

Meinhard Kuna

Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen

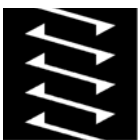
Meinhard Kuna

# Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen

Finite Elemente in der Bruchmechanik

Mit 276 Abbildungen und zahlreichen Beispielen

STUDIUM



**VIEWEG+**  
**TEUBNER**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Professor Dr. rer. nat. habil. Meinhard Kuna studierte Physik an der TU Magdeburg und promovierte 1978 an der Universität Halle, wo er sich 1991 mit dem Thema „Numerische Methoden der Bruchmechanik“ habilitierte. Er war als Gruppenleiter an der Akademie der Wissenschaften (IFE Halle), als Abteilungsleiter am FhG Institut für Werkstoffmechanik Freiburg/Halle und an der MPA Stuttgart tätig. Seit 1997 ist er Universitätsprofessor für Festkörpermechanik an der TU Bergakademie Freiberg. Seine Arbeitsgebiete sind die Bruchmechanik, Schädigungsmechanik, Materialtheorie und die Entwicklung numerischer Berechnungsverfahren (FEM, BEM). Die Anwendungsbereiche erstrecken sich von der Sicherheitsbewertung technischer Konstruktionen über adaptive Materialien bis zur Zuverlässigkeit mikroelektronischer Strukturen. Professor Kuna leitete in den vergangenen vier Jahren als Obmann den DVM Arbeitskreis Bruchmechanik und ist Mitherausgeber internationaler Fachzeitschriften.

1. Auflage 2008

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2008

Lektorat: Harald Wollstadt | Ellen Klabunde

Vieweg+Teubner ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.viewegteubner.de](http://www.viewegteubner.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg

Druck und buchbinderische Verarbeitung: Strauss Offsetdruck, Mörlenbach

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Printed in Germany

ISBN 978-3-8351-0097-8

# Vorwort

Bei der Entwicklung und Auslegung technischer Konstruktion, Bauteile und Anlagen spielen die Bewertung und Vermeidung von Bruch- und Schädigungsprozessen eine wesentliche Rolle, um die technische Sicherheit, Lebensdauer und Zuverlässigkeit zu gewährleisten. Ingenieurtechnische Fehler auf diesem Gebiet können im Versagensfall katastrophale Folgen für das Leben von Menschen, die Umwelt aber auch die Volkswirtschaft haben. Da in vielen Konstruktionen und Werkstoffen herstellungs- oder betriebsbedingte Defekte nicht immer ausgeschlossen werden können, kommt der bruchmechanischen Bewertung von rissartigen Defekten eine große Bedeutung zu. Im Rahmen der technischen Überwachung und der Aufklärung von Schadensfällen ist neben der Werkstoffcharakterisierung vor allem die Analyse des mechanischen Beanspruchungszustandes an Rissen, Kerben und ähnlichen Defekten unter betrieblichen Einsatzbedingungen von Interesse.

Die *Bruchmechanik* hat sich in den letzten 50 Jahren als eigenständiges interdisziplinäres Wissenschaftsgebiet herausgebildet, das zwischen Technischer Mechanik (Festigkeitslehre), Werkstoffwissenschaften und Festkörperphysik angesiedelt ist. Die Bruchmechanik definiert Beanspruchungskenngrößen und Kriterien, um das Rissverhalten in Werkstoffen und Bauteilen unter statischen, dynamischen oder zyklischen Belastungen quantitativ beurteilen zu können.

Für die bruchmechanische Beanspruchungsanalyse werden heutzutage in verstärktem Maße numerische Verfahren der Festkörpermechanik eingesetzt. Die Finite-Elemente-Methode (FEM) hat sich in vielen Bereichen des Ingenieurwesens als universelles und leistungsfähiges Werkzeug des modernen Konstrukteurs und Berechnungsingenieurs etabliert. Es stehen zahlreiche Softwarepakete zur Verfügung, die mittlerweile neben Standardaufgaben der Strukturmechanik auch bruchmechanische Optionen anbieten. Allerdings erfordert die Behandlung von Rissproblemen spezielle theoretische Vorkenntnisse und numerische Algorithmen, die bisher nicht im notwendigen Umfang in die ingenieurtechnische Ausbildung und Praxis eingeflossen sind, sondern meistens »bruchmechanischen Spezialisten« vorbehalten blieben.

Das Anliegen der vorliegenden Monografie besteht darin, diese Lücke zu schließen. In der Einführung werden die wesentlichen theoretischen Grundlagen der Bruchmechanik vorgestellt, deren Kenngrößen mit der FEM zu bestimmen sind. Der Schwerpunkt der Ausführungen behandelt die speziellen numerischen Techniken zur Analyse von ebenen und räumlichen Rissproblemen in elastischen und plastischen Werkstoffen unter allen technisch relevanten Belastungen. Abschließend werden für jedes Gebiet Berechnungsbeispiele zur Lösung praktischer Aufgaben gegeben.

Das Lehrbuch wendet sich an Studenten ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge im höheren Semester, vor allem des Maschinenbaus, Bauingenieurwesens, Fahrzeugbaus, den Werkstoffwissenschaften, der Luft- und Raumfahrt oder Computational Engineering. Es soll Absolventen und Doktoranden dieser Fachrichtungen eine Einführung in das Spezialgebiet geben und bei eigenen Forschungsarbeiten unterstützen. Darüber hinaus sehe ich

als Zielgruppe Ingenieure in den Konstruktions- und Berechnungsabteilungen vieler Industriezweige und in den technischen Aufsichtsbehörden, die mit Fragen der Auslegung, Bewertung und Überwachung von Festigkeit und Lebensdauer technischer Konstruktionen konfrontiert sind. Gleichzeitig soll das Lehrbuch Materialwissenschaftlern und Werkstofftechnikern eine Brücke zur theoretischen Bruchmechanik bauen, um numerische Techniken für die Materialmodellierung zu nutzen oder die Werkstoff- und Bauteilprüfung durch rechnerische Analysen zu begleiten.

Für das Verständnis des Buches werden vom Leser Grundkenntnisse in der Festigkeitslehre, Kontinuumsmechanik, Materialtheorie und Finite-Elemente-Methode vorausgesetzt. Im Anhang sind die wesentlichen Grundlagen der Festigkeitslehre nochmals zusammengestellt.

An der Entstehung des Buches waren viele Personen beteiligt. Ein großes Dankeschön gebührt Frau M. Beer für die Anfertigung der vielen exzellenten Zeichnungen. Die zahlreichen numerischen Beispiele stammen u. a. aus gemeinsamen Arbeiten mit früheren und jetzigen Mitarbeitern meines Lehrstuhls, wofür ich mich besonders bei Dr. M. Abendroth, Dr. M. Enderlein, Dr. E. Kullig, Th. Leibelt, Ch. Ludwig, Dr. U. Mühlich, F. Rabold, Dr. B. N. Rao, Dr. A. Ricoeur, Dr. A. Rusakov und L. Sommer bedanken möchte. Bildmaterial für ergänzende Beispiele haben mir dankenswerterweise Dr. M. Fulland (Universität Paderborn) und Dr. I. Scheider (GKSS Geesthacht) überlassen. Ebenso konnte ich bei den praktischen Anwendungsfällen auf Forschungsergebnisse zurückgreifen, die in langjähriger fruchtbarer Kooperation mit den Kollegen Prof. G. Pusch und Dr. P. Hübner (IWT TU Bergakademie Freiberg) entstanden sind. Herr Prof. Pusch hat freundlicherweise auch die fraktografischen Aufnahmen zur Verfügung gestellt. Mein außerordentlicher Dank gilt Herrn Prof. W. Brocks (GKSS Geesthacht) für die Durchsicht des Manuskriptes und konstruktive Hinweise zur wissenschaftlichen Darstellung der Thematik. Durch sorgfältiges Korrekturlesen des Manuskriptes haben mich Th. Linse, Ch. Ludwig, Dr. M. Enderlein und L. Zybell unterstützt.

Sehr herzlich möchte ich mich bei meiner Frau, Christine Kuna, für das große Verständnis und ihre unendliche Geduld bedanken.

Nicht zuletzt gilt meine Anerkennung dem Vieweg+Teubner Verlag für die gute Zusammenarbeit.

Freiberg, im Mai 2008

*Meinhard Kuna*

# Inhaltsverzeichnis

<b>Glossar</b>	<b>1</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>7</b>
1.1 Bruchvorgänge in Natur und Technik	7
1.2 Die Bruchmechanik	11
1.3 Berechnungsmethoden für Risse	15
<b>2 Einteilung der Bruchvorgänge</b>	<b>17</b>
2.1 Makroskopische Erscheinungsformen des Bruchs	17
2.2 Mikroskopische Erscheinungsformen des Bruchs	21
2.3 Klassifikation der Bruchvorgänge	22
<b>3 Grundlagen der Bruchmechanik</b>	<b>25</b>
3.1 Modellannahmen	25
3.2 Linear-elastische Bruchmechanik	27
3.2.1 Zweidimensionale Rissprobleme	27
3.2.2 Eigenfunktionen des Rissproblems	34
3.2.3 Dreidimensionale Rissprobleme	39
3.2.4 Spannungsintensitätsfaktoren — $K$ -Konzept	42
3.2.5 Energiebilanz bei Rissausbreitung	46
3.2.6 Das $J$ -Integral	54
3.2.7 Risse in anisotropen elastischen Körpern	58
3.2.8 Grenzflächenrisse	61
3.2.9 Risse in Platten und Schalen	65
3.2.10 Bruchmechanische Gewichtsfunktionen	68
3.2.11 Thermische und elektrische Felder	79
3.3 Elastisch-plastische Bruchmechanik	83
3.3.1 Einführung	83
3.3.2 Kleine plastische Zonen am Riss	84
3.3.3 Das DUGDALE-Modell	88
3.3.4 Rissöffnungsverschiebung CTOD	90
3.3.5 Failure Assessment Diagramm FAD	92
3.3.6 Rissspitzenfelder	94
3.3.7 Das $J$ -Integral-Konzept	104
3.3.8 Duktile Rissausbreitung	109
3.4 Ermüdungsrisswachstum	117
3.4.1 Belastung mit konstanter Amplitude	117
3.4.2 Beanspruchungssituationen an der Riss Spitze	121
3.4.3 Belastung mit variabler Amplitude	124

