

Roberto Pinto  
Maria Teresa Vespucci

# Modelli decisionali per la produzione, la logistica e i servizi energetici



 Springer

UNITEXT

## **Modelli decisionali per la produzione, la logistica e i servizi energetici**

Roberto Pinto · Maria Teresa Vespucci

# Modelli decisionali per la produzione, la logistica e i servizi energetici

 Springer

**Roberto Pinto**  
Dipartimento di Ingegneria industriale  
Università degli Studi di Bergamo

**Maria Teresa Vespucci**  
Dipartimento di Ingegneria  
dell'informazione e metodi matematici  
Università degli Studi di Bergamo

UNITEXT – Collana di Ingegneria  
ISSN versione cartacea: 2038-5749

ISSN elettronico: 2038-5773

ISBN 978-88-470-1790-0  
DOI 10.1007/978-88-470-1791-7

ISBN 978-88-470-1791-7 (eBook)

Springer Milan Dordrecht Heidelberg London New York

© Springer-Verlag Italia 2011

Quest'opera è protetta dalla legge sul diritto d'autore e la sua riproduzione è ammessa solo ed esclusivamente nei limiti stabiliti dalla stessa. Le fotocopie per uso personale possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68. Le riproduzioni per uso non personale e/o oltre il limite del 15% potranno avvenire solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, Corso di Porta Romana n. 108, Milano 20122, e-mail [segreteria@aidro.org](mailto:segreteria@aidro.org) e sito web [www.aidro.org](http://www.aidro.org). Tutti i diritti, in particolare quelli relativi alla traduzione, alla ristampa, all'utilizzo di illustrazioni e tabelle, alla citazione orale, alla trasmissione radiofonica o televisiva, alla registrazione su microfilm o in database, o alla riproduzione in qualsiasi altra forma (stampata o elettronica) rimangono riservati anche nel caso di utilizzo parziale. La violazione delle norme comporta le sanzioni previste dalla legge.

L'utilizzo in questa pubblicazione di denominazioni generiche, nomi commerciali, marchi registrati, ecc. anche se non specificatamente identificati, non implica che tali denominazioni o marchi non siano protetti dalle relative leggi e regolamenti.

9 8 7 6 5 4 3 2 1

*Layout copertina:* Beatrice B., Milano

Immagine di copertina: Nanni Valentini, *Le soglie*, 1979-80, terracotta greifcata, collezione privata. Riproduzione per gentile concessione dell'Archivio Nanni Valentini

Impaginazione: PTP-Berlin, Protago T<sub>E</sub>X-Production GmbH, Germany ([www.ptp-berlin.eu](http://www.ptp-berlin.eu))  
Stampa: Grafiche Porpora, Segrate (MI)

*Stampato in Italia*

Springer-Verlag Italia S.r.l., Via Decembrio 28, I-20137 Milano  
Springer-Verlag fa parte di Springer Science+Business Media ([www.springer.com](http://www.springer.com))

---

# Indice

Prefazione ..... IX

Notazione ..... XIII

---

## Parte I Modelli per la produzione e la logistica

---

<b>1</b>	<b>Progettazione della rete logistica</b> .....	3
1.1	Descrizione del caso .....	6
1.2	Formulazione di un modello con numero di siti non noto .....	7
1.2.1	Estensione del modello con inclusione del vincolo di capacità dei siti .....	11
1.3	Formulazione di un modello con numero di siti noto .....	12
1.3.1	Formulazione del modello <i>p-median</i> .....	12
1.3.2	Formulazione del modello <i>p-cover</i> .....	13
1.3.3	Formulazione del modello <i>p-center</i> .....	15
1.4	Considerazioni conclusive .....	16
<b>2</b>	<b>Pianificazione multi-sito della produzione</b> .....	19
2.1	Descrizione del caso .....	20
2.2	Formulazione del modello .....	23
2.3	Estensioni del modello .....	27
2.3.1	Costo di attivazione di un sito produttivo .....	27
2.3.2	Espansione della capacità produttiva .....	29
2.4	Considerazioni conclusive .....	30
<b>3</b>	<b>Programmazione multi-periodo della produzione</b> .....	33
3.1	Descrizione del caso .....	35
3.2	Formulazione del modello .....	38
3.3	Estensioni del modello .....	44
3.3.1	Eliminazione del <i>backlog</i> per alcuni prodotti .....	44

