Matthias Wille

Fraenkel

Mengen bilden

Springer Spektrum

Fraenkel

Matthias Wille

Fraenkel

Mengen bilden

Springer Spektrum

Matthias Wille
Großbreitenbach, Deutschland

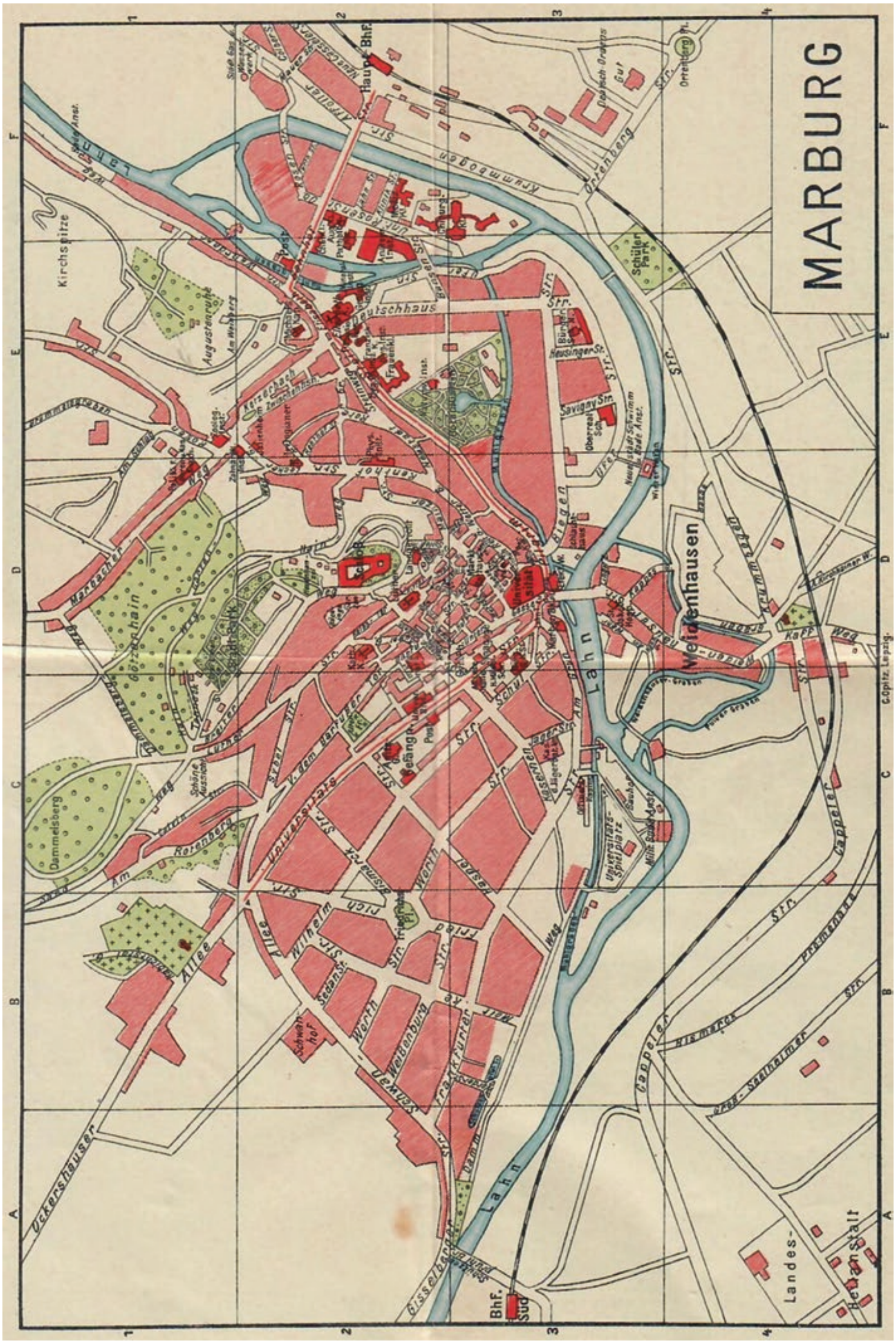
ISBN 978-3-662-66166-6 ISBN 978-3-662-66167-3 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-662-66167-3

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über https://portal.dnb.de abrufbar.

Einbandabbildung: Album der Professoren der Naturwissenschaftlichen Abteilung der Philosophischen Fakultät (UniA MR 312/7 Nr. 284). Die Verwendung erfolgt mit freundlicher Genehmigung des Universitätsarchivs der Philipps-Universität Marburg.

Planung/Lektorat: Nikoo Azarm
Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Das Papier dieses Produkts ist recyclebar.



Marburg, Anfang des 20. Jahrhunderts. (Quelle: Ulrich Hoches *Führer durch Marburg und Umgebung*, 1912)

zugeeignet der
Philipps-Universität Marburg
Fraenkels Alma Mater
und auch die meine

Vorwort

Diese Geschichte spielt in Marburg und dort wurde sie ebenfalls entdeckt. 1999 fand ich im Antiquariat Bulang & Zorn, dem heutigen Wissenschaftlichen Antiquariat Zorn, die lang gesuchte dritte Auflage von Adolf Fraenkels *Einleitung in die Mengenlehre*. Sie war Bestandteil einer großen privaten Sammlung zur mathematischen Grundlagenforschung, die das Antiquariat just zu dieser Zeit angekauft hatte und aus der viele Bände umgehend Eingang in meine Bibliothek fanden. Für Bücherjäger ein seltenes Glück.

Im Falle von Fraenkels *Einleitung* hatten die beiden Antiquare auf dem Vorsatzblatt mit Bleistift handschriftlich vermerkt „Maßgebliche Auflage!“, womit sie zweifelsohne Recht hatten. Das 71 Jahre alte Exemplar war in einem tadellosen Zustand und wog ob seiner aufwendigen Herstellung noch immer schwer in der Hand. Das Betasten der nach wie vor gestochen scharf bedruckten Seiten war ein haptisches Erlebnis. Der antiquarische Preis von 68 D-Mark war überaus angemessen. Ich hätte auch mehr gezahlt. Überglücklich darüber, eine der besten Darstellungen über die Grundlagenforschung in den ersten drei Jahrzehnten des 20. Jahrhunderts anhand eines eigenen Exemplars studieren zu können, wuchs meine Faszination für Fraenkel augenblicklich. Seine jederzeit präzisen und mit Umsicht vorgetragenen Beobachtungen zogen mich in ihren Bann. Noch mehr Eindruck hinterließ die philosophische Gründlichkeit, die seine eigene mengentheoretische Axiomatisierung begleitet. Mit großer argumentativer Sorgfalt wurde hier moderne formale Mathematik betrieben. Fortan sollte Fraenkel zu meinen Heroen zählen.

Erst Jahre später wurde mir klar, dass der Ort, an dem ich mein Exemplar der dritten Auflage erwarb, gerade einmal einen Steinwurf von jenem Ort entfernt lag, an dem Fraenkel als junger Student im Alter von 20 Jahren erstmals von der Mengentheorie hörte und an dem er sieben Jahre später seine allererste Vorlesung überhaupt sogleich zum selben Thema hielt. Es ist der Ort, an dem für ihn alles begann, was seinen Namen dauerhaft in die Geschichte der Mengentheorie einschreiben sollte. Zwischen dem oberen Ausgang des Hirschbergs am Markt und dem Haupteingang des Universitätsgebäudes liegen gerade einmal 100 m, was in der Marburger Oberstadt gefühlt in etwa derselben Höhenmeterdifferenz entspricht. Vom Antiquariat zur alten Universität benötigt man bergab nicht mehr als eine Minute, doch von Fraenkels Geschichte bis zu dieser Erzählung brauchte es ein ganzes Jahrhundert.

Großbreitenbach, Deutschland
Oktober 2022

Matthias Wille

Einleitung

Er war nie nur Mathematiker.
(Yehoshua Bar-Hillel)

Ein Buchstabe macht den Unterschied. Und es ist ein „F“. Seit nahezu 100 Jahren gehört der Name Adolf Fraenkels zum offiziellen Wortschatz der mathematischen Grundlagenforschung, denn ihm widerfuhr das Privileg der Taufe. Sprach man anfänglich von den Axiomen von „*Zermelo* und *Fraenkel*“,[1] so untersuchte man bald die Merkmale des „Zermelo-Fraenkelschen Axiomensystems“,[2] um zeitnah für diesen prominent gewordenen Gegenstand die griffige Formel „Zermelo-Fraenkel“,[3] kurz „*ZF*“, zu prägen. Selbst Kritiker sprechen anerkennend über diese „Zermelo-Fraenkelsche Axiomatik“.[4] So es überhaupt eine offizielle Taufe gab, erfolgte diese im Frühjahr 1930, als Ernst Zermelo seiner Untersuchung ohne Umschweife und mit Selbstverständlichkeit das „Zermelo-Fraenkelsche“ Axiomensystem der Mengenlehre zugrunde legt, um von diesem sogleich als dem „*ZF*-System“[5] zu sprechen. Seit nunmehr gut neun Jahrzehnten trägt die Standardmengentheorie diesen Namen – benannt nach ihren beiden Namengebern, Ernst Zermelo und Abraham Adolf Fraenkel.