3.4.4	Bruchkriterien bei Mixed-Mode-Beanspruchung . . . . .	127
3.4.5	Ermüdungsrissausbreitung bei Mixed-Mode-Beanspruchung . . . . .	131
3.4.6	Vorhersage des Risspfades und seiner Stabilität . . . . .	133
3.5	Dynamische Bruchvorgänge . . . . .	135
3.5.1	Einführung . . . . .	135
3.5.2	Elastodynamische Grundgleichungen . . . . .	136
3.5.3	Stationäre Risse bei dynamischer Belastung . . . . .	137
3.5.4	Dynamische Rissausbreitung . . . . .	139
3.5.5	Energiebilanz und $J$ -Integrale . . . . .	144
3.5.6	Bruchkriterien . . . . .	146
<b>4</b>	<b>Methode der Finiten Elemente</b> . . . . .	<b>149</b>
4.1	Räumliche und zeitliche Diskretisierung der Randwertaufgabe . . . . .	149
4.2	Energieprinzipien der Kontinuumsmechanik . . . . .	152
4.2.1	Variation der Verschiebungsgrößen . . . . .	152
4.2.2	Variation der Kraftgrößen . . . . .	155
4.2.3	Gemischte und hybride Variationsprinzipien . . . . .	156
4.2.4	Prinzip von HAMILTON . . . . .	161
4.3	Grundgleichungen der FEM . . . . .	162
4.3.1	Aufbau der Steifigkeitsbeziehungen für ein Element . . . . .	162
4.3.2	Assemblierung und Lösung des Gesamtsystems . . . . .	164
4.4	Numerische Realisierung der FEM . . . . .	166
4.4.1	Wahl der Verschiebungsansätze . . . . .	166
4.4.2	Isoparametrische Elementfamilie . . . . .	167
4.4.3	Numerische Integration der Elementmatrizen . . . . .	170
4.4.4	Numerische Interpolation der Ergebnisse . . . . .	172
4.5	FEM für nichtlineare Randwertaufgaben . . . . .	175
4.5.1	Grundgleichungen . . . . .	175
4.5.2	Materielle Nichtlinearitäten . . . . .	178
4.5.3	Geometrische Nichtlinearitäten . . . . .	181
4.6	Explizite FEM für dynamische Probleme . . . . .	184
4.7	Arbeitsschritte bei der FEM-Analyse . . . . .	186
4.7.1	PRE-Prozessor . . . . .	186
4.7.2	FEM-Prozessor . . . . .	186
4.7.3	POST-Prozessor . . . . .	186
<b>5</b>	<b>FEM-Techniken zur Rissanalyse in linear-elastischen Strukturen</b> . . . . .	<b>187</b>
5.1	Auswertung der numerischen Lösung an der Riss Spitze . . . . .	187
5.2	Spezielle finite Elemente an der Riss Spitze . . . . .	191
5.2.1	Entwicklung von Riss Spitzenelementen . . . . .	191
5.2.2	Modifizierte isoparametrische Verschiebungselemente . . . . .	192
5.2.3	Berechnung der Intensitätsfaktoren aus Viertelpunktelementen . . . . .	201
5.3	Hybride Riss Spitzenelemente . . . . .	205
5.3.1	Entwicklung hybrider Riss Spitzenelemente . . . . .	205
5.3.2	2D Riss Spitzenelemente nach dem gemischten hybriden Modell . . . . .	207

5.3.3	<b>3D Rissspitzenelemente nach dem hybriden Spannungsmodell . . . . .</b>	211
5.4	Die Methode der globalen Energiefreisetzungsrate . . . . .	217
5.4.1	Umsetzung im Rahmen der FEM . . . . .	217
5.4.2	Die Methode der virtuellen Rissausbreitung . . . . .	218
5.5	Die Methode des Risseschließintegrals . . . . .	220
5.5.1	Grundgleichungen der lokalen Energiemethode . . . . .	220
5.5.2	Numerische Realisierung mit FEM <b>2D</b> . . . . .	222
5.5.3	Numerische Realisierung mit FEM <b>3D</b> . . . . .	227
5.5.4	Berücksichtigung von Rissufer-, Volumen- und thermischen Belastungen	232
5.6	FEM-Berechnung des <i>J</i> -Linienintegrals . . . . .	234
5.7	FEM-Berechnung bruchmechanischer Gewichtsfunktionen . . . . .	236
5.7.1	Einfache Ermittlung mit Einheitskräften . . . . .	236
5.7.2	Bestimmung parametrisierter Einflussfunktionen . . . . .	238
5.7.3	Berechnung aus der Verschiebungsableitung . . . . .	240
5.7.4	Anwendung der <i>J</i> -VCE-Technik . . . . .	243
5.7.5	Berechnung mit der BUECKNER-Singularität . . . . .	244
5.8	Beispiele . . . . .	245
5.8.1	Scheibe mit Innenriss unter Zug . . . . .	245
5.8.2	Halbelliptischer Oberflächenriss unter Zug . . . . .	249
<b>6</b>	<b>Numerische Berechnung verallgemeinerter Energiebilanzintegrale</b>	<b>253</b>
6.1	Verallgemeinerte Energiebilanzintegrale . . . . .	253
6.2	Erweiterung auf allgemeinere Belastungen . . . . .	257
6.2.1	Voraussetzungen der Wegunabhängigkeit . . . . .	257
6.2.2	Rissufer-, Volumen- und thermische Lasten . . . . .	257
6.3	Dreidimensionale Versionen . . . . .	260
6.3.1	Das <b>3D</b> -Scheibenintegral . . . . .	260
6.3.2	Virtuelle Rissausbreitung <b>3D</b> . . . . .	262
6.4	Numerische Berechnung als äquivalentes Gebietsintegral . . . . .	264
6.4.1	Umwandlung in ein äquivalentes Gebietsintegral <b>2D</b> . . . . .	264
6.4.2	Umwandlung in ein äquivalentes Gebietsintegral <b>3D</b> . . . . .	267
6.4.3	Numerische Realisierung . . . . .	268
6.5	Berücksichtigung dynamischer Vorgänge . . . . .	270
6.6	Erweiterung auf inhomogene Strukturen . . . . .	272
6.7	Behandlung von Mixed-Mode-Rissproblemen . . . . .	273
6.7.1	Aufspaltung in Rissöffnungsarten I und II . . . . .	273
6.7.2	Interaction-Integral-Technik . . . . .	276
6.8	Berechnung der <i>T</i> -Spannungen . . . . .	279
6.9	Beispiele . . . . .	282
6.9.1	Innenriss unter Rissuferbelastung . . . . .	282
6.9.2	Kantenriss unter Thermoschock . . . . .	283
6.9.3	Dynamisch belasteter Innenriss . . . . .	286
6.9.4	Riss im Gradientenwerkstoff . . . . .	288
6.10	Zusammenfassende Bewertung . . . . .	289



<b>7</b>	<b>FEM-Techniken zur Rissanalyse in elastisch-plastischen Strukturen</b>	<b>291</b>
7.1	Elastisch-plastische Risspitzenelemente . . . . .	291
7.2	Auswertung der Rissöffnungsverschiebungen . . . . .	293
7.3	Berechnung des $J$ -Integrals und seine Bedeutung . . . . .	295
7.3.1	Elastisch-plastische Erweiterungen von $J$ . . . . .	295
7.3.2	Anwendung auf ruhende Risse . . . . .	300
7.3.3	Anwendung auf bewegte Risse . . . . .	301
7.4	Beispiele . . . . .	303
7.4.1	Kompakt-Zug-Probe . . . . .	303
7.4.2	Plattenzugversuche mit Oberflächenriss . . . . .	307
<b>8</b>	<b>Numerische Simulation des Risswachstums</b>	<b>311</b>
8.1	Technik der Knotentrennung . . . . .	311
8.2	Techniken der Elementmodifikation . . . . .	313
8.2.1	Elementteilung . . . . .	313
8.2.2	Elementausfall . . . . .	314
8.2.3	Anpassung der Elementsteifigkeit . . . . .	315
8.3	Mitbewegte Risspitzenelemente . . . . .	316
8.4	Adaptive Vernetzungsstrategien . . . . .	319
8.4.1	Fehlergesteuerte adaptive Vernetzung . . . . .	319
8.4.2	Simulation der Rissausbreitung . . . . .	319
8.5	Kohäsivzonenmodelle . . . . .	321
8.5.1	Werkstoffmechanische Grundlagen . . . . .	321
8.5.2	Numerische Umsetzung . . . . .	326
8.6	Schädigungsmechanische Modelle . . . . .	329
8.7	Beispiele für Ermüdungsrisswachstum . . . . .	331
8.7.1	Querkraftbiegeprobe . . . . .	331
8.7.2	ICE-Radreifenbruch . . . . .	333
8.8	Beispiele für duktilen Risswachstum . . . . .	335
8.8.1	Kohäsivzonenmodell für die CT-Probe . . . . .	335
8.8.2	Schädigungsmechanik für die SENB-Probe . . . . .	338
<b>9</b>	<b>Anwendungsbeispiele</b>	<b>343</b>
9.1	Lebensdauerbewertung eines Eisenbahnrades bei Ermüdungsrisswachstum . . . . .	343
9.1.1	Bruchmechanische und konventionelle Kennwerte von ADI . . . . .	343
9.1.2	Finite-Elemente-Berechnungen des Rades . . . . .	344
9.1.3	Festlegung der Risspostulate . . . . .	347
9.1.4	Bruchmechanische Analyse . . . . .	348
9.2	Sprödbbruchbewertung eines Behälters unter Stoßbelastung . . . . .	354
9.2.1	FEM-Modell des Fallversuches . . . . .	355
9.2.2	Bruchmechanische Ergebnisse der Simulation . . . . .	356
9.2.3	Anwendung der Submodelltechnik . . . . .	357
9.3	Zähbruchbewertung von Schweißverbindungen in Gasrohrleitungen . . . . .	359
9.3.1	Einleitung . . . . .	359
9.3.2	Bruchmechanisches Bewertungskonzept FAD . . . . .	359

9.3.3	Bauteilversuch an einer Rohrleitung mit Schweißnahttrissen . . . . .	363
9.3.4	FEM-Analyse des Bauteilversuchs . . . . .	367

**Anhang 371**

**A Grundlagen der Festigkeitslehre 373**

A.1	Mathematische Darstellung und Notation . . . . .	373
A.2	Verformungszustand . . . . .	374
A.2.1	Kinematik der Verformungen . . . . .	374
A.2.2	Deformationsgradient und Verzerrungstensoren . . . . .	375
A.2.3	Deformationsgeschwindigkeiten . . . . .	378
A.2.4	Linearisierung für kleine Deformationen . . . . .	379
A.3	Spannungszustand . . . . .	382
A.3.1	Spannungsvektor und Spannungstensor . . . . .	382
A.3.2	Spannungen in der Ausgangskonfiguration . . . . .	385
A.3.3	Hauptachsentransformation . . . . .	387
A.3.4	Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	389
A.4	Materialgesetze . . . . .	391
A.4.1	Elastische Materialgesetze . . . . .	391
A.4.2	Elastisch-plastische Materialgesetze . . . . .	397
A.5	Randwertaufgaben der Festigkeitslehre . . . . .	410
A.5.1	Definition der Randwertaufgabe . . . . .	410
A.5.2	Ebene Randwertaufgaben . . . . .	412
A.5.3	Methode der komplexen Spannungsfunktionen . . . . .	415
A.5.4	Der nichtebene Schubspannungszustand . . . . .	417
A.5.5	Platten . . . . .	418