3.3.2	Incompatibilità tra leghe .....	45
3.3.3	Opportunità di raggruppamento .....	47
3.3.4	Imposizione di un vincolo “condizionale” .....	48
3.4	Considerazioni conclusive .....	49
<b>4</b>	<b>Programmazione della produzione con attrezzature configurabili</b> .....	<b>51</b>
4.1	Descrizione del caso .....	52
4.2	Formulazione del modello .....	55
4.3	Estensioni del modello .....	59
4.3.1	Vincoli di saturazione minima e massima .....	59
4.3.2	Tempo massimo per l'approntamento degli stampi .....	60
4.3.3	<i>Lead time</i> di preparazione degli stampi .....	61
4.3.4	<i>Setup</i> della macchina in tempo non mascherato .....	62
4.4	Considerazioni conclusive .....	63
<b>5</b>	<b>Schedulazione e bilanciamento di un reparto produttivo</b> ...	<b>65</b>
5.1	Tipologie di sistema produttivo .....	67
5.2	Obiettivi della schedulazione .....	68
5.3	Formulazione del problema di schedulazione su singola macchina .....	70
5.3.1	Formulazione con variabili <i>completion time</i> .....	70
5.3.2	Formulazione tramite variabili posizionali e di assegnamento .....	72
5.4	Descrizione del caso .....	73
5.5	Formulazione del modello .....	75
5.5.1	Linearizzazione della funzione obiettivo .....	78
5.6	Estensioni del modello .....	79
5.6.1	Bilanciamento con possibilità di ritardo .....	80
5.7	Considerazioni conclusive .....	82
<b>6</b>	<b>Gestione delle attività di distribuzione e trasporto</b> .....	<b>83</b>
6.1	Il <i>Vehicle Routing Problem</i> .....	84
6.2	Il problema dell'assegnamento: il <i>Bin Packing Problem</i> .....	86
6.3	Il problema del percorso minimo: il <i>Traveling Salesman Problem</i> .....	87
6.4	Descrizione del caso .....	91
6.5	Formulazione del modello .....	91
6.6	Estensioni del modello .....	94
6.6.1	Introduzione dei vincoli di capacità .....	94
6.6.2	Introduzione di ulteriori vincoli .....	95
6.7	Considerazioni conclusive .....	96

---

**Parte II Modelli per la gestione dei servizi energetici**


---

<b>7</b>	<b>Programmazione della produzione di energia elettrica</b> . . . . .	99
7.1	Programmazione annuale delle risorse di produzione idroelettrica . . . . .	100
7.2	Vincoli per la programmazione degli impianti termoelettrici . . .	104
7.3	Programmazione settimanale delle risorse idrotermoelettriche per un produttore <i>price taker</i> . . . . .	109
7.4	Programmazione settimanale delle risorse idrotermoelettriche per un produttore <i>price maker</i> . . . . .	113
7.5	Coordinamento della produzione giornaliera di impianti idroelettrici ed eolici . . . . .	117
<b>8</b>	<b>Programmazione della produzione di una microrete di cogenerazione</b> . . . . .	121
8.1	Modello per la gestione ottimizzata dell'impianto . . . . .	122
8.2	Procedura euristica per istanze di grandi dimensioni . . . . .	129
8.3	Dimensionamento e valutazione economica di un sistema di cogenerazione . . . . .	131
<b>9</b>	<b>Modelli per la vendita al dettaglio del gas naturale</b> . . . . .	133
9.1	Il modello deterministico . . . . .	135
	<b>Bibliografia</b> . . . . .	143
	<b>Indice analitico</b> . . . . .	147

---

## Prefazione

La necessità di elaborare modelli della realtà è insita nell'uomo. Di fronte alla complessità della natura e dei fenomeni fisici, spinto dal desiderio di indagare e comprendere i misteri che lo circondano, l'uomo ha maturato l'esigenza di tradurre questi elementi in qualcosa di più "maneggevole" che potesse essere usato, da una parte, per spiegare l'ambiente in cui vive e, dall'altra, per poter sperimentare e sviluppare nuova conoscenza e nuovo sapere. Ecco dunque nascere *modelli* in grado di fungere da rappresentazione sintetica della realtà, espressi in forma fisica – come il modello in scala di una costruzione – o concettuale – come un modello matematico.

