Georg Glaeser · Franz Gruber

Geometrie, Physik und Biologie erleben

Mit 300 Animations-Videos via QR-Code

SACHBUCH MOREMEDIA

Springer

Geometrie, Physik und Biologie erleben

Georg Glaeser · Franz Gruber

Geometrie, Physik und Biologie erleben

Mit 300 Animations-Videos via QR-Code

Springer

Georg Glaeser
Abteilung für Geometrie
Universität für Angewandte Kunst Wien
Wien, Österreich

Franz Gruber
Abteilung für Geometrie
Universität für Angewandte Kunst Wien
Wien, Österreich

ISBN 978-3-662-67723-0 ISBN 978-3-662-67724-7 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-662-67724-7

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an Springer-Verlag GmbH, DE, ein Teil von Springer Nature 2023

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.
Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.
Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Andreas Rüdinger
Springer ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Das Papier dieses Produkts ist recyclebar.

Vorwort

Oben: Hilbertkurve auf einer Kugel
Unten: Foto einer Hirnkoralle

Wie das Buch entstanden ist

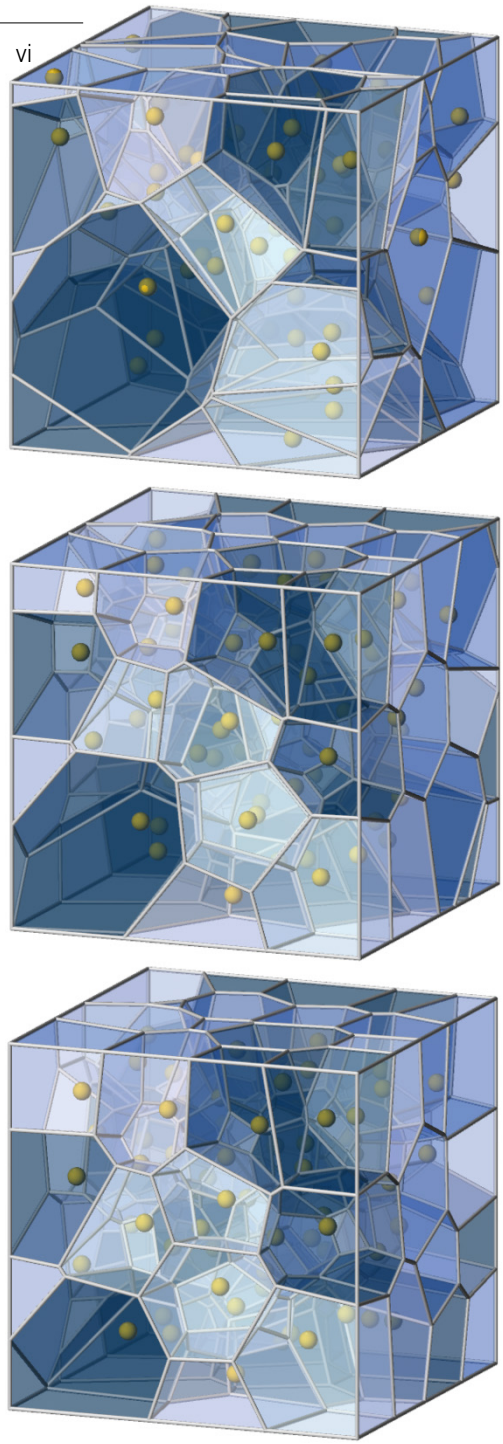
Die beiden Autoren arbeiteten jahrelang an der Abteilung für Geometrie an der Universität für angewandte Kunst zusammen. Dort ist im Laufe der Zeit ein heterogenes, und vielleicht gerade deswegen, erfolgreiches Team zur geometrischen Softwareentwicklung entstanden.

Es begann mit der C++-Programmierumgebung „*Open Geometry*“, die von Georg Glaeser zusammen mit Mitarbeitern der Technischen Universität Wien (Hellmuth Stachel) und der Universität Innsbruck (Hans-Peter Schröcker) entwickelt wurde.

Entscheidende Impulse, vor allem für die Entwicklung einer professionellen Oberfläche, sind Peter Calvache geschuldet, wertvolle Beiträge stammen von Günter Wallner. In den letzten beiden Jahren war auch Christian Clemenz sehr stark an der Entwicklung der Software beteiligt. Viele der integrierten Simulationen wurden von ihm erstellt. Bemerkenswerter Input kam überdies auch von mehreren Usern von *Open Geometry*, sowie Studierenden der Technischen Universität Wien bzw. Universität für angewandte Kunst Wien. Boris Odehnal, mittlerweile nach meiner Emeritierung Professor für Geometrie an der Universität für angewandte Kunst, stand den Autoren oft bei der Lösung schwieriger mathematisch-geometrischer Fragen zur Seite.

Komplexe Fragestellungen und realistische Simulationen

Franz Gruber entwickelte eine bemerkenswerte Fertigkeit zur Programmierung mit *Open Geometry* und war aufgrund seines profunden physikalischen Wissens in der Lage, komplexere Fragestellungen mit Hilfe von realistischen Simulationen zu lösen. Sein völlig überraschendes Ableben im September 2019 war für das Team ein schwerer Verlust. Umso größer wurde der Wunsch, die Software, die maßgeblich von ihm beeinflusst war, der Öffentlichkeit zur Verfügung zu stellen.



Schaumbildung im Würfel (Voronoi-Diagramm). Optimierung der Zellen.

Die Software allein ist zu wenig

Dabei stellte sich heraus, dass ein bloßes „ins Netz stellen der Software“ (sie hatte inzwischen den Namen *Cross-Science* erhalten), den Zweck nicht erfüllen kann: Die Themen sind zu spezifisch und teilweise auch zu komplex, um sie ohne weitere Erklärung aus der Hand zu geben. Es bot sich eine Art „Begleitbuch“ an.

Keine bloße Beschreibung der Software!

Dieses Buch wurde daher zunächst als Begleitbuch zur frei zugänglichen Software *Cross-Science* verfasst. Diese ermöglicht es, etwa 140 einzelne, voneinander unabhängige, interaktive Anwendungen aus den Bereichen Biologie, Geometrie und Physik zu bedienen bzw. zu steuern. *Cross-Science* ist public domain und alle, die wollen, sind zunächst dazu eingeladen „damit herumzuspielen“. Dieses Buch soll allerdings nicht nur eine Bedienungsanleitung des Programmpakets sein: Mittlerweile können viele, vor allem junge Leute, eine Software auch ohne Anleitung bedienen. Aber selbst solch geschickten Personen würde für einen Großteil der Animationen ein tieferes Verständnis fehlen.

Einbindung von Videos

Im Lauf der Entstehung des Buchs kam immer mehr der Gedanke auf, die Ergebnisse der Software direkt in Form von Videos zur Verfügung zu stellen, die mittels QR-Code abrufbar sind. Dadurch kann die Leserin oder der Leser ohne Abhängigkeit von mehr oder weniger guter eigener Hardware Seite für Seite zugehörige Animationen oder Kurzfilme ansehen. Zudem konnten auch nicht-computergenerierte Videos oder Animationen, die mit anderen Softwaresystemen erstellt wurden, hinzugenommen werden: Zeitlupen- oder Zeitraffersequenzen (z. B. von fliegenden Insekten, tropfenden Wasserhähnen oder langsam drehenden Uhrwerken), oder die schönen Animationen unserer begabten temporären Mitarbeiterin Meda Retagan. Am Buchende finden Sie zusätzlich eine Liste aller angegebenen Video-Sequenzen samt Autor oder Autorin.

Für wen ist dieses Buch geschrieben?

Das Buch ist für Menschen geschrieben, die generell eine Affinität zu den Naturwissenschaften und auch zur Technik haben. Das trifft für Lehrende, Studierende, aber auch interessierte Schülerinnen und Schüler zu.

Demo-Video
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/3d-foam.mp4

Was finden Sie in diesem Buch?

Das Buch ist in fünfzehn Kapitel unterteilt, in denen schwerpunktmäßig auf einzelne Programme eingegangen wird, die in gewisser Weise ähnliche Themen behandeln – etwa Kinematik, einfach und doppelt gekrümmte Flächen, biologische Mechanismen, Fotografie oder Fraktale. Die Kapitel sind praktischerweise in Doppelseiten eingeteilt und Sie können diese in beliebiger Reihenfolge lesen. Oft behandelt eine Doppelseite thematisch eines der etwa 150 Programme, beschränkt sich aber nicht ausschließlich darauf.

Lassen Sie sich von Details überraschen!

Wenn Sie etwas Vorwissen in Geometrie, Physik und Biologie haben, wird Ihnen vielleicht nach der Lektüre der einen oder anderen Doppelseite bewusst, dass es einige Bereiche gibt, über die Sie sich bisher kaum Gedanken gemacht haben. Es ist fast garantiert, dass selbst Leserinnen und Leser, die bereits gut mit der Materie vertraut sind, immer noch die eine oder andere Erkenntnis genießen können. Wenn Sie mitunter ein Thema im Moment nicht besonders interessiert: Sie können jederzeit Doppelseiten überblättern, ohne den Faden zu verlieren.

Weiterführende Literatur „im selben Stil“

In diesem Buch ist immer wieder von Themen die Rede, die auch schon in früheren Büchern – teilweise unter anderen Gesichtspunkten – besprochen wurden. Die folgenden Bücher wurden auch teilweise mit der hier beschriebenen Software illustriert. Hier die Liste jener Bücher, wo Sie mehr über hier besprochene Beispiele finden können (manchmal wurden auch Illustrationen aus diesen Büchern übernommen):

[1] G. Glaeser: *Geometrie und ihre Anwendungen in Kunst, Natur und Technik*. 4. Aufl., Springer Spektrum, Berlin 2022.

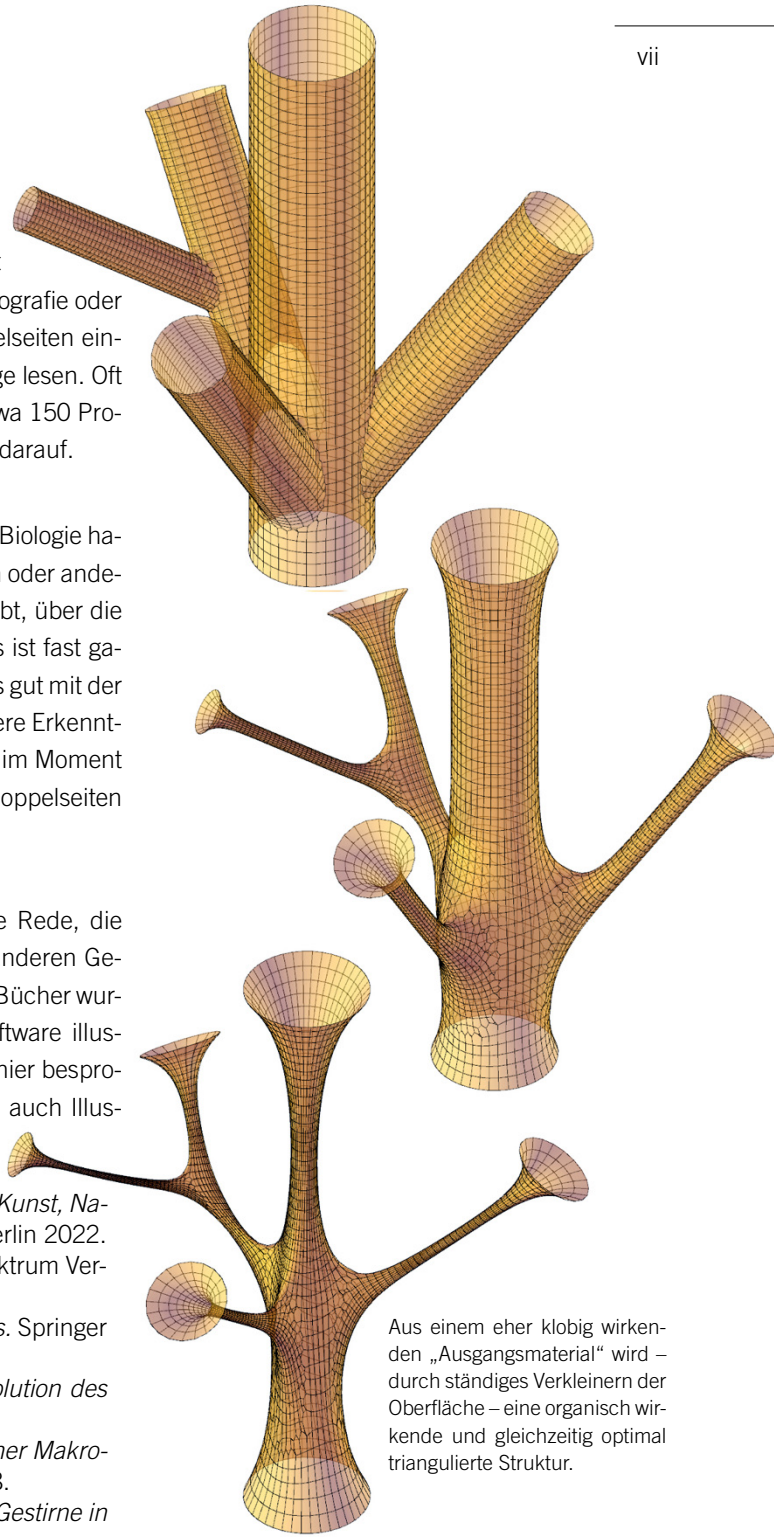
[2] G. Glaeser: *Wie aus der Zahl ein Zebra wird*. Spektrum Verlag, Heidelberg 2010.