**Literaturverzeichnis 421**

**Stichwortverzeichnis 441**

# Glossar

## Symbole

$\alpha$	Verfestigungskoeffizient	$\varepsilon_M^P$	plastische Matrix-Vergleichsdehnung
$\alpha_{cf}$	plastischer Constraint-Faktor	$\varepsilon, \varepsilon_{ij}$	Verzerrungstensor
$\alpha_d$	Dilatationswellenverhältnis	$\varepsilon^D, \varepsilon_{ij}^D$	Verzerrungsdeviator
$\alpha_{ij}$	anisotrope elastische Konstanten	$\varepsilon^e, \varepsilon_{ij}^e$	elastische Verzerrungen
$\alpha_t$	linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient	$\varepsilon^P, \varepsilon_{ij}^P$	plastische Verzerrungen
$\alpha^t, \alpha_{ij}^t$	Tensor der thermischen Ausdehnungskoeffizienten	$\varepsilon^t, \varepsilon_{ij}^t$	thermische Verzerrungen
$\alpha_s$	Scherwellenverhältnis	$\varepsilon$	Verzerrungsmatrix
$\beta_T$	Biaxialparameter	$\varepsilon^e$	elastische Verzerrungsmatrix
$\beta_{ij}$	thermische Spannungskoeffizienten	$\varepsilon^P$	plastische Verzerrungsmatrix
$\beta, \beta_B$	interne hybride Ansatzkoeffizienten	$\varepsilon^*$	Anfangsdehnungen
$\Gamma$	Integrationsweg	$\zeta$	komplexe Variable
$\Gamma^+, \Gamma^-$	oberes, unteres Rissufer	$\eta$	Verhältniszahl Schub/Zug (Kohäsivmodell)
$\Gamma_\varepsilon$	Integrationsweg Risssspitze	$\eta$	Fehlerindikator FEM global
$\gamma$	Gleitung	$\eta(x_1)$	Gradientenfunktion
$\gamma$	Materialkonstante	$\eta(a/w)$	Geometriefunktion $J_p$ -Integral
$\gamma$	spezifische Oberflächenenergie	$\eta_e$	Fehlerindikator Element $e$
$\gamma_I$	Hauptgleitungen	$\eta, \eta_{mn}$	EULER-ALMANSI Verzerrungstensor
$\gamma_{II}$	"	$\theta$	Polarkoordinate, Winkel
$\gamma_{III}$	"	$\theta_c$	Rissausbreitungswinkel
$\gamma_d$	Radienverhältnis Dilatation	$\theta_d$	Winkel bei Dilatationswellen
$\gamma_D$	dynamische Oberflächenenergie	$\theta_s$	Winkel bei Scherwellen
$\gamma_s$	Radienverhältnis Schub	$\vartheta$	Wärmeübergangszahl
$\gamma_t$	Rissöffnungswinkel	$\kappa$	elastische Konstante
$\Delta\sigma$	Spannungsschwingbreite	$\varkappa$	Knotendistorsionsparameter
$\Delta K$	zyklischer Spannungsintensitätsfaktor	$\varkappa$	Rissspitzenposition
$\Delta K_{eff}$	effektive zyklische Spannungsintensität	$\varkappa$	dynamischer Überhöhungsfaktor
$\Delta K_{th}$	Schwellenwert Ermüdung	$\dot{\lambda}$	plastischer LAGRANGEScher Multiplikator
$\delta$	Variationssymbol	$\lambda$	Exponent der komplexen Spannungsfunktion
$\delta$	Separation (Kohäsivzonenmodell)	$\lambda$	LAMESche Elastizitätskonstante
$\delta_c$	Dekohäsionslänge	$\mu$	Schubmodul
$\delta_n$	Separation (normal)	$\mu$	Schubaufnahmefaktor
$\delta_s$	Separation (transversal)	$\nu$	Querkontraktionszahl
$\delta_t$	Separation (tangential)	$\xi, \xi_i$	natürliche Elementkoordinaten
$\delta_t$	Rissöffnungsverschiebung CTOD	$\xi^g, \xi_i^g$	Koordinaten Integrationspunkte
$\delta_T$	Separation Scherung total	$\Pi_C$	Prinzip der Komplementärenergie
$\delta = [\mathbf{u}]$	Separationsvektor (Kohäsivmodell)	$\Pi_{CH}$	hybrides Spannungsprinzip
$\varepsilon$	Dielektrizitätskonstante	$\Pi_{GH}$	hybrides gemischtes Prinzip
$\varepsilon$	Bimaterialkonstante	$\Pi_{MH^*}$	vereinfachtes hybrides gemischtes Prinzip
$\varepsilon_{ijk}$	Permutationstensor LEVI-CEVITA	$\Pi_P$	Prinzip der potenziellen Energie
$\varepsilon_0$	Referenzdehnung ( $\approx \sigma_F/E$ )	$\Pi_{PH}$	hybrides Verschiebungsprinzip
$\varepsilon_I$	Hauptdehnungen	$\Pi_R$	HELLINGER-REISSNER-Prinzip
$\varepsilon_{II}$	"	$\Pi_{ext}$	Potenzial äußerer Lasten
$\varepsilon_{III}$	"	$\Pi_{int}$	inneres mechanisches Potenzial
$\varepsilon^H$	Kugeltensor der Verzerrungen	$\hat{\Pi}_{ext}$	komplementäres äußeres Potenzial
$\varepsilon^P$	plastische Vergleichsdehnung		

$\widehat{U}_{\text{int}}$	komplementäres inneres Potenzial	$A_B$	Bruchprozesszone
$\rho$	Kerbradius	$A_i$	Koeffizienten Eigenfunktionen
$\rho$	Dichte (Momentankonfiguration)	$\mathbf{A}^{(e)}$	Zuordnungsmatrix (Inzidenzmatrix)
$\rho_0$	Dichte (Ausgangskonfiguration)	$a$	Oberfläche (Momentankonfiguration)
$\sigma$	Normalspannung (Kohäsivzonenmodell)	$a$	Risslänge
$\sigma_c$	Kohäsionsfestigkeit Zug	$a$	Halbachse von elliptischen Rissen
$\sigma_0$	Referenzspannung ( $\approx \sigma_F$ )	$\dot{a}$	Rissgeschwindigkeit
$\sigma_F$	Fließspannung	$\ddot{a}$	Rissbeschleunigung
$\sigma_{F0}$	Anfangsfließspannung	$a_0$	Anfangsrisslänge
$\sigma^H$	Kugeltensor der Spannungen	$a_c$	kritische Risslänge
$\sigma_I$	Hauptnormalspannungen	$a_{\text{eff}}$	effektive Risslänge
$\sigma_{II}$	"	$a_i$	Koeffizienten Eigenfunktionen
$\sigma_{III}$	"	$a_{\text{th}}$	Risslänge aus Schwellenwert
$\sigma_c$	kritische Spannungen	$\mathbf{a}, a_i$	Beschleunigungsvektor
$\sigma_M$	Matrixfließspannung	<b>B</b>	
$\sigma_{\text{max}}$	Oberspannung	$B$	Probendicke
$\sigma_{\text{min}}$	Unterspannung	$B$	komplexer Spannungskoeffizient
$\sigma_n$	Nennspannung Zug	$B_I$	BUECKNER-Singularität
$\sigma_v$	v. MISES Vergleichsspannung	$\mathbf{B}$	Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix
$\sigma, \sigma_{ij}$	CAUCHYScher Spannungstensor	$\mathbf{B}$	nichtlineare Verzerrungs-
$\sigma^D, \sigma_{ij}^D$	Spannungsdeviator	$\mathbf{B}$	Verschiebungsmatrix
$\sigma$	CAUCHY-Spannungsmatrix	$\widetilde{\mathbf{B}}$	hybride Elementmatrix
$\tau$	Schubspannung	$b$	Ligamentlänge
$\tau_c$	Kohäsionsfestigkeit Schub	$b_i$	Koeffizienten Eigenfunktionen
$\tau_t$	Schubspannung tangential	$b_T$	Biaxialparameter
$\tau_s$	Schubspannung transversal	$\mathbf{b}, b_{mn}$	linker CAUCHY-GREEN Deformations-
$\tau_F$	Schubfließspannung		Tensor
$\tau_{F0}$	Anfangsschubfließspannung	$\bar{\mathbf{b}}, \bar{b}_i$	Volumenkraftvektor
$\tau_I$	Hauptschubspannungen	<b>C</b>	
$\tau_{II}$	"	$C$	geschlossener Integrationspfad
$\tau_{III}$	"	$C$	komplexer Spannungskoeffizient
$\tau_{ij}$	Schubspannungskomponenten	$C$	PARIS-Koeffizient
$\tau_n$	Nennspannung Schub	$C, C_{MN}$	rechter CAUCHY-GREEN Deformations-
$\Phi$	Fließbedingung, Dissipationsfunktion		tensor
$\varphi$	elektrisches Potenzial	<b>C</b>	Matrix Materialtensor
$\varphi$	Winkelkoordinate bei elliptischen Rissen	$C^e$	Elastizitätsmatrix
$\varphi$	Skalares Wellenpotenzial	$C^{\text{ep}}$	elastisch-plastische Materialmatrix
$\phi(z)$	komplexe Spannungsfunktion	$C_{\alpha\beta}$	Elastizitätsmatrix
$\chi(z)$	komplexe Spannungsfunktion	$C, C_{ijkl}$	Elastizitätstensor 4. Stufe
$\chi$	Rissöffnungsfunktion	$c$	Halbachse von elliptischen Rissen
$\psi$	Phasenwinkel	$c_d$	Dilatationswellengeschwindigkeit
$\psi_e$	elastisches Potenzial	$c_i$	Koeffizienten Eigenfunktionen
$\boldsymbol{\psi}, \psi_i$	vektorielles Wellenpotenzial	$c_R$	RAYLEIGH-Wellengeschwindigkeit
$\Omega(z)$	komplexe Spannungsfunktion	$c_s$	Scherwellengeschwindigkeit
$\Omega$	Integrationsgebiet $J$ -Integral	$c_v$	spezifische Wärmekapazität
$\overline{\Omega}$	Integrationsgebiet $J$ -Integral	<b>D</b>	
$\omega$	Schädigungsvariable	$D$	Dissipationsenergie
$\bar{\omega}$	Oberflächenladungsdichte	$D$	Plattensteifigkeit
<b>A</b>		$D(\dot{a})$	RAYLEIGH-Funktion
$A$	komplexer Spannungskoeffizient	$D, D_i$	elektrische Flussdichte
$A$	Rissfläche	<b>D</b>	Differenzationsmatrix
$A$	Oberfläche (Ausgangskonfiguration)	$d_p$	Ausdehnung der plastischen Zone
$A_I$	Faktoren Energiefreisetzungsrates	$dA$	Flächenelement
$A_{II}$	"	$dS$	Oberflächenelement
$A_{III}$	"		
$A_\sigma$	Spannungskoeffizient		