Oggi l'utilizzo di modelli, fisici o concettuali, è imprescindibile per lo sviluppo dell'innovazione in campo scientifico, tecnologico e manageriale. In particolare, l'utilizzo di modelli matematici per la rappresentazione della realtà e per la ricerca di soluzioni a problemi complessi ha assunto un ruolo fondamentale in molti contesti, nell'ambito dello sviluppo di strumenti di supporto alle decisioni.

D'altra parte, la sensazione che prevale quando ci troviamo ad esporre questi concetti, sia ai nostri studenti che ad interlocutori del mondo aziendale e professionale, è quella di un certo scetticismo: spesso, il formalismo del linguaggio matematico e l'apparente astrattezza delle applicazioni sembra incutere un timore forse eccessivo, culminante in un rifiuto dello stesso e di tutte le possibilità ad esso correlate. Come risultato, pur riconoscendo la necessità di un supporto quantitativo ai processi decisionali, molte aziende fanno affidamento a mezzi e approcci inadeguati a sfruttare tutto il potenziale di un approccio rigoroso e strutturato, ancorché complesso.

Anche per questo motivo abbiamo deciso di intraprendere l'impegnativo cammino che ha portato all'edizione di quest'opera: per realizzare un tentativo di trasmettere in modo graduale e didattico, attraverso il riferimento a problemi reali e concreti, un metodo analitico fondato sull'astrattezza della rappresentazione matematica.

Quest'opera è ulteriormente motivata dal fatto che esistono molti ottimi libri che trattano la programmazione matematica (e, in particolare, la pro-

grammazione lineare) ma, tra questi, non sono molti i testi che trattano nello specifico il tema della *modellazione dei problemi*, ossia le modalità e le tecniche da adottare sia in termini generali che, soprattutto, in situazioni specifiche che richiedono rappresentazioni peculiari degli elementi del problema.

Soprattutto, non sono molti i testi che partono da problemi concreti, i quali sono caratterizzati non solo da elementi che formeranno variabili e parametri del modello, ma anche da un insieme di elementi al contorno che contestualizzano il problema stesso e che, pur non aparendo nel modello finale, ne influenzano la struttura e l'implementazione.

Come detto, tema di fondo è la modellazione dei problemi. Pertanto, non ci soffermeremo sugli algoritmi risolutivi, ampiamente trattati in altre opere e disponibili in diversi pacchetti *software* facilmente reperibili; focalizzeremo invece la nostra attenzione sugli aspetti modellistici, presentando dei casi di studio reali e la relativa traduzione in modello quantitativo atto a soddisfare le specifiche esigenze.

Il libro, oltre a proporre modelli di riferimento, vuole promuovere la comprensione degli stessi e degli approcci formali ad essi collegati attraverso costanti riferimenti a reali pratiche di pianificazione e gestione.

In sintesi, gli obiettivi principali che ci siamo posti sono:

- presentare modelli di ottimizzazione tratti o ispirati da casi di studio concreti nell'ambito industriale, manifatturiero e logistico;
- illustrare alcuni dei principali approcci di modellazione matematica ai problemi di rilevanza industriale;
- costituire materiale didattico integrativo per corsi a livello universitario ed avanzato.

I casi costituiscono a tutti gli effetti una sorta di pretesto per introdurre i modelli e le tecniche modellistiche; essi pertanto non sono da intendersi come "ricette" di soluzioni pronte all'uso, ma piuttosto come una possibile istanza di un problema reale da cui eventualmente trarre ispirazione per successivi adattamenti alla propria realtà o al proprio specifico caso. Lasciamo al lettore il compito di declinare i contenuti di questo libro in strumenti operativi adatti al proprio contesto.

## **Struttura dell'opera**

Il libro è organizzato in due parti. Nella prima parte sono collezionati casi di studio relativi all'ambito logistico e produttivo, il cui scopo principale consiste nell'introdurre le tecniche di modellazione fondamentali. I modelli contenuti in questa prima parte sono sia di programmazione lineare sia di programmazione intera e mista in campo deterministico, e sono stati scritti con una prevalente finalità didattica e propedeutica alla comprensione dei modelli illustrati nella seconda parte.