[3] G. Glaeser, H. F. Paulus: *Die Evolution des Auges*. Springer Spektrum, Heidelberg 2013.

[4] G. Glaeser, H. F. Paulus, W. Nachtigall: *Die Evolution des Fliegens*. Springer Spektrum, Heidelberg 2016.

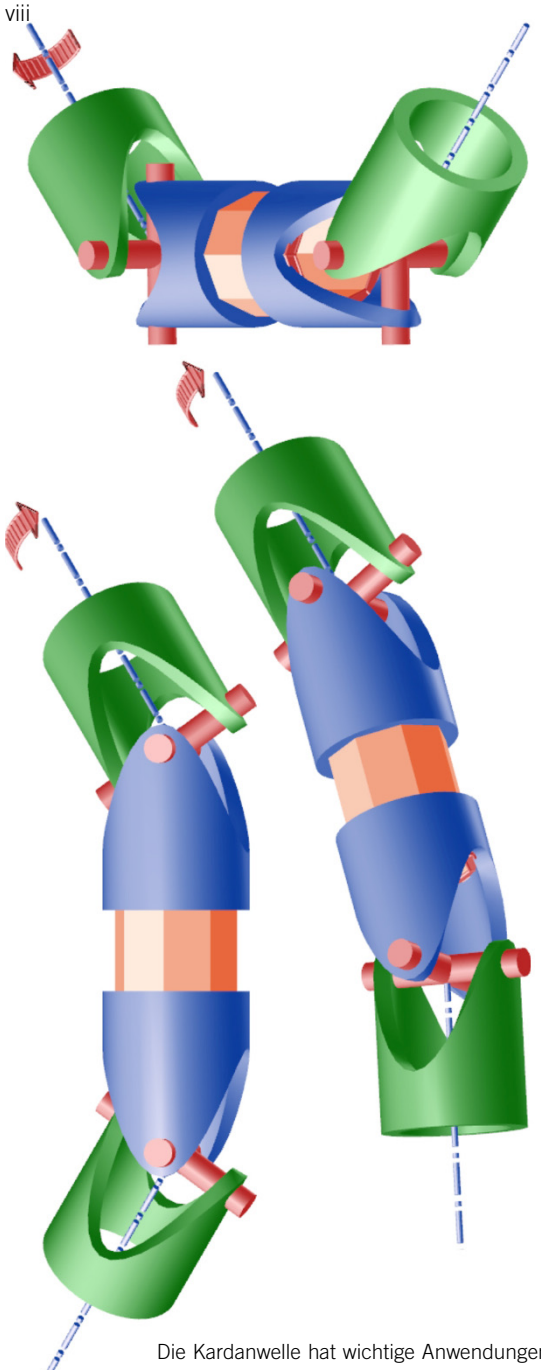
[5] G. Glaeser,W. Nachtigall: *Die Evolution biologischer Makrostrukturen*. Springer Spektrum, Heidelberg 2018.

[6] G. Glaeser: *Mondsüchtig. Das Wechselspiel der Gestirne in Bildern*. De Gruyter, Edition Angewandte, 2021.



Aus einem eher klobig wirkenden „Ausgangsmaterial“ wird – durch ständiges Verkleinern der Oberfläche – eine organisch wirkende und gleichzeitig optimal triangulierte Struktur.

Demo-Video
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/reducing-the-surface.mp4



Die Kardanwelle hat wichtige Anwendungen in der Technik. Sie überträgt eine Drehung von einer Achse auf eine schneidende Achse. Ihre wahre Stärke kann sie aber erst dann zeigen, wenn man zumindest zwei solcher Wellen kombiniert.

Demo-Video
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/cardan-joints2.mp4

Inhaltsverzeichnis

Kinematik: Bewegung in Natur und Technik 1
- Von Zangen und Gebissen 2
- Nüsse knacken und Beute verschlingen 4
- Umwandlung von Translation in Rotation 6
- Dampflokomotiven 8
- Die Kardanwelle 10
- Weitwinkel-Kardanwellen 12
- Wir bohren quadratische Löcher 14
- R6-Mechanismen und Kaleidozyklen 16
- Rollen und wenden: Das Oloid 18

Zahnräder: Präzise und robust 21
- Andere bewährte Umlenkungen 22
- Klassische Zahnräder 24
- Von Uhrwerken und Planetengetrieben 26
- Sphärische Radlinien 28

Muster und Fraktale: Simulation der Natur 31
- Parkette auf Basis von Sechsecken 32
- Parkette mit semi-regulären Fünfecken 34
- Die Einstein-Kachel 36
- Apfelmännchen und Julia-Mengen 38
- Ein Blick in Barnsleys Herbarium 40
- Wie wächst ein Farn? 42
- Fraktale Gebilde aus kleinen Kugeln 44
- Flächen- und raumfüllende Kurven 46
- Mathematisch erzeugte Fellmuster 48

Seltsame Winkel: Spiralen? 51
- Von Sonnenblumen und Gänseblümchen 52
- Ein genetisch vorgegebener Winkel? 54
- Optische Täuschung 56

Projektionen: Notwendig und praktisch 59
- Plattkarte - Pro und Kontra 60
- Thermohaline Zirkulation 62
- Die kreistreue stereografische Projektion 64
- Die Kugel rollt 66

Polyeder: Bausteine! 69
- Neue Objekte durch Dualisieren 70
- Abschneiden und zuschneiden 72
- Raumparkette 74
- Beweglich oder nicht? 76

Skutoide ... 78
Der Zauberwürfel (Rubik's Cube) ... 80
Eine Kugel mit variablem Radius ... 81

Einfach gekrümmt: Abwickelbar! ... 83
Auf- und abwickeln im allgemeinen Fall ... 84
Wozu das Möbiusband gut sein kann ... 86
Wie erzeugt man abwickelbare Flächen? ... 88
Beweglich, obwohl theoretisch nicht möglich ... 90
Kragenflächen ... 91
Flächen mit lokal konstanter Steigung ... 92
Umwälzung und Torsion ... 94

Doppelt gekrümmt: Der Normalfall ... 97
Fußball-Variationen ... 98
Gärtner auf gekrümmten Flächen ... 100
Die Ornamente auf dem Tassilokelch ... 102
Tierhörner ... 104
Exponentielles Wachstum ... 106
Radialsymmetrie ... 108
Klassische Flächentypen ... 110
Eine eigenartige Art von Zwanglauf ... 112
Spezielle Netze auf Zykliden ... 114

Minimalflächen: Elegant und nützlich ... 117
Möglichst kleine Oberfläche ... 118
Assoziierte Minimalflächen ... 120
Minimalfächen näherungsweise erzeugen ... 122
Minimalflächen im Tier- und Pflanzenreich? ... 124

Wellenmodelle: Seltsame Phänomene ... 127
Reflexion einer Wasserwelle ... 128
Lichtbeugung am Doppelspalt ... 130
Irisierende und schillernde Oberflächen ... 132
Prächtige Farben ohne Pigmente ... 134
Die spiegelnde CD ... 136

Fotografie: Überraschungen? ... 139
Linsensysteme ... 140
Drei Augentypen ... 142
Elefanten- und Fliegenfotografie ... 144
Durchgehend scharfe Bilder? ... 146
Den Raum auf einer Kugel speichern ... 148
Seltsame fotografische Ergebnisse ... 150
Das Problem mit der Realitätsnähe ... 152
Simulation durch den Computer ... 154
Zielfotos – wenn es um viel geht 156

Luft und Wasser: Fluide! ... 159
Von Wind- und Regenmessern ... 160
Windräder und Wasserspiralen ... 162
Kinetische Skulpturen ... 164
Bewegliche Skulpturen im Tierreich ... 166
Abtropfen ... 168
Fliegen: Paradox! ... 170
Die Sache mit dem „Auftrieb“ ... 172
Leonardos Traum vom Fliegen ... 174
Flügelverwindung ... 176
Fliegen wie in Leichtöl ... 178
Start- und Landehilfe ... 180

Verteilungen: Anziehung und Abstoßung ... 183
Nährstoffe filtern ... 184
Gleichmäßige Punktverteilungen ... 186
Voronoi-Diagramme ... 188
Diagramme auf der Kugel ... 190
Ein Netz aus Sechsecken auf der Kugel ... 192
Magnetische Netze ... 194

Unser Sonnensystem: Freies Spiel der Kräfte ... 197
Kreiselbewegungen ... 198
Der Frühlingspunkt ... 200
Der Doppelplanet ... 202
Die Gezeiten ... 204
Sonnen- und Mondfinsternis ... 206
Noch ein paar Dinge über den Mond ... 208
Ein Stern und ein bisschen Materie darum ... 210

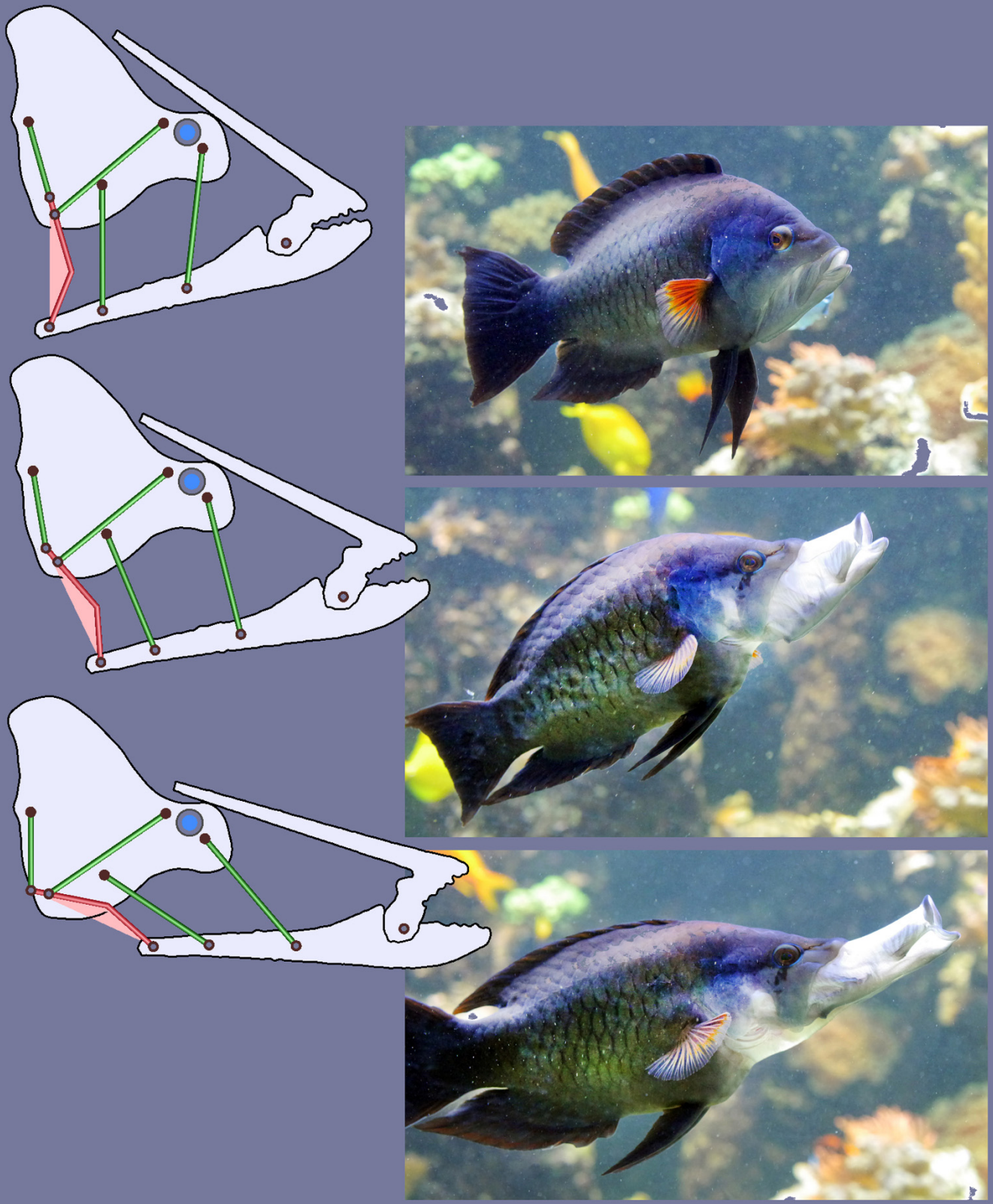
Illusionen: Fake oder Echt? ... 213
Die Geometrie kann viel erklären ... 214
Verwirrende Mehrfach-Spiegelungen ... 216
Mysteriöse Kornkreise ... 218
Die Wundertrommel ... 220
Gegen die Schwerkraft? ... 221
Verschiedene weitere Illusionen ... 222

