

**KATRIN SCHEEL, THOMAS SONAR, PETER ULLRICH (HRSG.)**

**IN MEMORIAM  
RICHARD DEDEKIND (1831–1916)**



**NUMBER THEORY – ALGEBRA – SET THEORY –  
HISTORY – PHILOSOPHY**

KONFERENZBEITRÄGE  
AUS ANLASS DES 100. TODESTAGES  
TU BRAUNSCHWEIG  
6.–8. OKTOBER 2016

WTM  
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien  
Münster

**Schriften zur Geschichte der Mathematik  
und ihrer Didaktik**

Herausgegeben von  
Peter Ullrich

**Band 3**

**KATRIN SCHEEL, THOMAS SONAR, PETER ULLRICH (HRSG.)**

**IN MEMORIAM  
RICHARD DEDEKIND  
(1831–1916)**

**NUMBER THEORY – ALGEBRA – SET THEORY –  
HISTORY – PHILOSOPHY**

KONFERENZBEITRÄGE  
AUS ANLASS DES 100. TODESTAGES  
TU BRAUNSCHWEIG  
6.–8. OKTOBER 2016

WTM  
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien  
Münster

## **Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese  
Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;  
detaillierte Informationen sind im Internet über  
<http://www.dnb.de> abrufbar

Druck durch:  
winterwork  
04451 Borsdorf  
<http://www.winterwork.de/>

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf  
ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in  
irgendeiner Form reproduziert oder unter Ver-  
wendung elektronischer Systeme verarbeitet, ver-  
vielfältigt oder verbreitet werden.

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und  
Medien, Münster 2017 – E-Book  
ISBN 978-3-95987-044-3

**In Memoriam  
Richard Dedekind  
(1831–1916)**

**Number Theory–Algebra–Set Theory–History–Philosophy**



Konferenzbeiträge  
aus Anlass des 100. Todestages  
TU Braunschweig  
6.–8. Oktober 2016

**Katrin Scheel, Thomas Sonar, Peter Ullrich (Hrsg.)**



# Vorwort

Richard Dedekind, Braunschweiger Mathematiker, letzter Doktorand von Carl-Friedrich Gauß, begeisterter Musiker, gilt als wichtiger Mitbegründer der Mathematik wie wir sie heute kennen.

Im Jahr 2016 jährte sich nicht nur am 6. Oktober sein Geburtstag zum 185. Mal, es war auch zugleich sein 100. Todesjahr.

Grund genug für die Stadt Braunschweig und die Technische Universität Braunschweig ihres großen Sohnes und ehemaligen Hochschuldirektors mit einer Reihe von Veranstaltungen zu gedenken.

Schon mehr als ein Jahr vor Beginn der eigentlichen Gedenkveranstaltungen begannen eine Gruppe von Schülerinnen und Schülern und eine Lehrerin des Braunschweiger Gymnasiums Martino-Katharineum, Richards ehemaliger Schule, das Leben und Wirken dieses großen Mannes zu erforschen. Die Schülerinnen und Schüler konzipierten und erarbeiteten in Zusammenarbeit mit der Herausgeberin die vielbeachtete Ausstellung „Mensch Dedekind“, die von September 2016 bis Januar 2017 ihren Platz im Erdgeschoß der Universitäts-Bibliothek Braunschweig fand. Dedekinds Liebe zu Musik und Poesie wurden dabei in der Ausstellung ebenso dargestellt, wie seine politischen Ansichten, die Geschichte und Geschichten von und über seine Familie und Richards Bedeutung für die Entwicklung der Universität Braunschweig. Den Auftakt der eigentlichen Gedenkveranstaltungen bildete am 6. Oktober 2016, dem 185. Geburtstag Richard Dedekinds, ein festlicher Empfang der Stadt Braunschweig auf Einladung von Frau Bürgermeisterin Rohse-Paul im Festsaal des Altstadtrathauses Dornse. In dieser altehrwürdigen Umgebung lauschte eine große Schar in- und ausländischer Gäste nicht nur den Reden und Vorträgen der Vertreterin der Stadt Braunschweig und der Vertreter der Universität Braunschweig, der Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät und des Gymnasiums Martino-Katharineum, sondern auch, nach Richards Tagebuchaufzeichnungen ausgewählten, excellent vorgetragenen Klaviersoli. Eine von der IHK Braunschweig und den Mathematikern der Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät gestiftete Gedenktafel wurde den Schülerinnen und Schülern

des Gymnasiums Martino-Katharineum unter großem Beifall überreicht und zierte nun in Erinnerung an den berühmten Schüler die Wand der Aula der seit 600 Jahren bestehenden Schule.

Der Hauptvortrag der Gedenkveranstaltung zum Leben des Menschen Dedekind bildete zugleich den Beginn der, von der Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät der Universität Braunschweig initiierten internationalen Konferenz „In Memoriam - Richard Dedekind“, bei welcher renommierte in- und ausländische Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler aus verschiedenen Bereichen der Mathematik, Wissenschaftsgeschichte und Philosophie, Spannendes über Dedekind, seine mathematischen Theorien, sein Leben und Wirken vortrugen. Der hier vorliegende Band vereint alle diese interessanten Beiträge und ermöglicht dem Leser somit einen Blick auf den Menschen und Mathematiker Richard Dedekind aus vielen verschiedenen Blickwinkeln.