$dV$	Volumenelement	<b>H</b>	Matrix Verfestigungsfunktion
$ds$	Linielement	$\bar{\mathbf{H}}$	Matrix Verschiebungsgradient
$\mathbf{d}, d_{ij}$	Deformationsgeschwindigkeitstensor	$h$	Dicke (Platten, Scheiben)
<b>E</b>		$\bar{h}$	Mehrachsigkeitszahl
$E$	Elastizitätsmodul	$h_\alpha$	Verfestigungsvariable
$E(k)$	elliptisches Integral 2. Art	$\mathbf{h}, h_i$	Wärmeflussvektor
$\mathbf{E}, E_{MN}$	GREEN-LAGRANGE Verzerrungstensor	<b>h</b>	Matrix Verfestigungsvariable
$\mathbf{E}, E_i$	elektrische Feldstärke	<b>I</b>	
<b>E</b>	GREEN-LAGRANGE Verzerrungsmatrix	$I_1^A, I_2^A, I_3^A$	Invariante des Tensors <b>A</b>
$\mathbf{e}_i$	Basisvektoren	$\mathbf{I}, \delta_{ij}$	KRONECKER-Symbol, Einheitstensor
$e$	EULERSche Zahl $e \approx 2,718$	$\mathbf{I}_p, I_{pi}$	Impulsvektor
<b>F</b>		$i = \sqrt{-1}$	imaginäre Einheit
$F$	Einzelkraft	<b>J</b>	
$F(\mathbf{x})$	AIRYSche Spannungsfunktion	$J$	$J$ -Integral
$F_L$	plastische Grenzlast (Traglast)	$J$	Determinante des Deformationsgradienten $\det  \mathbf{F} $
$\tilde{F}_i^{(n)}$	Eigenfunktionen I	$J^*$	dynamisches $J$ -Integral (ruhender Riss)
$\mathbf{F}, F_{mM}$	Deformationsgradient	$J^{\text{dyn}}$	dynamisches $J$ -Integral (bewegter Riss)
<b>F</b>	Systemlastvektor	$\hat{J}$	3D Scheibenintegral
$\mathcal{F}$	Flussintegral	$J_{Ic}$	kritischer Werkstoffkennwert
$f$	Porenvolumenanteil	$J_R(\Delta a)$	Risswiderstandskurve (EPBM)
$f^*$	modifizierter Porenvolumenanteil	$J_e$	elastischer $J$ -Anteil
$f_0$	Anfangs-Porenvolumenanteil	$J_p$	plastischer $J$ -Anteil
$f_c$	kritischer Porenvolumenanteil	$\mathbf{J}, J_k$	$J$ -Integralvektor
$f_f$	Porenvolumenanteil bei Versagen	$\tilde{\mathbf{J}}, \tilde{J}_k$	elastisch-plastisches $J$ -Integral
$f_N$	Porenkeimdichte Nukleation	$\mathbf{J}^{\text{te}}, J_k^{\text{te}}$	thermoelastisches $J$ -Integral
$f_{ij}^L$	Winkelfunktionen Rissspitzenfeld ( $L = \text{I, II, III}$ )	<b>J</b>	JACOBIsche Funktionalmatrix
<b>f</b>	Elementlastvektor	<b>K</b>	
<b>G</b>		$\mathcal{K}$	kinetische Energie
$G$	Schubmodul	$K$	Kompressionsmodul
$G$	Energiefreisetzungsrate	$K_D$	Intensitätsfaktor der dielektrischen Verschiebung
$G_I$	Energiefreisetzungsrate für Rissmodus I, II, III	$K_I$	Spannungsintensitätsfaktoren
$G_{II}$	"	$K_{II}$	"
$G_{III}$	"	$K_{III}$	"
$G_c$	kritische Energiefreisetzungsrate	$K_I^d$	dynamischer Spannungsintensitätsfaktor
$G^{\text{dyn}}$	dynamische Energiefreisetzungsrate	$K_{Ic}, K_{IIc}$	statische Bruchzähigkeit
$G_i^I, G_i^{II}$	bruchmechanische Gewichtsfunktionen	$K_{ID}$	dynamische Bruchzähigkeit (bewegter Riss)
$\tilde{G}_i^{(n)}$	Eigenfunktionen Modus II	$K_{Id}$	dynamische Bruchzähigkeit (ruhender Riss)
<b>G</b>	hybride Elementmatrix	$K_{Ia}$	Rissarrestzähigkeit
$g(a, w)$	Geometriefunktion für $K$ -Faktoren	$K_{\text{max}}$	Maximum der Spannungsintensität
$g_i^L$	Winkelfunktionen Rissspitzenfeld ( $L = \text{I, II, III}$ )	$K_{\text{min}}$	Minimum der Spannungsintensität
<b>g, g_i</b>	Temperaturgradient	$K_{\text{op}}$	Rissöffnungsintensitätsfaktor
<b>H</b>		$K_v$	Vergleichs-Spannungsintensitätsfaktor
$H$	Höhe Risselement	$K_1, K_2$	Spannungsintensitätsfaktoren Grenzflächenriss
$H(\tau)$	HEAVISIDE-Sprungfunktion	$\tilde{K}$	komplexer Spannungsintensitätsfaktor
$H_\alpha$	Verfestigungsfunktion	<b>K</b>	Systemsteifigkeitsmatrix
$H_i^I, H_i^{II}$	bruchmechanische Gewichtsfunktionen	$k$	Probensteifigkeit
$H_{ij}$	IRWIN-Matrix Anisotropie	$k$	Wärmeleitkoeffizient
$\tilde{H}_3^{(n)}$	Eigenfunktionen Modus III	$k_1, k_2$	Spannungsintensitätsfaktoren bei Platten
<b>H</b>	hybride Elementmatrix		

<b>k</b>	Element-Steifigkeitsmatrix	$q(x_1)$	Rissuferlasten
<b>L</b>		$q_1, q_2, q_3$	Parameter GURSON-Modell
$L$	Länge Risselement	$q_i$	Querkräfte (Plattentheorie)
$\mathcal{L}(u, \dot{u}, t)$	LAGRANGE-Funktion	$q_k$	Wichtungsfunktion 3D
$\tilde{L}_{ij}^{(n)}$	Eigenfunktionen Modus III	<b>R</b>	
<b>L</b>	hybride Verschiebungsmatrix	$R$	Spannungsverhältnis $K_{\min}/K_{\max}$
$l, l_{ij}$	Geschwindigkeitsgradient	$R(\varepsilon^p)$	isotrope Verfestigungsvariable
$dL$	Linielementlänge (Ausgangskonfiguration)	$R(\Delta a)$	Risswiderstandskurve (LEBM)
$dl$	Linielementlänge (Momentankonfiguration)	$\mathbf{R}, R_{nM}$	Rotationstensor
$\Delta l_k$	virtuelle Verrückung der Rissfront	<b>R</b>	hybride Randspannungsmatrix
<b>M</b>		<b>R</b>	Residuenvektor
$\tilde{M}_{ij}^{(n)}$	Eigenfunktionen Modus I	$r$	Polarkoordinate, Radius
<b>M</b>	Systemmassenmatrix	$r_B$	Größe der Bruchprozesszone
$m$	PARIS-Exponent	$r_F$	Radius plastische Zone
$m_i$	Biegemomente (Plattentheorie)	$r_J$	Gültigkeitsradius J-Feld
<b>m</b>	Elementmassenmatrix	$r_K$	Gültigkeitsradius K-Feld
<b>N</b>		$r_P$	Größe der plastischen Zone
$N$	Zahl der Lastzyklen	$r_d$	Radius bei Dilatationswellen
$N_K$	Zahl aller Knoten des FEM-Systems	$r_s$	Radius bei Scherwellen
$N_a(\xi_i)$	Formfunktionen	$\mathbf{r}, r_{ij}$	Drehtransformationsmatrix
$N_B$	Lastzyklen bis zum Bruch	<b>S</b>	
$\tilde{N}_{ij}^{(n)}$	Eigenfunktionen Modus II	$S$	Oberfläche
$\tilde{N}, \hat{N}_{ij}$	Normalenrichtung im Spannungsraum	$\tilde{S}$	Interelementrand
<b>N</b>	Matrix der Formfunktionen	$S(\theta)$	Energiedichtefaktor
$n_D$	Zahl der Dimensionen	$S^+, S^-$	obere, untere Rissfläche
$n_E$	Zahl der finiten Elemente	$S_e$	Oberfläche Risserschlauch
$n_G$	Zahl der GAUSS-Punkte	$S_{\text{end}}$	Stirnflächen
$n_H$	Zahl der Verfestigungsvariablen	$S_t$	Teilrand mit gegebenen $\bar{t}$
$n_K$	Zahl der Knoten je Element	$S_u$	Teilrand mit gegebenen $\bar{u}$
$n_L$	Zahl der Einzelkräfte	$\mathbf{S}, S_k$	Schnittkraft (Ausgangskonfiguration)
$n_f$	Zahl der Starrkörperfreiheitsgrade	$\mathbb{S}, S_{ijkl}$	elastischer Nachgiebigkeitstensor
$\mathbf{n}, n_i$	Normalenvektor	<b>S</b>	Nachgiebigkeitsmatrix
<b>P</b>		$s$	Bogenlänge
$P$	globaler Lastparameter	$\mathbf{s}, s_k$	Schnittkraft (Momentankonfiguration)
$P$	Rissuferkräfte	<b>T</b>	
$P, P_k$	generalisierte Konfigurationskraft	$T$	Temperaturfeld
$P, P_{Mn}$	1. PIOLA-KIRCHHOFF Spannungstensor	$T_{ij}$	Spannungskomponenten 2. Ordnung
<b>P</b>	hybride Spannungsmatrix	$T_k^*$	verallgemeinertes Energieintegral
$p(x_1)$	Rissuferlasten	$\mathbf{T}, T_{MN}$	2. PIOLA-KIRCHHOFF Spannungstensor
$p(\mathbf{x})$	Flächenlast (Plattentheorie)	<b>T</b>	2. PIOLA-KIRCHHOFF Spannungsmatrix
$\mathbf{p}, p_i$	materieller Volumenkraftvektor	$\mathbf{t}, t_i$	Schnittspannungsvektor
<b>Q</b>		$\bar{\mathbf{t}}, \bar{t}_i$	Randspannungsvektor
$Q$	thermische Energie	$\bar{\mathbf{t}}$	Randspannungsmatrix
$Q$	Constraint-Faktor (EPBM)	$\mathbf{t}$	Randspannungsvektor (Kohäsivzonenmodell)
$Q$	Rissuferkräfte	$t^c, t_i^c$	Rissuferstressspannungen
$\mathbf{Q}, Q_{ij}$	Energie-Impuls-Tensor	<b>U</b>	
$q$	Verschiebung des Kraftangriffspunktes	$U$	Formänderungsenergiegedichte
$q$	Wichtungsfunktion 2D	$U$	Rissöffnungsfaktor
		$\tilde{U}$	komplementäre Formänderungsenergiegedichte
		$\check{U}$	spezifische Formänderungsarbeit

$U^e$	elastische Formänderungsenergie-dichte	$z$	allgemeine FEM Ergebnisgröße
$U^p$	plastische Formänderungsarbeit		
$\tilde{U}^{te}$	thermoelastische Formänderungsenergie-dichte		
$U, U_{MN}$	rechter Strecktensor		
$u, u_i$	Verschiebungsvektor		
$\tilde{u}, \tilde{u}_i$	Elementrandverschiebung		
$\tilde{u}, \tilde{u}_i$	Randverschiebungsvektor		
$u$	Verschiebungsmatrix		
<b>V</b>			
$V$	Kerböffnungsverschiebung COD		
$V$	Volumen (Ausgangskonfiguration)		
$V, V_{mn}$	linker Strecktensor		
$V$	Systemknotenverschiebungen		
$v$	Volumen (Momentankonfiguration)		
$v, v_i$	Geschwindigkeitsvektor		
$v$	Knotenverschiebungsvektor		
<b>W</b>			
$W_{ext}$	äußere mechanische Arbeit		
$W_{int}$	innere mechanische Arbeit		
$\tilde{W}_{ext}$	komplementäre äußere Arbeit		
$\tilde{W}_{int}$	komplementäre innere Arbeit		
$W_c$	Arbeit zur Rissöffnung		
$W_B$	Arbeit Bruchprozesszone		
$w$	Probenbreite		
$w(\mathbf{x})$	Durchbiegung (Plattentheorie)		
$w_g$	Gewichte Integrationsregel		
$w, w_{ij}$	Drehgeschwindigkeitstensor		
<b>X</b>			
$X, X_M$	Koordinaten (materiell)		
$X, X_{ij}$	kinematische Verfestigungsvariable		
$\mathbf{x}, x_m$	Koordinaten (räumlich)		
$\mathbf{x}$	Elementkoordinatenmatrix		
$\tilde{\mathbf{x}}$	Knotenkoordinatenmatrix		
<b>Z</b>			
$z$	komplexe Variable		
		<b>Abkürzungen</b>	
		ASTM	American Society Testing of Materials
		ARWA	Anfangsrandwertaufgabe
		CTE	Crack Tip Element (Rissspitzenelement)
		CTOA	Crack Tip Opening Angle
		CTOD	Crack Tip Opening Displacement
		DIM	Displacement Interpretation Method (Verschiebungs-Auswertemethode)
		EDI	Equivalent Domain Integral (äquivalentes Gebietsintegral)
		EPBM	elastisch-plastische Bruchmechanik
		ESZ	ebener Spannungszustand
		EVZ	ebener Verzerrungszustand
		ESIS	European Structural Integrity Society
		FAD	Failure Assessment Diagram
		FEM	Finite Elemente Methode
		LEBM	linear-elastische Bruchmechanik
		LSY	Large Scale Yielding
		MCCI	Modified Crack Closure Integral (modifiziertes Risschließintegral)
		NES	nichtebener Schubspannungszustand
		PC	Plastic Collapse
		QPE	Quarter-Point Elements (Viertelpunktelemente)
		RSE	reguläre Standardelemente
		RWA	Randwertaufgabe
		SINTAP	Structural Integrity Assessment Procedure
		SSY	Small Scale Yielding
		SZH	Stretched Zone Height
		VCE	Virtual Crack Extension (Virtuelle Rissausbreitung)
		1D	eindimensional
		2D	zweidimensional
		3D	dreidimensional

# 1 Einleitung

## 1.1 Bruchvorgänge in Natur und Technik

Das Wort »Bruch« bezeichnet die Trennung des Materialzusammenhalts in einem festen Körper. Es handelt sich um einen Vorgang, der den Körper entweder teilweise zertrennt, was zur Entstehung von Anrissen führt, oder auch seine vollständige Zerstörung bewirken kann. Der eigentliche Bruchvorgang geschieht lokal durch elementare Versagensprozesse auf der mikroskopischen Ebene der Werkstoffe und wird durch ihre physikalischen und mikrostrukturellen Eigenschaften festgelegt, wie das Beispiel von Bild 1.1 zeigt. Die globale Erscheinungsform des Bruchs auf makroskopischer Ebene besteht in der Bildung und Ausbreitung eines oder mehrerer Risse im Körper, wodurch schließlich das totale mechanische Versagen herbeigeführt wird. Auf dieser Ebene können Bruchvorgänge erfolgreich mit den Methoden der Festkörpermechanik und Festigkeitslehre beschrieben werden.