Nella seconda parte sono riportati casi di studio relativi all'ambito dei servizi energetici. Abbiamo deciso di includere nella seconda parte modelli aventi

caratteristiche più orientate alla ricerca che alla didattica, con lo scopo di introdurre approcci più complessi e articolati – pur sempre riferiti a situazioni reali – e alcuni aspetti avanzati come la programmazione stocastica. In questa seconda parte, inoltre, si farà riferimento diretto ad alcuni metodi risolutivi adottati per la concreta risoluzione del modello presentato.

Al termine del libro è riportata una breve bibliografia (in parte referenziata direttamente nel libro) che, senza alcuna pretesa di completezza ed esaustività, riporta alcuni contributi di letteratura che abbiamo ritenuto importanti per approfondire gli argomenti presentati nel libro.

La struttura del libro è stata concepita e realizzata congiuntamente: solo a noi, in qualità di autori, sono da attribuire eventuali mancanze o inesattezze nei contenuti. Per quanto riguarda la stesura dei singoli capitoli, Roberto Pinto ha curato la prima parte del libro (Capp. 1-6), mentre Maria Teresa Vespucci ha curato la seconda parte (Capp. 7-9).

## Destinatari del libro

I contenuti presentati originano da esperienze concrete di analisi e modellazione di problemi, svolte negli anni nei nostri rispettivi ambiti di interesse. Il carattere multidisciplinare che emerge dall'unione dei nostri diversi *background* ambisce a coniugare le esigenze di un pubblico molto ampio attraverso un taglio divulgativo e rigoroso, adatto sia ad un pubblico accademico che manageriale.

I testi dei casi e le descrizioni dei modelli sono stati concepiti e realizzati avendo come riferimento un pubblico variegato, che spazia dagli studenti dei corsi universitari ai manager di aziende di qualsiasi dimensione, interessati a comprendere il ruolo che un approccio quantitativo può avere nell'affrontare problemi decisionali complessi.

Nei nostri intenti, il libro si rivolge:

- agli studenti universitari del triennio e della magistrale delle Facoltà di Ingegneria (corsi di laurea in Ingegneria Gestionale ed Informatica *in primis*) e di Economia. L'intento è di fornire esempi concreti di modellazione dei problemi in grado di sostanziare le parte teorica relativa alla programmazione matematica e ai processi decisionali;
- agli studenti di corsi MBA, corsi di formazione post-universitari e allievi di corsi di dottorato in Logistica e Supply Chain Management, per i quali rappresenta un punto di riferimento per la modellazione di problemi complessi;
- ai manager e ai professionisti operanti in aziende manifatturiere o di servizi, per i quali rappresenta un'introduzione sulle potenzialità e limiti dell'approccio analitico e quantitativo basato sulla programmazione matematica.

L'auspicio è di riuscire ad illustrare a tutti i destinatari, sinteticamente ma efficacemente, esempi di modellazione riferiti a casi concreti, affinché il lettore possa individuare gli aspetti più interessanti per la propria realtà e, sperabilmente, applicarli.

### **Ringraziamenti**

In conclusione, desideriamo rivolgere un ringraziamento collettivo a tutte le persone che, a vario titolo, hanno contribuito alla realizzazione di quest'opera. Particolare menzione va senza dubbio ai nostri rispettivi familiari, i quali hanno in qualche modo partecipato alle fatiche ad essa dedicate.

Bergamo, marzo 2011

*Roberto Pinto*  
*Maria Teresa Vespucci*

---

## Notazione

$\forall$	Quantificatore universale
$\exists$	Quantificatore esistenziale
$\in$	Appartenenza
$ U $	Cardinalità dell'insieme $U$
$\emptyset$	Insieme vuoto
$\cup$	Unione di insiemi
$\cap$	Intersezione di insiemi
$\subseteq$	Sottoinsieme
$\subset$	Sottoinsieme proprio
$\times$	Prodotto fattoriale
$\equiv$	Equivalente
$\neq$	Diverso da

Per quanto riguarda la notazione tipografica per le variabili e i parametri, tra le varie opzioni disponibili abbiamo deciso di rappresentarne gli indici come pedici e generalmente senza separatori; in questo modo, una variabile  $x$  con indici  $i$  e  $j$  verrà rappresentata come  $x_{ij}$ . In alcuni casi specifici, quando la rappresentazione senza separatori degli indici potrebbe ingenerare confusione, si utilizzerà la virgola, come ad esempio  $x_{i,j-1}$ .