Die Teilnehmer der Konferenz, die sich zum Teil schon Jahrzehnte mit der Erforschung Dedekindscher Hinterlassenschaften beschäftigten, erlebten Richard Dedekind hautnah. Neben einer Führung durch die Ausstellung „Mensch Dedekind“, bei der die Schülerinnen und Schüler den Wissenschaftlern Rede und Antwort standen und noch manch interessante Anekdote aus dem Leben Richards erzählen konnten, erhielten die Teilnehmer im Bibliotheksarchiv der Universität Braunschweig einen umfassenden Einblick in Originaldokumente aus Dedekinds Hand und erlebten Richard Dedekind bei einer Stadtführung hautnah. Neben einem Rundgang zu mittelalterlichen Prachtbauten Braunschweigs, wie der Burg Dankwarderode und dem Dom, begleiteten Richard Dedekind und seine Schwester Julie die Teilnehmer bei der Führung „Auf Dedekinds Spuren“ höchstselbst an wichtige Stätten ihres Lebens. In Anekdoten und Geschichten rund um das Leben der Familie Dedekind in Braunschweig im 19. und 20. Jahrhundert vermittelten sie dabei einen Eindruck dieser ereignisreichen Zeit.

All diese Veranstaltungen und auch der vorliegende Band wären ohne die Hilfe und Unterstützung vieler engagierter Menschen nicht möglich gewesen. In erster Linie zu nennen sind hier die Stadt Braunschweig, vertreten durch Frau Bürgermeisterin Rhose-Paul, die Technische Universität Braunschweig, vertreten durch Herrn Vizepräsidenten Reimers, und die Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät, vertreten durch Herrn Dekan Sonar. Ohne Herrn Harborth, der seine ein Leben lang aufgebaute Sammlung zu Dedekind zur Verfügung stellte, den Schülerinnen und Schülern, die diese umfangreiche Sammlung zusammen mit ihrer Lehrerin und der Herausgeberin auswerteten, Frau Direktorin Stump und Frau Nagel von der Universitätsbibliothek der Universität Braunschweig, die jederzeit mit Rat und Tat zur Verfügung standen, sowie Herrn Oberdieck vom Archiv der Universitätsbibliothek, das Landesarchiv

Wolfenbüttel und das Archiv der Universität Göttingen, die wertvolle Originale zur Verfügung stellten, hätte es eine Ausstellung „Mensch Dedekind“ nie gegeben. Der IHK Braunschweig, insbesondere Herrn Meier, gebührt ein besonderer Dank für die großzügige Spende, ohne die die Verwirklichung der Gedenktafel zu Ehren Dedekinds unmöglich gewesen wäre. Dank gebührt auch dem erstklassig besetzten Scientific Committee der Konferenz, sowie den Gutachterinnen und Gutachtern für die Beiträge des Tagungsbandes, Frau Denkert vom Springer Verlag für die Erlaubnis auch die bei Springer veröffentlichten Beiträge in den hier vorliegenden Band aufnehmen zu dürfen, dem Pianisten Herr Link, der die Tagebuchaufzeichnungen Dedekinds hinsichtlich bevorzugter Musikstücke wunderbar umsetzte, und dem Stadtführer Herrn Ostwald und seiner Begleiterin Frau Luckas für die wunderbare Darstellung Richards und seiner Schwester Julie.

Nicht zuletzt gebührt ein großer Dank den engagierten und erstklassigen Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Konferenz „In Memoriam - Richard Dedekind“, die dankenswerter Weise ihre Beiträge für diesen interessanten Band zur Verfügung stellen.

Braunschweig, im August 2017





# Inhaltsverzeichnis

<b>Richard Dedekind (1831-1916)</b>	<b>1</b>
<i>Thomas Sonar</i>	

<b>Der Mathematiker Richard Dedekind: Von Gauß und Dirichlet zu Noether und Bourbaki</b>	<b>8</b>
<i>Peter Ullrich</i>	

1	Einleitung . . . . .	8
1.1	Die Zeitspanne . . . . .	9
1.2	Die Breite des Werkes . . . . .	9
2	Einflüsse auf Dedekind . . . . .	10
2.1	Gauß . . . . .	10
2.2	Riemann . . . . .	11
2.3	Dirichlet . . . . .	12
2.4	Die polytechnischen Schulen . . . . .	13
3	Dedekind als Herausgeber, Unterstützer, Kärner . . . . .	13
3.1	Gauß . . . . .	13
3.2	Riemann . . . . .	14
3.3	Dirichlet . . . . .	14
3.4	Georg Cantor . . . . .	15
4	Dedekind als Grundlagenforscher . . . . .	16
4.1	Das Problem: Lehre in der Infinitesimalrechnung . . . . .	16
4.2	Dedekinds „Schnitte“ . . . . .	16
4.3	Hochschuldidaktisches . . . . .	17
5	Dedekind als Algebraiker . . . . .	18
6	Der Einfluss von Dedekind . . . . .	19
6.1	Hilberts „Zahlbericht“ . . . . .	19
6.2	Dedekind versus Adolf Hurwitz . . . . .	19
6.3	Emmy Noether und ihr Umfeld . . . . .	20
6.4	Der „Enkel“ Nicolas Bourbaki . . . . .	21
7	Schluss . . . . .	21