Bruchprozesse sind jedem aus Natur und Technik hinlänglich bekannt. Sehr beeindruckend sind Risse und Brüche natürlicher Materialien wie Gestein und Eis, vor allem wenn sie uns in großen geologischen Formationen als Felseinstürze, Gletscherspalten und Erdbeben begegnen, siehe Bild 1.2.

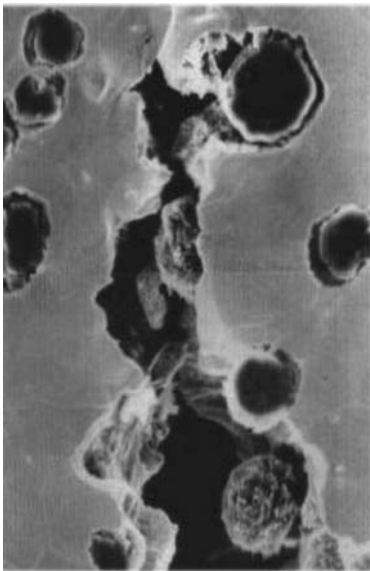


Bild 1.1: Mikroriss im Gefüge von duktilem Gusseisen



Bild 1.2: Makroriss (Spalte) im Fründelgletscher / Schweiz





Bild 1.3: ICE Eisenbahnunglück bei Eschede 1998 als Folge eines gebrochenen Radreifens



Bild 1.4: Brückeneinsturz bei einem Erdbeben in Northridge 1994 USA

Insbesondere waren und sind aber auch die technischen Produkte und Entwicklungen der Menschheit mit Problemen der Bruchsicherheit und Lebensdauer konfrontiert und stellen zu allen Zeiten eine Herausforderung für das Ingenieurwesen dar. Spontaner Bruch ist die gefährlichste Versagensart einer mechanisch beanspruchten Konstruktion! Heute dokumentieren kühne Bauwerke aus Beton und Stahl, zuverlässige Flugzeuge und Hochgeschwindigkeitszüge, crash-sichere Autos und festigkeitsoptimierte High-Tech-Werkstoffe den enormen technischen Fortschritt in diesen Bereichen. Umgekehrt zeugt eine beachtliche Zahl technischer Schadensfälle von den schmerzhaften Erfahrungen auf dem Wege dahin. Beispiele sind die Rissbildung in Bauwerken und Maschinenteilen, der vollständige Einsturz von Brücken, das Bersten von Apparaten oder das Zerschneiden von Fahrzeugkonstruktionen (siehe die Bilder 1.3 und 1.4).

Die Gründe sind meistens nicht entdeckte Material- oder Bauteilfehler, unzureichende Auslegung der Konstruktion gegenüber den wirklichen Lasten oder der Einsatz von Werkstoffen mit mangelhaften Festigkeitseigenschaften. Im modernen Industriezeitalter besitzt die Gewährleistung der technische Sicherheit, Lebensdauer und Zuverlässigkeit von technischen Konstruktionen, Bauteilen und Anlagen eine große Bedeutung. Ingenieurtechnische Fehler auf diesem Gebiet können im Versagensfall katastrophale Folgen für das Leben von Menschen, für die Umwelt aber auch für die Wirtschaftlichkeit und Verfügbarkeit der Produkte haben. Deshalb spielen wissenschaftliche Konzepte zur Bewertung und Vermeidung von Bruch- und Schädigungsprozessen eine erhebliche Rolle.

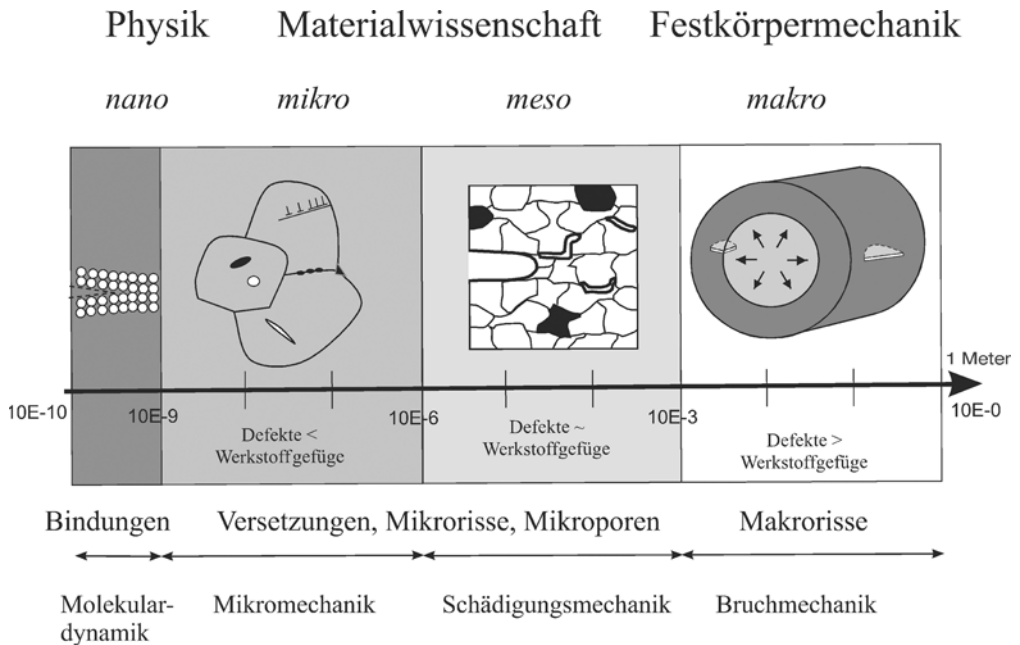


Bild 1.5: Bruchvorgänge auf unterschiedlichen Skalen und Betrachtungsebenen

Bruchvorgänge und Versagensprozesse laufen auf allen Größenskalen ab. Während der Ingenieur hauptsächlich die genannte makroskopische Betrachtungsweise bevorzugt, interessiert sich der Materialwissenschaftler stärker für die im Werkstoffgefüge ablaufenden mesoskopischen Prozesse oder die darunter liegenden mikroskopischen Phänomene in einzelnen Gefügekomponenten. Den Festkörperphysiker bewegen vorrangig die nanoskopischen Strukturen der atomaren Bindungen. Für das Verständnis der Festigkeitseigenschaften der Materialien und ihres Bruchverhaltens tragen alle in Bild 1.5 skizzierten Betrachtungsebenen bei, die sich vereinfacht durch das Verhältnis der Defektgröße zu den Gefügeabmessungen klassifizieren lassen. Heutzutage werden Modelle auf jeder Betrachtungsebene und skalenübergreifend mit Methoden der Molekulardynamik, Mikromechanik, Schädigungsmechanik und Bruchmechanik umgesetzt. Die numerische Simulation von Rissen und Defekten ist auf allen Modellierungsebenen ein unentbehrliches Werkzeug.

Verschiedene ingenieurtechnische Fachgebiete befassen sich mit der Bewertung der Bruchfestigkeit und Lebensdauer von Konstruktionen. Zum besseren Verständnis und zur Klärung der Begriffe soll hier eingangs eine Einordnung gegeben werden.

Die *klassische Festigkeitslehre* (engl. *theory of strength*) geht von deformierbaren Körpern gegebener Geometrie ( $G$ ) aus, die frei von jeglichen Defekten sind und ein ideales Kontinuum darstellen. Mit den Berechnungsmethoden der Strukturmechanik werden die Spannungen und Verzerrungen im Bauteil als Folge der Einwirkung äußerer Belastungen ( $L$ ) und unter Annahme des spezifischen Verformungsgesetzes (Elastizität, Plastizität usw.) des Materials ( $M$ ) ermittelt. Anhand dieser Ergebnisse formuliert man Festigkeits-hypothesen und berechnet Kenngrößen — meist in Form einer Vergleichsspannung  $\sigma_v$  —, die den Beanspruchungszustand in jedem Materialpunkt charakterisieren. Durch Versuche an einfachen Probekörpern mit elementaren Beanspruchungszuständen (z.B. Zugversuch) werden kritische Grenzwerte  $\sigma_c$  der Werkstofffestigkeit ermittelt, bei deren Überschreiten ein Versagen (z.B. Bruch) eintritt. Um die Sicherheit von Bauteilen zu gewährleisten, müssen die dort auftretenden maximalen Beanspruchungen stets unter diesen kritischen Festigkeitskennwerten bleiben, was in bekannter Form als Festigkeitskriterium dargestellt wird:

$$\sigma_v(G, L, M) \leq \sigma_{zul}(M) = \frac{\sigma_c}{S} \quad .$$

Die zulässige Beanspruchung  $\sigma_{zul}$  bestimmt sich aus dem Werkstoffkennwert  $\sigma_c$  durch Abminderung mit einem Sicherheitsbeiwert  $S > 1$ . Dabei wird vorausgesetzt, dass die an Laborproben ermittelten Kennwerte tatsächlich reine (geometrieunabhängige) Werkstoffeigenschaften repräsentieren und somit auf die Bauteilgeometrie übertragen werden dürfen (*Prinzip der Übertragbarkeit*).

Die genannte Beziehung beschreibt eine *lokale* Festigkeitshypothese am Materialpunkt. Im Unterschied dazu kennt man auch *globale* Versagenskriterien wie z.B. die plastische Grenzlast  $F_L$ , die den Verlust der Tragfähigkeit des gesamten Bauteils quantifizieren. Ein lokales Versagen muss nicht sofort zum globalen Versagen führen, sondern in Abhängigkeit von Belastung und Geometrie kann die Konstruktion der Ausbreitung von Schädigungen noch begrenzt widerstehen. Dieses Verhalten wird mit den Begriffen *Sicherheitsreserven* und *Schadenstoleranz* gekennzeichnet.

Je nach ihrem zeitlichen Verlauf unterscheidet man statische, dynamische oder zyklische Belastungen. Für den praktisch häufigen Fall regelmäßiger zyklischer oder regelloser stochastischer Belastungen hat sich die *Betriebsfestigkeitslehre* als Teildisziplin herausgebildet.