Zermelo schuf mit seinen bahnbrechenden „Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre“[6] einst ein gewaltiges Werk, an dem sich Fraenkel Anfang der 1920er-Jahre über einen langen Zeitraum abzuarbeiten hatte, bis er mit seinen ehrerbietig gleichbetitelten und nicht minder beeindruckenden „Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre“[7] das System weitgehend in seine kanonische Fassung brachte. Es sind die Leistungen dieser Jahre, aufgrund derer wir ihn zu Recht „zu den bedeutendsten Vertretern der

[1] von Neumann (1925), 226 u. 227.
[2] Vieler (1926), 1; von Neumann (1928b), 678.
[3] von Neumann (1928a), 375; ders. (1929), 227 u. 228.
[4] Brouwer (1930), 10.
[5] Zermelo (1930), 29.
[6] Zermelo (1908b).
[7] Fraenkel (1925b).

Mengenlehre zu rechnen haben".[8] Während allerdings das mengentheoretische Werk Zermelos in den zurückliegenden 20 Jahren eine substantielle Aufarbeitung und beachtliche historiographische Wertschätzung erfahren hat,[9] gilt nichts dergleichen für das publizistisch ungleich umfangreichere Œuvre Fraenkels. Vor allem die mengentheoretischen Beiträge aus dessen Marburger Jahren als Dozent (1918–1928) haben in der Forschung wenig Beachtung erfahren. Dieses Versäumnis wird mit der vorliegenden Untersuchung behoben.

Ende der 1920er-Jahre ist Fraenkel auf dem Gebiet der Mengentheorie, „auf dem er sich durch seine selbständigen Forschungen rühmlich bekannt gemacht hat",[10] „längst eine anerkannte Autorität",[11] „a distinguished contributor to *Mengenlehre*".[12] Die *Einleitung in die Mengenlehre*, sein „ausgezeichnetes Lehrbuch",[13] erschien innerhalb eines Jahrzehnts in nicht weniger als drei Auflagen. In wirtschaftlich prekären Zeiten wurden weit mehr als 3000 Exemplare verkauft. „Das spricht bereits für den Wert des Buches".[14] Dabei hat er sich durch die exzeptionelle Qualität seiner Veröffentlichungen in den 1920er-Jahren, „einen so guten Namen auf dem Gebiet der Mengenlehre geschaffen, daß sich eine besondere Empfehlung" seiner 1927 erschienenen *Zehn Vorlesungen über die Grundlegung der Mengenlehre* „eigentlich erübrigt".[15] Seine „ausgezeichnete Darstellungskunst"[16] wird früh zu einem Qualitätsmerkmal Fraenkelscher Schriften, ebenso wie seine ausgewogene und vorurteilsfreie grundlagentheoretische Diplomatie. „Die Objektivität FRAENKELS bei der Auseinandersetzung der verschiedenen Auffassungen ist allgemein bekannt und anerkannt".[17] Nahezu jeder in der Mathematik kennt seinen Namen und nicht wenige kennen seine wegweisenden Beiträge zur Axiomatisierung der Mengentheorie. Aber kaum jemand kennt den Weg, der ihn zu diesen Meilensteinen führte – und dies trotz einer persönlich verfassten Lebensgeschichte, die autorisierte Quelle und substantielle Studie zugleich sein sollte.

Fraenkels Autobiographie *Lebenskreise*[18] erschien posthum. Sie erzählt auf eindringliche Weise die ersten, gut vier Jahrzehnte im Leben eines in der Kaiserzeit heranwachsenden jüdischen Mathematikers, der in den Jahren der Weimarer Republik zur wissenschaftlichen Reife gelangt und der als international bekannter Gelehrter Ende Februar 1933 Deutschland für immer verlässt. Mit Fraenkels dauerhafter Übersiedlung nach Palästina

---

[8] Pinl (1971/72), 180.

[9] Vgl. u. a. Ebbinghaus (2007a); ders. (2007b); ders. (2010a); Felgner (2010); Hallett (2010); Kanamori (2004); Peckhaus (2004); ders. (2008); Zermelo (2010).

[10] Zacharias (1928), 93.

[11] Ernst Neumann in einem Brief an Otto Toeplitz 1928. Zit. n. Fraenkel (1967), 104.

[12] Nagel (1929), 77.

[13] Menger (1929), 7.

[14] Riebesell (1930).

[15] Wolff (1927), 252 f.

[16] Scholz (1927), Sp. 2419.

[17] Kalmár (1930–32), 64.

[18] Fraenkel (1967).

enden seine niedergeschriebenen Erinnerungen. Die ursprünglich auf drei Bände angelegte Lebensbeschreibung blieb damit unvollendet.[19] Sein Leben war zutiefst durchdrungen von Religiosität, er lebte den Glauben und war im Handeln fest verwurzelt in den Traditionen des Judentums. Seine Autobiographie ist ein beeindruckendes, äußerst facettenreiches Zeugnis gelebten jüdischen Glaubens in Deutschland in den ersten drei Jahrzehnten des 20. Jahrhunderts. Für die jüdische Kulturgeschichte ist dieses Werk ohne jeden Zweifel eine eminent wertvolle Quelle.

Wer sich indes für die Genesis von Fraenkels wissenschaftlichem Werk, im Besonderen für eine Ätiologie seiner fundamentalen mengentheoretischen Ergebnisse interessiert, wird über weite Strecken der Lebensgeschichte enttäuscht. Lediglich drei (149–151) der insgesamt 208 Seiten widmet er seinen grundlegenden Beiträgen zur Mengenlehre und letztlich versagt er dem Leser jeglichen intimen Einblick in die Werkstatt seiner Gedanken. Der Anlass einer Autobiographie scheint ihm keine günstige Gelegenheit zu sein. „Von meiner wissenschaftlichen Arbeit zwischen 1919 und 1929 ist hier nicht der Ort, viel zu berichten".[20] In der nachfolgenden Fußnote verweist Fraenkel Interessenten auf den Festschriftband zu seinen Ehren, *Essays on the Foundations of Mathematics*.[21] Trotz der beeindruckenden, 23 Beiträge umfassenden Festschrift mit den vier Schwerpunkten axiomatische Mengentheorie, mathematische Logik, Grundlagen der Arithmetik und Analysis sowie Philosophie der Logik und Mathematik findet sich dort keine Darstellung seiner intellektuellen Entwicklung in besagtem Zeitraum. Wahrscheinlich hatte der Geehrte darauf auch überhaupt keinen gesteigerten Wert gelegt.

Ein durchaus sympathischer Zug – schließlich zeugt es von aufrichtiger Bescheidenheit, wenn man in Bezug auf die eigenen bahnbrechenden Resultate ohne jede Eitelkeit verfährt. Fraenkel liefert uns immerhin noch eine Auskunft, weshalb er bei Gelegenheit der selbst verfassten und damit autorisierten Lebensgeschichte nicht näher auf seine wissenschaftlichen Leistungen einzugehen gedenkt. „Ich will über meine verschiedenen Publikationen in den Jahren 1921 bis 1929 (bzw. 1931) nicht mehr erzählen, zumal viele in der dritten Auflage meiner „Einleitung in die Mengenlehre" (1928) verwertet worden sind".[22] Bei der Lektüre dieser Passage gewinnt man den Eindruck, als ob sich der Urheber der Zeilen selbst maßregelt, eine drohende Weitschweifigkeit nach bereits umfänglich geleisteten Auskünften zu vermeiden, und als interessierter Leser gerade an diesen Dingen blättert man sogleich verwundert zurück, um zu prüfen, was man alles gegebenenfalls übersehen hat. Dabei hatte der Autor bis dato gerade einmal eineinhalb Seiten in allgemeiner Diktion auf das ganze fragliche Jahrzehnt verwandt. Von einer drohenden Weitschweifigkeit kann keine Rede sein und viel erfahren hatte man auch noch nicht.

[19] Moshe D. Herr n. Cohen-Mansfield (2016a), 169.

[20] Fraenkel (1967), 147.

[21] Bar-Hillel et al. (1966).

[22] Fraenkel (1967), 151.

Der platzierte Verweis auf seine *Einleitung in die Mengenlehre* von 1928[23] war durchaus berechtigt. Immerhin findet sich in diesem, für die erste Hälfte des 20. Jahrhunderts maßgeblichen Lehrbuch zur mathematischen Grundlagenforschung eine systematisch bereinigte Darstellung von vielen seiner bedeutsamsten mengentheoretischen Ergebnisse. In theoretisch mustergültiger Form wird der zeitgenössische wissenschaftliche Erkenntnisstand aufbereitet. Die eigene mengentheoretische Forschung präsentiert sich nahezu makellos – getilgt sind alle unvollkommenen Zwischenschritte, beginnend mit ihren Ursprüngen. Es zählen einzig die aktuellsten Resultate. Was sich indes nicht findet, ist eine Ätiologie derselben. Wer sich dafür interessiert, über welche verschlungenen Pfade und intermediären Begebenheiten Fraenkels Gedanken einst entstanden, heranwuchsen und schließlich zur Reife gelangten, der wird weder in der maßgeblichen dritten Auflage der *Einleitung* noch in späteren Standardwerken fündig. Während der Mengentheoretiker in der 1953 erstmals erschienenen *Abstract Set Theory* kein einziges Wort darüber verliert,[24] begnügt er sich in der Überarbeitung des Werkes mit der knappen Bemerkung, der problematische Zermelosche Begriff der definiten Eigenschaft „requires some precisifying. […] Since 1921 lively discussions around this concept have arisen which we need not go into here".[25]

Über die Genesis seines eigenen bahnbrechenden Lösungsvorschlags wird einmal mehr kein Wort verloren, ebenso wie in seinem zusammen mit Yehoshua Bar-Hillel und (in zweiter Auflage) Azriel Levy verfassten Werk *Foundations of Set Theory*, wo es schlicht lautet: „In 1921/22 […] two different methods were offered for replacing in the axiom of subsets the vague notion of a definite statement by a well-defined, and therefore much more restricted, notion of a statement. The first method, proposed by Fraenkel, uses a certain notion of function".[26] Dabei wissen selbst ehemalige Weggefährten und Schüler sowie zeitgenössische Experten der Mengentheorie kaum etwas darüber, durch welche faszinierenden Überlegungen und beeindruckenden Argumentationen Fraenkel zur kanonischen Fassung seines mengentheoretischen Systems gelangte. Selbst sein ehemaliger Doktorand und späterer Koautor, der renommierte Mengentheoretiker Azriel Levy, räumte einst ein, er wisse „close to nothing on the development of Fraenkel's concept of definiteness".[27] Ähnlich wie in Israel gestaltete sich der Befund in Norwegen, wo einst Thoralf Skolem ein Jahr nach Fraenkel und unabhängig von diesem einen eigenen Präzisierungsvorschlag unterbreitete, der zusammen mit weiteren mengentheoretischen Einsichten zu einem engen, von wechselseitiger Sympathie und Wertschätzung getragenen persönlichen Kontakt führte, der bis zu Skolems Tod im Jahr 1963 währte.