<b>Richard Dedekind: style and influence</b>	<b>26</b>
<i>Stefan Müller-Stach</i>	
1 Intro . . . . .	26
2 Character and style . . . . .	27
3 Axioms for $\mathbb{N}$ and recursion theory . . . . .	29
4 Reception . . . . .	32
5 Influence in our times . . . . .	33
<b>Dedekind as a Philosopher of Mathematics</b>	<b>36</b>
<i>Erich H. Reck</i>	
1 Introduction . . . . .	36
2 Dedekind's Relation to Philosophy: Initial Observations . . . . .	37
3 Foundational Results and Philosophical Themes . . . . .	39
4 Dedekind's Logicism: Background and Systematic Goal . . . . .	41
5 Dedekind's Structuralism and Cassirer's Reception . . . . .	43
6 Dedekindian Themes in Current Philosophy of Mathematics	44
7 Conclusion . . . . .	46
8 Acknowledgements . . . . .	46
<b>Dedekind's and Frege's views of Logic</b>	<b>50</b>
<i>Hourya Benis Sinaceur</i>	
1 Introduction . . . . .	50
2 Arithmetic . . . . .	51
3 Logical vs mathematical project . . . . .	54
4 Logical vs mathematical structure . . . . .	58
5 Conclusions . . . . .	59
<b>Insights into Dedekind and Weber's edition of Riemann's Gesammelte Werke</b>	<b>63</b>
<i>Emmylou Haffner</i>	
1 Introduction: Dedekind reader of Riemann . . . . .	63
2 Dedekind and Weber's epistolary editorial work for Rie- mann's <i>Gesammelte Werke</i> . . . . .	65
2.1 Exploration and selection of elements of Riemann's <i>Nachlass</i> . . . . .	66
2.2 Correcting Riemann's texts . . . . .	67
3 Riemann's "pale manuscript" . . . . .	69
4 Conclusion . . . . .	71

**On Dedekind's axiomatic approach to the foundations of mathematics** **75**

*Dirk Schlimm*

**Dedekind and Weierstraß on hypercomplex numbers** **83**

*Peter Ullrich*

1	Introduction . . . . .	83
2	Weierstraß and Schwarz on Dedekind . . . . .	84
3	The mathematical problem . . . . .	86
	3.1 From real and complex to hypercomplex numbers .	86
	3.2 What to preserve and what to give up . . . . .	86
	3.3 The mathematical kernel of the proof . . . . .	87
4	A matter of priority . . . . .	88
	4.1 Two publications . . . . .	88
	4.2 Dedekind . . . . .	88
	4.3 Weierstraß . . . . .	89
5	Referring to Gauß . . . . .	90
	5.1 Weierstraß's interpretation . . . . .	90
	5.2 Dedekind's interpretation . . . . .	91
	5.3 A further paper of Dedekind . . . . .	92
6	Conclusions . . . . .	92
7	Acknowledgements . . . . .	93

**Zur Verstimmung zwischen Georg Cantor und Richard Dedekind** **96**

*Oliver Deiser*

**Dedekinds Arbeit über rein kubische Zahlkörper** **102**

*Franz Lemmermeyer*

1	Die Dedekindsche Vermutung . . . . .	102
2	Klassenzahlformeln . . . . .	105
	2.1 Formen und Ideale . . . . .	105
	2.2 Dirichlets Klassenzahlformel . . . . .	106
	2.3 Dirichlets Beweis aus dem Blickwinkel Artins . . .	109
	2.4 Klassenzahlen quadratischer Erweiterungen von $\mathbb{Q}(i)$	112
3	Kroneckers Grenzformel . . . . .	113
	3.1 Dirichlet und die Geschlechtertheorie . . . . .	113
	3.2 Kroneckers Grenzformel . . . . .	114
4	Potenzreste . . . . .	117
5	Transformation der $L$ -Reihen . . . . .	122

5.1	Der kubische Restcharakter von 2 . . . . .	125
5.2	Dedekinds Klassenzahlformel . . . . .	126
5.3	Artinsche $L$ -Reihen . . . . .	126
6	Spätere Entwicklungen . . . . .	128
6.1	Heegners Beweis . . . . .	128
6.2	Die Stark-Vermutungen . . . . .	129
6.3	Elliptische Kurven . . . . .	130

**Dedekind and Noether**

**Steht alles wirklich schon bei Dedekind?**

**Ideals and factorization between**

**Dedekind and Noether 134**

*Leo Corry*

1	Introduction . . . . .	134
2	Dedekind's Ideals . . . . .	135
3	Dedekind's Fields and Hilbert's Numbers . . . . .	142
4	Hilbert's Axiomatization . . . . .	144
5	Steinitz's Abstract Fields . . . . .	146
6	Noether's Abstract Rings . . . . .	148
7	Van der Waerden's <i>Moderne Algebra</i> . . . . .	151
8	Dedekind's Ideals and Dedekind's Cuts . . . . .	154

**The role of *Abbildungen* in Dedekind's late work 160**

*José Ferreirós*

1	Introduction . . . . .	160
2	A map-theoretic period . . . . .	161
3	Galois theory via intrinsic groups . . . . .	164
4	A radical vision of the continuum . . . . .	167
5	Morphisms and 'mengentheoretische Methoden' . . . . .	168