Die traditionellen Festigkeitshypothesen und die darin verwendeten Werkstoffkennwerte für Festigkeit und Zähigkeit (Streckgrenze, Zugfestigkeit, Dauerschwingfestigkeit, Bruchdehnung, Kerbschlagarbeit) versagen jedoch häufig, wenn es um die Vorhersage und Vermeidung von Bruchvorgängen geht, wie die in der Praxis immer wieder auftretenden Schadensfälle zeigen. Ursache dafür ist, dass Bruchvorgänge vornehmlich von Stellen hoher Beanspruchungskonzentration an rissartigen Defekten ausgehen, wofür die klassische Festigkeitslehre keine verwertbaren quantitativen Zusammenhänge zwischen Beanspruchungssituation, Bauteilgeometrie und Werkstoffeigenschaften liefert.

Eine recht moderne Disziplin ist die *Schädigungsmechanik* (engl. *continuum damage mechanics*). Hier arbeitet man mit den gleichen Methoden wie in der klassischen Festigkeitslehre, jedoch wird im Unterschied dazu bei der Formulierung des Materialgesetzes angenommen, dass der Werkstoff mikroskopisch kleine, kontinuierlich verteilte Defekte besitzt, z. B. Mikrorisse oder Mikroporen. Diese Defekte werden aber nicht diskret einzeln abgebildet, sondern fließen nur implizit als gemittelte Defektdichte pro Volumen in homogenisierter Form in das Materialgesetz ein. Die Defektdichte stellt ein Maß für die Schädigung  $D$  des Werkstoffs dar und wird als interne Variable im Materialgesetz behandelt. Sie kann sich im Laufe der Belastung vergrößern, bis ein kritischer Grenzwert  $D_c$  der Schädigung erreicht wird, was auf makroskopischer Ebene der Bildung eines Anrisses entspricht. Ein schädigungsmechanisches Materialgesetz beschreibt demnach sowohl die Verformungs- als auch die Versagenseigenschaften des Werkstoffs in lokaler Form an jedem Materialpunkt der Struktur und enthält somit implizit ein *lokales* Festigkeitskriterium der Form:

$$D(G, L, M) \leq D_c(M) \quad .$$

Die Schädigungsmechanik eignet sich deshalb besonders für die Modellierung mikromechanischer Versagensprozesse in einem Werkstoff, bevor sich ein Makroriss bildet oder für die Modellierung der Bruchprozesszone an der Spitze eines Makrorisses.

## 1.2 Die Bruchmechanik

Als *Bruchmechanik* (engl. *fracture mechanics*) bezeichnet man das engere Fachgebiet, welches sich mit den Bruch- und Versagensprozessen in technischen Werkstoffen und Konstruktionen befasst. Im Unterschied zu den beiden oben genannten Fachgebieten geht man in der Bruchmechanik davon aus, dass jedes Bauteil und jeder reale Werkstoff unvermeidliche Fehlstellen bzw. Defekte aufweisen. Der Grund dafür ist, dass in vielen technischen Werkstoffen herstellungsbedingte Defekte (Anrisse, Poren, Materialinhomogenitäten, Delaminationen, Schwachstellen u. Ä.) vorhanden sind oder sich derartige Fehler infolge mechanischer, thermischer oder korrosiver Betriebsbelastungen bilden. Man weiß, dass die reale Festigkeit der Werkstoffe um mehrere Größenordnungen unterhalb der theoretisch möglichen Festigkeit bei defektfreien idealen Bindungsverhältnissen liegt. Ebenso können durch technologische Prozesse bei der Fertigung Defekte entstehen (Gussfehler, Härterisse, Bindefehler in Schweißnähten, u. Ä.), die zu einer Rissbildung führen. Oftmals lassen sich auch aufgrund der konstruktiven Anforderungen an ein Bauteil geometrische Kerben oder abrupte Werkstoffübergänge nicht vermeiden, die zu hohen örtlichen Beanspruchungen führen. Hinzu kommt der wichtige Umstand, dass die Nachweismethoden der zerstörungsfreien Prüfung physikalische Auflösungsgrenzen haben, so dass herstellungs- oder betriebsbedingte Defekte nicht in jedem Fall zweifelsfrei ausgeschlossen werden können. Das bedeutet, man muss zumindest hypothetisch das Vorhandensein von Fehlern dieser Größenordnung annehmen! Unvermeidbare Fehler dieser Art können sich zu makroskopischen Rissen ausweiten und bilden die entscheidende Ursache für das Eintreten eines Bruchs.

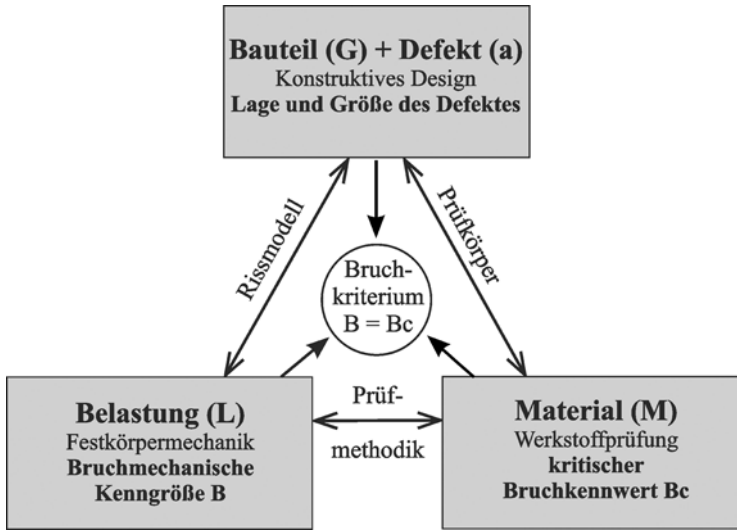


Bild 1.6: Schematische Darstellung des bruchmechanischen Bewertungskonzeptes

Aus diesen Gründen setzt man in der Bruchmechanik die Existenz derartiger Fehler voraus und bildet sie sicherheitstechnisch konservativ *explizit als Risse* der Größe  $a$  ab. Ein solcher diskreter Riss ist von einem defektfreien Material umgeben, welches mit den bekannten Materialgesetzen der Kontinuumsmechanik beschrieben wird. Mit den Berechnungsmethoden der Strukturmechanik untersucht man dann die Spannungs- und Verformungszustände am Riss. Es ist klar, dass sich an der Rissspitze sehr hohe, inhomogene Spannungs- und Verformungszustände ausbilden. Derartige Spannungskonzentrationen können jedoch nicht mit den klassischen Konzepten der Festigkeitslehre bewertet werden, sondern es müssen geeignete bruchmechanische Kenngrößen  $B$  gefunden werden, die den Beanspruchungszustand am Riss kennzeichnen. Diese werden dann mit bruchmechanischen Materialkennwerten  $B_c$  verglichen, die den spezifischen Widerstand gegenüber Rissausbreitung charakterisieren. Dazu werden spezielle bruchmechanische Werkstoffprüfverfahren eingesetzt, bei denen einfache Probenformen mit Riss bis zum Versagen belastet werden. Auf dieser Basis können dann quantitative Aussagen über das Verhalten eines Risses gewonnen werden, z. B. unter welchen Bedingungen er sich weiter ausbreitet bzw. was getan werden muss, um dies zu verhindern. Eine bruchmechanische Festigkeitshypothese hat dann in Analogie zu den oben genannten Kriterien die Form:

$$B(G, L, M, a) \leq B_c(M) \quad .$$

Diese konzeptionelle Vorgehensweise der Bruchmechanik ist in Bild 1.6 dargestellt. Eine wesentliche Erweiterung gegenüber klassischen Festigkeitshypothesen ist die Einführung einer zusätzlichen geometrischen Größe — nämlich der Risslänge  $a$  —, was bereits vermuten lässt, dass hier Größeneffekte eine Rolle spielen werden. Die Bruchmechanik

stellt festigkeitstheoretisch also einen Zusammenhang her zwischen der Geometrie des Bauteils ( $G$ ), der Lage und Größe ( $a$ ) des rissartigen Defektes, der äußeren Belastung ( $L$ ), der lokalen Rissbeanspruchung ( $B$ ) und dem Werkstoffwiderstand gegen Rissausbreitung  $B_c$ . Je nachdem, welche dieser Größen als bekannt vorausgesetzt werden dürfen und welche Größen gefragt sind, bietet die Bruchmechanik entsprechende Möglichkeiten zur Bewertung der Festigkeit, Lebensdauer und Zuverlässigkeit von Bauteilen. Damit können in den nachfolgend genannten Phasen einer technischen Konstruktion, eines Bauteils oder einer Anlagenkomponente folgende Fragen beantwortet werden.

**a) In der Entwicklungsphase:**

- Wie muss die Konstruktion dimensioniert und die maximale Belastung festgelegt werden, damit unvermeidbare oder nicht detektierbare Defekte im Material oder Bauteil nicht weiter wachsen und zum Bruch führen?
- Welchen Werkstoff (Bruchwiderstand  $B_c$ ) muss man auswählen, damit bei gegebenen Betriebsbelastungen Risse vorhandener Größe nicht kritisch werden können?
- Wie groß ist statistisch gesehen das verbleibende Risiko gegenüber Totalversagen?

**b) Während des Fertigungsprozesses:**

- Wie können technologisch Risse und Materialschädigungen vermieden werden?
- Wie können bei der Qualitätskontrolle bruchmechanisch nicht zulässige Fehlergrößen durch Methoden der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung entdeckt werden?

**c) In der Betriebsphase:**

- Wie verringert sich die Tragfähigkeit des Bauteils, wenn ein Riss der Länge  $a$  entdeckt wird?
- Wie groß ist die kritische Risslänge  $a_c$ , bei der es unter den gegebenen Betriebsbelastungen zum Bruch kommt?
- Wie lange braucht ein Riss, um von seiner Anfangsgröße  $a_0$  bis zur kritischen Länge  $a_c$  anzuwachsen?
- Wie muss man die Inspektionsintervalle festlegen, in denen eine Untersuchung auf Rissbildung und Rissausbreitung erforderlich ist?

**d) Nach einem technischen Schadensfall:**

- Was waren die Ursachen? Risse, die bei der Überwachung übersehen wurden? Fehlender bruchmechanischer Sicherheitsnachweis? Unzulässig hohe Betriebslasten? Falscher Werkstoffeinsatz oder negative Werkstoffveränderungen?
- Welche Abhilfemaßnahmen sind zukünftig notwendig und möglich?
- Wie viel Prozent einer Produktserie fielen durch Bruch aus - Zuverlässigkeit?

In vielen Industriebranchen und Technologiefeldern genügen die klassischen Festigkeitskriterien. Es gibt jedoch Einsatzbereiche, wo bruchmechanische Sicherheitsnachweise zusätzlich erforderlich sind und genehmigungsrechtlich vorgeschrieben werden:

- Konstruktionen und Anlagen mit extrem hohen sicherheitstechnischen Anforderungen zum Schutz von Menschen und Umwelt wie z. B. bei Kraftwerksanlagen, Gebäuden und Brücken, in der Kerntechnik oder der Luft- und Raumfahrt
- Bauteile, die eine hohe Zuverlässigkeit und Lebensdauer erfordern wie z. B. Eisenbahnräder, Maschinenteile, Autos, Turbinenschaufeln, Glühwendel oder mikroelektronische Systeme

Das wissenschaftliche Verständnis und die Beherrschung von Bruchvorgängen können aber auch Vorteile bringen, so z. B. auf folgenden Gebieten:

- Bei Prozessen und Technologien, wo der Bruchvorgang gewollt ist und gezielt vorgenommen wird, wie im Bergbau und der Geotechnik (Sprengung, Tunnelbau, Rohstoffabbau) oder in der Aufbereitungs- und Zerkleinerungstechnik (Brecher, Mühlen, Recycling), um die Maschinen, Werkzeuge und Verfahren zu optimieren und den Energieverbrauch zu minimieren.
- Bei der Entwicklung neuer Werkstoffe mit herausragenden Festigkeits- und Bruchzähigkeitseigenschaften können bruchmechanische Simulationen zur Optimierung des mikrostrukturellen Designs beitragen. Umgekehrt erfordern neuartige Werkstoffe die Bereitstellung spezifischer bruchmechanischer Festigkeitshypothesen für eine werkstoffgerechte Auslegung der Konstruktionen. Beispiele dafür sind Hochleistungskeramiken (Verbesserung der Zähigkeit), Faserverbundwerkstoffe (Delaminationsrisse, Anisotropie), Turbinenschaufeln aus einkristallinen Superlegierungen u. a. m.