---

[23] [*Einleitung*[3]].

[24] Vgl. [*Set Theory*[1]], §§ 1f., passim.

[25] [*Set Theory*[3]], 16.

[26] [*Foundations*[2]], 37. Vgl. zudem [*Foundations*[1]], 39f.

[27] Azriel Levy an den Autor in einer Mail vom 30. August 2003.

1923 repräsentierten beide nicht weniger als die mengentheoretische Avantgarde. Man könnte meinen, dass die Korrespondenz zwischen Marburg und Oslo bzw. später zwischen Jerusalem und Oslo (zwischenzeitlich Bergen) somit auch Fundstücke zur Definitheit enthält, die Hinweise auf die Gemengelage in ihren Arbeiten geben – immerhin genoss Skolem in den Augen Fraenkels „eigentlich das gleiche Anrecht auf Urheberschaft".[28] Doch einschlägige Archivalien aus dem Nachlass des norwegischen Logikers scheint es nicht zu geben. Jens Erik Fenstad, Schüler Skolems und für 35 Jahre Professor für mathematische Logik an der University of Oslo, konnte nur mitteilen „There is not much material left after Skolem".[29] Und auch in Bezug auf die Frage, ob er unabhängig der Nachlasssituation über Informationen zur Genesis der beiden Lösungsvorschläge verfügen würde, konnte er nur mitteilen, dass Skolem im persönlichen Gespräch mit ihm nie darauf zu sprechen kam. „I have no further information".[30] An Skolems langjähriger Wirkungsstätte konnten somit ebenfalls keine historiographischen Spuren zu Fraenkels frühen Beiträgen zur Mengenlehre sichergestellt werden. Heutzutage kennt man bestenfalls noch die systematisch bereinigte Fassung seines Axiomensystems, weitgehend unbekannt sind indes die verschlungenen und zum Teil spektakulären Pfade seiner Entstehung. Dabei enthüllt gerade die rationale Genesis von Fraenkels Arbeit am System die tieferen Vernunftgründe seines grundlagentheoretischen Weges.

In der vorliegenden Untersuchung richten wir dabei unseren Fokus auf die rigorose Tilgung von Zermelos ‚definit'-Redeweise, deren Ersetzung durch einen, über die Jahre heranwachsenden, sich stets weiter präzisierenden Vorschlag für eine induktive Definition des Funktionsbegriffs sowie die damit einhergehende Entfaltung von Fraenkels Verständnis einer operativen Axiomatik. Im Mittelpunkt der Marburger Jahre standen damit Antwortversuche auf die gereifte Frage, was wir eigentlich tun, wenn wir Mengen in ihrer Existenz postulieren. Mit der Arbeit am axiomatischen Prozess der Teilmengenbildung galt es zu durchdringen, durch welche Formen legitimen mathematischen Handelns Mengen gebildet werden. Dieser Vorgang der schrittweisen intellektuellen Klärung fand nicht nur seinen Niederschlag in etablierten Periodika oder annualen Vortragsforen, sondern auch in der Zusammenarbeit mit der Firma von Julius Springer, die just zu dieser Zeit in die Rolle des führenden Fachverlages für Mathematik hineinwuchs. Während Fraenkel Anfang der 1920er-Jahre sein Verständnis von operativer Axiomatik entwickelte und zu einem professionellen Mengentheoretiker heranreifte, wurde er durch die intensive Kooperation mit dem Springer Verlag zu einem versierten wissenschaftlichen Buchautor.

Diese Verbindung war kein akzidentelles biographisches Beiwerk in einer ansonsten reich bebilderten Wirkungsgeschichte, sondern sie wurde essenziell für die gesamte grundlegende Zeit in Marburg. Fraenkels Jahre an der Lahn erzählen zugleich eine in drei Akten verfasste Geschichte über mehr als 200 Briefe, die zwischen 1918 und 1928

[28] Fraenkel (1967), 150.

[29] Jens Erik Fenstad an den Autor in einer Mail vom 1. August 2003.

[30] Jens Erik Fenstad an den Autor in einer Mail vom 1. August 2003.

mit der Berliner Firma geteilt wurden.[31] Anfangs als geburtshelfender Verlag tätig, der als Bürge den Autor einführt und benennt,[32] wuchs Springer für den Marburger Mathematiker früh in die Rolle eines umsichtigen Förderers hinein, der das Werk zur Marke werden ließ und maßgeblich beitrug zur einsetzenden Fraenkel-Rezeption. Was der Autor für den Inhalt, war der Verlag für die Öffentlichkeit. Springer platzierte Fraenkel in der ersten Reihe. Dessen Erfolg in den 1920er-Jahren ist unauflöslich verbunden mit jenem Ort, welcher der *Einleitung in die Mengenlehre* erst einen sicheren publizistischen Platz in der Welt und schließlich ein äußerst komfortables verlegerisches Zuhause gab. Ebenso wie ihre Autoren besitzen auch Bücher ihre eigenen Biographien und jene von Fraenkels Bestseller kann ohne substantiellen Bezug auf den Verlag von Julius Springer nicht geschrieben werden.

Die benannte Geschichte erzählen wir von Beginn an. Da ein intelligibler Anfang selbst einer narrativen Einbettung bedarf, beginnt unsere Betrachtung nicht mit, sondern vor Fraenkel. Freilich kann man die Umstände, unter denen er 1911 erstmals in Marburg mit der Mengenlehre in Kontakt kam und die für seine weitere Entwicklung prägend werden sollten, als bloßes Faktum hinnehmen. Allerdings bleibt der nüchternen Feststellung ‚sic est' eine intentionale Struktur verborgen, die diesen Anfang besser verstehen hilft. Hier gibt es mehr zu entdecken, als bloße Zufälle. Deshalb setzt unsere Narration früher ein, um unter Aufbereitung einschlägiger Ereignisse und Protagonisten verständlich werden zu lassen, wie in den Jahren ab 1904 die aus Göttingen angereisten Mathematiker Otto Blumenthal,[33] Rudolf Fueter[34] und Ernst Hellinger[35] unter verschiedenen biographischen Vorzeichen mengentheoretisches Gedankengut mit an die Lahn brachten. Dies erfolgt eingebettet in die Aufarbeitung wahrscheinlicher Rezeptionsketten, möglicher Einflusssphären sowie des vor Ort anzutreffenden sozio-akademischen Rahmens, im Besonderen die Aktivitäten der seinerzeit erst jüngst gegründeten Mathematischen Gesellschaft Marburg. Wenn daher mittels eines wohlüberlegten ‚vielleicht' das vormals Unerklärte in Reichweite des Erklärbaren rückt, so ist der gezielt gebrauchte Konjunktiv ein vertretbarer Preis für das ätiologische Gelingen. Auch wenn so manche Überlegung nicht in den Indikativ gesetzt werden kann, lässt diese, im ersten Kapitel zu erzählende, Vorgeschichte besser verständlich werden, weshalb es im Sommersemester 1911 an der Universität Marburg eine einführende Vorlesung zur Mengenlehre gab[36] und es ist diese Veranstaltung, mit der für Fraenkel einst alles begann.

[31] Über Umfang und Aufbau des gesamten Briefwechsels bis 1952 informiert Wille (2023b).

[32] Vgl. Genette (1987), 50.

[33] Siehe 1.1.

[34] Siehe 1.2.

[35] Siehe 1.3.

[36] Siehe 1.4.

Das zweite Kapitel widmet sich dem Projekt der ersten Auflage der *Einleitung in die Mengenlehre* und seiner transitorischen Funktion, die aus einem didaktisch geschulten Vermittler einen forschenden Gestalter werden lässt. Bevor Fraenkel zu einem der führenden Mengentheoretiker seiner Zeit avancieren konnte, bedurfte es erst einmal einer eingehenden Bekanntschaft mit dem Gegenstand. Dieses Kapitel macht deutlich, dass der Autor zum Zeitpunkt der Niederschrift und Fertigstellung seines ersten eigenen Buchprojektes noch kein Mengentheoretiker war, sondern sich mit demselben auf der Suche nach einem neuen akademischen Profil befand. Dies geschieht inmitten welthistorischer Verwerfungen, dem Ende des Ersten Weltkrieges und der Gründung der ersten deutschen Republik. Für Fraenkel ist es eine Zeit der ungewohnten Rückkehr in ein ziviles Leben sowie der Aufnahme der ersten eigenen Lehrtätigkeit.[37] Begleitet wird diese Transformation des Soldaten hin zum Hochschullehrer durch die einsetzende Zusammenarbeit mit dem Verlag von Julius Springer,[38] durch die das Buchprojekt allererst klar konturierte Formen erfährt und dem Autor Zweifel über den Verlust der besten Jahre genommen werden. Am Ende steht mit der 156 Seiten starken *Einleitung in die Mengenlehre* ein erster Achtungserfolg,[39] an den es unmittelbar anzuknüpfen gilt.