**Von Dedekind zu Zermelo versus Peano zu Gödel 174**

*Reinhard Kahle*

1	<i>Was sind und was sollen die Zahlen?</i> . . . . .	174
2	Peanos Axiomatisierung der natürlichen Zahlen . . . . .	175
3	Logik erster Stufe und Gödels erster Unvollständigkeitssatz	176
4	Zermelo . . . . .	178
5	Nichtstandard-Modelle der Peano-Arithmetik . . . . .	179
6	Dedekinds Brief an Keferstein . . . . .	180
7	Von Dedekind zu Zermelo versus Peano zu Gödel . . . . .	181

<b>„ein unentbehrlicher Theil des Lebens“ - Richard Dedekind und die Musik</b>	<b>186</b>
<i>Alexander Odefey</i>	
1 Kindheit, Jugend und Studium in Braunschweig: 1831-1850	186
2 Studium und Privatdozent in Göttingen: 1850-1858 . . . . .	189
3 Professor in Zürich: 1858-1862 . . . . .	192
4 Professor in Braunschweig: 1861-1916 . . . . .	197
 <b>Richard Dedekind: Brief an Keferstein</b>	 <b>205</b>
<i>Christian Tapp (Hrsg.)</i>	
1 Einleitung des Herausgebers . . . . .	205
2 Edition . . . . .	206
 <b>Julie Dedekind</b>	
<b>Bemerkungen über eine vergessene Schwester</b>	<b>212</b>
<i>Hans-Helmut Scheel</i>	
1 Einführung . . . . .	212
2 Jugendjahre . . . . .	213
3 Julie Dedekind und die Innere Mission . . . . .	214
4 Julie Dedekind als Schriftstellerin . . . . .	216
5 Abschließende Bemerkungen . . . . .	218



# Richard Dedekind (1831-1916)

Thomas Sonar  
Institut Computational Mathematics  
Technische Universität Braunschweig  
Pockelsstraße 14, 38106 Braunschweig  
t.sonar@tu-bs.de

Richard Dedekind stammte aus einer in Braunschweig nicht ganz unbekanntem Familie. Sein Vater Julius Levin Ulrich Dedekind war wohlbestallter Professor am Collegium Carolinum und seine Mutter stammte aus der Familie Emperius; ein Name mit besonderem Klang in Braunschweig. Denn Dedekinds Großvater mütterlicherseits, Johann Ferdinand Friedrich Emperius, ebenfalls Professor und später erster Direktor des Herzoglichen Museums, reiste 1815 mutig nach Paris, um die von den französischen Truppen erbeuteten Braunschweiger Kunstwerke zurückzuholen - mit Erfolg.

Richard hatte einen älteren Bruder Adolf, der später Landesgerichtspräsident in Braunschweig wurde, und die zwei älteren Schwestern Julie und Mathilde. Julie wird mit ihrem Bruder später zusammenleben und ist als Schriftstellerin bekannt geworden. Mathilde starb bereits mit 32 Jahren.

Das Collegium Carolinum, in dem Richard Dedekind seine Kindheit verlebte, bereitete junge Männer auf ein Studium an der Braunschweigischen Landesuniversität in Helmstedt vor, da die Schulausbildung - fast wie heute - nicht für die Aufnahme eines Studiums langte. Napoleon ließ die traditionsreiche Helmstädter Universität jedoch im Jahr 1810 schließen, so dass den Braunschweiger Landeskindern nur die Universität Göttingen blieb.

Im Collegium Carolinum lebten auch Künstler wie der Bildhauer Howaldt, der Maler Heinrich Brandes und einige Musiker, und so ist ein früher künstlerischer Einfluß auf Richard Dedekind nicht zu verleugnen. Er entwickelte das absolute Gehör und wurde später ein hervorragender Cellist und Pianist. Richard wurde mit 16 Jahren am 2. Mai 1848 am Collegium Carolinum immatrikuliert, wo er Mathematik und Physik studierte. Sehr bald schon gab er private Vorträge über mathematische Themen und lernte so einen lebenslangen Freund kennen - Hans Zincke, genannt Sommer, den er in Mathematik unterrichtete. Sommers Interessen lagen in der Mathematik und in der Musik - eine bis heute nicht unbekannt Kombination - und wurde später als Komponist und als Begründer der Vorgängerinstitution der heutigen GEMA



bekannt.

Der ältere Bruder Adolf studierte bereits Jura in Göttingen, als Richard ihm 1850 folgte, um Mathematik zu studieren. Schon im Jahr 1848 gehörte Adolf zu den Gründungsmitgliedern der Verbindung „Brunsviga“ und auch Richard trat dieser studentischen Verbindung sofort bei und wurde 1852 ihr Schriftführer. Der alte Gauß feierte 1849 in Göttingen sein 50-jähriges Doktorjubiläum, allerdings „ganz im Stillen“, da man nach der Revolution studentische Unruhen befürchtete, die allerdings ausblieben. Adolf schrieb aus Göttingen an den Vater in Braunschweig:

*„Das Gauß'sche 50jährige Doctor=Jubiläum ist ohne allen Prunk vorbei gegangen und die Studenten, die sich nicht einigen konnten, wurden sogar vom Prorector gezwungen, einen ihm zugedachten Fackelzug zu unterlassen. Übrigens soll er viele Decorationen, z.B. den Orden „Heinrich des Löwen“, sowie das Braunschweiger Ehren=Bürgerrecht erhalten.“*