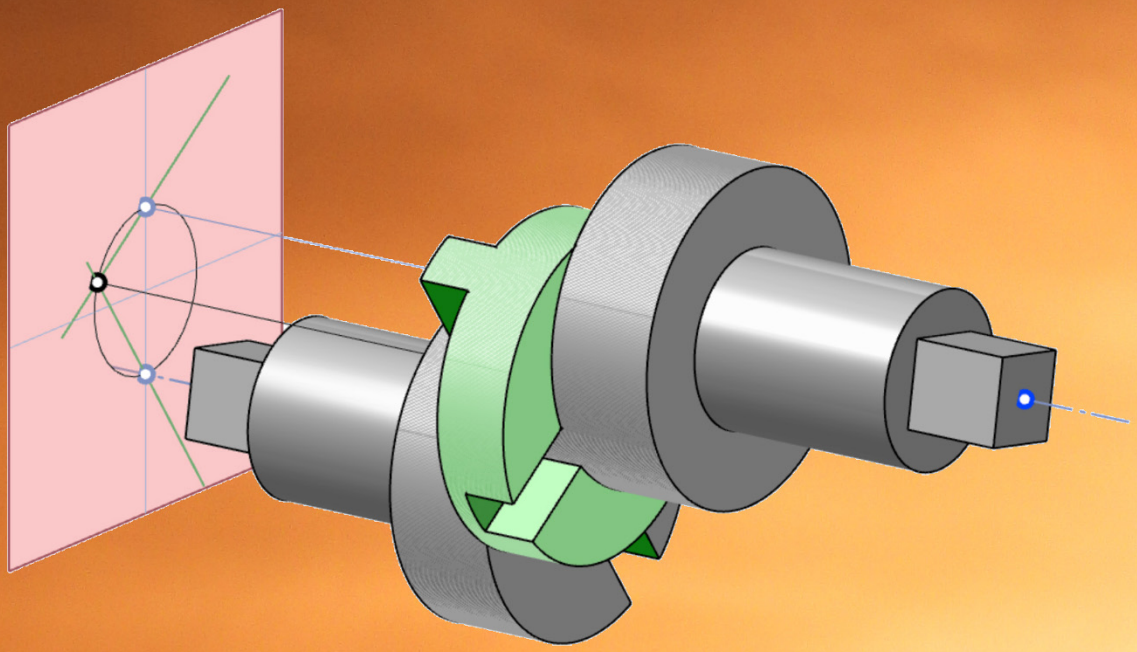
Simulationen: Realitätsnähe? ... 225
Simulationen in Theorie und Praxis ... 225
Schwarmverhalten ... 228
Realistische Bewegungen imitieren ... 229

Index ... 232

Danksagungen und Goodies ... 238

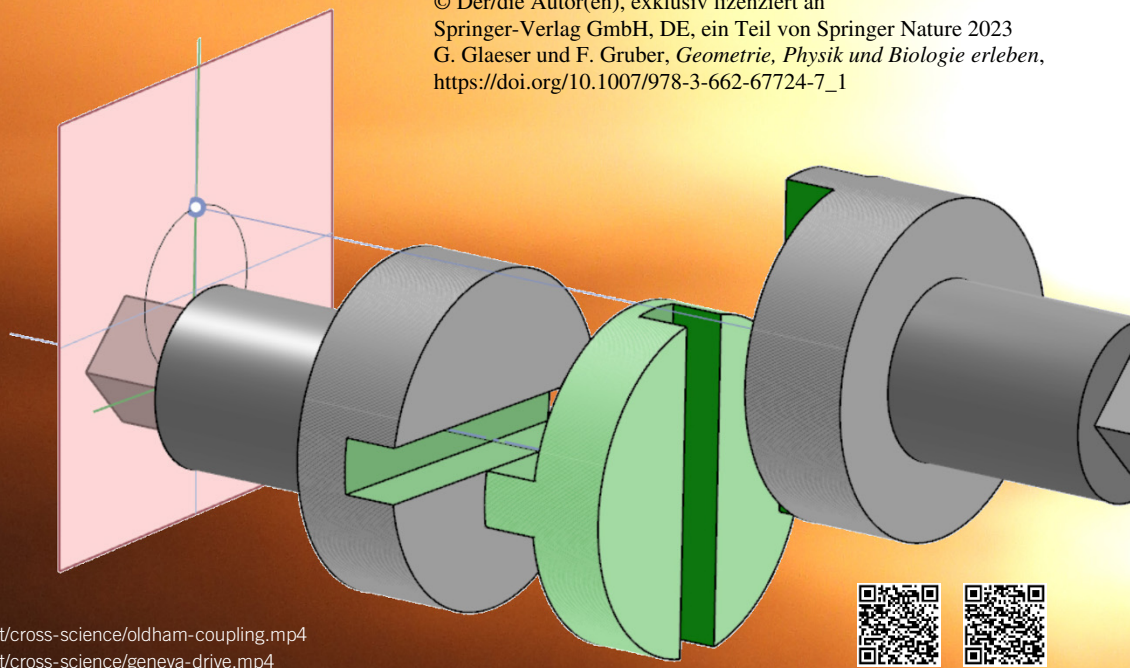
x





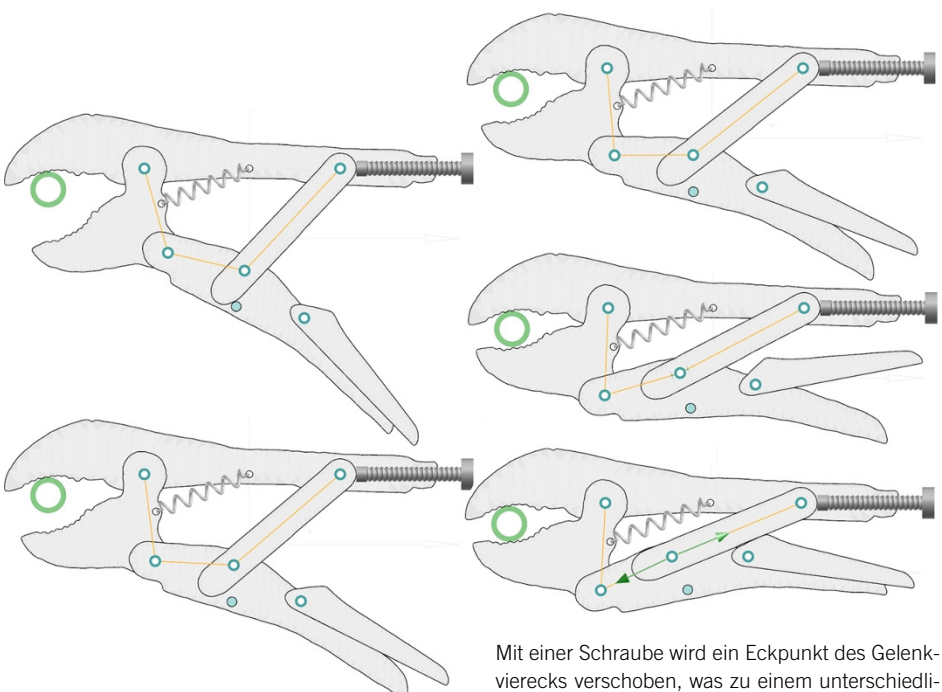
Kinematik: Bewegung in Natur und Technik

© Der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an
Springer-Verlag GmbH, DE, ein Teil von Springer Nature 2023
G. Glaeser und F. Gruber, *Geometrie, Physik und Biologie erleben*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-67724-7_1



Demo-Videos
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/oldham-coupling.mp4
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/geneva-drive.mp4

Von Zangen und Gebissen



Mit einer Schraube wird ein Eckpunkt des Gelenkvierecks verschoben, was zu einem unterschiedlichen Totpunkt führt.

Demo-Video
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/wrench.mp4

Ein praktischer Fixiermechanismus

Eine Zange ist ein Handwerkzeug, mit dem man Gegenstände festhalten kann. Feststellzangen können in ihrer Position arretiert werden. Zum Lösen aus der verriegelten Position wird ein Hebel verwendet.

Ausnützen des „Totpunkts“

Aufgrund des Mechanismus können mit diesem Zangentyp sehr hohe Kräfte aufgebracht werden. Fixierzangen können durch einen Hebel gelöst werden, der den Totpunkt überwindet und damit das Werkstück freigibt. Anwendungen sind, zum Beispiel, das Lösen von sehr festsitzenden Schraubverbindungen, das Fixieren von Werkstücken und die Verwendung der Zange als „dritte Hand“.

Anpassen an das Objekt

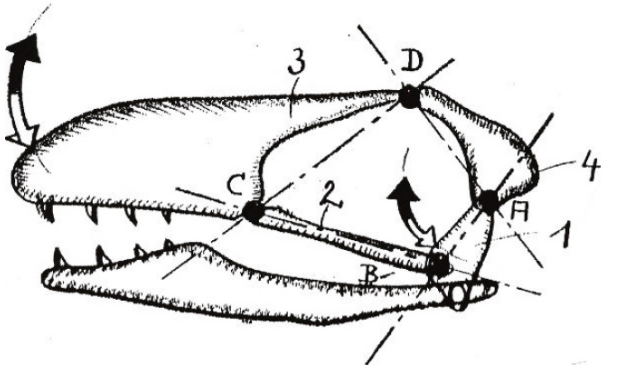
Die Bildreihe unten zeigt, wie die Feststellposition an den Durchmesser des zu befestigenden Objekts angepasst werden kann. Zu diesem Zweck wird eine Schraube verwendet. In der festen Position sind maximale Kräfte im Spiel. Wenn die Schraube richtig eingestellt ist, erfordert der Fixiervorgang kaum Kraftaufwand, und die Kraft, die das Werkstück festhält, ist enorm.

Zangen im Tierreich

Auf der nächsten Seite wird ein nicht unähnlicher Mechanismus besprochen, der es Waranen ermöglicht, das zangenförmige Maul gleichzeitig nach oben und unten zu öffnen.