Wäre es bei dem 1919 erschienenen Springer-Bändchen geblieben, wäre Fraenkels Name in der langen Autorenliste populärer Darstellungen verblieben. Die erste Auflage der *Einleitung* enthält keine genuin eigene Forschung, im Besonderen keine Hinweise auf jene mengentheoretischen Resultate, die ihn zum Mitnamengeber der Standardmengentheorie machen sollten. Diese Entwicklung setzt erst nach der Veröffentlichung der ersten Auflage ein und sie nimmt ihren Weg über das Mathematische Kolloquium Frankfurt am Main,[40] das als Vortragsort für Fraenkel in den Jahren 1920 bis 1922 eine unverzichtbare Rolle spielen sollte. Im dritten Kapitel rekonstruieren wir mithin, durch welche akademischen Umstände und persönlichen Kontakte Fraenkel zur eigenen mengentheoretischen Forschung gelangte. Bevor die Auseinandersetzung mit Zermelos Werk einsetzt, steht bei ihm bereits die Beschäftigung mit der Mengenlehre von Arthur Schoenflies und der Etablierung eines ersten kleinen Forschungsbeitrags.[41] Mag dieser auf den ersten Blick marginal erscheinen, so ist er für Fraenkel der Auftakt zur eigenen Forschung, die 1921 durch eine selbstbewusst auftretende Forschungsprogrammatik weithin sichtbar wird.

Die Beschäftigung mit Schoenflies' aktuellen Ergebnissen führte ihn um den Jahreswechsel 1920/21 zurück auf das Studium von Zermelos klassischer Arbeit.[42] Nachdem dessen Axiomatisierung 13 Jahre lang nahezu unberücksichtigt geblieben war, entwirft Fraenkel innerhalb weniger Monate eine Forschungsagenda, die er noch im selben Jahr

[37] Siehe 2.1.

[38] Siehe 2.2–2.4.

[39] Siehe 2.5.

[40] Siehe 3.1.

[41] Siehe 3.2.

[42] Siehe 3.3.

sowohl in Aufsatz- wie auch in Vortragsform präsentiert.[43] 1921 stellte der soeben noch mit sich selbst hadernde junge Mathematiker in vollem Bewusstsein und mit großem Selbstbewusstsein die Weichen für eine mengentheoretische Karriere, die für den Moment mehr durch Versprechen als deren Einlösung bestach. Es war eine Wette auf die eigene Zukunft und Fraenkel sollte diese Wette in den beiden nachfolgenden Jahren gewinnen. Mit der gebotenen Sorgfalt entfalten wir die wissenschaftsbiographischen und sozioakademischen Details jener Zeit, durch welche die intellektuellen Großtaten eines ‚definit'-Aufsatzes[44] oder eines *Scripta*-Beitrags[45] möglich wurden. Diesen Durchbrüchen ist das vierte Kapitel gewidmet. Wir zeichnen en détail den Weg vom ersten Unabhängigkeitsbeweis für das Auswahlaxiom zum Erfordernis einer präzisierten ‚definit'-Redeweise nach und legen dar, wie die repetitive Auseinandersetzung mit dem eigenen Funktionsbegriff zu einem Spiegel von Fraenkels ausgeprägtem grundlagentheoretischen Problembewusstsein wurde, in dem erst zaghaft und schließlich immer verbindlicher das Erfordernis für eine operative Axiomatik hervortrat. Diese konstruktive intellektuelle Rastlosigkeit manifestierte sich sozioakademisch in einem für Fraenkels Verhältnisse vortragsreichen Jahr 1922. Allein bei zwei dieser Gelegenheiten zählte kein Geringerer als David Hilbert zu den Zuhörern und so legen wir in diesem Kapitel ein entsprechendes Augenmerk auf diese beiden, wirkungsgeschichtlich keineswegs zu vernachlässigenden, Ereignisse in Göttingen[46] und Leipzig.[47]

Es war diese bedeutsame wissenschaftsbiographische Entwicklung der Jahre 1921/22, die ihm früh die Tür für eine Monographie in Richard Courants noch junger *Grundlehren*-Reihe[48] öffnete. Die erfolgreiche Zusammenarbeit mit dem Springer Verlag fand 1922/23 ihre Fortsetzung. Gemeinsam vollzog man einen Wandel und ließ aus dem populären Sachbuch ein akademisches Fachbuch werden, das in gebotener Ausführlichkeit auch über den erreichten Forschungsstand in der Präzisierung der ‚definit'-Redeweise informierte.[49] Mit der zweiten Auflage der *Einleitung* sollte Fraenkel ab Mitte der 1920er-Jahre für einen großen Adressatenkreis als mengentheoretischer Experte weithin sichtbar sein.[50] Die mit den Manuskripterweiterungen verbundenen Herausforderungen, einschließlich der intensiven Zusammenarbeit zwischen Autor und Verlag, werden hier eindringlich nachgezeichnet und bilden den ersten thematischen Hauptstrang des fünften Kapitels,[51] der die Episode der 1923er-Jahresversammlung der *Deutschen Mathematiker-Vereinigung* in Marburg

[43] Siehe 3.4.
[44] Fraenkel (1922b). Siehe 4.1.
[45] Fraenkel (1923). Siehe 4.3.
[46] Siehe 4.4.
[47] Siehe 4.2.
[48] [*Einleitung*^{2}].
[49] Siehe 5.2.
[50] Siehe 6.1.
[51] Siehe 5.1 u. 5.5.

als zweiten einbettet.[52] Die Marburger Mathematik gelangte seinerzeit unter außergewöhnlichen politischen Entwicklungen in einzelnen Teilen der noch jungen Republik in die Rolle des gastgebenden Seminars und musste unter den äußerst schwierigen Bedingungen der grassierenden Hyperinflation eine bis zuletzt in ihrer Realisierbarkeit hinterfragten Jahrestagung organisieren. Fraenkels Marburger Vortrag zum Status quo der mathematischen Grundlagenforschung lässt bei dieser Gelegenheit erkennen, dass er die eigene mengentheoretische Forschung trotz all ihrer technischen Detailfinessen vor einem weitaus größeren Horizont aufgeklärt aufzuspannen weiß. Ein Mengentheoretiker mit philosophischem Gespür.

Die damit zum Ausdruck gebrachte argumentative Offenheit sollte seine weitere intellektuelle Entwicklung maßgeblich mitprägen. Neben der Vollendung noch offener technischer Fragen im Umgang mit seiner induktiven Definition des Funktionsbegriff[53] rückt in seinen letzten Marburger Jahren zunehmend mehr die unvoreingenommene Darstellung der zeitgenössischen Grundlagenpositionen in den Fokus seiner Aufmerksamkeit. Flankiert wird diese ausgewogene wissenschaftsphilosophische und mathematikhistorische Dienstleistung durch ein investigatives Bibliographieren des Themas, das Fraenkel zu einem umfassend Belesenen in der Sache werden ließ und uns eine Datenbank an Literatur bescherte, die für Generationen von Grundlagenforschern zu einem äußert wertvollen Werkzeug werden sollte. All dies findet zusammen nicht nur im gewaltigen Projekt der dritten Auflage der *Einleitung*,[54] sondern in Auszügen bereits im Jahr zuvor im Projekt der *Zehn Vorlesungen*.[55] Von dieser Vollendung berichtet das sechste Kapitel.

Damit endet die vorliegende Untersuchung, nicht jedoch Fraenkels wissenschaftliches Wirken. In der Mitte seines Lebens stehend wechselte er im Frühjahr 1928 nach Kiel, wo er als Ordinarius für Mathematik bis zur Machtübernahme der Nationalsozialisten lehren und forschen sollte. Anfang 1933 übersiedelt er schließlich dauerhaft nach Jerusalem, wo ihm weitere 34 produktive Lebensjahre vergönnt blieben.[56] Fraenkels Marburger Jahre reichen in ihrem Umfang bei Weitem nicht an dessen Jahrzehnte an der Hebrew University heran. Aber die Jahre an der Philipps-Universität bilden die Zeit seiner größten Produktivität, es sind die Semester seiner besten Ergebnisse und es ist die Epoche, in der vor allem durch seine an der Lahn geleistete Forschung die Mengentheorie wertvolle Impulse erfuhr. In diesem Sinne ist Fraenkels Marburger Zeit in doppelter Hinsicht ‚grundlegend'. Grundlegend für seinen eigenen weiteren Werdegang und grundlegend für die Mengentheorie, die dank seiner Forschung ein neues Maß an Strenge erreichte.

---

[52] Siehe 5.3 u. 5.4.

[53] Siehe 6.2.

[54] Siehe 6.4.

[55] Siehe 6.3.

[56] In Auszügen berichtet hierüber Wille (2023a).

Inhaltsverzeichnis

Vor Fraenkel: Mengenlehre in Marburg 1904–1911

1

1.1 Otto Blumenthal referiert in der Mathematischen Gesellschaft 1904

Das Wintersemester 1918/19 war ein ganz besonderes. Es begann, wie schon die acht vorangegangenen, im Krieg. Doch im Unterschied zu diesen endete es erstmals seit mehr als vier Jahren im Frieden. Am 29. September hatte Erich Ludendorff Kaiser und Reichsleitung darüber in Kenntnis gesetzt, dass der Krieg mit militärischen Mitteln nicht mehr zu gewinnen sei. Als am Tag drauf an der Philipps-Universität Marburg der Vorlesungsbetrieb begann, konnte zu diesem Zeitpunkt noch niemand wissen, dass im Verlaufe des Semesters ein Stück weit Normalität an die deutschen Universitäten zurückkehren würde.