Richard Dedekind hat bei Größen seiner Zeit Vorlesungen gehört, so bei Moritz Abraham Stern, Wilhelm Weber, Johann Benedict Listing und bei Gauß. Nach nur 4 Semestern fertigte er bei Gauß seine Doktorarbeit zum Thema „Eulersche Integrale“ an und wurde damit zu Gaußens letztem Schüler. Am 11. Juni 1852 schreibt Richard stolz an seine Schwester Julie:

*„Mir ist am Anfang dieses Semesters auch noch ein Urtheil der Fakultät, namentlich von Gauß, über mich durch ein Mitglied derselben, das ich nicht nennen darf, zugekommen, und das hat mich sehr angenehm gestimmt.“*

Kontakte zu bekommen war im akademischen Milieu Göttingens nicht ganz einfach. Gut aufgehoben fühlte Richard sich in den Häusern der Familien des Anatomen Henle und des Physikers Weber. In einem Brief vom 8. Mai 1853 berichtet Richards Mutter einer Korrespondentin:

*„Nur bei Webers und Henles glaubt er fester Fuß gefasst zu haben. Bei anderen hohen Personen (mit seinen eigenen Worten zu reden) wo er nur Visite macht, wenn er einmal förmlich eingeladen ist (stolz wie ein Spanier) - glaubt er sich nicht um seiner selbst Willen geliebt ...“*

Der Physiker Wilhelm Weber - nicht zu verwechseln mit Dedekinds späterem Freund und Kollegen Heinrich Weber - war ein langjähriger Kollege von Gauß und mit Gauß ein Erfinder des Telegraphen. Im Jahr 1854 habilitiert

Dedekind bei Gauß und wird zum Privatdozenten, der sich seine Finanzierung durch Hörergelder sichern muss. Das ist nicht einfach, denn Dedekinds Hörschaft ist klein. In der ersten Vorlesung sitzen nur 2 Hörer, einer davon ist Freund Sommer. Er muss auch eine öffentliche Vorlesung halten, die ihm keine Tantiemen einbringt. Dort sitzen zwischen 16 und 18 Hörer, aber wie Dedekind enttäuscht schreibt: „*alte Leute, Hannöversche Lieutenants mit Bärten.*“ Im Jahr 1856 gehen die Misserfolge weiter. In einer seiner Vorlesungen sitzen wieder nur 2 Hörer, darunter Freund Sommer, und in einer weiteren gar nur einer - der Freund Sommer. Im Winter 1856 verpassen somit die meisten Studenten eine bahnbrechende Vorlesung zur modernen Algebra - es ist weltweit die erste ihrer Art und heute so berühmt, dass sie in den 1980er Jahren gedruckt herausgegeben wurde. Dedekinds Misserfolge bei den Vorlesungen nötigen ihn, den Braunschweiger Herzog um einen Freitisch zu bitten; der Bitte wird mehrmals entsprochen. Im Jahr 1855 stirbt Carl Friedrich Gauß und als Nachfolger wird Peter Gustav Lejeune Dirichlet berufen. Im Gegensatz zu dem verschlossenen Gauß ist Dirichlet lebhaft an seinen Schülern interessiert und ein idealer Gesprächspartner für Dedekind. Richard schreibt 1856, dass er bei Dirichlet „*eigentlich erst recht zu lernen anfangen*“.

Dirichlet ist verheiratet mit Rebecca Mendelssohn-Bartholdy und die musikalische Prominenz der Zeit ist immer wieder zu Gast im Hause Dirichlets; so auch Richard Dedekind, der als Musiker bei den Treffen sehr geschätzt wird. Dirichlet, der keinen großen Sinn für Musik zeigte, pflegt dann immer ins Bett zu gehen.

Ein weiterer Schüler Dirichlets zu dieser Zeit ist Bernhard Riemann, der schnell zu einem guten Freund wird. Riemann ist ein kränkliches Genie und wie Dedekind ihn geschätzt hat, sehen wir aus einem Brief an die Schwester Julie vom 3. November 1856:

*„Außerdem verkehre ich sehr viel mit meinem vortrefflichen Kollegen Riemann, der ohne Zweifel nach oder gar mit Dirichlet der tiefstinnigste Mathematiker ist und bald als solcher anerkannt sein wird, wenn seine Bescheidenheit ihm erlaubt, gewisse Dinge zu veröffentlichen, die allerdings nur wenigen verständlich sein werden.“*

Ein Vergleich von Riemann und Dedekind ist unfair, aber ich wage es trotzdem: Dedekind ist genial, ein tiefer Durchdenker, Algebraiker und Zahlentheoretiker. Riemann ist genial, aber ein stürmischer Denker, ein Analytiker und Geometer. Riemann arbeitet zu viel, und so fordert die schwache Gesundheit ihren Tribut: 1857 bricht er zusammen. Der Freund kümmert sich

sofort. Er schreibt am 13. August 1857 an seine Familie, die gerade ins Feriendomizil nach Bad Harzburg fahren will:

*„Zunächst muss ich mich dahin entscheiden, das Zusammentreffen mit Euch in Harzburg aufzugeben ... Statt meiner empfehle ich Euch für die wenigen Tage ... Riemann ... von dem ich Euch soviel erzählt habe; er ist jetzt sehr unglücklich; er ist den ganzen Sommer bis vor Kurzem in Bremen geblieben, um dort gewisse höchst bedeutende Arbeiten für den Druck zu vollenden; aber sein einsames Leben und dazu körperliche Leiden haben ihn im höchsten Grade hypochondrisch und misstrauisch gegen die Menschen und gegen sich selbst gemacht, wenn er auch äußerlich ganz freundlich erscheint. ... Man muss alles aufbieten, um einen so vortrefflichen und wissenschaftlich höchst bedeutenden Menschen wie Riemann aus seinem jetzt höchst unglücklichen Zustand herauszureißen; ... Er hat hier die wunderlichsten Dinge gemacht, blos aus solchen Gründen, weil er glaubt, Niemand mag ihn leiden u.s.w.“*

Riemann hat an sehr abstrakten Ideen gearbeitet, so an „Mannichfaltigkeiten“ und über Dedekind kommt dieser Riemannsche Begriff dann auch in die Mengenlehre. Als Dedekind auf Georg Cantor trifft - ich berichte gleich - ist er durch die Ideen Riemanns schon gewissermaßen vorbereitet. Dedekind ist nun in Algebra und Zahlentheorie etabliert und bekommt höchstes Lob u.a. von Leopold Kronecker aus Berlin. Mit wachsender Bekanntheit werden die gesellschaftlichen Verpflichtungen in Göttingen größer; so ist er häufig bei Musikabenden aktiv, was nicht ohne den Genuss von größeren Mengen alkoholischer Getränke abgeht. Am 26. Januar 1856 schreibt er an Julie, dass nach einem Ehrendiner für Dirichlet *„noch immer der Champagner und unzählige Weine mit dem Verstande um die Oberherrschaft“* kämpfen.

Im Jahr 1858 sucht das Zürcher Polytechnikum einen neuen Mathematikprofessor für die Ausbildung der Ingenieure. Auf die Ausschreibung bewerben sich etwa 50 Aspiranten, darunter auch die Freunde Riemann und Dedekind. Dirichlet empfiehlt dem Schulratspräsidenten Kappeler beide, gibt aber Riemann *„den ersten Rang“*. Nun geschieht etwas heute Undenkbares: Kappeler besucht Göttingen, hört sich Vorlesungen der beiden Männer an und kommt zu einem aus heutiger Sicht völlig richtigen Entschluss: Riemann sei *„zu stark in sich gekehrt, um zukünftige Ingenieure zu lehren.“* So tritt Dedekind am 21. April 1858 seine Professur in Zürich an und bildet zukünftige Ingenieure aus. Glücklicherweise ist er nicht. An Schwester Mathilde schreibt er am 27. Januar 1859:

*„Ich kann auch nicht sagen, dass ich so ganz und gar glücklich mit meiner Schulmeisterei bin; von den mir überlieferten älteren Schülern will ich gar nicht sprechen, die sind zum großen Theil verdorben; von meinen neuen ist ein Drittel ganz vorzüglich, ein anderes Drittel mässig gut, der Rest schwach, zum Theil erbärmlich. Meine Ideen von Freiheit, freier Entwicklung der Schüler sind radical vernichtet; so wie Österreich in Italien, so bin ich auch eine Zeit lang zu milde gewesen; die Schüler verstehen das nicht zu würdigen, es sind Kinder wie unsere Progymnasiasten, wenigstens in ihrem Benehmen. Jetzt genire ich mich gar nicht mehr, einen Übelthäter vor versammelter Menge so niederzudonnern, dass er zusammensinkt und Respect kriegt. Das hat eine sehr heilsame Wirkung. Aber ärgerlich ist es immer und mir zuwider.“*

Aber die Tätigkeit in Zürich hat auch etwas Gutes: Beim Unterricht der Ingenieure bemerkt Dedekind, dass die Grundlagen zur Erklärung des Zahlensystems fehlen. Sehr viel später, erst 1872, erscheint in Braunschweig sein Werk *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, in dem er die erste rigorose Konstruktion der reellen Zahlen mit Hilfe von „Dedekindschen Schnitten“ vorlegt - Ergebnis des Unterrichts bei Ingenieuren!

Im Vorwort beschreibt Dedekind die Historie:

*„Die Betrachtungen, welche den Gegenstand dieser kleinen Schrift bilden, stammen aus dem Herbst des Jahres 1858. Ich befand mich damals als Professor am eidgenössischen Polytechnikum zu Zürich zum ersten Male in der Lage, die Elemente der Differentialrechnung vortragen zu müssen, und fühlte dabei empfindlicher als jemals früher den Mangel einer wirklich wissenschaftlichen Begründung der Arithmetik. Bei dem Begriffe der Annäherung einer veränderlichen Größe an einen festen Grenzwert und namentlich bei dem Beweise des Satzes, daß jede Größe, welche beständig, aber nicht über alle Grenzen wächst, sich gewiß einem Grenzwert nähern muß, nahm ich meine Zuflucht zu geometrischen Evidenzen. ... Für mich war damals dies Gefühl der Unbefriedigung ein so überwältigendes, daß ich den festen Entschluß faßte, so lange nachzudenken, bis ich eine rein arithmetische und völlig strenge Begründung der Prinzipien der Infinitesimalanalysis gefunden haben würde.“*

Am 25. Juli 1861 stirbt der Mathematikprofessor am Collegium Carolinum,

August Wilhelm Julius Uhde. Dedekind sieht eine Chance, in sein geliebtes Braunschweig zurückzukehren, und bewirbt sich um die Nachfolge. Er stellt allerdings eine Forderung: Er will nie mehr „*Niedere Mathematik*“ lesen müssen. Dem Wunsch wird entsprochen und 1862 ist Richard Dedekind Mathematikprofessor am Collegium Carolinum. Er wird Braunschweig trotz zahlreicher weiterer Rufe nicht mehr verlassen.