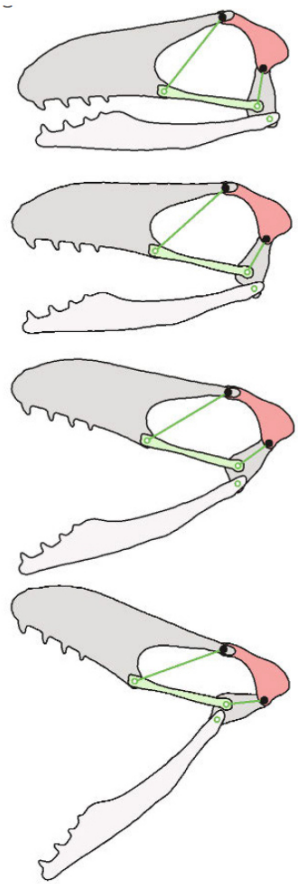
Viergelenkkette im Waranschädel

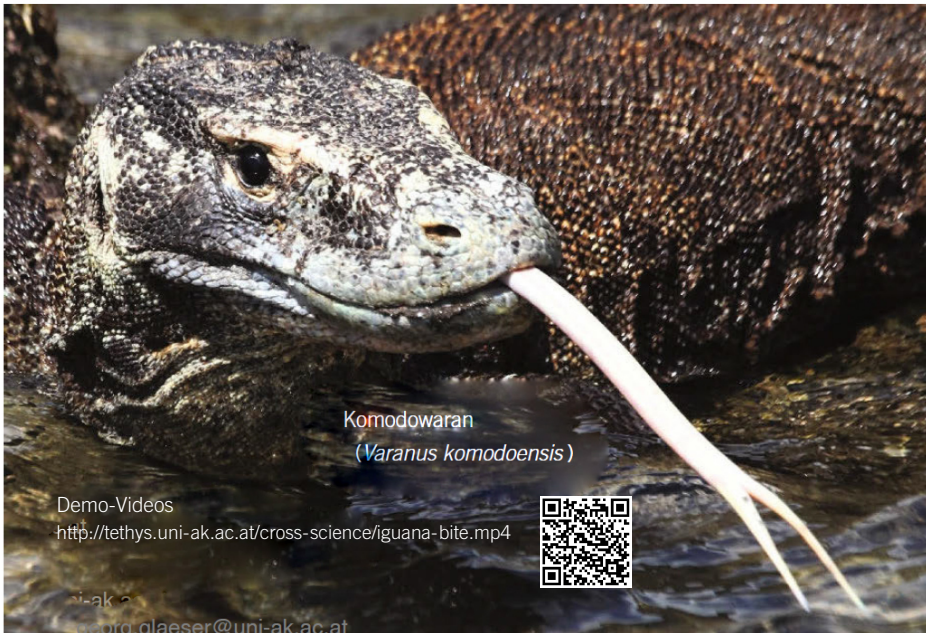
Eine kinematische Kette besteht, wie die Skizze (Werner Nachtigall) zeigt, aus vier miteinander gelenkig verbundenen Elementen 1 bis 4. Das System weist also auch vier Gelenke A bis D auf. Eine solche Kette ist „zwangsläufig“. Hält man beispielsweise in Gedanken das Element 4 fest und dreht das Element 1 um sein Gelenk A, so bewegt sich das Element 3 in definierter Weise hin und her, weil die Bewegung von 1 auf 3 durch das zwischengekoppelte Element 2 vermittelt wird.



Gleichzeitiges Aufklappen

Wenn sich der Unterkiefer senkt, drehen Muskeln den Knochen 1 im Gelenk A nach vorne-oben. Als Folge davon hebt sich zwangsläufig der Oberkiefer und umgekehrt. Die Vorteile liegen auch hier darin, dass die beiden Kiefer scherenartig gegeneinander arbeiten können, wie die untenstehende Animation zeigt.





Nüsse knacken und Beute verschlingen

Körnerfressen mit Beißzangenprinzip

Körnerfressende Papageien (im Bild ein Kakadu) bewegen Ober- und Unterschnabel gegeneinander. Wenn sich der Unterschnabel senkt, hebt sich der Oberschnabel – und umgekehrt.

Dafür sorgt eine Zwangskoppelung zwischen den beiden Schnabelhälften, die sich knöcherner Elemente des Schädels bedient. Eine solche Zwangskoppelung ist günstig beim Körnerfressen. Wäre eine Schnabelhälfte fest und würde die andere dagegen drücken, so könnte ein Korn leicht herausrutschen. Die Evolution hat zu einem besseren Prinzip geführt. Die beiden Schnabelhälften bewegen sich wie die Backen einer Zange gegeneinander.

Schnabel wird auch zum Klettern verwendet

Solche „Zangenschnäbel“ erleichtern auch das Klettern. Papageien benutzen bekanntlich ihren Schnabel wie eine dritte Extremität und halten sich an Zweigen oder Leisten fest, wenn sie mit den Füßen einen Halt suchen.

Es geht noch komplizierter

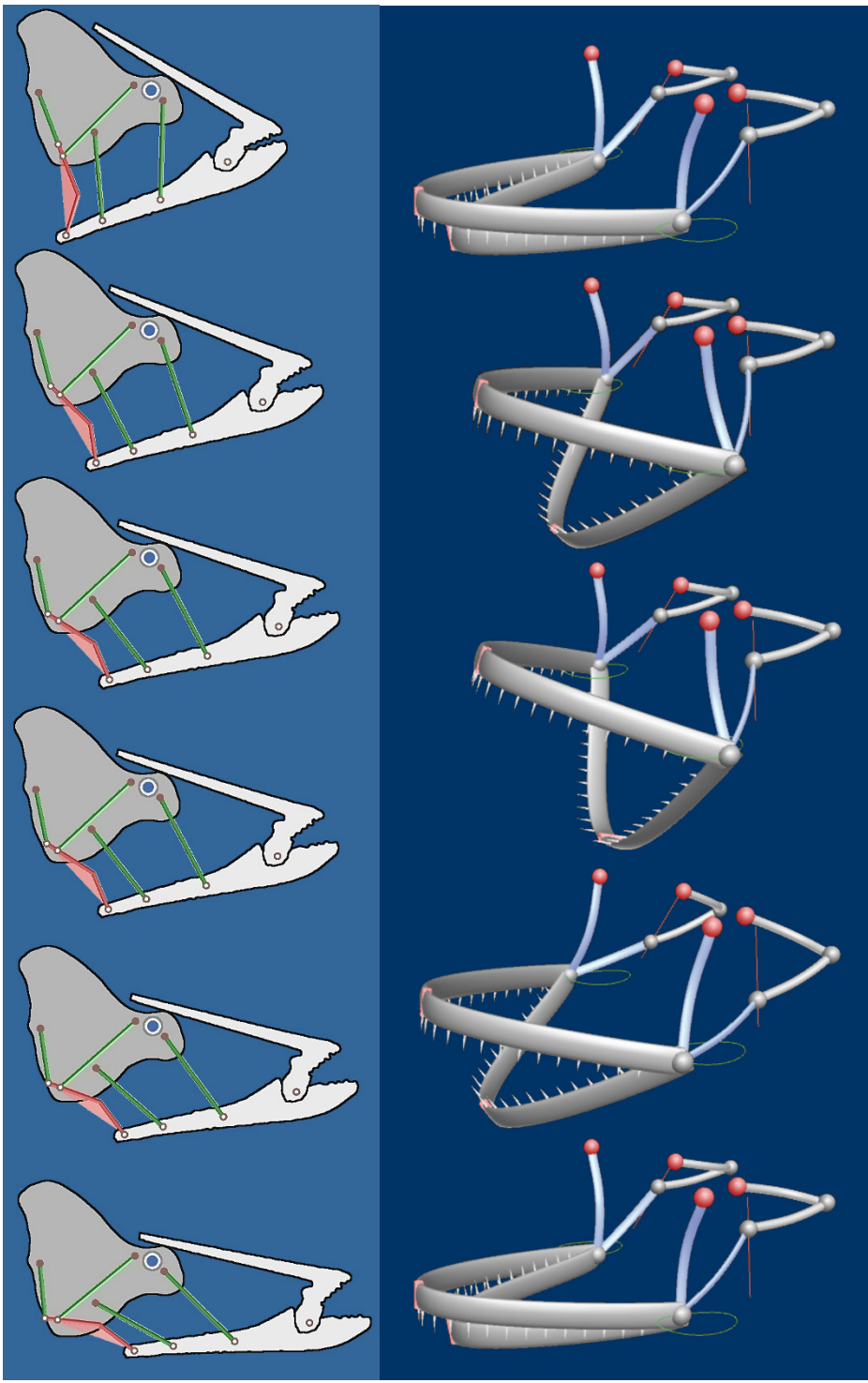
Auf dieser Seite werden zwei Mechanismen vorgestellt, die bei zwei Raubfischen unterschiedlicher Größe „implementiert“ sind: Beim harmlos aussehenden und relativ kleinen Stülpmaul-Lippfisch *Epibulus insidiator* (s. S. 0f.) und beim skurril aussehenden Koboldhai (Nasenhai) *Mitsukurina owstoni*, der üblicherweise in größeren Tiefen lebt.

Blitzschnelles Ausstülpen des Mauls

Der Stülpmaul-Lippfisch hat einen raffinierten Jagdtrick im Korallenriff entwickelt: Während des Fressens entfaltet sich sein Maul blitzschnell zu einem langen Rohr, mit dem er kleine Fische einsaugt. Zwischenlagen aus der entsprechenden Animation sind in der linken Spalte zu sehen. Dieser Angriff trifft die Beutefische völlig unvorbereitet, denn Fische schätzen die Gefährlichkeit von Raubfischen üblicherweise anhand deren Größe, Geschwindigkeit und des Abstands zu ihm ein.

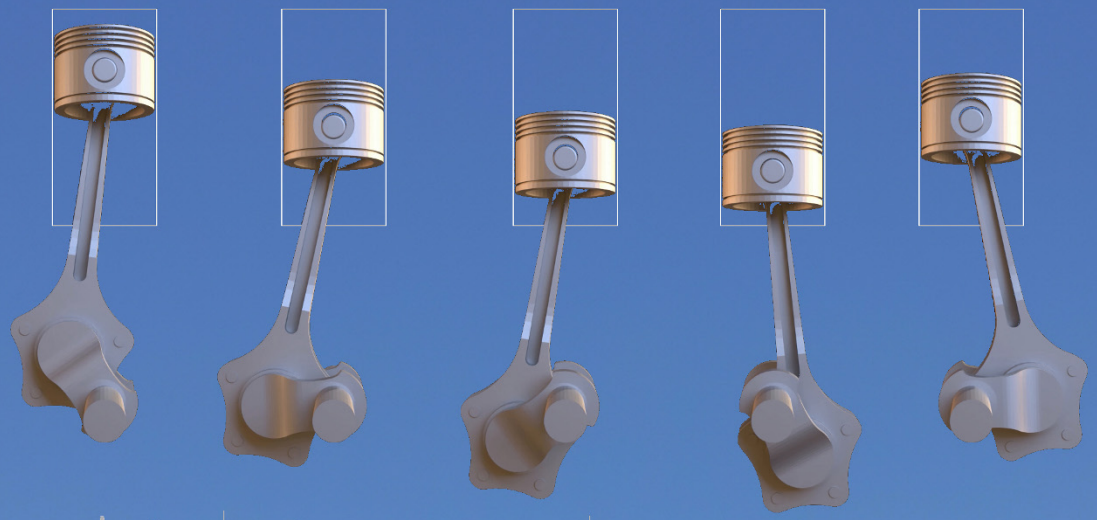
Vorschnellende Kiefer

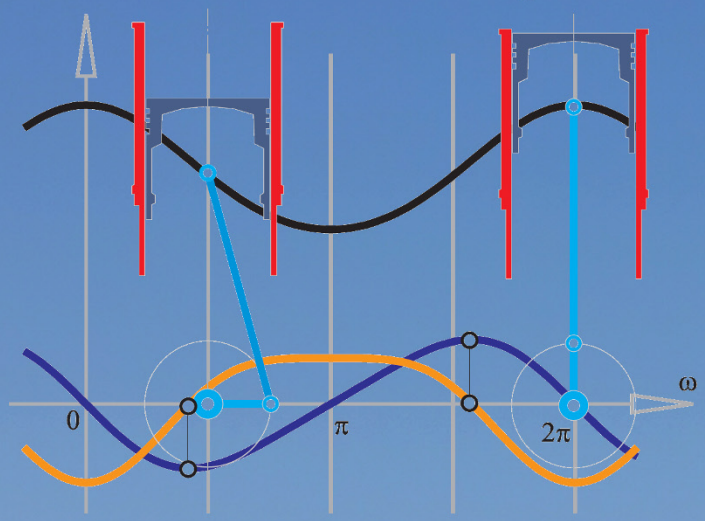
Der Koboldhai hat eine lange vorstehende Nase, die bei Zuschnappen nahezu unbeweglich bleibt. Zunächst schnappt der Unterkiefer nach unten, dann werden beide Kiefer nach vor geschnellt. Die dahinter steckende kinematische Bewegung ist dreidimensional und nicht leicht zu erfassen. In den Zwischenlagen ist zu erkennen, dass die rot markierten Punkte fest bleiben. Beide Kiefer sind übrigens zweigeteilt, und der linke und der rechte Teil sind elastisch miteinander verbunden.