Zurückgekehrt waren auch dieses Mal ehemalige Kriegsteilnehmer. Für die Studierenden unter ihnen stellte die Universität – wie bereits in den Semestern zuvor – besondere Einführungs- und Wiederholungskurse in Aussicht, um ihnen die Wiedereingliederung in das akademische Leben zu erleichtern. Sofern die Rückkehr in einen Alltag jenseits der Schützengräben überhaupt möglich war. Einer dieser Rückkehrer im Spätherbst 1918 war jedoch kein Student, sondern ein junger Privatdozent, der es gerade noch vor Ausbruch des Krieges zur Promotion geschafft hatte und der sich in seinem 50 Monate währenden Kriegsdienst[1] darüber hinaus zu habilitieren vermochte. Abraham Halevi Fraenkel, der damals noch seinen bürgerlichen Namen Adolf trug, kehrte an seine Alma Mater Philip-

Das vorliegende Kapitel ist eine überarbeitete und leicht erweiterte Fassung von Wille (2020b). Ich danke einem anonymen Kritiker, der mir Hinweise zur Verbesserung dieses ersten Kapitels über die *SieB*-Redaktion hat zukommen lassen.

[1] Fraenkel (1967), 128.

M. Wille, *Fraenkel*, https://doi.org/10.1007/978-3-662-66167-3_1

pina zurück und versuchte sich erstmals als akademischer Lehrer. Obwohl Dissertation[2] und Habilitation[3] algebraische Themen verhandeln und der junge Dozent inzwischen ein ausgewiesener Experte in der algebraischen Theorie der Ringe ist, widmet er seine erste große vierstündige Vorlesung einem Thema, das zu dieser Zeit noch lange nicht zum Kanon der akademischen Mathematik zählt und zu dem der Dozent auch noch mit keiner Silbe in Erscheinung getreten ist. Fraenkel liest in seiner ersten Vorlesung sogleich über „Mengenlehre".

Als der junge Privatdozent am Montag, den 18. November 1918, 16 Uhr zum allerersten Mal in seinem Leben das Katheder im Universitätsgebäude bestieg, konnte in diesem Moment wohl noch niemand erahnen, dass damit eine nahezu eine Dekade währende Phase der mengentheoretischen Grundlagenforschung in Marburg einsetzen sollte, die in Deutschland ihresgleichen suchte. Bis dahin besaß die Mathematik in der mittelhessischen Provinz überhaupt keine Tradition in der Grundlagenforschung, wenngleich mit Kurt Hensels Berufung 1902 immerhin die Zahlentheorie in dessen wissenschaftlich fruchtbarsten Jahren prosperierte, vor allem durch die Untersuchungen zu Themen der höheren Algebra und Determinantentheorie sowie dem detaillierten Ausbau seiner originellen Theorie der p-adischen Zahlen. Als Helmut Hasse 1921 an die Philippina wechselte, hatte mancher „nicht viel mehr als ein mitleidiges Lächeln dafür, daß man als junger Mathematiker Göttingen mit seiner altehrwürdigen Tradition den Rücken kehren könne, um sich einer so ausgefallenen Sache wie der Henselschen p-adik im kleinen Marburg zu widmen".[4] Aber Anfang der 1920er-Jahre entfaltete die Mathematik an der Lahn eine beachtliche Grundlagenforschung.

Zugetraut hätte man dies einem großen und in diesen Dingen versierten Institut wie etwa in Berlin, erwartet hätte man es vielleicht von Göttingen, dem Zentrum schlechthin. Mengentheoretische Geschichte wurde in den nachfolgenden Jahren aber vor allem an der Philipps-Universität geschrieben. Das kleine Marburg schickte sich an, es mit den Großen in der mathematischen Grundlagenforschung aufzunehmen. Dabei kam Göttingen eine mehr als nur kleine und darüber hinaus äußerst feine Rolle in der Vorgeschichte zu, denn mit Otto Blumenthal, Rudolf Fueter und Ernst Hellinger wirkten bereits im ersten Jahrzehnt des 20. Jahrhunderts drei Hilbert-Schüler in Marburg, die nicht nur mit der axiomatischen Methode bestens vertraut waren, sondern auch mit dem Entwicklungsstand der modernen Mengentheorie. Diese Kollegen kamen direkt vom Ort des Geschehens und so brachten sie als Augenzeugen Stück für Stück mengentheoretisches Gedankengut mit nach Marburg. Sie waren die Überbringer einer noch jungen Botschaft.

Wie andernorts wohl auch wurde an der Lahn das – wahlweise von Neugier oder Skepsis begleitete – Interesse an der Mengenlehre erneuert mit dem Erscheinen des vierten Heftes des 59. Bandes der *Mathematischen Annalen* am 15. November 1904. Diese Ausgabe enthielt auf drei Druckseiten einen Auszug aus einem an David Hilbert gerichteten

---

[2] Fraenkel (1914); (1915).

[3] Fraenkel (1916).

[4] Hasse (1950), 9.

Brief. Autor und Absender war Ernst Zermelo. Der Brief enthielt nicht weniger als einen „Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann“[5] und damit die positive Antwort auf die von Hilbert vier Jahre zuvor in Paris formulierte Frage, ob das Kontinuum als wohlgeordnete Menge aufgefasst werden kann. Bekanntlich löste diese Veröffentlichung eine Kettenreaktion aus[6] und in Marburg bekam man all dies aus erster Hand mit, denn mit Otto Blumenthal, dem ersten Doktoranden Hilberts, war inzwischen ein zentrales Redaktionsmitglied der *Mathematischen Annalen* vor Ort. Für das Sommerhalbjahr 1904 und schließlich auch das Winterhalbjahr 1904/05[7] war er als akademischer Lehrer vertretungsweise nach Marburg gekommen, nachdem der zweite Ordinarius des dortigen mathematischen Seminars, Adolf Edmund Heß, Ende 1903 überraschend verstorben war. Auch wenn er einen „übereilten Abschied in Göttingen“[8] nehmen musste, um den neuen curricularen Pflichten pünktlich begegnen zu können, so nahm Blumenthal doch vor allem seine inzwischen umfangreich angewachsene Redaktionsarbeit mit, über die er Hilbert regelmäßig brieflich informierte.[9]

In exakt diese Zeit fällt die Veröffentlichung von Zermelos Beweis und umgehend hat ihm in seiner Funktion als Redakteur der *Annalen* „Borel einen entrüsteten Brief geschrieben“.[10] Diese Reaktion, die wahrscheinlich sogar etwas früher Zermelo erreicht haben dürfte,[11] besaß ein besonderes Gewicht, denn Blumenthal, der einst das Winterhalbjahr 1899/1900 sowie das Sommerhalbjahr 1900 zum Studium in Paris verbracht hat[12] und eine hohe Meinung von der französischen Mathematik pflegte, war im Besonderen ein großer Bewunderer Émile Borels. Dessen Lehrveranstaltungen hatten einen nachhaltigen Eindruck hinterlassen und aus der Sympathie zwischen beiden entwickelte sich schließlich eine „ungewöhnliche Freundschaft“.[13] Es war mithin nur naheliegend, dass Borel von der Redaktion aufgefordert wurde, seine Kritikpunkte vorzutragen,[14] damit sie als Erwiderung in den *Annalen* veröffentlicht werden konnten. Am 1. Dezember 1904[15] stellt dieser seine konzisen, gerade einmal eineinhalb Seiten umfassenden Anmerkungen zu den Prinzipien der Mengenlehre fertig und schickt sie Blumenthal zur Veröffentlichung. Er

[5] Zermelo (1904).

[6] Zu Zermelos Beweis, der Kritik daran sowie dessen Erwiderungen siehe umfassend Moore (1982), vor allem 85–150.

[7] Längere Zeit ging Blumenthal davon aus, dass er einzig für ein Semester vertreten würde. Vgl. Otto Blumenthal an David Hilbert in einem Brief vom 7. Mai 1904. In Rowe (2018), 100.

[8] Otto Blumenthal an Käthe und David Hilbert in einem Brief vom 26. April 1904. In Rowe (2018), 95.

[9] Vgl. Rowe (2018), 187–191.

[10] Otto Blumenthal an David Hilbert in einem Brief vom 15. November 1904. In Rowe (2018), 188.

[11] Vgl. Redaktion JDMV (1905a), 61.

[12] Vgl. Rowe (2018), 15.

[13] Rowe (2018), 16.

[14] Vgl. Rowe (2018), 189.