Bei einer Reise in die Schweiz trifft Dedekind 1872 den Hallenser Mathematiker Georg Cantor. Auch Cantor hat an einer Begründung der reellen Zahlen gearbeitet und fragt nun nach der Mächtigkeit gewisser Mengen. Gibt es „mehr“ reelle Zahlen als Brüche? „Wieviele“ Brüche gibt es? Enthält ein Quadrat „mehr“ Punkte als eine Strecke?

Im Briefwechsel der beiden Männer entsteht so die Mengenlehre. Cantor kann beweisen, dass es nicht „mehr“ Brüche als natürlich Zahlen gibt - genauer: dass die Mächtigkeit der rationalen Zahlen genau der Mächtigkeit der natürlichen Zahlen entspricht. Wir sagen heute, die Menge dieser Zahlen ist abzählbar unendlich.

Nun fragt Cantor nach der Mächtigkeit der reellen Zahlen. Dedekind hat auch keine Antwort, aber er kann beweisen, dass alle algebraischen Zahlen, also Nullstellen von Polynomen mit ganzzahligen Koeffizienten, ebenfalls abzählbar unendlich sind. In einem Brief vom 7. Dezember 1873 schickt Cantor einen Beweis, dass die reellen Zahlen nicht abzählbar sind, aber der Beweis enthält einen Fehler, den Dedekind sofort verbessern kann. Im Jahr 1877 schickt Cantor einen Beweis für die Gleichmächtigkeit der Menge der Punkte im Quadrat und in einer Strecke; ein ungeheuerliches Resultat. Aber auch hier findet Dedekind ein Haar in der Suppe! Er schreibt an Cantor:

*„... die Ausfüllung der Lücken zwingt sie, eine grauenhafte, Schwindel erregende Unstetigkeit in der Correspondenz eintreten zu lassen, durch welches Alles in Atome aufgelöst wird, so dass jeder noch so kleine stetig zusammenhängende Theil des einen Gebietes in seinem Bilde als durchaus zerrissen, unstetig erscheint.“*

und er vermutet, dass diese Gleichmächtigkeit nur mit unstetigen Abbildungen des Quadrats auf die Strecke gezeigt werden kann. Diese Vermutung wird noch zu Dedekinds Lebzeiten von Luitzen Egbertus Jan Brouwer im Jahr 1911 bewiesen.

Im Jahr 1887 erscheint in Braunschweig Dedekinds Buch *Was sind und was sollen die Zahlen?*; bis heute ein Bestseller, jedenfalls auf dem englischsprachigen Markt. Hier gelingt Dedekind die erste Charakterisierung unendlicher Mengen, mit der er das Verdikt Euklids, der Teil sei immer kleiner als das

Ganze, im Unendlichen vewirft: „*Ein System  $S$  heißt unendlich, wenn es einem echten Teile seiner selbst ähnlich ist; im entgegengesetzten Falle heißt  $S$  ein endliches System.*“

Im Jahr 1863 gibt Dedekind erstmals die Vorlesungen über Zahlentheorie seines Lehrers Dirichlet heraus. Diese Vorlesungen sind deshalb so berühmt geworden, weil Dedekind sie mit „Supplementen“ versehen hat, in denen er seine ureigenste Theorie der Ideale entwickelte. Das auf einem Gemälde an der TU Braunschweig gezeigte Buch Idealtheorie hat es nie gegeben.

Ideale verallgemeinern die Rolle der Zahlen auf allgemeinere Zahlensysteme und haben große Bedeutung für endliche Körper, die heute unter anderem eine hervorragende Rolle in der Kryptographie spielen. Wählt man die Koeffizienten eines Polynoms aus einem endlichen Körper, dann kann man fehlerhafte Stellen auf CDs oder DVDs, die durch den Produktionsprozess und Alterung nie vermeidbar sind, während des Abtastens rekonstruieren und kann nur so einen ungestörten Hör- bzw. Sehgenuß garantieren. Der zugehörige Algorithmus heißt Reed-Solomon-Code, aber er basiert ganz auf Dedekinds Idealtheorie!