Demo-Videos
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/jaws.mp4
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/goblin-shark.mp4
https://www.youtube.com/watch?v=P8TT90LWYaw

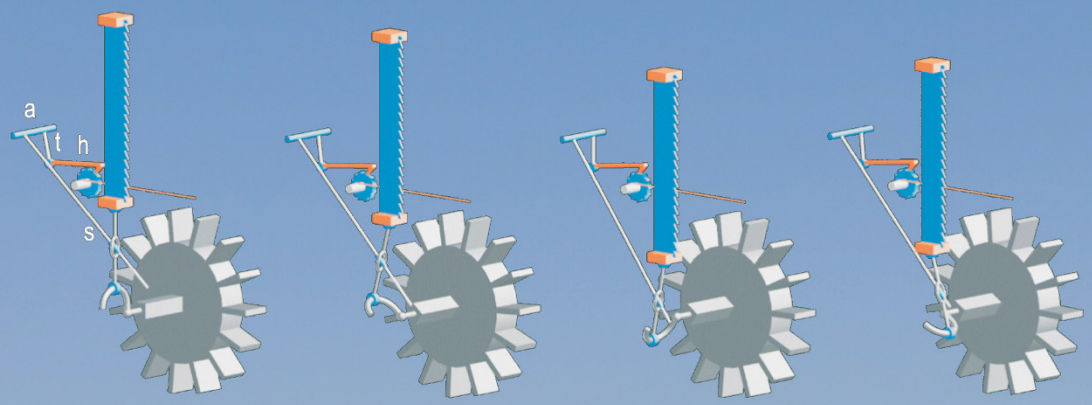
Umwandlung von Translation in Rotation



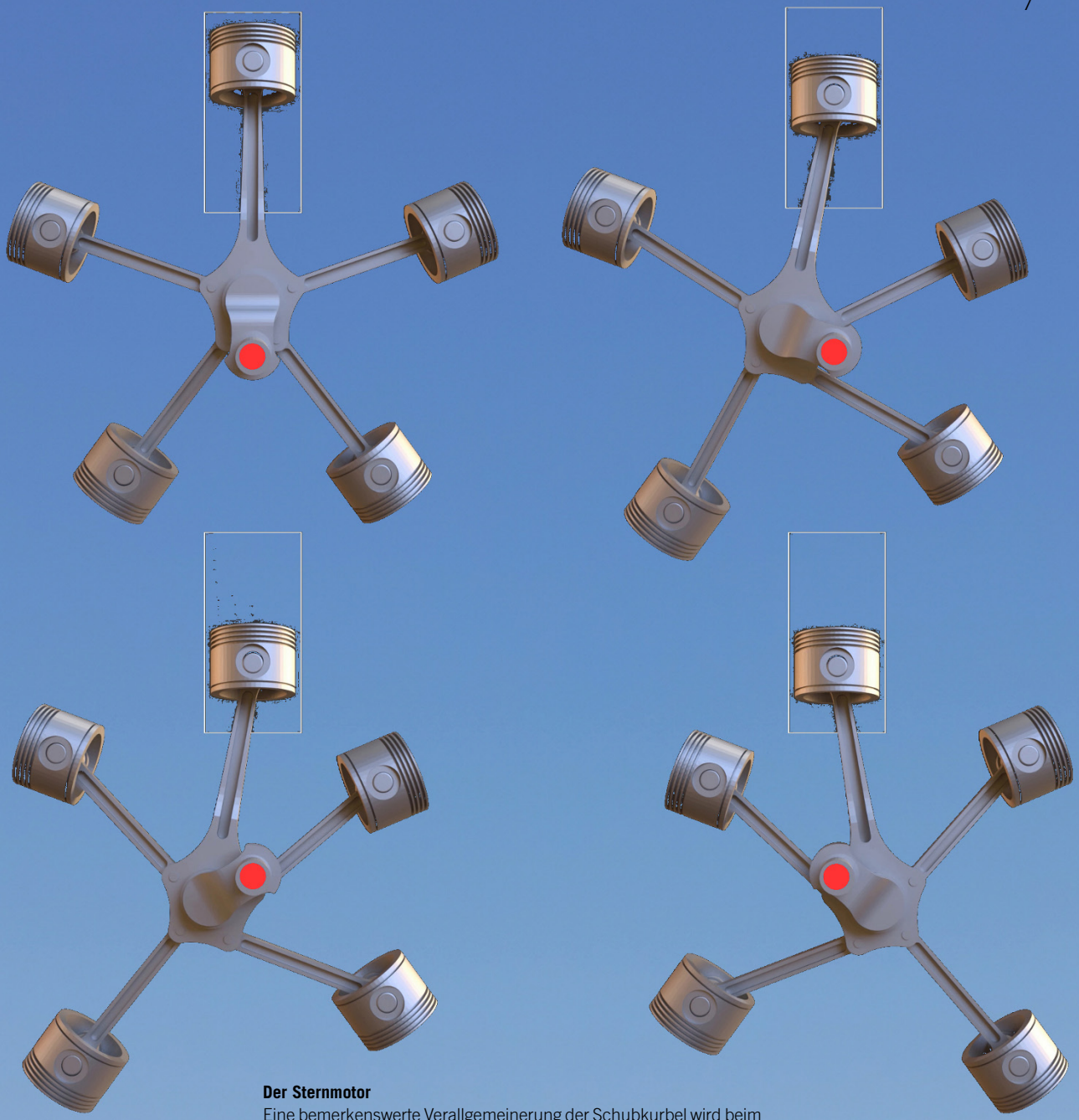


Die Schubkurbel …

… überträgt eine oszillierende geradlinige Bewegung in eine Drehung (und umgekehrt). Sie tritt in der Praxis oft auf. Das bekannteste Beispiel ist der Zweitakt- bzw. Viertaktmotor (Otto-Motor, oben und links). Links ist eine Analyse der Kolbengeschwindigkeit (dunkelblau) bzw. Kolbenbeschleunigung (orange) zu sehen.
Die Umkehrung findet bei der Holzsäge statt (unten), wo Wasserkraft ein Rad antreibt und über die Schubkurbel das Sägeblatt auf und ab bewegt (dazu hat bereits Leonardo detaillierte Skizzen angefertigt).



Demo-Videos
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/piston-otto-engine.mp4
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/otto-engine-analysis.mp4
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/leonardos-saw.mp4



Der Sternmotor
Eine bemerkenswerte Verallgemeinerung der Schubkurbel wird beim Motor von Propellerflugzeugen angewendet. Hier treiben gleich mehrere Kolben die Welle des Propellers (rot markiert) an. Das entsprechende Video hilft, die Bewegung besser verstehen zu können.

Demo-Video

http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/radial-engine.mp4

Dampflokomotiven

Bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts dominierten Dampflokomotiven den Schienenverkehr. Anhand der „Liliput“-Lokomotive im Wiener Prater (gebaut 1928, siehe Video) sollen zwei Aspekte besprochen werden: Der Antrieb und die Schaltung. Die Nummern 1 bis 5 beziehen sich auf die Bilder auf der rechten Seite.

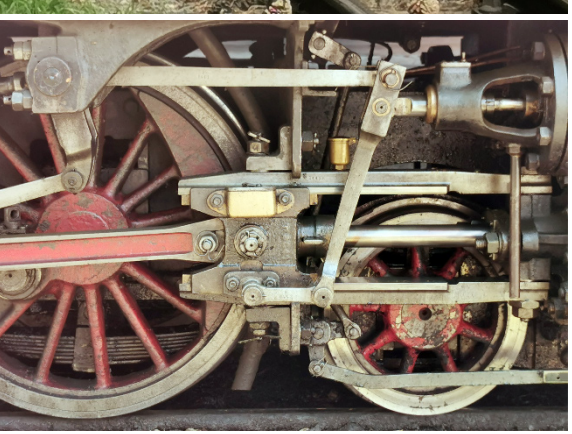
Die Kolbendampfmaschine

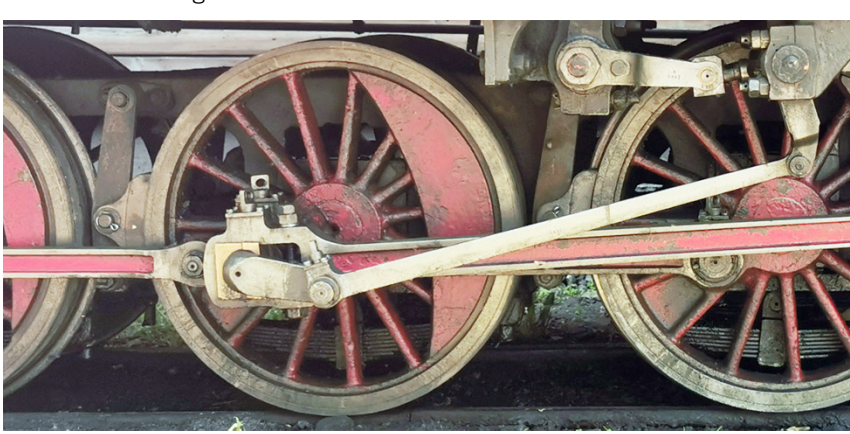
Durch Verbrennung von Kohle wird Wasserdampf erzeugt, der von oben in den Steuerzylinder gepresst wird (senkrechter roter Einlass). Dort wird abwechselnd über symmetrische Ventile Dampf abgelassen. Dadurch wird ein Druckunterschied erzeugt, der einen Schieber hin- und herbewegt. Durch entsprechende Schlitzöffnungen wird dabei im darunter liegenden Dampfzylinder – ebenfalls durch Druckunterschiede – der eigentliche Kolben hin- und herbewegt. Die Bewegung des Kolbens wird nun in Rotationsenergie umgewandelt, um ein Rad anzutreiben.

