, S. 245).

M. Eckert (✉)

Forschungsinstitut, Deutsches Museum, München, Deutschland

E-mail: m.eckert@deutsches-museum.de

Mit diesem „Euler-d’Alembert’schen Paradox“, wie es eigentlich heißen sollte, rückte die Ursache für den Strömungswiderstand eines Körpers ins Zentrum vieler Untersuchungen. War die Ursache für das Paradox nur in der Vernachlässigung der Viskosität des Fluids zu suchen? Die zur Fortbewegung eines Körpers dauernd notwendige Verdrängung von Flüssigkeit sollte auch in einem idealen Fluid nicht folgenlos bleiben. Dieses Problem wurde 1852 als ein mathematisches, mit den Eulergleichungen lösbares Problem von Gustav Lejeune Dirichlet aufgegriffen.²

Wie es scheint, ist bis jetzt für keinen noch so einfachen Fall der Widerstand, den ein in einer ruhenden Flüssigkeit fortbewegter fester Körper von dieser erleidet, aus den seit Euler bekannten allgemeinen Gleichungen der Hydrodynamik abgeleitet worden, oder, was im Grunde auf dasselbe hinauskommt, giebt es kein Beispiel einer rein theoretischen Bestimmung der Modificationen, welche ein im Innern einer Flüssigkeit befindlicher unbeweglicher fester Körper in der fortschreitenden Bewegung derselben hervorbringt.

Dirichlet untersuchte den Fall einer festgehaltenen Kugel in einem durch eine beschleunigende Kraft angetriebenen, anfänglich ruhenden Flüssigkeitsstrom. „Hört die beschleunigende Kraft zu wirken auf, so verschwindet auch der Druck“, so fand er das Euler-d’Alembert’sche Paradox bestätigt. Dieselbe Analyse ergab für den Fall, dass die Kugel durch das ruhende Medium bewegt wird, einen von der Beschleunigung abhängigen Widerstand, der bei gleichförmiger Bewegung verschwand. Einen Ausweg aus diesem Paradox schien nur die Berücksichtigung der Zähigkeit zu bieten, wie es Gabriel Stokes in einer 1850 veröffentlichten Abhandlung „On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums“ gezeigt hatte (Darrigol 2005, Abschn. 3.6). Die in linearer Näherung aus der Navier-Stokes-Gleichung abgeleitete „Stokes’sche Reibung“ ergab für den Widerstand einer Kugel bei gleichförmiger Bewegung einen proportional mit der Geschwindigkeit, der Zähigkeit und dem Kugelradius anwachsenden Widerstand. Die Stokes’sche Reibung zeigte aber nur bei sehr geringen Geschwindigkeiten, wie etwa bei langsam absinkenden Nebeltröpfchen, Übereinstimmung mit praktischen Beobachtungen.

Die ersten Vorstellungen einer dünnen, an der Oberfläche des umströmten Körpers haftenden Flüssigkeitsschicht, in der die Fließgeschwindigkeit von null (durch Haften an der Körperoberfläche) bis zur Geschwindigkeit der freien Strömung in geringem Abstand davon anwächst, ergaben sich nicht aus theoretischen Arbeiten, sondern aus der praktischen Erfahrung von Hydraulikingenieuren. Alle den Widerstand betreffenden Prozesse würden demnach in dieser Schicht stattfinden, außerhalb durfte die Strömung als reibungsfrei angenommen werden – so ließ sich plausibel machen, was man bei Kanal- und Rohrströmungen sowie einer Vielzahl von anderen Strömungsvorgängen beobachtete. Pierre Simon Girard, ein Ingenieur von der Pariser École des Ponts et Chaussées, vermutete schon hundert Jahre vor Prandtl in einer Untersuchung über den Strömungswiderstand bei Kanälen, dass „eine

² Dirichlet (1852, S. 12). Siehe dazu auch Eckert (2006, Abschn. 1.6).