[15] Vgl. Borel (1905), 195.

kritisiert nicht die formale Korrektheit des Beweises, wohl aber zieht er in Zweifel, dass durch ihn erhellt wird, was es zu klären galt. Nach Auffassung Borels war Zermelo keineswegs die Klärung des Wohlordnungsproblems gelungen,[16] sondern er hatte lediglich gezeigt, dass sich dieses Problem als äquivalent erwies zu einem weiteren: der Behauptung des Auswahlprinzips. Der Beitrag erscheint im zweiten Heft des 60. Bandes, das am 14. März 1905 ausgegeben wurde, und liefert damit den Auftakt für eine Vielzahl weiterer Stellungnahmen. Die heraufziehende kontroverse Publikationsdynamik konnte Zermelo bereits im Herbst 1904 voraussehen. „Da wird sich noch eine hübsche Polemik in den Annalen entwickeln; aber ich fürchte sie nicht".[17]

Neben Borels Replik erreichten die Redaktion wahrscheinlich zur selben Zeit weitere Erwiderungen. Nicht nur erschien die Stellungnahme des französischen Mathematikers im besagten *Annalen*-Heft zusammen mit Arthur Schoenflies' „Über wohlgeordnete Mengen"[18] und Felix Bernsteins „Über die Reihe der transfiniten Ordnungszahlen",[19] die ebenfalls auf den Wohlordnungsbeweis kritisch Bezug nehmen. Die Repliken von Schoenflies und Bernstein müssen in Göttingen ebenso schnell eingetroffen sein wie jene Borels. Zermelo hatte sie in persönlicher Briefform bereits innerhalb weniger Wochen nach Fertigstellung des Beweises erhalten, denn Max Dehn berichtet er am 24. Oktober davon, „wie ich von den Spezialisten der Mengenlehre, von Bernstein, Schoenflies u. König mit Einwänden, vorläufig brieflich, bombardirt werde".[20] Er reagiert umgehend und referiert bereits drei Wochen später, am 15. November 1904, in der Göttinger Mathematischen Gesellschaft „über einige neuere Resultate in der Mengenlehre",[21] insbesondere über seinen jüngst gelungenen Beweis und „beleuchtet Einwendungen, die ihm von E. Borel, J. König, F. Bernstein und A. Schönflies gemacht sind".[22] Der Referent gibt mithin „einen Überblick über die neuerdings unter den Mengentheoretikern entstandene Kontroverse, sowie über seine demnächst in den Mathematischen Annalen zu publizierende einschlägige Note".[23]

Während Bernstein die Verzichtbarkeit des Auswahlaxioms feststellt, sofern man den von ihm eingeführten Begriff der vielwertigen Äquivalenz verwenden würde,[24] sieht Schoenflies die Gefahr von Antinomien, da dem Beweis eine nicht ausdrücklich hervorgehobene Annahme zugrunde liegt, die zu viel abzuleiten gestattet „und gerade deshalb ist sie un-

[16] Vgl. Borel (1905), 194.

[17] Zermelo an Max Dehn in einer Postkarte vom 27. Oktober 1904. In Ebbinghaus (2007b), 431.

[18] Schoenflies (1905).

[19] Bernstein (1905a).

[20] Zermelo an Max Dehn in einer Postkarte vom 27. Oktober 1904. In Ebbinghaus (2007b), 431.

[21] Redaktion JDMV (1905a), 61.

[22] Redaktion JDMV (1905a), 61.

[23] Mathematische Gesellschaft zu Göttingen, Protokollbuch Nr. II (Sommersemester 1896 – Wintersemester 1903/04), Bl. 119; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Signatur: Cod. MS. Math. Archiv 49 : 2.

[24] Vgl. Bernstein (1905a), 193.

zulässig".[25] Zermelo wird bei der Gelegenheit seines Vortrags Mitte November wahrscheinlich jene Erwiderungen vorgetragen und einzeln abgearbeitet haben, die sich später auch veröffentlicht wiederfinden.[26] Während Schoenflies vornehmlich durch Missverständnisse zu seiner Kritik veranlasst wurde, unter anderem durch die Abwandlung einer notwendigen, aber nicht hinreichenden Bedingung hin zu einer notwendigen und hinreichenden,[27] besitzt die von Bernstein für seinen Begriff der vielwertigen Äquivalenz reklamierte Funktion bei weitem nicht die erforderliche Beweiskraft.[28] Zermelo, die *Annalen*-Redaktion und damit eben auch Blumenthal hatten in den letzten beiden Monaten des Jahres 1904 also alle Hände voll zu tun, um den immer zahlreicher werdenden Repliken gerecht zu werden.

All dies wäre hier nur einer Randnotiz würdig, wenn es keine Spuren im akademischen Leben Marburgs hinterlassen hätte und auf den ersten Blick sieht es auch ganz danach aus, denn in der Lehre stellte sich Blumenthal nach Kräften in den Dienst des mathematischen Seminars und kompensierte vor allem das Profil des verstorbenen Heß. Hier spielte die Mengentheorie keine Rolle. Es überrascht daher umso mehr, dass Blumenthal während seiner beiden Vertretungssemester neben den vereinnahmenden Lehrverpflichtungen sowie der intensiven Redaktionstätigkeit Zeit und intellektuelle Kraft für nicht weniger als sieben, thematisch beeindruckend diversifizierte Vorträge findet.[29] Mit diesen bringt er sich in die soeben gegründete Mathematische Gesellschaft zu Marburg ein und hat damit maßgeblich Anteil daran, dass dieses neue akademische Vortragsforum einen gelungenen Start verzeichnen kann. Bereits Anfang Mai 1904 lässt er David Hilbert brieflich von seinem anstehenden Engagement in der Sache wissen, denn die übersandten Notizen zu Integralgleichungen scheinen ihm ein vielversprechendes Material für das Vortragsforum zu sein. „Möglicherweise werde ich darüber in der hier zu gründenden Mathematischen Gesellschaft referieren".[30]

Als Blumenthal diese Zeilen verfasst, scheint die Gründung unmittelbar bevorgestanden zu haben, denn für das Sommerhalbjahr verzeichnet die Gesellschaft bereits zehn gehaltene Vorträge,[31] was einen späteren Beginn als Mai 1904 wenig plausibel erscheinen lässt. Gegründet wurde die Mathematische Gesellschaft zu Marburg unter dem Vorsitz von Kurt Hensel.[32] Neben den Dozenten des Faches sollen an den Veranstaltungen laut Gründungsansinnen auch „eine beschränkte Anzahl älterer Studenten teilnehmen",[33] was vermuten lässt, dass durch die Zusammenkünfte der Gesellschaft nicht zuletzt ein akade-

---

25 Vgl. Schoenflies (1905), 182.

26 Vgl. Zermelo (1908a), 111–128.

27 Vgl. Schoenflies (1905), 181; Zermelo (1908a), 125.

28 Vgl. Zermelo (1908a), 113.

29 Vgl. Redaktion JDMV (1904c), 487; (1905b), 202.

30 Otto Blumenthal an David Hilbert in einem Brief vom 7. Mai 1904. In Rowe (2018), 100.

31 Siehe Redaktion JDMV (1904c), 487.

32 Vgl. Redaktion JDMV (1904c), 487.

33 Redaktion JDMV (1904c), 487.

misches Mikroklima geschaffen werden sollte, in dem fortgeschrittene Studierende mit potentiellen Promotionsthemen in Kontakt kommen und Examenskandidaten Ergebnisse aus ihren Doktorarbeiten vorstellen konnten. Geprägt wurden die Sitzungen aber vor allem durch die Vorträge mit Berichtscharakter, in denen die Lehrenden über hiesige und externe Forschungsbestrebungen referierten. Als Vorbild für dieses Unterfangen dürfte vor allem die Berliner Mathematische Gesellschaft gedient haben, die sich gerade einmal zweieinhalb Jahre zuvor, am 31. Oktober 1901, „im kleinen Hörsaal des Berliner Physikalischen Universitätsinstituts“[34] konstituiert hatte und die noch im selben Jahr bereits 56 Mitglieder zählte.[35] Unter den 38 Teilnehmern der konstituierenden Sitzung[36] befand sich auch Hensel,[37] der zu diesem Zeitpunkt noch als außerordentlicher Professor der Berliner Mathematik angehörte. Es wird für alle Anwesenden ein ganz besonderes Ereignis gewesen sein, mit dem Gründungsakt nunmehr ein kollegiales Forum für den wissenschaftlichen Austausch geschaffen zu haben. Für die neun Sitzungen im ersten akademischen Jahr des Bestehens verzeichnete die Gesellschaft eine durchschnittliche Zahl von 39 Teilnehmern.[38] Ein beachtlicher Zuspruch. Hensel nahm bis zu seiner Berufung nach Marburg nicht nur regelmäßig an den Sitzungen der Berliner Mathematischen Gesellschaft teil,[39] sondern brachte sich sogleich noch für die 6. Sitzung am 19. März 1902[40] mit einem Vortrag „Über analytische Funktionen und algebraische Zahlen“ ein.[41]

Es ist durchaus naheliegend, dass der zum Winterhalbjahr 1902/03 nach Marburg neuberufene Hensel, immer noch unter dem Eindruck der Berliner Gründung stehend, das selbige Anliegen für eine hiesige Mathematische Gesellschaft mitbringt. Nachdrücklich bestärkt wurde er eventuell durch den *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, der just in diesem Jahr, nach einer erfolgreichen ersten Dekade, in einem neuen Format auftrat und mit neuen Abteilungen aufwartete, um im Besonderen „das Bild der mathematischen Arbeit des In- und Auslandes zu vervollständigen“.[42] Von 1902 an finden sich in den Mitteilungen und Nachrichten des *Jahresberichts* nun auch „Berichte über die Thätigkeit der Akademien, Gesellschaften und Vereine, welche die mathematischen Wissenschaften pflegen und fördern“.[43] Die Institute und Seminare waren ausdrücklich dazu aufgefordert, ihre erfolgten Programme und Termine der Redaktion

---

[34] Redaktion JDMV (1902a), 71.

[35] Vgl. Vorstand der Berliner Mathematischen Gesellschaft (ed.), 1.