Die Heusinger-Walschaerts-Steuerung

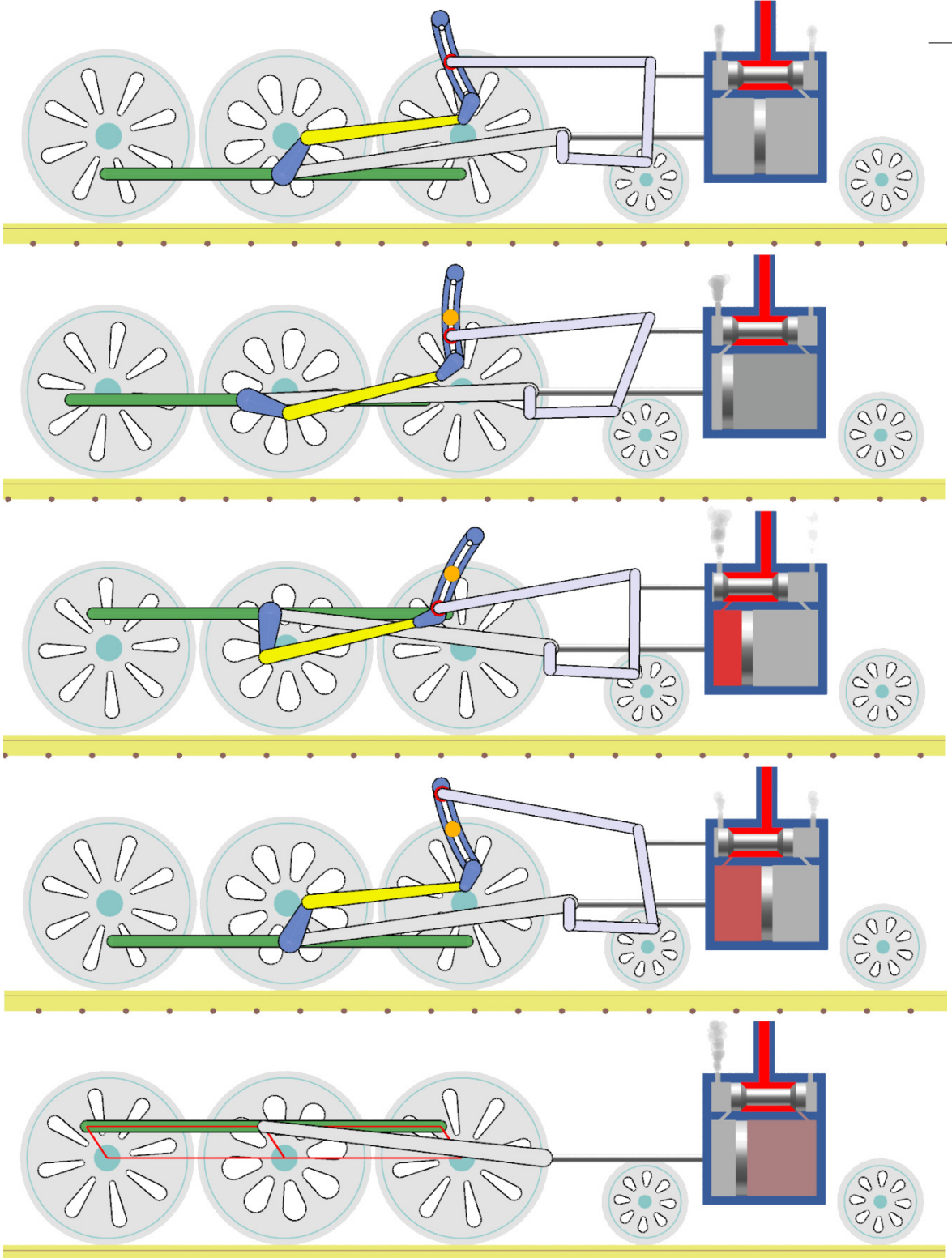
Der nicht-triviale Mechanismus wurde – offenbar unabhängig voneinander – in Deutschland und Belgien in den 1840-er Jahren entwickelt und stellt eine Meisterleistung der damaligen Ingenieurskunst dar. Selbst mit einem Animationsvideo muss man sich Zeit nehmen, um die Details des mehrgliedrigen Getriebes zu verstehen. Bemerkenswert ist, dass die Maschine neben der neutralen Stellung (Bild 1) je zwei Vorwärtsgänge (Bilder 2 und 3) und zwei Rückwärtsgänge (hier nur Bild 4) hat.

Die Hin- und Herbewegung des Kolbens wird in die Rotation eines einzigen Rades (mittleres großes Rad) umgewandelt. Dieses Rad treibt dann über ein Gelenkparallelogramm (in Bild 5 rot eingezeichnet) die beiden anderen großen Räder der Lokomotive an.





Demo-Video und Zusatzinformation
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/liliput-train.mp4
https://de.wikipedia.org/wiki/Dampflokomotive



Demo-Video
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/lokomotive.mp4

Die Kardanwelle

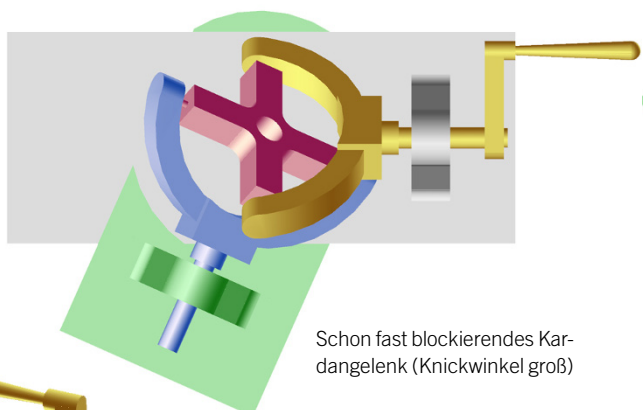
Übertragung des Drehmoments

Die Kardanwelle ermöglicht die robuste Drehmoment-Übertragung in einem geknickten Wellenstrang (die Drehachsen müssen einander schneiden). Der Knickwinkel darf sich im Betrieb verändern (Bilder rechts vs. Bilder unten), allerdings nur bis zu einem eingeschränkten Winkel von etwa $\pm 45°$.

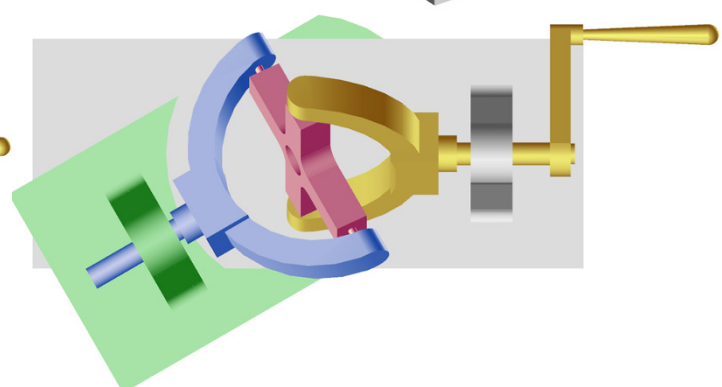
„Kardanfehler“

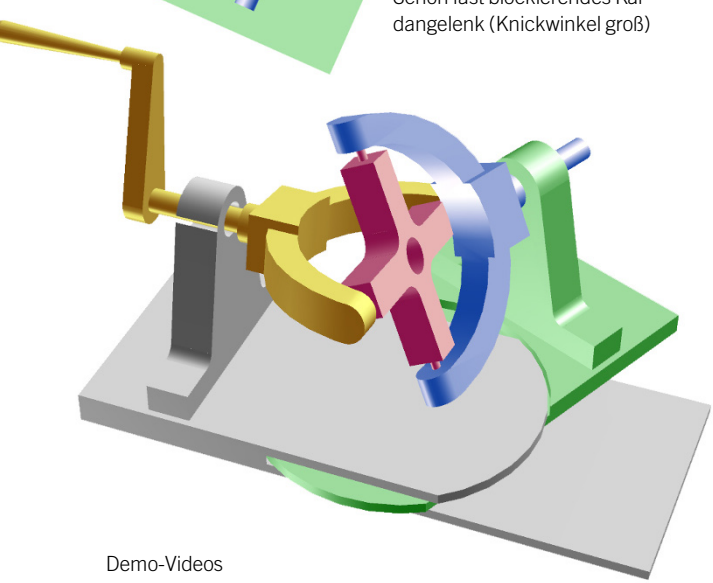
Im einfachsten Fall (einzelnes Kardangelenk) ist die Winkelgeschwindigkeit der (gelben) Abtriebswelle nicht gleich der (blauen) Antriebsgeschwindigkeit und schwankt periodisch. Die Abweichung nimmt mit dem Knickwinkel zu, wobei die Welle bei Knickwinkeln größer als $45°$ blockiert (vgl. erstes Video).

Kardangelenk mit nicht zu großem Knickwinkel



Schon fast blockierendes Kardangelenk (Knickwinkel groß)

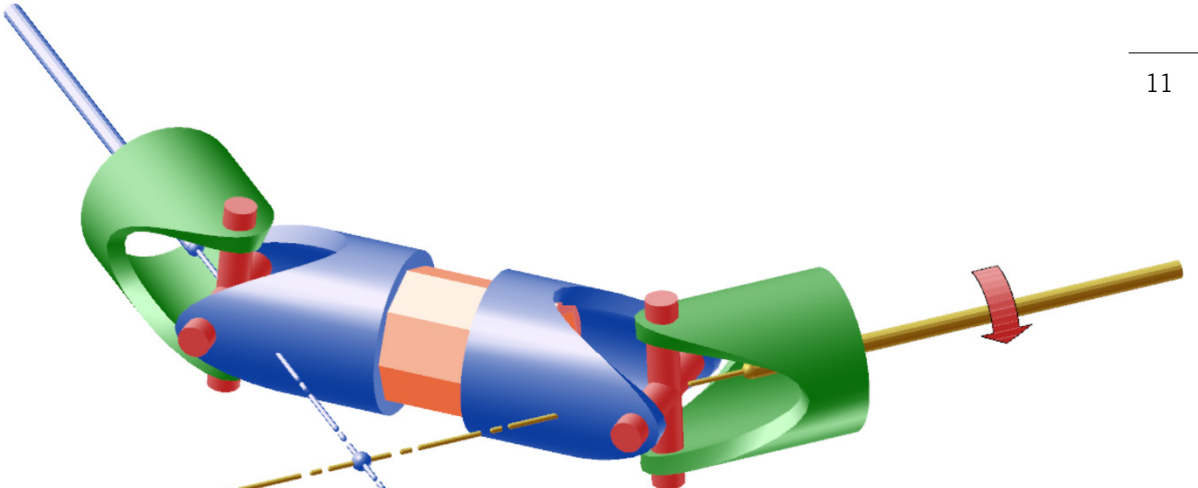




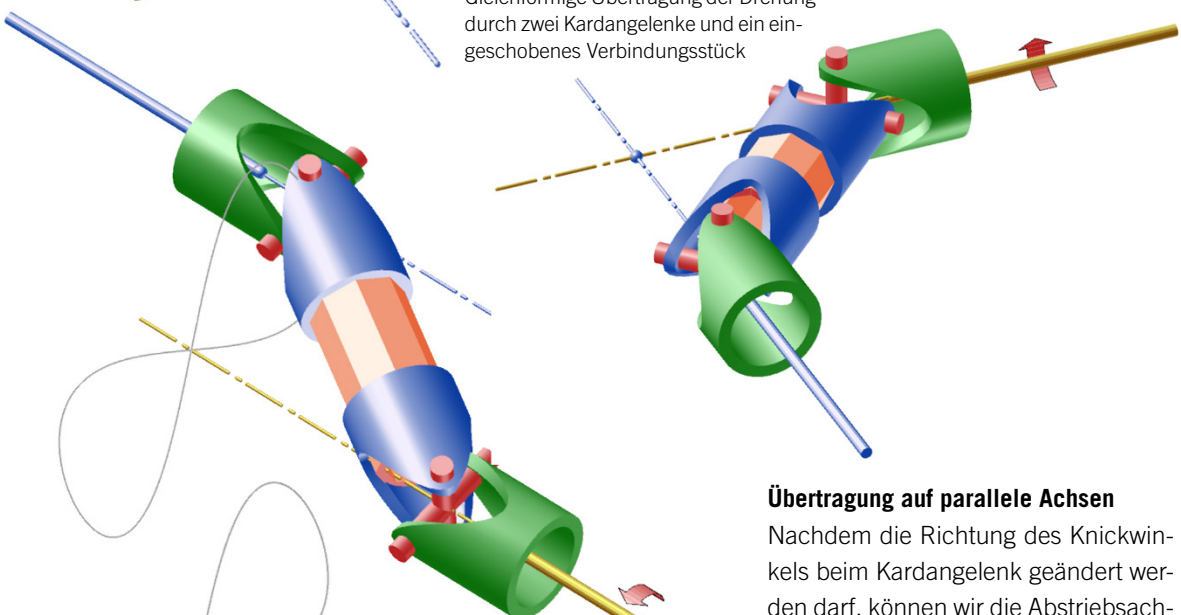
Zwei Wellen hintereinander

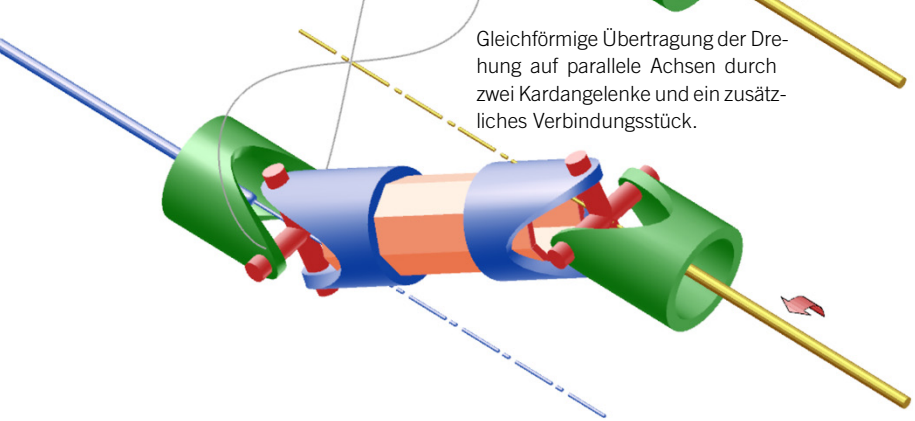
Das Manko der nicht-konstanten Antriebsgeschwindigkeit kann behoben werden, indem man – mit System – zwei Wellen „aneinanderhängt“. Dabei wird eine zusätzliche Hilfsachse (oranges Verbindungsstück) eingeschoben, welche die beiden Achsen in einer winkelhalbierenden Richtung miteinander verbindet: Sie schneidet die beiden Wellen in gleichem Abstand vom Schnittpunkt der beiden Achsen. Der Abstand der Kreuzgelenke voneinander ist dabei innerhalb gewisser Grenzen beliebig, weil er durch das Verbindungsstück überbrückt werden kann (siehe rechte Seite oberes Bild und Bild Mitte rechts bzw. zweites Video).

Demo-Videos
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/cardan-joint.mp4
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/two-cardan-joints.mp4



Gleichförmige Übertragung der Drehung durch zwei Kardangelenke und ein eingeschobenes Verbindungsstück





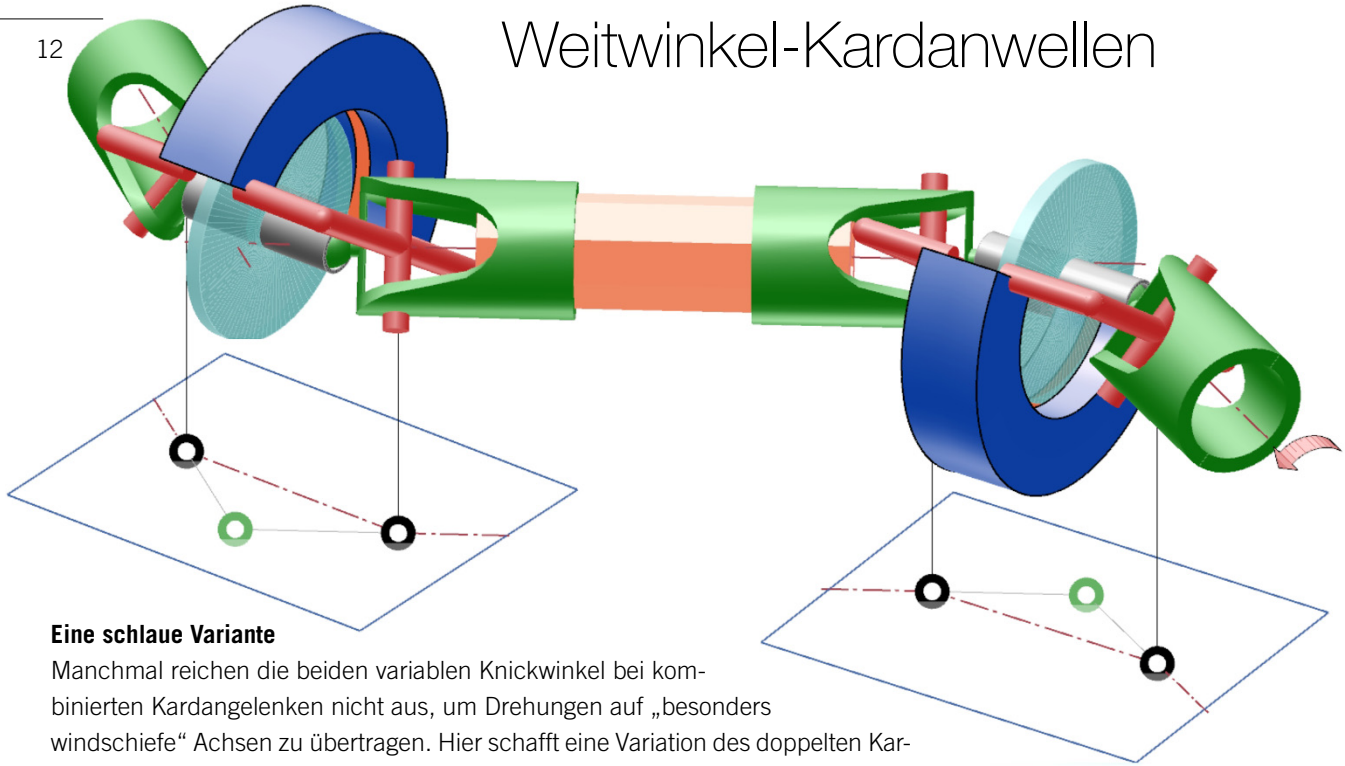
Gleichförmige Übertragung der Drehung auf parallele Achsen durch zwei Kardangelenke und ein zusätzliches Verbindungsstück.

Übertragung auf parallele Achsen

Nachdem die Richtung des Knickwinkels beim Kardangelenk geändert werden darf, können wir die Abstriebsachse (blau) auch parallel zur Antriebsachse (gelb) einrichten, ohne dass die gleichförmige Übertragung der Drehung gestört wird. Die Bilder links zeigen, dass das zweite Kreuzgelenk sogar längs einer frei wählbaren Bahnkurve wandern kann. Die dabei entstehenden Abstandsunterschiede zwischen den Kreuzgelenken werden durch Gleiten des orangenfarbenen Verbindungsstücks ausgeglichen. Eine Anwendung dafür findet sich auf S. 14.

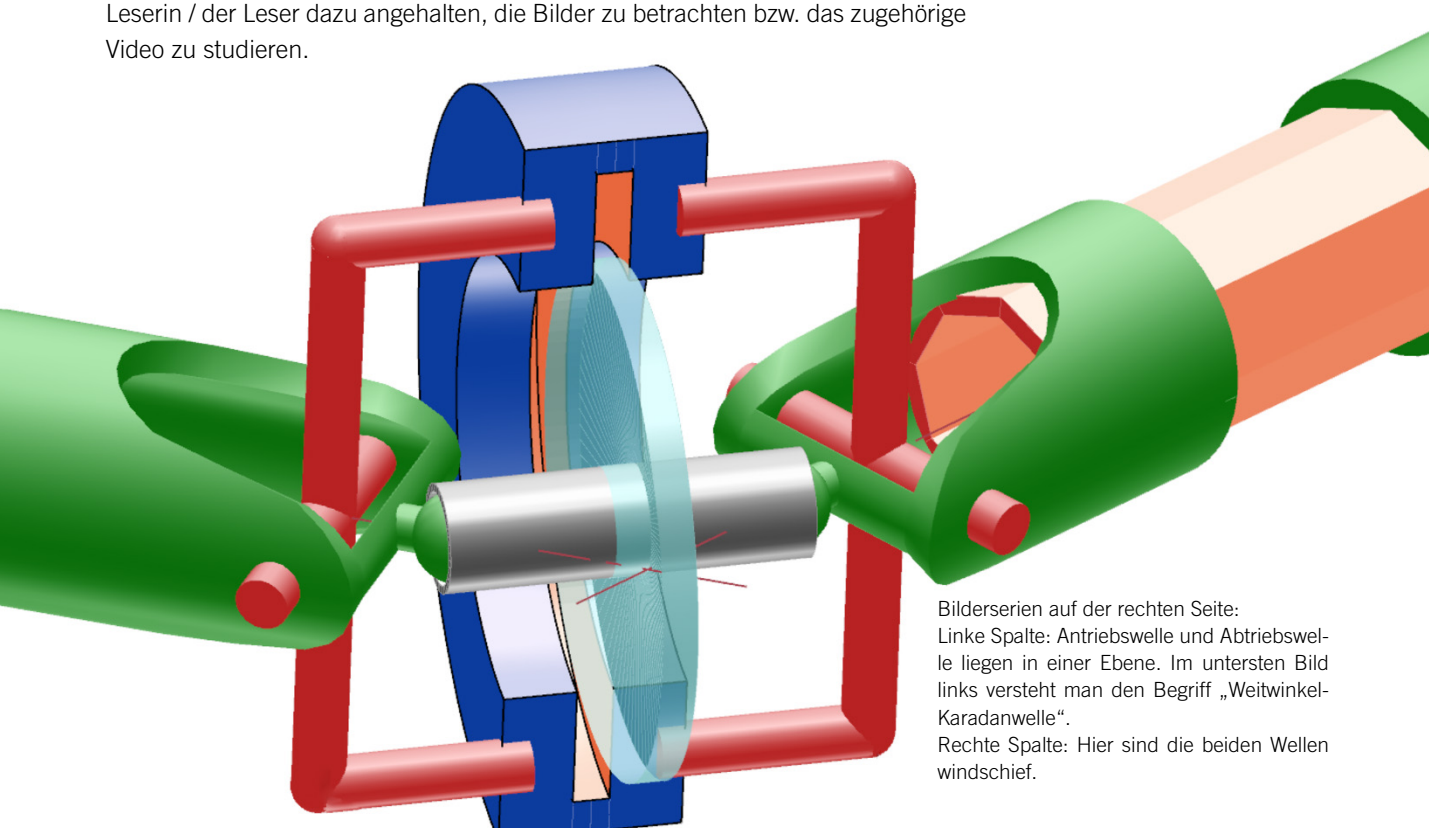
Demo-Videos
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/cardan-parallel.mp4

Weitwinkel-Kardanwellen

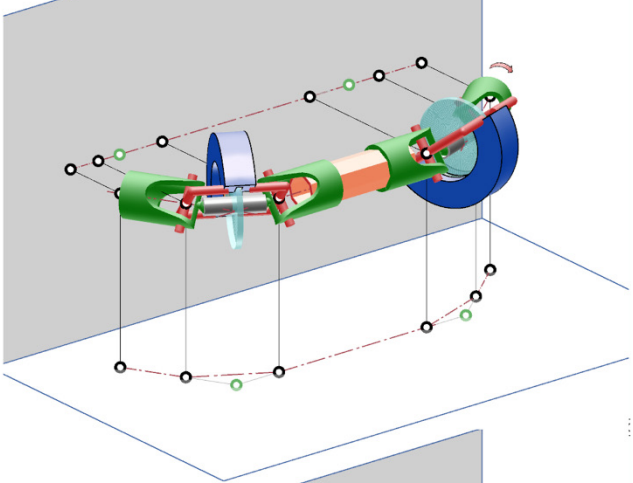


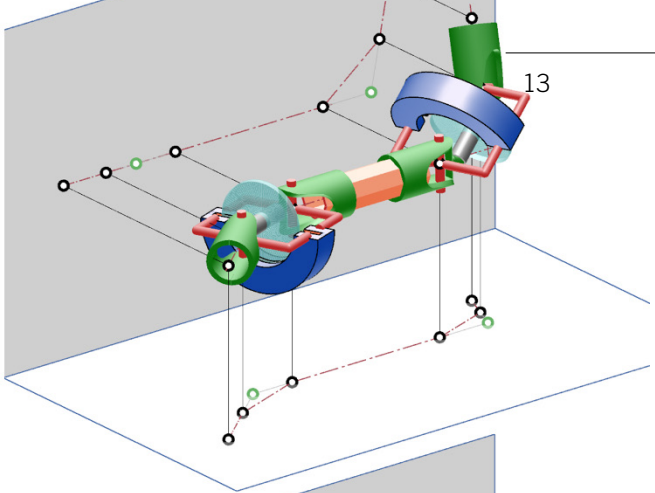
Eine schlaue Variante

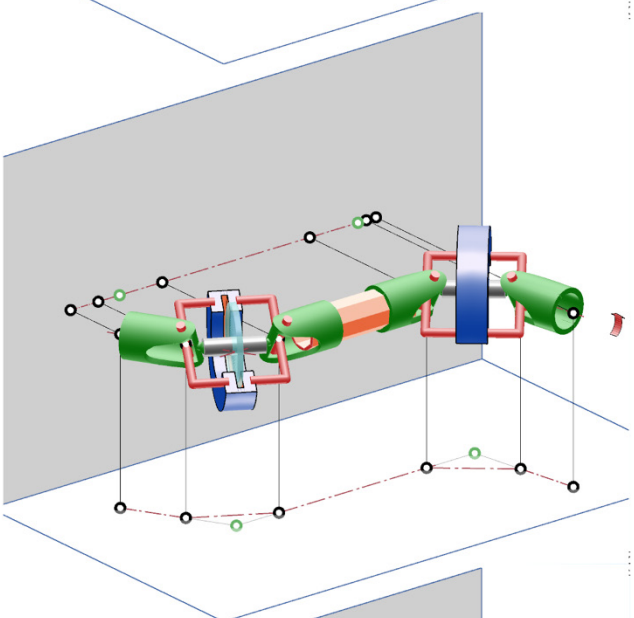
Manchmal reichen die beiden variablen Knickwinkel bei kombinierten Kardangelenken nicht aus, um Drehungen auf „besonders windschiefe“ Achsen zu übertragen. Hier schafft eine Variation des doppelten Kardangelenks Abhilfe. Ohne jetzt die Feinheiten im Detail zu beschreiben, sei die Leserin / der Leser dazu angehalten, die Bilder zu betrachten bzw. das zugehörige Video zu studieren.

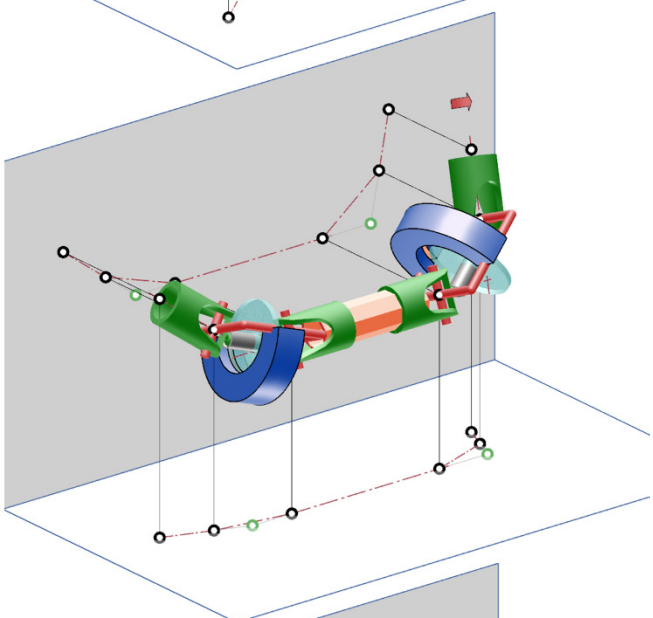


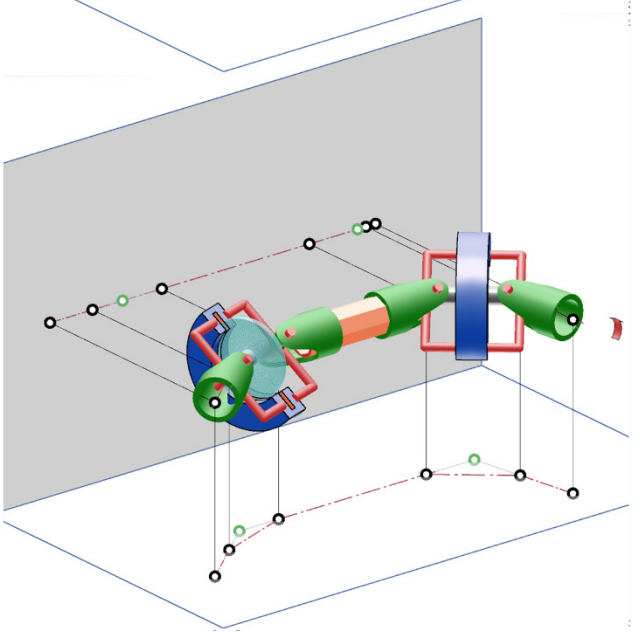
Bilderserien auf der rechten Seite:
Linke Spalte: Antriebswelle und Abtriebswelle liegen in einer Ebene. Im untersten Bild links versteht man den Begriff „Weitwinkel-Karadanwelle“.
Rechte Spalte: Hier sind die beiden Wellen windschief.

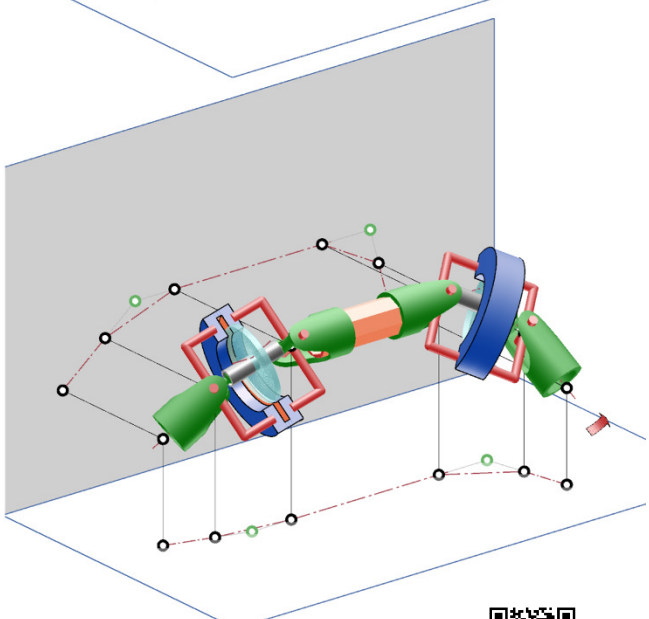










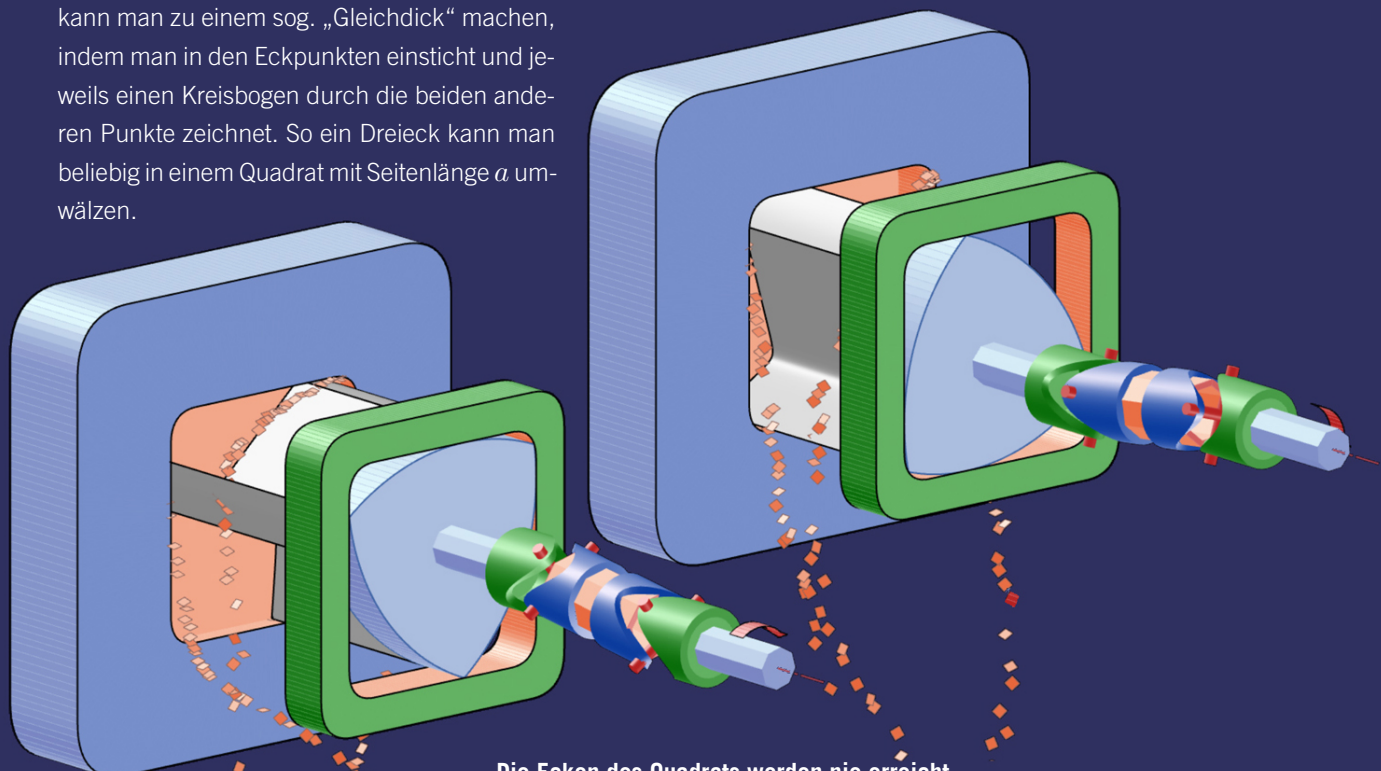


Demo-Video
http://tethys.uni-ak.ac.at/cross-science/cardan-combined.mp4

Wir bohren quadratische Löcher

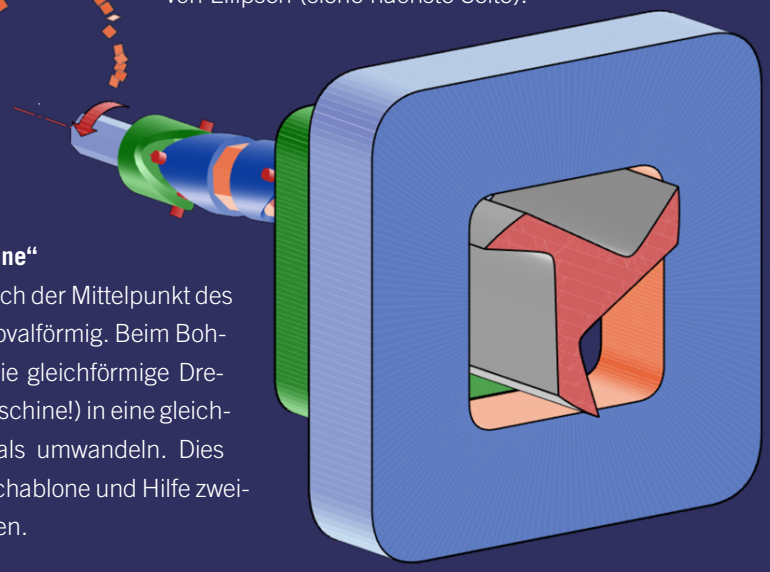
Ein Gleichdick in einem Quadrat umwälzen

Ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge a kann man zu einem sog. „Gleichdick“ machen, indem man in den Eckpunkten einsticht und jeweils einen Kreisbogen durch die beiden anderen Punkte zeichnet. So ein Dreieck kann man beliebig in einem Quadrat mit Seitenlänge a umwälzen.



Die Ecken des Quadrats werden nie erreicht

Beim Umwälzen werden die Ecken des Quadrats nicht ausgefräst. Die Ausrundungen sehen zwar kreisförmig aus, sind aber genau genommen Teile von Ellipsen (siehe nächste Seite).



Der Trick mit der „Schablone“

Beim Umwälzen bewegt sich der Mittelpunkt des Gleichdicks zwangsläufig ovalförmig. Beim Bohren will man anderseits die gleichförmige Drehung einer Welle (Bohrmaschine!) in eine gleichförmige Drehung des Ovals umwandeln. Dies kann mit einer Führungsschablone und Hilfe zweier Kardanwellen geschehen.