Zwischen 1872 und 1875 ist Richard Dedekind der erste gewählte Direktor des Collegium Carolinum und Vorsitzender der Baukommission für einen Neubau; das ist der heutige Altbau der TU Braunschweig, der am 16. Oktober 1878 in der Pockelsstraße eingeweiht werden kann. Solche Verwaltungsaufgaben, die Dedekind hervorragend bewältigt hat, waren aber nicht nach seinem Geschmack. Im Jahr 1874 schreibt er an Frau Henle nach Göttingen:

*„Wie ich dazu gekommen bin, trotz grösster Abneigung gegen Verwaltungsgeschäfte das Direktorat unseres Carolinums auf drei Jahre zu übernehmen, und zwar unter den ungünstigsten Verhältnissen, das zu erzählen würde zu lang werden?“*

Von Dedekinds Standhaftigkeit in politischen Belangen, bei der Verteidigung der Welfen und bei der Weigerung, das unselige Intellektuellenmanifest zu unterschreiben, will ich hier nicht genauer berichten. Das hat ihm am Ende seines Lebens in Braunschweig und darüber hinaus viele Feinde gemacht. Als Dedekind am 12. Februar 1916, mitten in der Katastrophe des ersten Weltkriegs, stirbt, erscheint eine erste Würdigung nicht in Deutschland sondern von der Pariser Akademie der Wissenschaften in Frankreich. Sein Grab auf dem Städtischen Friedhof ist heute ein Ehrengrab der Stadt Braunschweig.

# Der Mathematiker Richard Dedekind: Von Gauß und Dirichlet zu Noether und Bourbaki

Peter Ullrich

Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz,  
Fachbereich 3: Mathematik / Naturwissenschaften,  
Mathematisches Institut, Universitätsstraße 1,  
56070 Koblenz, Deutschland  
ullrich@uni-koblenz.de

**Abstract** Richard Dedekind hat nicht nur Bedeutendes zur Algebra und zu den Grundlagen der Mathematik geleistet. Als letzter Doktorand von Carl Friedrich Gauß und Schüler von Peter Gustav Lejeune Dirichlet einerseits und Bezugspunkt für die Algebra Emmy Noethers und damit für die Mathematik Nicolas Bourbakis andererseits schlägt er auch eine Brücke von der Mathematik am Anfang des 19. bis zu der am Ende des 20. Jahrhunderts.

## 1 Einleitung

Ein Bericht über eine Mathematikerin bzw. einen Mathematiker aus Braunschweig, die bzw. der nicht Carl Friedrich Gauß (1777–1855) ist, unterliegt stets der Versuchung, vielleicht auch Erwartungshaltung, diese Person mit Gauß zu vergleichen. Für den folgenden Text würde sich somit die These anbieten, Dedekind sei „ein zweiter Gauß“ gewesen.

Allerdings sei vorab klargestellt, dass Dedekind nicht in diesem Sinne beschrieben werden soll; er war wohl auch zu klug, dies anzustreben. Falls dennoch eine schlagzeilenträchtige Zusammenfassung erwünscht ist, so sei dies versucht mit: „Dedekind war einer der ersten Mathematiker der Nach-Gauß-Ära.“ Dabei sei es der Leserin bzw. dem Leser überlassen, das „erste“ nur zeitlich zu interpretieren – um dies zu belegen, sind nur wenige Zeilen notwendig – oder dies als Aussage über Dedekinds Rang zu verstehen – das soll der folgende Artikel in seiner Gesamtheit vermitteln.

## 1.1 Die Zeitspanne

Bereits aufgrund seiner schieren Lebenszeit ist die Entwicklung der Mathematik eindrucksvoll, die Dedekind umspannt: Einerseits

- promovierte er 1852 als letzter Doktorand bei Gauß – Bernhard Riemann (1826–1866) hatte dies 1851 als vorletzter getan – und
- war einer der letzten Hörer und Schüler von Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859).

Andererseits

- gab er Emmy Noether (1882–1935) Vorlagen zu ihrer Theorie der abstrakten Algebra in den 1920er Jahren, die sich in dem 1930 zum ersten Mal erschienen Buch „(Moderne) Algebra“ [46] von Bartel Leendert van der Waerden (1903–1996) niederschlugen, welches die Autorengruppe Nicolas Bourbaki (1935–?) beeindruckte und beeinflusste, so dass
- Dedekind, um eine Formulierung Winfried Scharlaus (\*1940) zu gebrauchen, zu einem „Großvater Bourbakis“ wurde.
- Bourbakis Werke wiederum prägten die Theoretische Mathematik der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts bis auf die Ebene des Schulunterrichts.<sup>1</sup>

## 1.2 Die Breite des Werkes

In den Artikeln zu der Konferenz „In Memoriam: Richard Dedekind (1831–1916)“ kann man Dedekind als Person kennen lernen, vor allen Dingen aber die Reichhaltigkeit seines Schaffens als Philosoph der Mathematik, als Logiker, als Mengentheoretiker, als Grundlagenforscher, als Unterstützer anderer, sogar Kärner für diese, aber auch als algebraischer Funktionentheoretiker, als algebraischer Zahlentheoretiker und als kommutativer Algebraiker.

Alle diese Aspekte sollen jetzt nicht etwa erneut kurz aufgegriffen werden, sondern es soll der Bogen geschlagen werden über die im Titel bereits abgesteckte und eben genauer erläuterte Zeitspanne hinweg. Die Schwerpunktsetzung ist dabei naturgemäß subjektiv; zur Vervollständigung des Bildes sei auf die Festbände [17], [26] und [31] verwiesen.

---

<sup>1</sup>Allerdings war die als „Neue Mathematik“ deklarierte Mengenlehre sicherlich nicht die Art von Inhalt, die sich Dedekind für eine Erstbegegnung mit Mathematik gewünscht hätte; bekanntlich sahen selbst einige der Mitglieder von Bourbaki die Auswirkungen ihres Projektes auf das Lehren von Mathematik sehr kritisch.