[36] Vorstand der Berliner Mathematischen Gesellschaft (ed.), 1. Abweichend zu den offiziellen *Sitzungsberichten* wurde im *Jahresbericht* der DMV für die Gründungssitzung indes die Anzahl von 41 Teilnehmer vermerkt. Vgl. Redaktion JDMV (1902a), 71.

[37] Vgl. Vorstand der Berliner Mathematischen Gesellschaft (ed.), 1.

[38] Vgl. Vorstand der Berliner Mathematischen Gesellschaft (ed.), 1, 2, 17, 25f., 33, 55.

[39] Vgl. Vorstand der Berliner Mathematischen Gesellschaft (ed.), passim.

[40] Vgl. Vorstand der Berliner Mathematischen Gesellschaft (ed.), 26.

[41] Hensel (1902); vgl. zudem Redaktion JDMV (1902b), 202.

[42] Gutzmer/von Dyck (1902), 3.

[43] Gutzmer/von Dyck (1902), 3.

zu melden. Nahezu monatlich erhalten die Leser nunmehr Informationen über die akademischen Aktivitäten, vor allem aus den Universitätsstädten des Deutschen Kaiserreichs.

Diese Dokumentationen informieren und inspirieren gleichermaßen, denn die regen akademischen Aktivitäten führen nun auch andernorts zu Neugründungen und verstärken damit einmal mehr katalytisch das Erfordernis eines eigenen festen Zirkels für die hiesigen Fachgelehrten. So fällt in diese Zeit etwa die am 14. Februar 1902 gegründete Mathematisch-physikalische Gesellschaft zu Münster i. W.[44] sowie die am 14. Januar 1904 initiierte Mathematische Gesellschaft in Wien, deren Gründung ausdrücklich „mit dem Ziel der Pflege der reinen und angewandten Mathematik durch Vorträge, Referate usw.“[45] einhergeht. Durch Gründung einer örtlichen mathematischen Sozietät – sofern man nicht bereits über eine solche verfügte – entsprach man also ganz dem Zeitgeist. Für die akademische Sichtbarkeit des eigenen Seminars war es mithin von großem Wert, wenn die Institution oder die Stadt durch die Aktivitäten eines fachwissenschaftlichen Forums im *Jahresbericht* präsent gehalten wurde. Die Gründung einer ortsansässigen mathematischen Gesellschaft verfolgte damit sowohl intellektuelle als auch strategische Ziele.

Schließlich schmückt ein solches Forum nicht nur die so beschenkte Universitätsstadt, sondern es dokumentiert auch nach außen eine rege Forschungstätigkeit der Fachkollegen vor Ort und es war der *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, der ab 1902 den hierfür entsprechenden publizistischen Platz bereitstellte. Was der großen Berliner Mathematik gut stand, würde nicht minder der kleinen Marburger Mathematik gut zu Gesicht stehen. Die Zeit von ca. drei Semestern, die zwischen Ankunft und Gründung liegt, unterstützt diese Annahme, denn nicht nur warteten auf Hensel an seiner neuen Wirkungsstätte dringlichere Aufgaben als die Gründung eines fachwissenschaftlichen Vortragsforums und zudem galt es das Anliegen allererst mit den bereits vor Ort befindlichen Kollegen, vor allem dem zweiten Ordinarius Adolf Edmund Heß, dem weiteren Mitdirektor des mathematischen Seminars, zu besprechen. Als dieser Weihnachten 1903 überraschend verstirbt, übernimmt Hensel als einziger verbliebener Direktor die Geschicke des mathematischen Seminars und kann damit im darauffolgenden Frühjahr alleinverantwortlich das Gründungsanliegen vorantreiben. Nachdrücklichen Zuspruch hat er in dieser Zeit eventuell auch von Rudolf Fueter erhalten, dem die Institution einer Mathematischen Gesellschaft aus seiner Göttinger Studienzeit bestens vertraut war. Fueter arbeitete seit Mitte 1903 in Marburg an seiner Habilitation und dürfte mithin als angehender Hochschullehrer ein professionelles Interesse an einer solchen Diskussionsplattform für Forschungsfragen gehabt haben. Wir werden auf ihn weiter unten zurückkommen.

Damit diese initiierten Aktivitäten im akademischen Leben der Universität entsprechend sichtbar werden und darüber hinaus nicht bereits wieder nach kurzer Zeit zum Erliegen kommen, bedarf es von Beginn an vieler und vielfältiger Beiträge. In einem so überschaubaren mathematischen Kosmos wie jenem der Philippina, der kurz zuvor auch noch eine zentrale Lehrkraft verloren hat, ist das ein mehr als ehrgeiziges Anliegen. Da

[44] Vgl. Redaktion JDMV (1904b), 385.

[45] Redaktion JDMV (1904a), 135.

kommt Otto Blumenthal gerade zur richtigen Zeit. Dieser wird nicht nur umgehend für zwei Vorträge im Sommerhalbjahr verpflichtet,[46] sondern er hält im gesamten akademischen Jahr 1904/05 ein Drittel aller 21 Vorträge und repräsentiert damit den größten Aktivposten der jungen Mathematischen Gesellschaft. Selbst Hensel, der sich ebenfalls nach Kräften einbringt, wird im Ganzen „nur" sechs Vorträge halten.[47] Der Rest verteilt sich auf fünf weitere Referenten. Blumenthal und Hensel sind also im Wesentlichen die Garanten für einen erfolgreichen Start. Welch wichtige Rolle der Vertreter für die Gründungszeit der Gesellschaft hatte, zeigt sich bei einem Blick auf die Zeit nach seinem zweisemestrigen Gastspiel. Die Vortragsdichte der nachfolgenden Semester sinkt umgehend und deutlich. Weder das akademische Jahr 1905/06 mit seinen insgesamt zwölf Vorträgen[48] noch 1906/07 mit insgesamt elf Terminen[49] konnte an die Aktivitäten der Gründungszeit anschließen. Das gilt gleichermaßen für die dokumentierte spätere Zeit.[50] So sind auch für das akademische Jahr 1909/10 im Ganzen nicht mehr als zwölf Vorträge vermerkt.[51]

Das Erstaunliche geschieht nun im Winterhalbjahr 1904/05, in dem die Mathematische Gesellschaft routiniert „monatlich 2 Sitzungen"[52] abhält und bei einer Gesamtdauer von einem halben Jahr (15. Oktober 1904 bis 15. März 1905) damit auf insgesamt elf Vorträge[53] kommt – das mit Abstand stärkste Semester der Mathematischen Gesellschaft. Nachdem Hensel, wahrscheinlich in der zweiten Oktoberhälfte, den ersten Vortrag des neuen Semesters „Über die invarianten Charaktere der Diskriminanten von Zahlen desselben Körpers"[54] gehalten hat, ist einmal mehr Blumenthal mit dem ersten seiner insgesamt fünf Vortragstermine an der Reihe. Gegenstand ist weder ein Thema aus seiner eigenen Forschung noch ein Topos, der sich ausgehend der laufenden Lehrverpflichtungen anbieten würde. Nichts dergleichen. Stattdessen trägt er völlig überraschend über „Grundzüge der Mengenlehre"[55] vor. Damit der Besonderheiten noch nicht genug, beschränkt sich sein Referat über das ungewöhnliche Thema nicht auf den Termin Ende Oktober/Anfang November. Für seine Darstellung wird er den gesamten November und eventuell noch den ersten Dezembertermin in Anspruch nehmen, denn es handelt sich bei seinen Überlegungen zu Grundzügen der Mengenlehre um nicht weniger als einen „Zyklus von 3

[46] Vgl. Redaktion JDMV (1904c), 487.

[47] Vgl. Redaktion JDMV (1904c), 487; (1905b), 202.

[48] Vgl. Redaktion JDMV (1906a), 64; (1906c), 537.

[49] Vgl. Redaktion JDMV (1906c), 537; (1907a), 324.

[50] Für die dazwischenliegenden fünf Semester findet sich im *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* keine Dokumentation. Es bleibt daher offen, ob die Aktivitäten der Gesellschaft temporär ruhten oder ob Veranstaltungen gehalten, aber nicht gemeldet wurden.

[51] Vgl. Redaktion JDMV (1910e), 144.

[52] Redaktion JDMV (1905b), 202.

[53] Vgl. Redaktion JDMV (1905b), 202.

[54] Redaktion JDMV (1905b), 202.

[55] Redaktion JDMV (1905b), 202.

Vorträgen“.[56] In der Mathematischen Gesellschaft zu Marburg wird es im November 1904 kein anderes Thema gegeben haben als Mengentheorie und es wird zu den bestimmenden Topoi bis zum Ende des Jahres zählen. Die Mengentheorie war in Marburgs akademischer Mathematik angekommen.

Bedauerlicherweise ist uns nicht mehr überliefert als das bereits Vermerkte, d. h. jede weitere Überlegung zu den möglichen Inhalten verbleibt bis auf Weiteres ungeprüft. Allerdings begünstigt der Kontext die eine oder andere Vermutung, was Gegenstand des Vortragszyklus gewesen sein könnte. Beginnen wir mit dem Indiz des Gesamtumfangs. Wenn die Betrachtungen zur Mengentheorie einzig dem Nachzeichnen etablierter Grundzüge gewidmet gewesen wäre, hätte Blumenthal zum einen auf eine Vielzahl von weithin bekannten Studien wie etwa „Die Entwickelung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten“[57] von Arthur Schoenflies aus dem *Jahresbericht* oder zeitgenössischer Untersuchungen wie beispielsweise dessen Beiträge zur Theorie der Punktmengen[58] verweisen können, die jüngst in den *Annalen* erschienen waren. Hochwertige Literatur zur Mengentheorie bis 1904 gab es inzwischen reichlich und das Geben eines Überblicks wäre für ein Fachpublikum problemlos im Rahmen eines einzelnen Vortrags möglich gewesen. Eine Fortsetzung hätte ein solches Ansinnen nicht erforderlich gemacht, von einer Vortragsreihe von drei Vorträgen ganz zu schweigen. Das nährt die Vermutung, dass der Referent ein Ziel im Blick hatte, dessen Realisierung zwingend ein überaus sorgfältiges Vorgehen erforderlich machte, weil es andernfalls bestehende Zweifel nicht zerstreut oder bestehende Kontroversen nicht geschlichtet hätte.

Zermelos Beweis des Wohlordnungssatz wäre exakt ein solcher Kandidat gewesen. Er polarisierte und er war ohne zusätzliche, nicht minder kontroverse Voraussetzungen nicht zu haben. Einem Referenten hätte all dies in der sorgfältigen Aufbereitung viel abverlangt. Frappant ist darüber hinaus freilich die Koinzidenz zwischen Blumenthals Vorträgen zur Mengenlehre und der Veröffentlichung von Zermelos Beweis des Wohlordnungssatzes in den *Annalen*. Zermelos Brief an Hilbert ist auf den 24. September datiert[59] und er wird nicht nur schnell seinen Weg von Hannoversch Münden in das lediglich 25 km entfernte Göttingen gefunden haben, sondern in seinem veröffentlichten Auszug auch zügig in die *Annalen*-Redaktion gelangt sein. Hilbert wird nicht zuletzt gegenüber Blumenthal auf eine zügige Veröffentlichung gedrängt haben. Davon zeugt die dem Titel zugesetzte Bemerkung „Aus einem an Herrn Hilbert gerichteten Briefe“,[60] die darauf schließen lässt, dass der Herausgeber dem Autor keine zusätzliche Zeit für eine Aufbereitung in konventioneller Aufsatzform einzuräumen gedachte. Die Angelegenheit war zu wichtig und musste unbedingt noch im letzten Heft der *Annalen* im Jahr 1904 Berücksichtigung finden.

---

[56] Redaktion JDMV (1905b), 202.

[57] Schoenflies (1900).

[58] Vgl. Schoenflies (1903); (1904).

[59] Vgl. Zermelo (1904), 516.

[60] Zermelo (1904), 514.

Der Grund hierfür war allgemein bekannt. Blumenthal, Hilbert und Zermelo waren vor Ort, als Julius König am 9. August auf dem *Dritten internationalen Mathematiker-Kongress* in Heidelberg einen Vortrag „Zum Kontinuum-Problem“[61] hielt. Die Präposition im Titel täuschte erheblich über den bahnbrechenden Anspruch hinweg, der sich dahinter verbarg. Es war dieser Vortrag, welcher der großen Tagung „eine ganz besondere Überraschung“[62] bescherte. Entsprechend erstaunt dürften alle Anwesenden gewesen sein, als sie erfuhren, dass König im Verlauf seines „verblüffend“[63] wirkenden Vortrags nichts anderes als einen Lösungsvorschlag für Hilberts erstes Problem – die Klärung der Kontinuumshypothese – präsentieren würde.[64] König kam zu dem Ergebnis, dass die Mächtigkeit des Kontinuums weder gleich Aleph$_1$ ist noch überhaupt unter den Aleph-Zahlen vorkommt. Ein Ergebnis, das auf den anwesenden Georg Cantor „geradezu erschütternd“[65] wirkte und nicht nur auf diesen. Damit konnte König zudem die Behauptung Cantors zurückweisen, dass jede wohldefinierte Menge – so auch die Menge der reellen Zahlen – in die Form einer wohlgeordneten Menge gebracht werden kann.[66]

Vier Jahre zuvor in Paris schien es für Hilbert noch „höchst wünschenswert, *einen direkten Beweis dieser merkwürdigen Behauptung von* Cantor *zu gewinnen*“,[67] wobei „merkwürdig“ hier nicht im Sinne von ‚sonderbar‘, sondern von ‚bemerkenswert‘ zu verstehen war. Schließlich war der Wohlordnungssatz für den Schöpfer der Mengentheorie nicht nur grundlegend und folgenreich, sondern aufgrund seiner Allgemeingültigkeit auch ein besonders merkwürdiges Denkgesetz.[68] Mehr noch. Für ihn „war es eine Art Dogma seines mengentheoretischen Wissens und Glaubens“.[69] Dieser „ergriff damals das Wort in tiefster Bewegung. Es kam darin auch ein Dank gegen Gott vor, daß er ihm vergönnt habe, diese Widerlegung seiner Irrtümer zu erleben“.[70] Die ebenfalls Anwesenden Hilbert, Schoenflies und Zermelo dürften nicht weniger konsterniert, dafür aber alles andere als überzeugt gewesen sein. Zumindest bei letzterem wich die Verblüffung sogleich dem handfesten Zweifel, die verwendete Bernsteinsche Alefrelation könnte bei genauerer Betrachtung alles zu Fall bringen. In den Augen Zermelos konnte sich König „gratuliren, dass in Heidelberg die Bibliothek so früh geschlossen wurde; er hätte sich sonst ev. noch in persona blamirt“.[71] Die Kritiker des Vortrags mussten sich also gedulden, bis sie in Bernsteins Dissertation nachschlagen konnten. Nach außen hin musste Cantor die präzise

[61] Revidiert König (1905a); (1905b).
[62] Kowalewski (1950), 198.
[63] Schoenflies (1922b), 100.
[64] Vgl. u. a. Ebbinghaus (2007a), 50–53.
[65] Kowalewski (1950), 202.
[66] Vgl. u. a. Cantor (1883), 550.
[67] Hilbert (1900), 299.
[68] Vgl. Cantor (1883), 550.
[69] Schoenflies (1922b), 100.
[70] Kowalewski (1950), 202.
[71] Zermelo an Max Dehn in einer Postkarte vom 27. Oktober 1904. In Ebbinghaus (2007b), 431.

entwickelte Beweisführung (für den Moment) anerkennen, gleichwohl hielt auch er das bewiesene Ergebnis nicht für richtig.[72] Der Erfinder der Mengentheorie trug sich mit dem Gedanken, im Einzelfall einen Unterschied zwischen mathematischer Wahrheit und formaler Bewiesenheit zuzulassen. Gegenüber Vertrauten bekundete er scherzhaft, „er hege kein Mißtrauen gegen den König, nur gegen seinen Minister“.[73]

Der Vortrag sorgte umgehend für viel Aufsehen. „Die ganzen Ferien war eigentlich von nichts anderem die Rede“.[74] Sogar die Zeitungen griffen das Ereignis auf[75] und auch der „Großherzog von Baden ließ sich durch Felix Klein über diese Sensation berichten“.[76] Der Heidelberger Kongress bildete den „Höhepunkt des Interesses, das die mathematische Welt den mengentheoretischen Problemen entgegenbrachte“.[77] Gerhard Kowalewski erinnert sich,[78] dass es Zermelo gewesen sei, der bereits am Folgetag die Unhaltbarkeit der Beweisführung offenlegte,[79] während Arthur Schoenflies einzig die – nachweislich dokumentierte – „exakte Prüfung“[80] durch Hausdorff kurze Zeit nach dem Kongress zur Sprache bringt. Ob es nun zuerst Zermelo war bzw. die entscheidende Einsicht bereits tags darauf gewonnen wurde – feststeht: Es gab erheblichen Widerspruch, auch von Zermelo, und es sollte sich schnell herausstellen, dass ein im Beweis benutztes Theorem problematisch[81] und damit Königs Widerlegung der Kontinuumshypothese gescheitert war. Die Heidelberger Ereignisse bereicherten so manche Mathematikerbiographie, auch jene Kurt Hensels. Der Marburger Professor nahm nicht nur am Kongress teil,[82] sondern auch an der außergewöhnlichen Begebenheit eines informellen Nachkongresses, der sich per glücklicher Fügung ergab und dessen allesbestimmendes Thema die Zusammenkunft zu einer maximal verdichteten Fachkonferenz über Mengentheorie werden ließ. Kein zweites Mal in seinem Leben wird der Schöpfer der p-adischen Zahlen einen derart intensiven Kontakt mit der kontroversen Disziplin erfahren haben. Und all dies im August 1904.

Hensel gehörte einer kleinen und höchst erlesenen Gruppe von Mathematikern an, die nach dem Kongress für einige Tage im Berner Oberland durch Zufall zusammenfand. Bei der Gelegenheit dieses unverhofft schnellen Wiedersehens konnte man sich gleichermaßen ausführlich wie eindringlich über das Geschehene austauschen. Vor allem für Georg Cantor, der wie kein anderer von den Entwicklungen betroffen war, bot dieser Gesprächskreis

---

[72] Vgl. Schoenflies (1922b), 100.

[73] Zit. n. Schoenflies (1922b), 100.

[74] Zermelo an Max Dehn in einer Postkarte vom 27. Oktober 1904. In Ebbinghaus (2007b), 431.

[75] Vgl. Kowalewski (1950), 202.

[76] Kowalewski (1950), 202.

[77] Schoenflies (1922b), 100.

[78] Lt. „Verzeichnis der Kongreßmitglieder“ (siehe Krazer (1905), 16) nahm Kowalewski allerdings nicht am Kongress teil.

[79] Vgl. Kowalewski (1950), 202.

[80] Schoenflies (1922b), 101.

[81] Siehe König (1905a), 146f.; (1905b), 179f.

[82] Vgl. Krazer (1905), 15.