Die Bruchmechanik hat sich in den letzten 50 Jahren als eigenständige wissenschaftliche Disziplin herausgebildet. Gemäß der Natur der Bruchvorgänge vereint die Bruchmechanik Erkenntnisse und Modellansätze der Technischen Mechanik, der Materialforschung und der Festkörperphysik. Sie stellt somit ein interdisziplinäres Fachgebiet dar, an dessen Weiterentwicklung Berechnungsingenieure, Kontinuumsmechaniker, Werkstofftechniker, Materialwissenschaftler und Physiker beteiligt sind. Die Beherrschung bruchmechanischer Kenntnisse gehört mittlerweile in vielen Industriebranchen zum Stand der Technik. Zahlreiche technische Regelwerke, Prüfvorschriften und staatliche Aufsichtsbehörden sorgen dafür, dass dieses Fachwissen im Interesse der technischen Sicherheit in die Praxis umgesetzt wird.

Die Bruchmechanik untergliedert sich in folgende Teilaufgaben:

- Analyse des mechanischen Beanspruchungszustandes an Rissen auf der Basis kontinuumsmechanischer Modelle mit Hilfe analytischer oder numerischer Berechnungsverfahren der Strukturmechanik.
- Ableitung von werkstoffphysikalisch begründeten Kenngrößen und bruchmechanischen Versagenkriterien für den Beginn und den Verlauf der Rissausbreitung.

- Entwicklung von Prüfmethode n zur experimentellen Bestimmung geeigneter Werkstoffkennwerte, die den Rissausbreitungswiderstand eines Materials kennzeichnen.
- Anwendung der bruchmechanischen Versagenskriterien und Konzepte auf rissbehaf tete Konstruktionen, um quantitative Aussagen zur Bruchsicherheit und Restlebensdauer zu gewinnen.

### 1.3 Berechnungsmethoden für Risse

Für alle oben genannten Teilaufgaben der Bruchmechanik spielen die Methoden zur Berechnung von Rissmodellen eine zentrale Rolle. Historisch betrachtet, waren Entwicklung und Anwendung der Bruchmechanik eng an die Fortschritte der analytischen und numerischen Verfahren der Strukturmechanik und Kontinuumsmechanik gekoppelt. Es ist das Anliegen dieses Lehrbuches, den Leser mit den modernen numerischen Berechnungsverfahren vertraut zu machen, die gegenwärtig zur bruchmechanischen Analyse von Bauteilen mit Rissen eingesetzt werden. Zuvor soll jedoch ein historischer Rückblick gegeben werden.

Etwa um die Wende zum 20. Jahrhundert waren die Methoden der Elastizitätstheorie mathematisch soweit herangereift, dass erstmals ebene Probleme in homogenen, linear-elastischen Scheiben mit Löchern oder Kerben berechnet werden konnten (KIRSCH, INGLIS). Bahnbrechend war die Entwicklung von komplexen Spannungsfunktionen durch KOLOSOV 1909, die in den 30er Jahren von MUSKELISHVILI, SAVIN, WESTERGAARD, FÖPPL und anderen zu einem leistungsstarken Werkzeug für Scheibenberechnungen ausgebaut wurden. Die erste Lösung für einen Riss in der Ebene stammt von INGLIS 1913. Sie bildete die Grundlage für das erste bruchmechanische Konzept der Energiefreisetzungsrate von GRIFFITH im Jahre 1921. WESTERGAARD setzte 1939 seine Methode der komplexen Spannungsfunktionen für Rissprobleme in Scheiben ein. 1946 gelang es SNEDDON, mit der Methode der Integraltransformationen die Lösung für kreisförmige und elliptische Risse im Raum zu finden. WILLIAMS berechnete 1957 die Eigenfunktionen für die Spannungsverteilung an Risspitzen in der Ebene. IRWIN erkannte 1957, dass an allen scharfen Risspitzen die Spannungen eine Singularität vom gleichen Typ aufweisen. Darauf begründete er dann das Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren, das bis heute sehr erfolgreich in der Bruchmechanik angewandt wird. Als weitere semi-analytische Verfahren für ebene Rissprobleme sind singuläre Integralgleichungen zu erwähnen (MUSKELISHVILI, ERDOGAN u. a.). Die bis dahin verfügbaren Berechnungsmethoden beschränkten sich auf zwei- und dreidimensionale isotrop-elastische Randwertaufgaben für einfache Risskonfigurationen zumeist in unendlichen Gebieten.

Erst mit der rasanten Entwicklung der elektronischen Rechentechnik ab den 60er Jahren des vorigen Jahrhunderts konnten numerische Berechnungsverfahren der Strukturmechanik (wie die Finite Differenzen Methode, Kollokationsmethoden, FOURIER-Transformationen) wirksam umgesetzt werden. All diese Methoden wurden anfänglich auch für Rissprobleme benutzt, aber bald durch die wesentlich universellere und leistungsfähigere *Methode der Finiten Elemente (FEM)* (engl. *Finite Element Method*) abgelöst. Pioniere auf dem Gebiet der FEM-Entwicklung für strukturmechanische Analysen waren u. a. ZIENKIEWICZ, ARGYRIS, WILSON und BATHE. Bald danach kam die *Methode der*



*Randelemente (BEM)* (engl. *Boundary Element Method*) auf, die vor allem von CRUSE und BREBBIA für Rissprobleme vorteilhaft umgesetzt wurde. Die erste internationale Konferenz über die Anwendung numerischer Methoden in der Bruchmechanik fand 1978 in Swansea/GB statt. Dank dieser Methoden wurden besonders in der Bruchmechanik duktiler Werkstoffe wesentliche Fortschritte erzielt. In der heutigen Zeit werden hauptsächlich die FEM und für Spezialaufgaben noch die BEM als unverzichtbare Berechnungswerkzeuge für kontinuumsmechanische Spannungsanalysen, werkstoffmechanische Modelle und numerische Simulationen in der Bruchforschung verwendet. Inzwischen ist es mit diesen Verfahren möglich, komplizierte Risskonfigurationen in realen technischen Strukturen unter komplexen Belastungen bei nichtlinearem Materialverhalten zu analysieren. Eine fast unübersehbare Anzahl von wissenschaftlichen Publikationen ist in den letzten Jahrzehnten erschienen, die sich mit der Weiterentwicklung und Anwendung dieser numerischen Verfahren in der Bruchforschung befassen. Inzwischen entstehen bereits neue numerische Methoden wie »netzfreie = mesh-free« FEM oder BEM, Diskrete-Element-Methoden (DEM), Partikel-Methoden und erweiterte (extended) X-FEM, die sich das Anwendungsgebiet der Bruchmechanik erobern.

## 2 Einteilung der Bruchvorgänge

Bruchvorgänge werden nach recht unterschiedlichen Gesichtspunkten eingeteilt. Die Gründe dafür liegen in der enormen Vielfalt, mit der Bruchvorgänge in Erscheinung treten, und in den verschiedenartigen Ursachen, die zum Versagen führen. In erster Linie hängt der Bruch von den Eigenschaften des betrachteten Werkstoffs ab, weshalb die auf mikrostruktureller Ebene ablaufenden Zerstörungsprozesse im Material die charakteristische Erscheinungsform bestimmen. Diese mikroskopischen Strukturen und Versagensmechanismen variieren innerhalb der Palette technischer Werkstoffe in vielfältiger Weise. Genauso bedeutsam für das Bruchverhalten ist jedoch auch die Art der äußeren Belastung des Bauteils. Nach dieser Kategorie kann man z. B. Brüche bei statischer, dynamischer oder zyklischer Belastung unterscheiden. Weitere wichtige Einflussgrößen auf den Bruchvorgang sind die Temperatur, die Mehrachsigkeit der Beanspruchung, die Verformungsgeschwindigkeit und die chemischen Umgebungsbedingungen.

### 2.1 Makroskopische Erscheinungsformen des Bruchs

Die makroskopische Einteilung der Bruchvorgänge entspringt der Sichtweise des Konstrukteurs und Berechnungsingenieurs. Der Bruch einer Struktur ist zwangsläufig mit der Ausbreitung eines oder mehrerer Risse verbunden, was letztendlich zur vollständigen Zertrennung und zum Verlust der Tragfähigkeit führen kann. Deshalb wird dem zeitlichen und räumlichen Verlauf des Risswachstums besondere Bedeutung beigemessen. In der Bruchmechanik geht man von der Existenz eines makroskopischen Risses aus. Dieser kann von Anfang an als Materialfehler oder bedingt durch die Bauteilherstellung vorhanden sein. Häufig entsteht ein Anriss erst infolge der Betriebsbelastungen durch Werkstoffermüdung, was Gegenstand der Betriebsfestigkeitslehre ist. Schließlich zählen hierzu auch hypothetische Risse, die zum Zwecke des Sicherheitsnachweises angenommen werden. Die makroskopischen, strukturmechanischen Aspekte des Bruchs können anhand der Belastungen und des Bruchverlaufs wie folgt kategorisiert werden.

#### a) Art der Belastung

Die mechanischen Belastungen werden entsprechend ihrem zeitlichen Verlauf in *statische*, *dynamische* und (periodisch-zyklisch oder stochastisch) *veränderliche* Lasten untergliedert, denen man entsprechende Brucharten zuordnen kann. Bruchvorgänge unter konstanter Last sind typisch für tragende Konstruktionen z. B. im Bauwesen. Stoß-, Fall- oder Crashvorgänge sind mit hochdynamischen beschleunigten Verformungen und Trägheitskräften gekoppelt. Große Aufmerksamkeit gilt im Maschinen- und Fahrzeugbau den veränderlichen Lasten, die im Vergleich zur statischen Belastung bei wesentlich geringeren Amplituden zur Rissbildung und Rissausbreitung führen. Etwa 60% aller technischen Schadensfälle sind auf Schwingungsbruch bzw. Ermüdungsrisswachstum zurückzuführen.

### b) Lage der Bruchfläche zu den Hauptspannungen

Bereits aus der klassischen Festigkeitslehre ist bekannt, dass Versagen in den meisten Fällen vom lokalen Spannungszustand kontrolliert wird, der eindeutig durch die Hauptnormalspannungen  $\sigma_I, \sigma_{II}$  und  $\sigma_{III}$  und ihre Achsen festgelegt ist. Je nach Werkstoff kommen entweder die Hypothesen der maximalen Normalspannung (RANKINE), der maximalen Schubspannung (COULOMB) oder erweiterte gemischte Kriterien (MOHR) zum Einsatz. Das makroskopische Bild des Bruchs ist daher häufig von den Hauptspannungstrajektorien geprägt. Man unterscheidet zwei Brucharten:

- Der normalflächige Bruch oder *Trennbruch* liegt dann vor, wenn die Bruchflächen senkrecht zur Richtung der größten Hauptnormalspannung  $\sigma_{\max} = \sigma_I$  liegen.
- Von scherflächigem Bruch oder *Gleitbruch* spricht man, wenn die Bruchflächen mit den Schnittebenen der maximalen Schubspannung  $\tau_{\max} = (\sigma_I - \sigma_{III})/2$  zusammenfallen.