Modelli per la produzione e la logistica

---

## Progettazione della rete logistica

I moderni sistemi industriali, molto attenti all'ottimizzazione delle risorse per ridurre i costi e conseguire maggiori profitti, sono spesso caratterizzati da una marcata frammentazione delle attività tra più attori nella filiera (o, usando un termine ormai entrato nel lessico comune, *supply chain*) e da una dispersione geografica dei siti in cui tali attività vengono realizzate.

La frammentazione delle attività, ottenuta anche tramite il ricorso all'*outsourcing*, consente alle aziende di focalizzarsi sul proprio *core business*, ossia su quell'insieme di attività a valore aggiunto che permettono il raggiungimento degli obiettivi del *business*. Parallelamente, la dispersione geografica deriva dalla ricerca dei costi più competitivi, spesso conseguibili in aree meno industrializzate e lontane. Come risultato, in molti contesti industriali le aree di maggior produzione non coincidono con le aree di maggior consumo, situazione che si traduce a sua volta in un sempre maggior bisogno di efficienti servizi di trasporto e di pianificazione.

Queste scelte, di natura strategica, hanno immancabilmente un riflesso sul sistema logistico, definito come l'insieme dei siti produttivi e di stoccaggio (o, in breve, *facilities*) connessi tramite opportuni sistemi di trasporto, che realizza il flusso fisico delle merci dai produttori al mercato finale. Un sistema logistico è un'infrastruttura spesso complessa, che coinvolge numerosi attori – produttori, fornitori, centri di stoccaggio e di distribuzione, punti vendita, terzisti – ed è animata da un intenso scambio di flussi di varia origine e natura.

L'organizzazione e la gestione di questa struttura, più o meno articolata che sia, pone diversi quesiti e problemi al *management*; tra questi, le decisioni relative alla struttura fisica di una *supply chain* sono estremamente importanti per il futuro della singola azienda e del *network* in generale. Il problema della localizzazione dei siti del sistema logistico (*facility location problem*) gioca quindi un ruolo critico nella progettazione e configurazione strategica della *supply chain*.

Le decisioni di localizzazione rientrano nell'ambito della gestione di medio-lungo periodo, in quanto implicano decisioni di investimento che si dispiegano su diversi anni. L'obiettivo è determinare la tipologia, l'ubicazione e le dimensioni dei nodi logistici, decisioni che possono implicare l'apertura di nuove *facility* o lo spostamento o dismissione di *facility* già esistenti.

Nella progettazione di un sistema logistico esistono alcuni *trade-off* di cui è necessario tenere conto. Ad esempio, se da un lato un aumento del numero di siti di stoccaggio e distribuzione può rappresentare la leva più idonea per conseguire un incremento del livello di servizio (dovuto alla riduzione della lunghezza dei percorsi di distribuzione), dall'altro può comportare un aumento dei costi di mantenimento a scorta (a causa, ad esempio, del maggior volume di scorte di ciclo e di sicurezza predisposte per far fronte all'incertezza della domanda, un aumento dei costi indiretti e un maggior onere dei costi di trasporto primario dai siti produttivi ai siti di stoccaggio).

L'obiettivo generale a livello strategico consiste nel minimizzare il costo logistico totale, espresso come somma dei costi di attivazione/disattivazione, stoccaggio, trasporto e servizio al cliente, su un orizzonte di tempo medio-lungo. In questo capitolo tratteremo problemi di *network location*, ossia problemi nei quali il sistema logistico e il mercato da servire possono essere descritti come una rete di nodi (siti produttivi/distributivi e aree cliente) connessi da archi, che rappresentano rotte di trasporto idealizzate tra coppie di nodi. Ogni nodo può essere caratterizzato da una capacità produttiva/distributiva o da una domanda, mentre ogni arco è caratterizzato da una quantità di volta in volta interpretabile come costo di trasporto, distanza, ecc.

Il numero di possibili *location* per l'apertura dei siti distributivi è limitato a tutti o ad alcuni dei nodi della rete, mentre non è possibile considerare ulteriori nodi oltre quelli che costituiscono la rete. Tale ipotesi elimina la necessità di tutte le informazioni di natura geografica (coordinate della localizzazione, struttura del territorio circostante, ecc.) e conserva soltanto informazioni sulle connessioni tra i diversi nodi. Problemi nei quali i siti possono essere invece aperti in qualsiasi punto nello spazio, pur essendo trattati in letteratura, esulano dagli obiettivi del presente capitolo.

In alcuni settori, le decisioni di localizzazione non possono prescindere da quelle di *allocazione dei clienti* (o della domanda) ai diversi nodi. In altre parole, un problema fortemente connesso a quello della localizzazione dei siti del sistema logistico consiste nel definire i nodi cliente che ogni nodo dovrà servire. L'allocazione della domanda, in particolare, è possibile in quei contesti dove è l'azienda a definire quale cliente servire da quale sito distributivo (si parla in questo caso di *customer allocation*), a differenza dei casi in cui è il cliente a decidere da quale sito farsi servire (*customer choice*).

I problemi di *facility location* possono essere a prodotto singolo (*single-commodity*) e multi-prodotto (*multi-commodity*). Il modello a prodotto singolo fornisce un'efficace rappresentazione di tutti quei problemi di localizzazione per i quali i costi di produzione e distribuzione, il prezzo di vendita al dettaglio e tutti gli altri parametri caratteristici dei prodotti forniti dalla rete di servizio possono essere considerati approssimativamente uguali senza inficiare la significatività del modello. Di conseguenza, i modelli a prodotto singolo si adattano bene al carattere strategico dei problemi di localizzazione.

Nel caso si trascuri il limite imposto dalla capacità produttiva o di immagazzinamento avremo modelli non capacitati. Tali modelli, pur essendo in generale poco realistici, hanno una struttura matematica più semplice che consente una più accurata analisi delle loro proprietà strutturali e, di conseguenza, la definizione di semplici ed efficienti algoritmi di soluzione. Inoltre, tali algoritmi sono spesso facilmente generalizzabili al caso con capacità finita.

I criteri di decisione da adottare variano a seconda che si faccia riferimento a un'azienda industriale oppure a una di servizi. Per esempio, nel dimensionamento degli impianti di un'azienda manifatturiera occorre tenere presente soprattutto le necessità segnalate dalla produzione, nonché il fatto che la domanda è relativa ad un prodotto fisico la cui produzione, trasporto e consumo possono essere dilazionati nel tempo. Nel caso di un'azienda servizi, le necessità primarie da tenere in considerazione sono quelle determinate dal marketing e dal fatto che l'erogazione e il consumo di un servizio sono temporalmente coincidenti.

Tali decisioni si presentano naturalmente nei casi in cui sia necessario disegnare un sistema logistico da "prato verde", ma scaturiscono anche allorquando sia necessario ristrutturare un sistema logistico preesistente in occasione di un cambio di strategia aziendale, dell'introduzione di un nuovo prodotto, dell'ingresso in un nuovo mercato e via dicendo.

Esistono diversi approcci alla localizzazione, in funzione dello scopo che ci si prefigge e dei vincoli da considerare. Un primo scopo consiste nella determinazione del numero ottimale di siti da attivare, in funzione dei costi di attivazione e di trasporto che tali scelte determinano. In altri casi, tale numero viene dato come un parametro del problema, definito a priori in base ad una serie di considerazioni di diversa natura (dal livello di servizio all'investimento economico). In sintesi, gli scopi principali sono:

- Determinazione del numero di nodi da attivare e localizzare, con o senza contemporanea allocazione dei clienti agli stessi.
- Attivazione di un numero predefinito di nodi, con allocazione dei clienti agli stessi siti in funzione di diversi obiettivi. In genere, l'obiettivo della localizzazione a livello strategico consiste nel minimizzare la somma dei costi di trasporto, ipotizzati proporzionali alla distanza di viaggio tra le aree cliente e il nodo attivo più vicino. Esistono anche altri obiettivi che determinano la formulazione di diversi problemi, tra i quali i più importanti sono:
  - modelli che minimizzano la somma (pesata) delle distanze tra i siti di distribuzione e i siti cliente (*p-median problem*);
  - modelli che massimizzano la domanda "coperta" dai siti (*p-cover problem*);
  - modelli che minimizzano la massima distanza dei siti cliente dal nodo attivo più vicino (*p-center problem*).

Illustriamo ora i vari modelli attraverso l'analisi di un caso di studio e di alcune sue varianti.