Die Situation ist für den einfachen Zugstab in Bild 2.1 skizziert, kann aber auf den lokalen Spannungszustand an jedem Punkt des Körpers übertragen werden. Bei einem Torsionsstab (Welle) würden die Bruchflächen dann senkrecht oder um  $45^\circ$  geneigt zur Achse verlaufen, je nach dem ob man Gleit- oder Trennbruch unterstellt.

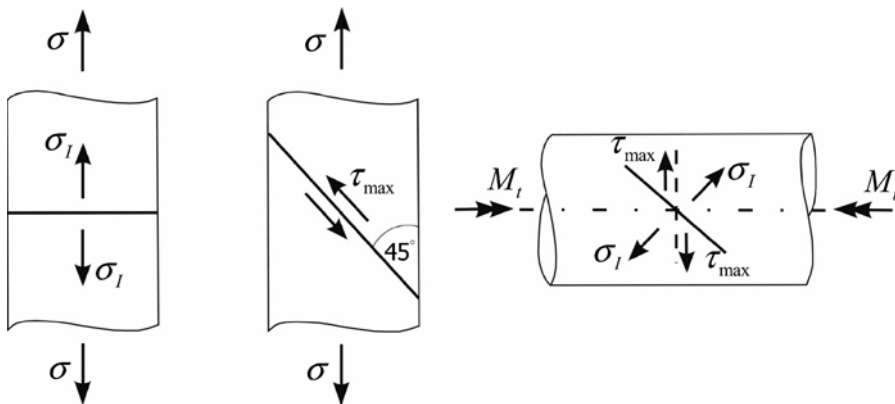


Bild 2.1: Orientierung der Bruchflächen zu den Hauptspannungsrichtungen

### c) Stabilität der Rissausbreitung

Ein Riss besitzt in der Ausgangssituation eine bestimmte Größe und Gestalt. Solange sich diese nicht verändern, spricht man von einem ruhenden bzw. *stationären* Riss. Der Moment, wo aufgrund einer kritischen Beanspruchung die Rissausbreitung beginnt, wird Risseinleitung oder *Rissinitiation* (engl. *crack initiation*) genannt. Die Rissgröße wächst nun und man bezeichnet den Riss als *instationär*.

Ein wichtiges Merkmal des Bruchs ist die Stabilität der Rissausbreitung. Der Bruchvorgang wird dann als *instabil* (engl. *unstable crack growth*) bezeichnet, wenn sich der Riss

schlagartig ausbreitet, ohne dass die äußere Belastung erhöht werden muss. Der kritische Zustand wird erstmalig überschritten und bleibt ohne weitere Energiezufuhr bestehen. Ein typisches Beispiel ist der Riss in der amerikanischen Freiheitsglocke (Bild 2.2), der vermutlich ausgehend von einem Gussfehler aufgrund von Eigenspannungen urplötzlich (angeblich am Geburtstag von G. Washington) entstand. Im Gegensatz dazu spricht man von *stabiler Rissausbreitung* (engl. *stable crack growth*), wenn für ein weiteres Wachstum des Risses eine entsprechende Steigerung der äußeren Belastung notwendig ist, d. h. der kritische Zustand muss durch weitere Energiezufuhr immer wieder herbeigeführt werden. Maßgebend für die Stabilität der Rissausbreitung ist die Frage, wie sich infolge der Rissausbreitung die Beanspruchungssituation im Körper und am Riss selbst verändert. Stabile Rissausbreitung ist häufig mit plastischen, energiezehrenden Verformungen im Bauteil verbunden, was der Schadensfall eines Behälters (Bild 2.5) deutlich macht. Diese Verbindung ist aber keinesfalls zwingend, wie uns das Beispiel eines langsam wachsenden Risses in einer Autoscheibe aus sprödem Glas lehrt!

Kommt die Rissausbreitung innerhalb des Körpers zum Stillstand, so spricht man von Rissstop oder *Rissarrest* (engl. *crack arrest*).

#### d) Ausmaß der inelastischen Verformungen

Je nach Größe der inelastischen Verformungen bzw. der aufgetragenen Formänderungsarbeit im Körper, die dem Bruch vorausgehen bzw. ihn begleiten, unterscheidet man:

- Verformungsloser, verformungsarmer oder makroskopisch *spröder Bruch* (engl. *brittle fracture*). Die Nennspannungen liegen weit unterhalb der plastischen Fließgrenze, die plastischen oder viskoplastischen Zonen sind sehr klein und die Last-Verformungs-Kurve verläuft linear bis zum Bruch.
- Verformungsreicher, zäher oder makroskopisch *duktiler Bruch* (engl. *ductile fracture*) liegt dann vor, wenn der Bruchvorgang mit großen inelastischen Verformungen verbunden ist. Die Last-Verformungs-Kurve zeigt eine ausgeprägte Nichtlinearität und die inelastischen Bereiche erstrecken sich meist über den gesamten Querschnitt (plastische Grenzlast überschritten).

#### e) Unterkritische Rissausbreitung

Im Unterschied zu den genannten Rissausbreitungsarten findet man Bruchvorgänge, die weit unterhalb einer kritischen Beanspruchung mit sehr geringer Wachstumsgeschwindigkeit in stabiler Form ablaufen. Dafür wurde der Terminus unterkritische oder *subkritische* (engl. *subcritical*) *Rissausbreitung* eingeführt. Die wichtigste Erscheinungsform dieser Art ist das *Ermüdungsrisswachstum* (engl. *fatigue crack growth*), bei dem sich der Riss unter wechselnder Belastung schrittweise vergrößert. Einen charakteristischen Schadensfall an einer durch Umlaufbiegung wechselbelasteten Welle zeigt Bild 2.4. Bei unterkritischer konstanter Belastung kann es in Verbindung mit viskoplastischen Verformungen zum so genannten *Kriechbruch* (engl. *creep fracture*) kommen. Bei Einwirkung eines korrosiven Mediums auf den Risspalt beobachtet man trotz subkritischer Belastung eine Rissausbreitung durch *Spannungsrisskorrosion* (engl. *stress corrosion cracking*).



Bild 2.2: Makroskopischer Sprödbbruch der Liberty-Glocke, Philadelphia 1752

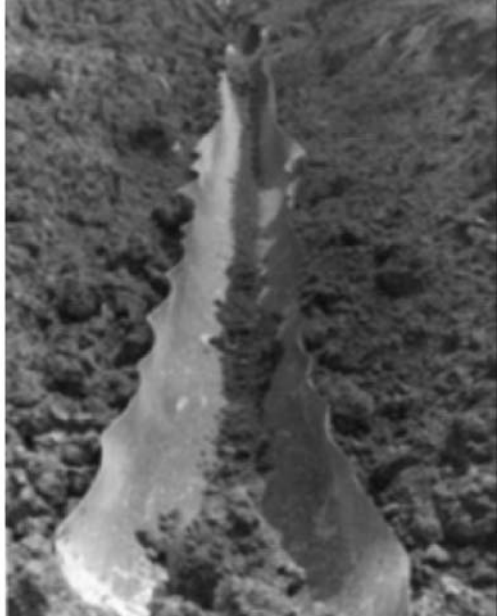


Bild 2.3: Schadensfall einer Gasrohrleitung mit dynamischer Rissausbreitung



Bild 2.4: Schadensfall durch Ermüdungsbruch an einer Welle

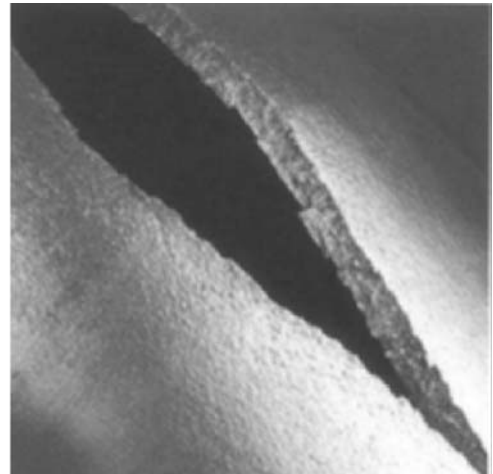


Bild 2.5: Makroskopischer Zähbruch eines Behälters aus Stahl

### f) Geschwindigkeit der Rissausbreitung

Im Unterschied zur dynamischen, stoßartigen Belastung eines stationären Risses geht es hier um die Dynamik des Bruchvorganges selbst. In den meisten Fällen verläuft die Rissausbreitung so langsam, dass alle dynamischen Effekte in der Struktur vernachlässigt werden dürfen. Dann ist eine *quasistatische Analyse* opportun. Erreicht die Rissgeschwindigkeit jedoch die Größenordnung der Schallwellengeschwindigkeiten im Festkörper, so müssen die Beschleunigungsterme, Massenträgheitskräfte sowie die Wechselwirkung des Risses mit den Schallwellen Berücksichtigung finden. Hinzu kommt, dass die Versagensmechanismen im Werkstoff von der Dehnrates abhängen, was meist zu einer Versprödung bei schnellen Rissen führt. Auf diese Weise haben dynamische Rissausbreitungsvorgänge schon katastrophale Schadensfälle verursacht, wie das Beispiel einer Gasrohrleitung (Bild 2.3) zeigt.

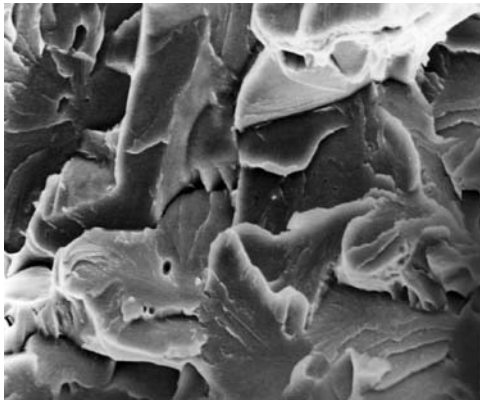


Bild 2.6: Transkristalliner Sprödbruch eines Stahls bei Raumtemperatur

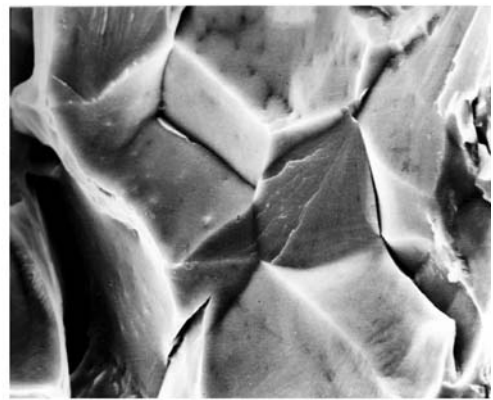


Bild 2.7: Interkristalliner Spaltbruch von Stahl St52 bei  $-196^{\circ}\text{C}$

## 2.2 Mikroskopische Erscheinungsformen des Bruchs

Zum Verständnis der werkstoffspezifischen Versagensmechanismen beim Bruch ist eine Besichtigung des »Tatorts« – der Bruchfläche – äußerst hilfreich, wozu man sich wegen ihrer Tiefenschärfe, der chemischen Elementanalyse und des Materialkontrastes bevorzugt der Rasterelektronenmikroskopie bedient. Ebenso ist es möglich, aus der mikroskopischen Gestalt der Bruchfläche auf die Ursachen des Schadens zu schließen (Fraktografie). Die verschiedenen Versagensmechanismen führen zu charakteristischen Strukturen der Bruchflächen und die typischen »Gesichter« der unterschiedlichen Brucharten sind in fraktografischen Atlanten katalogisiert, siehe z. B. [85]. Hier steht also die Sichtweise der Materialwissenschaftler und Schadensforscher im Vordergrund. Die wichtigsten mikroskopischen Erscheinungsformen des Bruchs sind: