

Ralf Benölken, Nina Berlinger & Marcel Veber (Hrsg.)



# ALLE ZUSAMMEN!

OFFENE, SUBSTANZIELLE PROBLEMFELDER  
ALS GESTALTUNGSBAUSTEIN FÜR  
INKLUSIVEN MATHEMATIKUNTERRICHT

WTM  
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien  
Münster

# **Diversität und Inklusion im Kontext Mathematischer Lehr-Lern-Prozesse**

Herausgegeben von  
Ralf Benölken und Marcel Veber

**Band 1**

**RALF BENÖLKEN, NINA BERLINGER &  
MARCEL VEBER (HRSG.)**

**ALLE ZUSAMMEN!**

**OFFENE, SUBSTANZIELLE PROBLEMFELDER  
ALS GESTALTUNGSBAUSTEIN FÜR  
INKLUSIVEN MATHEMATIKUNTERRICHT**

WTM  
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien  
Münster

**Bibliografische Information der Deutschen  
Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese  
Publikation in der Deutschen Nationalbibliogra-  
fie; detaillierte Informationen sind im Internet  
über <http://dnb.ddb.de> abrufbar

Druck durch:  
winterwork  
04451 Borsdorf  
<http://www.winterwork.de/>

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf  
ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in  
irgendeiner Form reproduziert oder unter Ver-  
wendung elektronischer Systeme verarbeitet, ver-  
vielfältigt oder verbreitet werden.

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und  
Medien, Münster 2018 E-Book  
ISBN 978-3-95987-092-4

# Vorwort

Das Umschlagbild zeigt eine Zusammenstellung vieler geometrischer Figuren in verschiedenen Farben und Größen. Jeder einzelnen Figur erwächst aus z.B. ihren Ecken, Kanten oder Bögen, aus ihrer Farbe oder ihrer Größe bzw. aus dem Zusammenspiel unterschiedlicher Eigenschaften eine individuelle Charakteristik. Die Gesamtheit aller Figuren wirkt trotz ihrer Unterschiedlichkeit nicht als Durcheinander, sondern als Ganzes – oder aber: Seinen Ausdruck und seine Harmonie gewinnt das Bild nicht ‚trotz‘, sondern auch und gerade *wegen* der Verschiedenheit der geometrischen Figuren und die Art und Weise, wie sie sich wechselseitig ergänzen.

Der vorliegende Band nähert sich dem komplexen Thema ‚Inklusive Bildung‘ im Mathematikunterricht aus einer potenzialorientierten Perspektive – demgemäß wird intrawie auch interpersonale Vielfalt als Chance für die Realisierung von gemeinsamen Lehr-Lern-Prozesse gesehen. ‚Offene, substanziale Problemfelder‘ bieten ein Lernangebot, an dem ein mit- und ein voneinander Lernen aller Schülerinnen und Schüler an demselben Lerngegenstand auf partizipative Weise, ohne irgendeine Form des Ausschlusses möglich sind. Die Vielfalt von beispielsweise Lösungsideen, -wegen oder auch -darstellungen, deren Vergleich und Würdigung sowie daran anknüpfende sich wechselseitige befruchtende Argumentationen können zu einem Mathematikunterricht führen, dessen Ergiebigkeit und Harmonie gerade – wie in dem Umschlagbild – durch Verschiedenheit und Vielfalt zur Geltung kommt.

Um sehr unterschiedlichen individuellen Potenzialen den Weg zu ihrer Entfaltung zu ebnen, werden mit einer natürlichen Differenzierung ausgehend von der fachlich-mathematischen Substanz sowie konkret mit der Komposition einer Sammlung offener, substanzialer Problemfelder also Zugänge genommen, die in der Mathematikdidaktik seit langem als etabliert gelten können, hier unter der Perspektive Inklusiver Bildung unter potenzialorientierter Sicht jedoch in einem weiteren Kontext Betrachtung finden. Einerseits kann es sich um einen Impuls für die akademische Diskussion handeln, die in jüngerer Zeit nicht zuletzt darum geführt wird, welche organisatorisch-methodischen bzw. welche fachdidaktischen Zugänge überhaupt im Kontext eines inklusiven (Mathematik-) Unterrichts konstruktiv sein mögen. Andererseits werden zu allen inhaltbezogenen Kompetenzen im Sinne der Bildungsstandards konkrete und erprobte Aufgabenfelder vorgestellt, die sich für den unterrichtlichen Einsatz eignen, d.h., die Sammlung kann zugleich Lehrkräften weitere Brücken zur Realisierung eines Mathematikunterrichts für alle ohne Ausschluss bieten. Der Einleitungsartikel gibt einen tiefer gehenden Einblick in diese grundlegenden Verortungen.

Der vorliegende Band ist zugleich der erste in der Reihe ‚Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse‘. Wie den oben skizzierten Ausführungen zu entnehmen ist, setzt er einen praxisbezogenen Akzent, ohne Theoriefundierung

oder Erfahrungs-, bisweilen auch Empiriebasierung außer Acht zu lassen. Die Reihe soll nicht lediglich eine Reihe über Vielfalt sein, sondern selbst ein Forum für Vielfalt bieten: Sie soll daher ähnlich ausgerichteten Praxisbänden gleichermaßen offen stehen wie theoretischen Arbeiten, insbesondere Dissertationsschriften, Sammelbänden u.Ä. Das Format (auch bereits des vorliegenden Bandes) ist dieser Ausrichtung angepasst und es eignet sich sowohl für wissenschaftliche Schriften in einem engeren Sinne als auch für Praxisbände: So können beispielsweise enthaltene Materialien mit dem Reprofaktor 125% auf DIN A4-Größe kopiert werden. Wir laden alle Interessierten herzlich zur Beteiligung ein.

Wir bedanken uns herzlich bei den Autorinnen und Autoren für die hervorragende Zusammenarbeit, die vielen Ideen und Impulse sowie die produktiven Diskussionen. Außerdem danken wir Hannah Hölscher und Alexandra Bentrup für die Unterstützung bei redaktionellen Arbeiten.

Wuppertal, Münster und Osnabrück im Juni 2018

*Ralf Benölken, Nina Berlinger und Marcel Veber*

# Inhalt

*Ralf Benölken, Marcel Veber und Nina Berlinger*

Gestaltung fachlich fundierter Lehr-Lern-Settings für alle ohne Ausschluss – Grundlegende Verortungen .....	1
--	---

## Zahlen und Operationen

*Laura Korten*

Wir erforschen Nachbarzahlen und ihre Summen .....	16
--	----

*Kathrin Meyer*

Partnerzahlen .....	27
---------------------	----

*Elisabet Mellroth und Annika Thyberg*

Spielfelder .....	37
-------------------	----

*Wolfgang Grohmann*

Dominosteine .....	50
--------------------	----

*Daniela Aßmus und Torsten Fritzlar*

Annes Geburtstagstisch .....	58
------------------------------	----

*Karina Höveler*

Zählen, ohne zu zählen – Wir entwickeln geschickte Zählstrategien .....	74
---	----

*Lena Radiünz*

MATHletics – Wir entwickeln arithmetische Kompetenzen in Bewegung .....	90
---	----

## **Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit**

*Daniela Aßmus und Torsten Fritzlar*

Farbige Würfel .....	137
----------------------	-----

*Carolin Hammad*

Schweinopel .....	152
-------------------	-----

## **Raum und Form**

*Ralf Benölken, Nina Berlinger und Marcel Veber*

Würfelgebäude .....	161
---------------------	-----

*Jana Bugzel und Timo Dexel*

Gleichseitige Dreiecke .....	173
------------------------------	-----

## **Muster und Strukturen**

*Annabella Diephaus*

Rechensterne .....	189
--------------------	-----

*Carolin Hammad*

Punktmusterfolgen .....	208
-------------------------	-----

## **Größen und Messen**

*Roland Rink und Antonia Lemensiek*

„Wie viel Nahrung sammelt ein Eichhörnchen für den Winter?“ – Gemeinsam Größenvorstellungen im Größenbereich Gewicht aufbauen .....	218
--	-----

<i>Roland Rink und Antonia Lemensiek</i>	
„Springst du so weit wie ein Floh?“ – Gemeinsam Größenvorstellungen im Größenbereich Längen aufbauen .....	240
<i>Roland Rink und Antonia Lemensiek</i>	
„Trinkst du so viel wie ein Pferd?“ – Gemeinsam Größenvorstellungen im Größenbereich Volumen aufbauen .....	251
Verzeichnis der Autorinnen und Autoren .....	259



# **Gestaltung fachlich fundierter Lehr-Lern-Settings für alle ohne Ausschluss – Grundlegende Verortungen**

## **Einordnungen, Grundpositionen und Ziele**

Inklusion stellt die Gesellschaft und damit nicht zuletzt Schulen vor große Herausforderungen. In Bezug auf die Realisierung Inklusiver Bildung in Schulen werden in der Literatur disziplinübergreifend diverse Aspekte diskutiert, die bei der Entwicklung eines inklusiven Schulsystems Berücksichtigung finden sollten. Hierzu zählen z.B.

- Diskussionen um geeignete schulische Rahmenbedingungen wie eine angemessene Lehrmittel- oder Raumausstattung, Klassengrößen sowie Kompositionsstrukturen bei der Klassenzusammensetzung und personelle Voraussetzungen für multiprofessionelle Teamarbeit,
- die Frage nach notwendigen Bestandteilen einer für ein inklusives Schulsystem adäquaten Professionalisierung von Lehrkräften (verbunden mit der Entwicklung günstiger inklusionsbezogener Einstellungen),
- die Suche nach tragfähigen unterrichtspraktischen Konzepten, etwa hinsichtlich kooperativer Lehrformen sowie hinsichtlich geeigneter diagnostischer oder methodischer Zugänge (z.B. Benölken, 2017).

Diese kurSORISCHE Aufzählung deutet die Komplexität der angesprochenen Herausforderungen an, wobei die Suche nach adaptiven, also lokal, regional, schulformbezogenen, altersstufenorientierten, ... spezifischen und variablen Lösungen mitunter der Suche nach der berühmten Nadel im Heuhaufen gleichzukommen scheint. Diese Komplexität wird umso deutlicher, wenn berücksichtigt wird, dass Lernen im Allgemeinen und die inklusionsorientierte Umgestaltung des Schulsystems im Besonderen nicht baukastenartig erfolgen können. Genau dies ist jedoch in einigen Ansätzen zu beobachten. Beispielsweise wird die Komplexität der Realisierung inklusionssensibler Bildungsprozesse mit der (oftmals aus tradiert sonderpädagogischer Warte artikulierten) Forderung nach Evidenzorientierung (u.a. von Hillenbrand, 2012) bezogen auf den Erziehungs- und Bildungsauftrag der Institution Schule aktuell wieder intensiv diskutiert (zu einer kritischen Einordnung siehe u.a. Hechler, 2016; Rödler, 2013).

Die Mathematikdidaktik und andere Fachdidaktiken<sup>1</sup> wenden sich dem Thema Inklusive Bildung in jüngerer und jüngster Zeit verstärkt zu, so dass mittlerweile von ersten Denkanstößen über beginnende und begonnene empirische und stoffdidaktische Erörterungen bis hin zu ersten umfassenderen konzeptionellen Erwägungen konstruktive Ansätze zu den oben benannten Aspekten vorliegen (u.a. Käpnick, 2016; Steinweg, 2016; Peter-Koop, Rottmann & Lüken, 2015). Dennoch besteht weiterhin ein auch von Seiten vieler Lehrkräfte formulierter Entwicklungsbedarf. Gemäß obiger Aufzählung fokussiert der vorliegende Band mögliche methodische Zugänge und hier ‚offene, substantzielle Problemfelder‘ als mögliches geeignetes Setting für inklusiven Mathematikunterricht (was zugleich durchaus einen aktuellen Trend der Mathematikdidaktik widerspiegelt).

Eine erste zentrale Grundposition, die der Konzeption dieses Bandes zugrunde liegt, besteht darin, dass die Realisierung von inklusionssensiblem Unterricht keiner ‚neuen‘ Fachdidaktik bedarf<sup>2</sup>, sondern bereits vorhandene Formate und Konzepte in Bezug auf ihre Eignung zu prüfen und ggf. zu adaptieren sind (siehe auch Benölken, Berlinger & Veber, 2018). Wir gehen – auch in Abgrenzung beispielsweise zu Feuser (2016) – davon aus, dass fachdidaktische Zugänge neben weiteren Facetten<sup>3</sup> für die Realisierung inklusionsorientierter Lehr-Lern-Settings unverzichtbar sind. Das Spezifikum offener, substantzieller Problemfelder und eng verwandter Formate wie ‚substantzieller Lernumgebungen‘ ist, dass sie eine ‚natürliche Differenzierung vom Fach aus‘ ermöglichen<sup>4</sup> und somit einen profunden Zugang für eine Individualisierung von Lernprozessen, für ein authentisches Mit- und Voneinander-Lernen aller Kinder an ein und demselben Lerngegenstand bieten (siehe u.a. auch Wittmann, 1996; Hässel-Weide & Nührenbörger, 2015; Krauthausen & Scherer, 2014). Damit ist angedeutet: Diese Formate eröffnen einen Weg, um Forderungen zu verschmelzen, die Mathematikdidaktik und Inklusionspädagogik an die Organisation von Lehr-Lern-Prozessen stellen.

Eine zweite zentrale Grundposition ist schließlich eine potenzialorientierte Perspektive auf das Thema ‚Inklusive Bildung‘. Kurzgefasst<sup>5</sup> bedeutet dies eine Perspektive, die einen Gewinn in einem Mit- und Voneinander-Lernen sehr unterschiedlicher Individuen sieht und konträr zu grundlegenden Mustern und Strukturen ist, die seit Generationen transgenerational im deutschen Bildungssystem weiter gegeben werden.<sup>6</sup>

Das Ziel des vorliegenden Bandes besteht darin, eine Sammlung offener, substantzieller Problemfelder und damit konkreter Settings für einen unter potenzialorientierter Perspektive organisierten inklusiven Mathematikunterricht zu präsentieren. Wie dem Inhaltsverzeichnis zu entnehmen ist, liegt der Schwerpunkt auf Beispielen für den Inhaltsbereich ‚Zahlen und Operationen‘. Die Sammlung enthält aber weiterhin Beispiele zu allen inhaltlichen Kompetenzen im Sinne der Bildungsstandards (KMK, 2005).

---

<sup>1</sup> In längerer Tradition u.a. im Sachunterricht (z.B. Pech, Schomaker & Simon, 2018).

<sup>2</sup> Am Beispiel von schulschwachen Schülerinnen und Schülern expliziert von Mand (2003).

<sup>3</sup> Nämlich fachwissenschaftlichen Aspekten und (spezifischen) pädagogischen Grundlagen.

<sup>4</sup> Eine detailliertere Klärung dieses Gedankens folgt auf S. 7 bis 10.

<sup>5</sup> Siehe im Detail S. 3f.

<sup>6</sup> So Kottmann (2006) am Beispiel institutionalisierter Konstruktion des sonderpädagogischen Förderbedarfs.

In den Beiträgen sind prozessbezogene Kompetenzen nicht separat ausgewiesen, denn diese bilden eine Brücke zwischen allen Problemfeldern, resultiert doch gerade aus der Öffnung ‚vom Fach aus‘ die Würdigung unterschiedlicher Lösungsansätze sowie deren Vergleich, so dass die Entfaltung von Kompetenzen wie Problemlösen, Argumentieren oder Kommunizieren immanenter Bestandteil des Wesens eines jeden offenen, substanzialen Problemfeldes ist.

## Theoretische Hintergründe

In diesem Abschnitt werden zunächst einige theoretische Hintergründe skizziert, welche die Arbeiten an dem vorliegenden Band motiviert und geleitet haben. Insbesondere werden die bisher nur grob umrissenen Begriffe ‚Potenzialorientierung‘ und ‚natürliche Differenzierung‘ weiter geklärt und die angesprochenen Forderungen zur Organisation von Lehr-Lern-Prozessen aus mathematikdidaktischer und inklusionspädagogischer Perspektive (in reflexiv-bereichernder Verbindung) näher erläutert.

### Potenzialorientierung

Oftmals wird Inklusion verengt missverstanden und auf sonderpädagogische Fragen einerseits sowie Defizitorientierung andererseits reduziert, was teilweise zu einer Umkehrung der inklusionspädagogischen Bemühungen zu führen scheint, wie es u.a. Mand (2018) jüngst resigniert feststellte. Diese Entwicklung zeigt die Notwendigkeit des Ringens um den Kern von Inklusion auf (Boban & Hinz, 2016). Nun soll mittels einer Diskussion eines potenzialorientierten Fokus auf Inklusion – selbstverständlich nur partiell – das Ringen fortgesetzt werden, das derzeit u.E. erfreulicherweise intensiviert vorgenommen wird (u.a. Feuser, 2016).

Ein zentrales Axiom von Inklusion ist die Abkehr von der Defizitorientierung, die innerhalb der Sonderpädagogik mit der Kritik am Medizinischen Modell von Behinderung (Veber, 2010) verbunden ist. Auf Basis dieser Kritik wurden exkludierende (theoretische) Zugänge kritisiert<sup>7</sup> und von Quer- und Vordenkenden aus der sonderpädagogischen ‚scientific community‘ bereits vor Jahrzehnten mit der Entwicklung von inklusiven Bildungslandschaften verbunden (u.a. Eberwein, 1995), auch wenn diese damals noch nicht so genannt wurden (für eine Übersicht siehe Müller, 2018). Diese Abkehr hat auf allen Ebenen des Bildungssystems gravierende Auswirkungen. In einem Resümee zu dem Wechsel von Integration zu Inklusion beschrieb Hinz, es sei angezeigt, dass in „radikaler logischer Konsequenz [...] dann das Konzept der ‚disability‘ durch das von ‚giftedness‘ ersetzt“ (Hinz, 2002, S. 357) werden müsse. An dieser Stelle sei klar betont, dass mit diesem notwendigen Konzeptwechsel keine neoliberalen Wende<sup>8</sup> zu einer exklusiv-exkludierenden Begabtenförderung verbunden ist, die hohe Erwartungen an Einzelne stellt und kategoriale Ausgrenzungen vornimmt (Veber, 2016a).

---

<sup>7</sup> Aus Sicht der materialistischen Behindertenpädagogik z.B. von Jantzen (2006).

<sup>8</sup> Zur Problemskizze siehe Boban und Hinz (2017).

Stattdessen sollen neoliberalen Stolpersteine<sup>9</sup> umgangen werden, indem Begabungsförderung für alle in Form von umfassender Unterrichts- und Schulentwicklung realisiert wird.<sup>10</sup> Dabei ist – ausgehend von einem dynamischen Begabungsverständnis (u.a. Veber & Fischer, 2016) – das jeweilige Potenzial der Ausgangspunkt für die Organisation von Lehr-Lern-Settings. Potenziale sind wiederum ebenfalls dynamisch zu verstehen: „*Potenzial [ist] ein dehnbares Gefäß, geformt von den Dingen, die wir im Lauf unseres Lebens tun. Lernen dient nicht dazu, sein Potenzial auszuschöpfen, sondern es zu entwickeln.*“ (Ericsson & Pool, 2016, S. 22)

Wenn nun berücksichtigt wird, dass auch ein Teil der aktuellen sonderpädagogischen Arbeiten auf dem Medizinischen Modell von Behinderung letztlich aufbaut<sup>11</sup>, ist zu hinterfragen, ob diese Zugänge, die prominent im Rahmen des ‚response-to-intervention-framework‘ verbreitet werden<sup>12</sup>, letztlich inklusionssensibel sind. So ist u.a. anknüpfend an die Kritik aus Sicht der Grundschulforschung (etwa Hänsel & Miller, 2014) zu resümieren, dass eine „*letztlich defizitorientierte Profession [...] nicht gleichzeitig potenzialorientiert im Sinne der Inklusion agieren [kann], wenn der Bezugsrahmen für jegliches pädagogisches Handeln nicht neu definiert wird.*“ (Veber, 2016b, S. 26). Hier sei noch einmal explizit angeführt, dass sich der Fokus an dieser Stelle – wie auch in dem vorliegenden Buch – auf der Professions- und nicht primär auf der Disziplinalebene befindet. Dies impliziert, dass diversitätssensible Forschungszugänge im Rahmen sonderpädagogisch-fundierter Inklusionsforschung (u.a. Lütje-Klose & Neumann, 2015) mit dieser Kritik nicht gemeint sind.

Um es anschaulich auszudrücken: Eine Vielfalt im Klassenzimmer (lernseits<sup>13</sup>) benötigt eine vergleichbar umfassende Vielfalt auf Ebene multiprofessioneller Teamstrukturen (lehrseits), was auch – neben weiteren inter- wie auch intraprofessionellen Zugängen (Urban & Lütje-Klose, 2014) – sonderpädagogische Expertise einschließt (Feyerer, 2013), die jedoch nicht im Gewand tradierter Kategorien, sondern ‚umprofessionalisiert‘ zur Anwendung kommen sollte.<sup>14</sup> Dieser spezifisch sonderpädagogische Zugang sollte jedoch nicht die alleinige Basis sein. Lehrseits wird deutlich, dass die Potenziale verschiedener (Kompetenz-) Bereiche (Fachwissenschaft, Fachdidaktik und spezifische pädagogische Zugänge) die Gestaltung potenzialorientierter Lehr-Lern-Settings (lernseits) erst im Wechselspiel ermöglichen (zu einer empirischen Betrachtung: Veber & Benölken, 2018).

---

<sup>9</sup> Zu einer inklusionspädagogischen Einordnung siehe z.B. Dammer (2015).

<sup>10</sup> Ein prominenter Zugang stammt von Rogalla und Renzulli (2007).

<sup>11</sup> Zur Betrachtung in Professionalisierungsprozessen siehe Veber (2018).

<sup>12</sup> Zu einer inklusionspädagogischen Einordnung siehe u.a. Rödler (2016).

<sup>13</sup> Die Unterscheidung von ‚lehr-‘ und ‚lernseits‘ ist eine Operationalisierung der ‚Urheberschaft‘ von Lernprozessen (und u.E. der gesamten Interaktion) in Anlehnung an Schratz und Westfall-Greiter (2010), die das Potenzial von Teamarbeit zur Realisierung potenzialorientierter, inklusionssensibler Lehr-Lern-Settings abbildet.

<sup>14</sup> Zur Beschreibung dieser Umprofessionalisierung siehe Lindmeier & Lindmeier (2012).

## Postulate an die Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen

Slivka (2014; Abb. 1) hat aus ihrer demokratiepädagogischen sowie international-vergleichenden Arbeit (mit Erfahrungen aus Alberta) unter potenzialorientierter Sicht einen Orientierungsrahmen zur Gestaltung von inklusionssensiblen Lehr-Lern-Prozessen vorgelegt, der auch für den vorliegenden Band leitend ist (zu einer mathematikdidaktischen Adaptation siehe auch Weber, Bertels & Käpnick, 2016).<sup>15</sup>

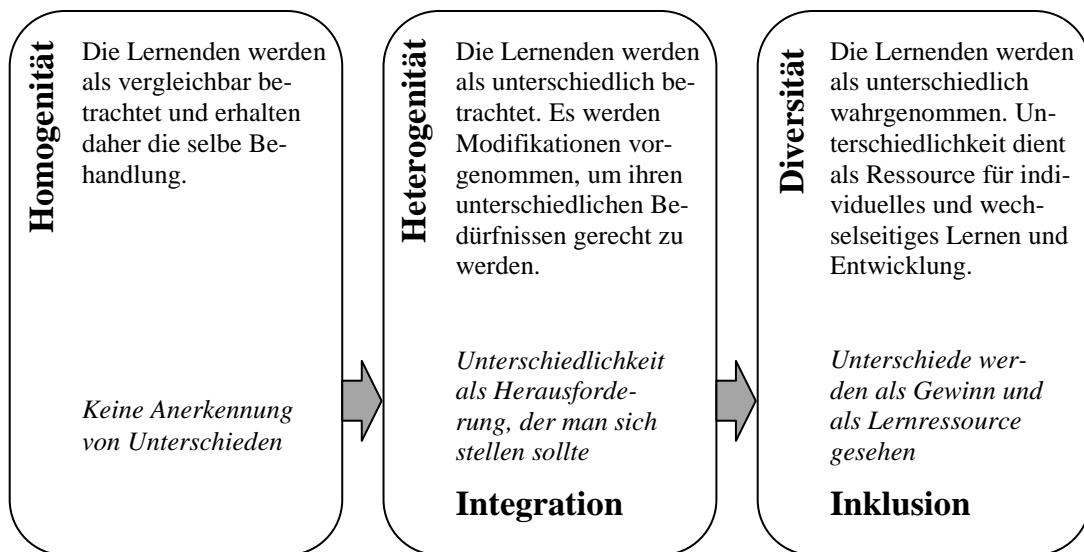


Abbildung 1

Kurzgefasst geht es um eine Zielperspektive, die im Paradigma der Diversität inklusive Praktiken ermöglicht. Konkretisiert hat Slivka (2014) dies mit sieben schulpädagogisch verorteten Thesen:

- „*Wirksame Lernumgebungen gehen sensibel mit menschlicher Individualität um und nehmen Vorerfahrungen und Vorwissen von Lernenden ernst.*“ (S. 344)
- „*Wirksame Lernumgebungen aktivieren die Lernenden und entwickeln in ihnen ein Verständnis des eigenen Lernprozesses.*“ (S. 344)
- „*Wirksame Lernumgebungen erkennen Motivation und Emotion als treibende Kräfte von Lernprozessen.*“ (S. 345)
- „*In wirksamen Lernumgebungen ist Lernen als sozialer Prozess organisiert, der SchülerInnen eine Vielfalt an lernförderlichen Sozialsituationen bietet.*“ (S. 345)

<sup>15</sup> Dies ist natürlich eine Vereinfachung der Wirklichkeit, bei der nicht zuletzt aus konstruktivistischer Perspektive (zur Übersicht über verschiedene Sichtweisen siehe u.a. Palmowski & Heuwinkel, 2002) zu fragen ist, ob bzw. welche Wirklichkeit überhaupt erfasst werden kann. Abb. 1 suggeriert durchaus eine ‚Einbahnstraße‘, die von ‚Homogenität‘ über ‚Heterogenität‘ zu ‚Diversität‘ führt. Dreher, Platte und Seitz (in einem Vortrag im Jahre 2005; siehe dazu Feyerer, 2012) haben anhand der reflexiven Verbindung von Segregation, Integration und Inklusion aber festgestellt, der Weg von Integration zu Inklusion führe auch über Segregation – und umgekehrt.

- „*Wirksame Lernumgebungen bieten Lernenden Herausforderungen und erwarten von ihnen Leistung in ihrer individuellen ‚Zone der nächsten Entwicklung‘.“* (S. 346)
- „*Wirksame Lernumgebungen schaffen Transparenz in Bewertungskriterien und sehen Leistungsrückmeldung im Dienste der Lern- und Entwicklungsförderung.“* (S. 346)
- „*Wirksame Lernumgebungen schaffen horizontale Vernetzungen zwischen Wissensgebieten und zur Lebenswelt.“* (S. 348)

Diese Thesen können eine allgemeine Orientierung bieten. Sie sind jedoch noch nicht fachdidaktisch untermauert. Lernarrangements, die sich potenzialorientiert auf ein authentisches Mit- und Voneinander-Lernen konzentrieren, sollten so komponiert sein, dass sie aktuelle pädagogisch-didaktische Forderungen und Empfehlungen hinsichtlich der Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen berücksichtigen. Für speziell inklusiven Mathematikunterricht ergeben sich somit drei Fragestellungen: (1) Welche Postulate stellt die Mathematikdidaktik an die Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen? (2) Welche die Inklusionspädagogik? (3) Und welche Konsequenzen ergeben sich für eine Synthese möglicher Antworten auf die beiden zuerst benannten Fragestellungen?

Hinsichtlich der zuerst gestellten Frage, also hinsichtlich wichtiger mathematikdidaktischer Postulate zur Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen, können die folgenden Aspekte als zentral gelten (siehe z.B. auch Benölken, Veber, Hammad & Berlinger, 2018): Mathematikunterricht soll ...

- ... den Lernenden Grunderfahrungen ermöglichen und zwar Grunderfahrungen hinsichtlich des Umgangs mit innermathematischen Argumentationen, Strukturen u.Ä., hinsichtlich des Problemlösens sowie hinsichtlich der Umwelterschließung mit mathematischen Mitteln (Winter, 1995).
- ... individuelles, aktiv-entdeckendes, forschendes Lernen ermöglichen (Winter, 1996), also beispielsweise nicht als deduktive Vermittlung von ‚Fertigprodukten‘ gestaltet sein.
- ... sich an mathematischen Leitideen und ihren Vernetzungen sowie an allgemeinen, prozessorientierten Kompetenzen orientieren (KMK, 2005).

In der Inklusionspädagogik sind darüber hinaus mit Werning und Lütje-Klose (2006, S. 134) – auch ergänzend zu den Ausführungen von Sliwka – die folgenden Aspekte zu benennen:

*„Inklusiver Unterricht bewegt sich in diesem Verständnis im Spannungsfeld der Pole Individualisierung und Gemeinsamkeit einerseits, Offenheit und Strukturierung andererseits. Zentrale Prinzipien sind dabei:*

- die Individualisierung der Lernangebote für alle Kinder;*
- die Unterstützung der Lerngruppe beim Aufbau einer solidarischen Kultur;*
- die kollegiale Kooperation zwischen Regelschullehrkräften und Sonderpädagogen, die ihre je eigenen professionellen Perspektiven in den Unterricht einbringen;*
- die Berücksichtigung der außerschulischen Lebenswelt und*
- die Orientierung an den Fähigkeiten statt an den Defiziten der Schüler.“*

Damit dies realisiert werden kann, sind grundlegende partizipationsbezogene Systemveränderungen (Simon, 2018) auf allen Ebenen des Bildungssystems im Allgemeinen und schulischer Institutionsentwicklung im Besonderen zu vollziehen, die in der Terminologie des Index für Inklusion (Booth & Ainscow, 2017) die Ebenen Kultur, Struktur und Praktik umfassen, was auch auf die Unterrichtsentwicklung (lediglich) einer Klasse angewendet werden kann. Dabei sind aufgrund demokratisch geprägter Partizipationsbestrebungen (Hershkovich, Simon & Simon, 2017) Forderungen nach (möglichst weitgehender) Dekategorisierung (Hinz & Köpfer, 2015), die in einem trilemmatischen Verständnis von Inklusion jedoch limitiert ist (Boger, 2015), in einen Prozess der didaktischen Diagnostik zu integrieren (Prengel, 2016). Dies skizziert einen Weg, der u.E. sinnvoll zur Realisierung inklusionssensibler Lehr-Lern-Prozesse für wirklich alle Lernenden ohne Ausschluss erscheint, um sich auf diese Weise dem inklusiven Moment von Bildung (Schenz, 2013) und somit einer umfassenden Partizipation am Leben in der Gesellschaft zu nähern.

Hinsichtlich der zuletzt gestellten Frage einer Synthese von Postulaten der Fachdidaktik Mathematik und der Inklusionspädagogik lässt sich wie einleitend bereits angedeutet konstatieren, dass die Antworten auf die ersten beiden Fragen Berücksichtigung für die Gestaltung inklusiven Mathematikunterrichts finden sollten. Jedoch lässt es sich u.E. noch nicht final beantworten, ob die Konsequenz – um einige mathematische Metaphern zu bemühen – deren schlichte Vereinigung oder deren Schnittmenge darstellt bzw. ob die Konsequenz ein Mehr oder gar ein Weniger an Postulaten zur Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen ist. Die Abb. 2 fasst diese Erwägungen in Form einer entsprechenden metaphorischen Illustration zusammen (in Anlehnung an Veber, Benölken, Doudis & Berlinger, 2018; siehe auch Pfitzner & Veber, 2017).

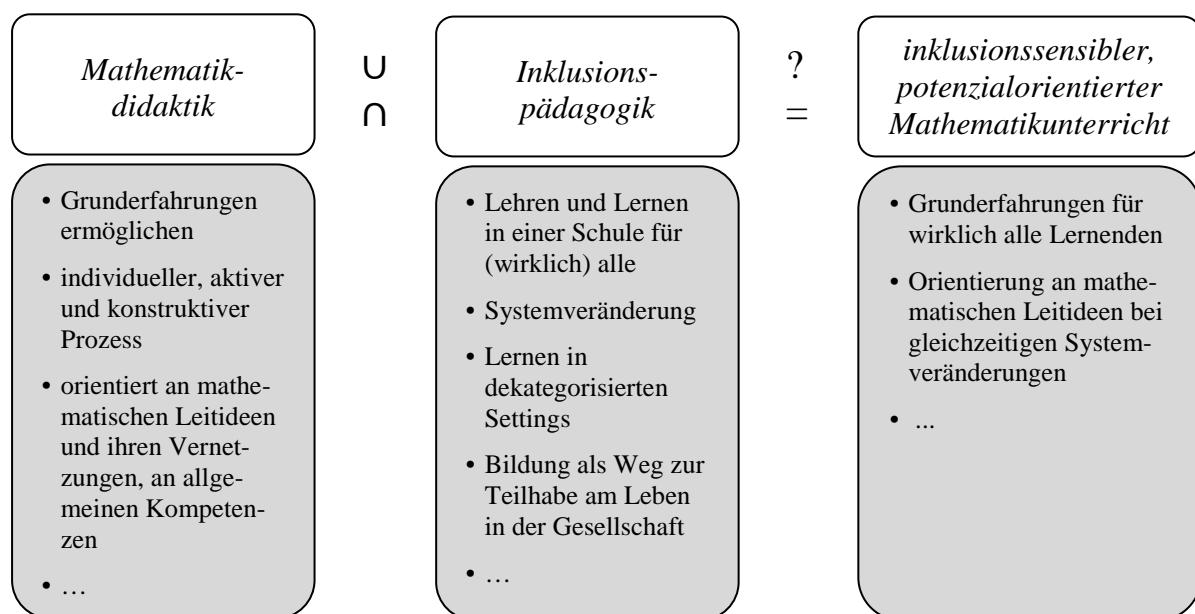


Abbildung 2

## Differenzierung

In Anlehnung an Klafki und Stöcker (1976) lässt sich ‚Differenzierung‘ auf klassische Weise als Sammelbegriff für sämtliche Maßnahmen – etwa institutionell-organisatorischer oder methodischer Art – auffassen, die einer Individualisierung des Lernens dienen, indem individuellen Bedürfnissen, Potenzialen, Interessen u.Ä. der Lernenden Wege gegeben werden. Die einschlägige pädagogisch-didaktische Literatur unterscheidet zumeist die ‚äußere‘ und die ‚innere‘ (auch: ‚Binnen-‘) Differenzierung als Hauptformen (u.a. Paradies & Linser, 2001): Beide Formen sind schlussendlich darauf gerichtet, innerhalb einer mehr oder weniger großen Grundgesamtheit durch geeignete ‚Steuerungskomponenten‘ vermeintlich homogene Lerngruppen zu schaffen. Dies folgt dem von Wocken (2011) beschriebenen ‚homodoxen‘ Muster im Umgang mit Vielfalt, dem orthodoxen Festhalten an Homogenitätsvorstellungen. In Bezug auf äußere Differenzierungen bieten die Mehrgliedrigkeit des traditionellen deutschen Schulsystems (Steuerung: Klassierung in angenommene homogene Lerngruppen durch angenommene Leistungspotenziale u.Ä.) oder ergänzender Förderunterricht für Lernende einer Klasse bzw. einer Jahrgangsstufe Beispiele (Steuerung: Klassierung durch festgestellten oder angenommenen ‚Nachholbedarf‘ u.Ä.). In Bezug auf innere Differenzierungen bietet das Zuordnen von Arbeitsblättern unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades zu einem Thema in einer Lerngruppe ein typisches Beispiel (Steuerung: Klassierung in angenommene homogene Lerngruppen innerhalb dieser Lerngruppe durch angenommene Leistungspotenziale u.Ä.). Zu beiden Formen lassen sich diverse Spezialumsetzungen und Richtungen bestimmen, etwa quantitative oder qualitative Differenzierungen sowie bewusstes Aufgreifen von Differenzierungen nach etwa Interesse, Kompetenzniveau, Lerntempo oder Förderschwerpunkten (u.a. Brüning & Saum, 2010). Diese beiden, hier grob skizzierten Varianten sind u.E. auch vor dem Hintergrund einer potenzialorientierten Inklusiven Bildung von höchstem Wert und von großer Bedeutung für die Realisierung individueller Lehr-Lern-Prozesse.

Als Ergänzung sei an dieser Stelle angemerkt, dass diese Differenzierungsfacetten in einem umfassend-partizipativen Verständnis der Öffnung von Unterricht (u.a. gemäß Peschel, 2012) nicht mehr als die ersten beiden Stufen der Öffnung (nämlich organisatorisch und methodisch) sein können. Nur durch eine methodische und inhaltliche sowie insbesondere soziale Öffnung, wie es sie in der Tradition der demokratischen Bildung gibt<sup>16</sup>, kann in diesem Verständnis eine weitere Annäherung von Unterrichtsgestaltung und inklusiven Ansprüchen möglich sein (zur Vertiefung: Stellbrink, 2011).<sup>17</sup>

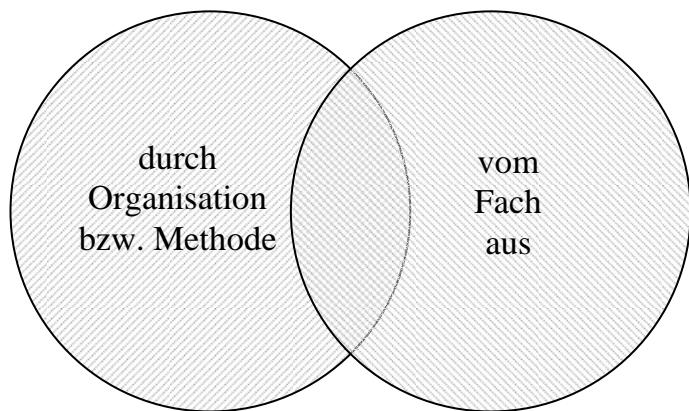
Als eine der spezielleren Varianten einer inneren Differenzierung wird oft die ‚natürliche Differenzierung‘ benannt – diese Zuordnung ist u.E. jedoch zu hinterfragen. In Bezug auf natürliche Differenzierungen bleibt nämlich festzuhalten, dass es an einer der oben beschriebenen Steuerungskomponenten fehlt und die Differenzierung nicht institutionell-organisatorisch oder auf ähnliche Weise erfolgt, sondern unter quasi ver-

---

<sup>16</sup> Im Wechselseitverhältnis von Inklusion und Individueller Förderung betrachtet von Boban und Hinz (2012).

<sup>17</sup> Inklusionsorientierte Hinweise zur Öffnung von Unterricht geben u.a. Stähling und Wenders (2012).

kehrter Perspektive unmittelbar vom lernenden Subjekt aus: Eine Lernende bzw. ein Lernender kann selbst bestimmen, mit welchem Thema oder zumindest mit welchen Fragen zu einem Thema sie oder er sich beschäftigt, wie tief sie oder er in einen Lerngegenstand eindringt, welche Lösungswege sie oder er beschreitet, welche Hilfs- oder Anschauungsmittel sie oder er verwendet, auf welche Weise sie oder er Lösungen illustriert u.Ä. (siehe auch Käpnick, 2014). Natürlich scheinen hier unterschiedliche Umsetzungsgrade denkbar und es sind – auch und gerade aus mathematikdidaktischer Perspektive – Umsetzungen durch unterschiedliche Zugriffe denkbar (Abb. 3).



**Abbildung 3**

Hinsichtlich einer natürlichen Differenzierung anhand methodischer Öffnungen – auch vor dem Hintergrund weiter zu öffnender Ebenen – sind zusammengefasst alle Zugänge zu nennen, die Lernwege individualisieren, indem Lernenden der Weg, den sie begehen, zur Wahl geöffnet wird. Hierbei kann es sich mit Blick auf die oben als Beispiel der inneren Differenzierung benannte Arbeitsblattzuordnung bereits um eine leichte Form der Öffnung handeln, wenn Lernende sich selbst zuordnen. Ferner sind dialogische Lernformen („ich – du – wir“; z.B. Galin, 2012) und insbesondere weitere Formen offenen Unterrichts (im Sinne der oben benannten ersten beiden Stufen) zu nennen, also Stationenlernen, Wochenplanarbeit, Freiarbeit und Projektarbeit (Edel & Popp, 2008). Eine natürliche Differenzierung ausgehend vom Fach (in Anlehnung an z.B. Wittmann, 1996) realisiert sich beispielsweise anhand einer mathematischen Fragestellung, deren Verständlichkeit leicht, deren mathematische Substanz aber so groß ist, dass tatsächlich alle Lernenden einen Zugang finden und Entdeckungen gemäß ihren Interessen, Potenzialen, Bedürfnissen, ... machen können. Die idealisierende Darstellung der Abb. 3 zeigt zudem durch die Charakterisierung einer Schnittmenge der beiden Kreise: Öffnungen lassen sich gleichzeitig von Seiten der Organisation bzw. Methodik und von Seiten des Fachs erreichen – etwa, indem eine Frage wie die zuvor beschriebene in den Mittelpunkt gestellt, die Wahl von Sozialform, Hilfs- oder Anschauungsmitteln, von Lösungsdarstellungen u.Ä. den Lernenden überlassen wird.

Für die in diesem Band fokussierten offenen, substanziellen Problemfelder ist die Idee einer natürlichen Differenzierung vom Fach aus grundlegend, woraus sich zugleich ein großes diagnostisches Potenzial ergibt. Für ihre Komposition wurden die folgenden, in der einschlägigen mathematikdidaktischen Literatur bekannten Anforderungen zugrunde gelegt (siehe u.a. Benölken, Berlinger & Käpnick, 2016; Sheffield, 2003):

- Der Aufgabeninhalt sollte für alle Kinder motivierend sein und insbesondere
- eine reichhaltige mathematische Substanz aufweisen, die eine große Offenheit hinsichtlich z.B. Lösungswegen, Hilfsmitteln, Ergebnisdarstellungen oder Anschlussproblemen gewährleistet,
- so dass alle Kinder die Chance haben, sich erfolgreich mit der Aufgabe auseinander zu setzen (hier im inklusionspädagogischen Sinne also zugleich eine ‚Nullschwelle‘ eingeschlossen ist).

Eine abschließende Anmerkung: Die Zugänge zu Differenzierungen, die in diesem Abschnitt skizziert wurden, sind eher idealtypisch getrennt. In der Praxis – und auch in diesem Band – finden sich mannigfache Akzentuierungen und Kombinationen. Um ein Beispiel zu nennen: In der Regel wird man auch bei Angebot einer einzigen offen gehaltenen substanziellen Fragestellung im Sinne einer natürlichen Differenzierung vom Fach aus z.B. ergänzende ‚Tipp-‘ und ‚Raketenkarten‘ oder ggf. auch die Aufbereitung eines niederschwelligeren Einstieges in die anvisierte Thematik jeweils im Sinne innerer Differenzierungen bereit halten.

## **Zusammenfassung, Abgrenzungen, Einordnungen und ein prä-Fazit**

Der vorliegende Band bemüht sich um einen praktischen Beitrag zu der Diskussion um tragfähige Settings für inklusionssensiblen Mathematikunterricht, wobei eine potenziyalorientierte Perspektive leitend ist. Es sei ausdrücklich erwähnt, dass hier offene, substanzielle Problemfelder als ein adäquates Beispiel diskutiert, nicht als ‚Allheilmittel‘ angekündigt werden sollen – selbstverständlich sind gleich und ähnlich geformte ebenso wie gänzlich unterschiedlich geformte Settings denkbar. Das Wesen des Formats, das in diesem Band angeboten wird, zeigt seine Sinnhaftigkeit und seinen Nutzen auch und gerade in Situationen, in denen wirklich alle Schülerinnen und Schüler gemeinsam arbeiten, ohne selbst nur partiell zu exkludieren, so dass Verschiedenheit zu einem erheblichen Gewinn werden kann. Damit wird ein bereits seit langem etabliertes Format in einen neuen Kontext gerückt, um die Suche nach den Nadeln im Heuhaufen (also nach schon existenten, aber noch zu adaptierenden tragfähigen Elementen für inklusiven Mathematikunterricht) voranzutreiben. Es geht somit nicht darum, völlig neue Aufgaben zu kreieren oder gar eine ‚neue‘ Didaktik zu schaffen, sondern bewährte Aufgaben so aufzubereiten, dass ein gemeinsames Lernen für alle möglich ist. Wichtig ist den Herausgebenden sowie den Autorinnen und Autoren des Bandes, unterrichtspraktisch erprobtes Material und damit verlässliche Formate zu offerieren, die Unterrichtenden sowohl als Handreichung wie auch als Denkanstoß zum Ausprobieren und Weiterentwickeln dienen mögen – auf ähnliche Weise mag dies zugleich für die wissenschaftliche Diskussion gelten. ‚Natürliche Differenzierungen‘ werden in den in diesem Band enthaltenen Problemfeldern durchgehend in den Mittelpunkt der Konzeptionen gestellt, die Akzentuierung gemäß der Abb. 3 erfolgt jedoch unterschiedlich: Eine Öffnung vom Fach aus wird ebenso wie eine organisatorisch-methodische Öffnung stets mitgedacht, der Grad der jeweiligen Realisierung und Kombination variiert in den Beiträgen jedoch bewusst.

Alle Beiträge sind parallel aufgebaut. Sie beginnen mit Anmerkungen

- zur Grundidee des jeweiligen Problemfeldes,
- zum inhaltlichen Schwerpunkt,
- zu benötigtem Material,
- zu fachlich-didaktischen Potenzialen,
- zu didaktisch-methodischen unterrichtlichen Gestaltungsvorschlägen sowie
- zu Eindrücken aus Erprobungen.

Es folgen das eigentliche – meist als Kopiervorlagen aufbereitete – Material sowie Lösungshinweise, die in den meisten Fällen wiederum zahlreiche konkrete Eindrücke und Illustrationen aus Erprobungen beinhalten und die Vielfalt von Lösungswegen der Kinder u.Ä. dokumentieren.

Unabhängig von bestimmten inhaltlichen Schwerpunktsetzungen deuten die Erfahrungen mit den in den Beiträgen aufbereiteten Problemfeldern in einer Zusammenschau darauf hin, dass dieses Format einen konstruktiven Beitrag zu Realisierung inklusiven Mathematikunterrichts leisten kann, insbesondere unter einer potenzialorientierten Perspektive. Insofern ermutigen die Beiträge aus praktischer Perspektive dazu, die Sammlung stetig zu erweitern. Aus wissenschaftlicher Perspektive laden sie – auch wenn die Sammlung bereits auf zahlreichen und vielfältigen Erfahrungen beruht – zu einer differenzierteren empirischen Erkundung ihres Nutzens ein.

## Literatur

- Benölken, R. (2017). Mathematikdidaktische Perspektiven auf inklusiven Unterricht. Potenziale von Enrichmentformaten als möglicher Baustein. In C. Fischer, C. Fischer-Ontrup, F. Käpnick, F.-J. Mönks, N. Neuber & C. Solzbacher (Hrsg.), *Potenzialentwicklung, Begabungsförderung, Bildung der Vielfalt. Beiträge aus der Begabungsforschung* (Teil II, S. 29–44). Münster: Waxmann.
- Benölken, R., Berlinger, N. & Käpnick, F. (2016). Offene substanzelle Aufgaben und Aufgabenfelder. In F. Käpnick (Hrsg.), *Verschieden verschiedene Kinder. Inklusives Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 157–172). Seelze: Klett Kallmeyer.
- Benölken, R., Berlinger, N. & Veber, M. (2018). Das Projekt „Inklusiver Mathematikunterricht“ – konzeptuelle Ansätze für Unterricht und Lehrerbildung. *MNU Journal* [im Druck].
- Benölken, R., Veber, M., Hammad, C. & Berlinger, N. (2018). Wege in Manhattan. Ein Beispiel für Potenziale natürlicher Differenzierung im inklusiven Mathematikunterricht durch Öffnungen ausgehend vom Fach. *Forschung & Entwicklung Edition*, 24, 27–38.
- Boban, I. & Hinz, A. (2012). Individuelle Förderung in der Grundschule? Spannungsfelder und Perspektiven im Kontext inklusiver Pädagogik und demokratischer Bildung. In C. Solzbacher, S. Müller-Using & I. Doll (Hrsg.), *Ressourcen stärken! Individuelle Förderung als Herausforderung für die Grundschule* (S. 68–82). Köln: Link.
- Boban, I. & Hinz, A. (2016). Das Ringen um Inklusion und Entwicklungen mit dem Index. In I. Boban & A. Hinz (Hrsg.), *Arbeit mit dem Index für Inklusion. Entwicklungen in weiterführenden Schulen und in der Lehrerbildung* (S. 15–49). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Boban, I. & Hinz, A. (2017). Inklusion zwischen Menschenrechten und Neoliberalismus – eine Problematisierung. In B. Lütje-Klose, M.-A. Boger, B. Hopmann & P. Neumann (Hrsg.), *Leistung inklusive? Inklusion in der Leistungsgesellschaft. Band I: Menschenrechtliche, sozialtheoretische und professionsbezogene Perspektiven* (S. 39–47). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

- Boger, M.-A. (2015). Theorie der trilemmatischen Inklusion. In I. Schnell (Hrsg.), *Herausforderung Inklusion. Theoriebildung und Praxis* (S. 51–62). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Booth, T. & Ainscow, M. (2017). *Index für Inklusion. Ein Leitfaden für Schulentwicklung*. Herausgegeben von Bruno Achermann, Donja Amirpur, Maria-Luise Braunsteiner, Heidrun Demo, Elisabeth Plate und Andrea Platte. Weinheim: Beltz.
- Brüning, L. & Saum, T. (2010). Individualisierung und Differenzierung. Die Gestaltung eines Unterrichts, in dem viele Möglichkeiten des individuellen und kooperativen Lernens geschaffen werden. *Praxis Schule*, 1, 8–11.
- Dammer, K.-H. (2015). Gegensätze ziehen sich an. Gemeinsamkeiten und Synergieeffekte zwischen Inklusion und Neoliberalismus. In S. Kluge, A. Liesner & E. Weiß (Hrsg.), *Inklusion als Ideologie* (S. 21–39). Frankfurt am Main: Lang.
- Eberwein, H. (1995). Zur Kritik des sonderpädagogischen Paradigmas und des Behinderungsbegriffs: Rückwirkungen auf das Selbstverständnis von Sonder- und Integrationspädagogik. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 46, 468–476.
- Edel, N. & Popp, M. (2008). Offener Unterricht. In G. Bovet & V. Huwendiek (Hrsg.), *Leitfaden Schulpraxis. Pädagogik und Psychologie für den Lehrberuf* (S. 110–140). Berlin: Cornelsen.
- Ericsson, K. A. & Pool, R. (2016). *Top. Die neue Wissenschaft vom bewussten Lernen*. München: Pattloch.
- Feuser, G. (2016). Die Integration der Inklusion in die Segregation. In U. Böing & A. Köpfer (Hrsg.), *Be-Hinderung der Teilhabe. Soziale, politische und institutionelle Herausforderungen inklusiver Bildungsräume* (S. 26–43). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Feyerer, E. (2012). *Umgang mit Vielfalt im Bildungswesen. Der Umgang mit besonderen Bedürfnissen im Bildungswesen*. [http://www.oefg.at/wp-content/uploads/2014/08/Beitrag\\_Feyerer.pdf](http://www.oefg.at/wp-content/uploads/2014/08/Beitrag_Feyerer.pdf) (1.2.2016).
- Feyerer, E. (2013). LehrerInnenbildung im Umbruch. Aktuelle Entwicklungen in Österreich. In G. Feuser & T. Maschke (Hrsg.), *Lehrerbildung auf dem Prüfstand. Welche Qualifikationen braucht die inklusive Schule?* (S. 181–212). Gießen: Psychosozial.
- Galin, P. (2012). *Die Praxis des Dialogischen Mathematikunterrichts in der Grundschule* (Publikation des Programms SINUS an Grundschulen). [http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material\\_aus\\_SGS/Handreichung\\_Gallin\\_final.pdf](http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Gallin_final.pdf) (08.01.2016).
- Hänsel, D. & Miller, S. (2014). Kritische Analyse der Ansprüche der inklusiven Sonderpädagogik aus allgemeinpädagogischer und professionstheoretischer Perspektive. In M. Lichtblau, D. Blömer, A.-K. Jüttner, K. Koch, M. Krüger & R. Werning (Hrsg.), *Forschung zu inklusiver Bildung. Gemeinsam anders lehren und lernen* (S. 91–104). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2015). Aufgabenformate für einen inklusiven Arithmetikunterricht. In A. Peter-Koop, T. Rottmann & M. M. Lüken (Hrsg.), *Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule* (S. 58–74). Offenburg: Mildenberger.
- Hechler, O. (2016). Evidenzbasierte Pädagogik. Von der verlorenen Kunst des Erziehens. In B. Ahrbeck, S. Ellinger, O. Hechler, K. Koch & G. Schad (Hrsg.), *Evidenzbasierte Pädagogik. Sonderpädagogische Einwände* (S. 42–83). Stuttgart: Kohlhammer.
- Hershkovich, M., Simon, T. & Simon, J. (2017). Menschenrechte, Demokratie, Partizipation und Inklusion – ein (fast) in Vergessenheit geratenes Wechselverhältnis? In R. Kruschel (Hrsg.), *Menschenrechtsbasierte Bildung. Inklusive und demokratische Lern- und Erfahrungswelten im Fokus* (S. 161–172). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Hillenbrand, C. (2012). Inklusive Bildung. Plädoyer für einen Perspektivenwechsel. *Pädagogik*, 64, 44–46.
- Hinz, A. (2002). Von der Integration zur Inklusion – terminologisches Spiel oder konzeptionelle Weiterentwicklung? *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 53, 354–361.
- Hinz, A. & Köpfer, A. (2015). Unterstützung trotz Dekategorisierung? Beispiele für Unterstützung durch Dekategorisierung. *Vierteljahrsschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, 85, 36.
- Jantzen, W. (2006). Marxismus und Behinderung – Perspektiven einer synthetischen Humanwissenschaft. *Behindertenpädagogik*, 4, 347–378.
- Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum.

- Käpnick, F. (Hrsg., 2016). *Verschieden verschiedene Kinder. Inklusives Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule*. Seelze: Klett Kallmeyer.
- Klafki, W. & Stöcker, H. (1976). Innere Differenzierung des Unterrichts. *Zeitschrift für Pädagogik*, 22, 497–498.
- KMK [Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland] (Hrsg., 2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich* [Beschluss vom 15.10.2004]. München und Neuwied: Luchterhand.
- Kottmann, B. (2006). *Selektion in die Sonderschule. Das Verfahren zur Feststellung von sonderpädagogischem Förderbedarf als Gegenstand empirischer Forschung*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Umgang mit Heterogenität. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht*. (Handreichungen des Programms SINUS an Grundschulen. Mathematik). Kiel: IPN. [http://vg09.met.vgwort.de/na/7c5f751b3c7f4ed6993f452834a43c5b?l=http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material\\_aus\\_SGS/Handreichung\\_Krauthausen-Scherer.pdf](http://vg09.met.vgwort.de/na/7c5f751b3c7f4ed6993f452834a43c5b?l=http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Krauthausen-Scherer.pdf) (11.12.2017).
- Lindmeier, B. & Lindmeier, C. (2012). *Pädagogik bei Behinderung und Benachteiligung*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Lütje-Klose, B. & Neumann, P. (2015). Die Rolle der Sonderpädagogik im Rahmen der Lehrerinnen- und Lehrerprofessionalisierung für eine inklusive schulische Bildung. In T. H. Häcker & M. Walm (Hrsg.), *Inklusion als Entwicklung. Konsequenzen für Schule und Lehrerbildung* (S. 101–116). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Mand, J. (2003). *Lern- und Verhaltensprobleme in der Schule*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Mand, J. (2018). Inklusion am Ende. *PARAlife! Journal für ein Leben ohne Barrieren*, 4, 29–31.
- Müller, F. J. (Hrsg., 2018). *Blick zurück nach vorn – WegbereiterInnen der Inklusion. Band 1*. Gießen: Psychosozial.
- Palmowski, W. & Heuwinkel, M. (2002). „Normal bin ich nicht behindert!“. *Wirklichkeitskonstruktionen bei Menschen, die behindert werden; Unterschiede, die Welten machen* (2. Auflage). Dortmund: Borgmann.
- Paradies, L. & Linser, H. J. (2001). *Differenzieren im Unterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Pech, D., Schomaker, C. & Simon, T. (Hrsg., 2018). *Sachunterrichtsdidaktik & Inklusion. Ein Beitrag zur Entwicklung*. Baltmannsweiler: Schneider.
- Peschel, F. (2012). Freiraum statt Einschränkung: Offener Unterricht muss konsequenter umgesetzt werden. In C. Fischer, C. Fischer-Ontrup, F. Käpnick, F.-J. Mönks, H. Scheerer & C. Solzbacher (Hrsg.), *Individuelle Förderung multipler Begabungen. Allgemeine Forder- und Förderkonzepte* (S. 155–180). Münster: Lit.
- Peter-Koop, A., Rottmann, T. & Lüken, M. M. (Hrsg., 2015). *Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule*. Offenburg: Mildenberger.
- Pfitzner, M. & Veber, M. (2017). Zählen „Behindertentore“ doppelt? Ein theoretisch-empirischer Blick auf inklusiven Sportunterricht. In A. Textor, S. Grüter, I. Schiermeyer-Reichl & B. Streese (Hrsg.), *Leistung inklusive? Inklusion in der Leistungsgesellschaft. Band II: Unterricht, Leistungsbewertung und Schulentwicklung* (S. 88–95). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Prengel, A. (2016). Didaktische Diagnostik als Element alltäglicher Lehrerarbeit – „Formatives Assessment“ im inklusiven Unterricht. In B. Amrhein (Hrsg.), *Diagnostik im Kontext inklusiver Bildung. Theorien, Ambivalenzen, Akteure, Konzepte* (S. 49–63). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Rödler, P. (2013). Inklusion ist evident begründbar, aber nicht evident machbar. Das Problem pädagogischer Praxis mit Ergebnissen „evidenzbasierter“ Wissenschaft. *Behindertenpädagogik*, 52, 381–388.
- Rödler, P. (2016). RTI – ein Konzept der Entkulturierung von Lernen. In B. Amrhein (Hrsg.), *Diagnostik im Kontext inklusiver Bildung. Theorien, Ambivalenzen, Akteure, Konzepte* (S. 232–242). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Rogalla, M. & Renzulli, J. S. (2007). Das Schulische Enrichment Modell: Chancengerechtigkeit in der Begabungsförderung. In U. Popp & K. Tischler (Hrsg.), *Fördern und Fordern an Schulen* (S. 133–154). München: Profil.

- Schenz, A. (2013). Demokratisch-inklusive Schulen und ihre pädagogischen Implikationen. Schule als demokratiepropädeutischer Ort, um die Grenzen und Ausgestaltungen der eigenen Freiheiten zunehmend selbst zu bestimmen. In C. Schenz, A. Schenz & G. Pollak (Hrsg.), *Perspektiven der (Grund)Schule. Auf dem Weg zu einer demokratisch-inklusiven Schule* (S. 17–32). Münster u.a.: Lit.
- Schratz, M. & Westfall-Greiter, T. (2010). Das Dilemma der Individualisierungsdidaktik. Plädoyer für personalisiertes Lernen in der Schule. *Journal für Schulentwicklung*, 10, 18–31.
- Sheffield, L. J. (2003). *Extending the challenge in mathematics: Developing mathematical promise in K-8 students*. Thousands Oaks, CA: Corwin Press.
- Simon, T. (2018). Partizipation als Qualitäts-, Struktur- und Prozessmerkmal inklusiver Institutionen. In E. Feyerer, W. Prammer, E. Prammer-Semmler, C. Kladnik, M. Leibetseder & R. Wimberger (Hrsg.), *System. Wandel. Entwicklung. Akteurinnen und Akteure inklusiver Prozesse im Spannungsfeld von Institution, Profession und Person* (S. 123–128). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Sliwka, A. (2014). Schulentwicklung für Diversität und Inklusion: Organisationsstruktur und Lernkultur an Schulen in der kanadischen Provinz Alberta. In S. Trumpa, S. Seifried, E. Franz & T. Klauß (Hrsg.), *Inklusive Bildung. Erkenntnisse und Konzepte aus Fachdidaktik und Sonderpädagogik* (S. 334–351). Weinheim u.a.: Beltz.
- Stähling, R. & Wenders, B. (2012). „Das können wir hier nicht leisten“. Wie Grundschulen doch die Inklusion schaffen können; ein Praxisbuch zum Umbau des Unterrichts. Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.
- Steinweg, A. S. (Hrsg., 2016). *Inklusiver Mathematikunterricht – Mathematiklernen in ausgewählten Förderschwerpunkten: Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2016*. Bamberg: University of Bamberg Press.
- Stellbrink, M. (2011). *Inklusion und Offener Unterricht*. Examensarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität Münster. <http://bidok.uibk.ac.at/library/stellbrink-inklusion-dipl.html> (07.05.2018).
- Urban, M. & Lütje-Klose, B. (2014). Professionelle Kooperation als wesentliche Bedingung inklusiver Schul- und Unterrichtsentwicklung. Teil 2: Forschungsergebnisse zu intra- und interprofessioneller Kooperation. *Vierteljahrsschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, 83, 283.
- Veber, M. (2010). *Ein Blick zurück nach vorn in der Lehrerbildung. Eine empirische Studie zur Alltagstheorie über Behinderung, Integration-Inklusion und Sonderschule*. Münster: Waxmann.
- Veber, M. (2016a). Inklusive Bildung zwischen normativer Begründung und empirischer Fundierung. In R. Benölken & F. Käpnick (Hrsg.), *Individuelles Fördern im Kontext von Inklusion* (S. 214–231). Münster: WTM.
- Veber, M. (2016b). *Erfassung und Entwicklung von Teacher Beliefs in Inklusiver Bildung. Im Rahmen der ersten Phase der Lehrerbildung aufgezeigt am Projekt PinI*. Dissertation, Westfälische Wilhelms-Universität Münster. [https://repository.uni-muenster.de/document/miami/dd272757-6f5b-4235-83df-15eaaf34e17/diss\\_veber.pdf](https://repository.uni-muenster.de/document/miami/dd272757-6f5b-4235-83df-15eaaf34e17/diss_veber.pdf) (07.05.2018).
- Veber, M. (2018). Potenzialorientierung und Lehrer\_innenbildung. Überlegungen und Irritationen. In E. Feyerer, W. Prammer, E. Prammer-Semmler, C. Kladnik, M. Leibetseder & R. Wimberger (Hrsg.), *System. Wandel. Entwicklung. Akteurinnen und Akteure inklusiver Prozesse im Spannungsfeld von Institution, Profession und Person* (S. 288–292). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Veber, M., Bertels, D. & Käpnick, F. (2016). Die Wegweiser: Didaktisch-methodische Grundorientierungen. In F. Käpnick (Hrsg.), *Verschieden verschiedene Kinder. Inklusives Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 117–138). Stuttgart: Klett-Cotta.
- Veber, M. & Fischer, C. (2016). Individuelle Förderung in Inklusiver Bildung – eine potenzialorientierte Verortung. In B. Amrhein (Hrsg.), *Diagnostik im Kontext inklusiver Bildung. Theorien, Ambivalenzen, Akteure, Konzepte* (S. 98–117). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Veber, M. & Benölken, R. (2018). Potenziale aller Kinder und Jugendlicher als Ausgangspunkt pädagogischen Handelns – mathematikdiktische Blicke auf Unterricht und Lehrer\*innenbildung. In S. Bartusch, C. Kletkau, T. Simon & A. Weidermann (Hrsg.), *Lernprozesse begleiten. Anforderungen an pädagogische Institutionen und ihre Akteur\*innen*. Wiesbaden: VS Verlag [im Druck].

- Veber, M., Benölken, R., Doudis, E. & Berlinger, N. (2018). Begabungsförderung „inklusiv“ – theoretische Basis und praktische Umsetzung. *Forschung & Entwicklung Edition*, 24, 7–14.
- Werning, R. & Lütje-Klose, B. (2006). *Einführung in die Pädagogik bei Lernbeeinträchtigungen*. (2., überarb. Aufl.). München: Reinhardt.
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, 37–46.
- Winter, H. (1996). *Mathematik entdecken: Neue Ansätze für den Unterricht in der Grundschule* (4. Aufl.). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Wittmann, E. Chr. (1996). Offener Mathematikunterricht in der Grundschule – vom FACH aus. *Grundschulunterricht*, 43, 3–7.
- Wocken, H. (2011). *Das Haus der inklusiven Schule. Baustellen – Baupläne – Bausteine*. Hamburg: Feldhaus.

# Wir erforschen Nachbarzahlen und ihre Summen

## Die Grundidee

Das Problemfeld ‚Wir erforschen Nachbarzahlen und ihre Summen‘ (Korten, 2018, i.V.) konzentriert sich auf die Förderung des flexiblen Rechnens im Bereich der Addition und regt gleichzeitig das mit- und voneinander Lernen an (in Anlehnung an eine Idee von Hirt & Wälti, 2010). Ein Hauptforschungsauftrag zielt darauf ab, möglichst viele Nachbarzahlen (nebeneinander bzw. horizontal, untereinander bzw. vertikal, schräg bzw. diagonal; s. Abb. 1) und ihre Summen auf einer 20er-Tafel (mögliche Differenzierung: 100er-Tafel) zu finden. Der Zusatz ‚geschickt vorzugehen‘ fordert heraus, Zahl- und Aufgabenbeziehungen zu entdecken und diese zum Ausrechnen der Nachbarsummen zu nutzen.

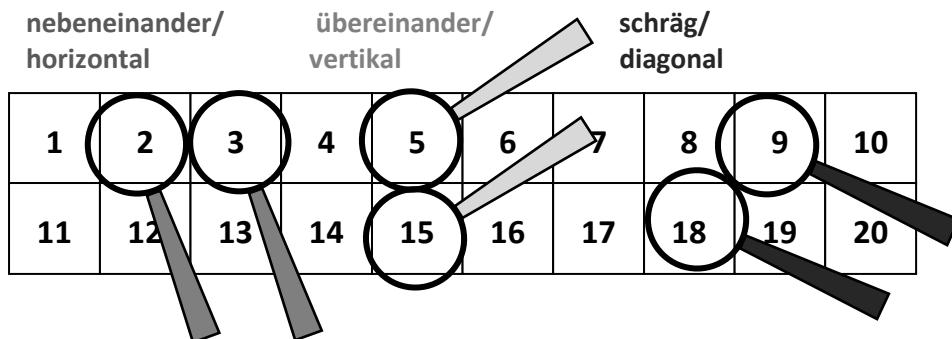


Abbildung 1

## Inhaltliche Schwerpunkte

- Zahlen und Operationen (Kinder nutzen Zahlbeziehungen und Rechengesetze für vorteilhaftes Rechnen – z.B. Nachbarzahlen, Teil-Ganzes-Beziehungen, gleich- und gegensinnige Veränderungen der Summanden, Kommutativ-, Distributivgesetz, Konstanz der Summe; ferner nutzen Kinder aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen Strategien des Zahlenrechnens – z.B. stellen-, schrittweise, Hilfsaufgaben).

## Material

- Kopiervorlage 1 (Forschungsaufträge)
- Kopiervorlage 2 (Arbeitsmaterial zu den Forschungsaufträgen wie Aufgabenkarten zur Arbeit auf verschiedenen Darstellungsebenen – ein Beispiel gibt Abb. 2)
- Kopiervorlagen 3 und 4 (angebotene Hilfsmittel wie eine 20er-Tafel mit Doppellupe, ein 20er-Feld mit strukturierten Plättchen, ...)

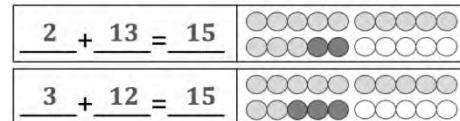


Abbildung 2

## Fachliche und didaktische Potenziale

Das Problemfeld ‚Wir erforschen Nachbarzahlen und ihre Summen‘ bietet unter fachlich-mathematischer Perspektive ein ausgesprochen reichhaltiges Repertoire für Entdeckungen und Nutzungen arithmetischer Muster und Strukturen. Hierdurch wird eine zieldifferente Förderung flexibler Rechenkompetenzen für Kinder mit heterogenen Lernvoraussetzungen ermöglicht. Grundlegend wird davon ausgegangen, dass flexibles Rechnen ein situationsbedingtes, individuelles Reagieren auf spezifische Aufgabenmerkmale ist. Ein Lösungsprozess ist daher abhängig von erkannten Aufgaben- und Zahlbeziehungen. Folglich werden in diesem Problemfeld die Entdeckung und die vorteilhafte Verwendung von additiven Beziehungen sowie die Kommunikation darüber angeregt. Die Fokussierung mit Hilfe der Doppellupe auf Zahlnachbarn und deren Summen (Abb. 3) öffnet den Blick der Kinder auf ein reichhaltiges Spektrum arithmetischer Beziehungen und motiviert zur Nutzung ‚geschickter‘ Strategien.

diagonal	100a +1	100a +2	100a +3	100a +4	100a +5	100a +6	100a +7	100a +8	100a +9	100a +10	horizontal
	100a +10+1	100a +10+2	100a +10+3	100a +10+4	100a +10+5	100a +10+6	100a +10+7	100a +10+8	100a +10+9	100a +10+10	
	100a +20+1	100a +20+2	100a +20+3	100a +20+4	100a +20+5	100a +20+6	100a +20+7	100a +20+8	100a +20+9	100a +20+10	
	100a +30+1	100a +30+2	100a +30+3	100a +30+4	100a +30+5	100a +30+6	100a +30+7	100a +30+8	100a +30+9	100a +30+10	
	100a +40+1	100a +40+2	100a +40+3	100a +40+4	100a +40+5	100a +40+6	100a +40+7	100a +40+8	100a +40+9	100a +40+10	
	100a +50+1	100a +50+2	100a +50+3	100a +50+4	100a +50+5	100a +50+6	100a +50+7	100a +50+8	100a +50+9	100a +50+10	
	100a +60+1	100a +60+2	100a +60+3	100a +60+4	100a +60+5	100a +60+6	100a +60+7	100a +60+8	100a +60+9	100a +60+10	
	100a +70+1	100a +70+2	100a +70+3	100a +70+4	100a +70+5	100a +70+6	100a +70+7	100a +70+8	100a +70+9	100a +70+10	
	100a +80+1	100a +80+2	100a +80+3	100a +80+4	100a +80+5	100a +80+6	100a +80+7	100a +80+8	100a +80+9	100a +80+10	
	100a +90+1	100a +90+2	100a +90+3	100a +90+4	100a +90+5	100a +90+6	100a +90+7	100a +90+8	100a +90+9	100a +90+10	

Abbildung 3

Auf der 20er-Tafel können insgesamt 18 horizontale Aufgaben mit 18 verschiedenen Summen, zehn vertikale mit zehn Summen sowie 18 diagonale Aufgaben mit neun unterschiedlichen Summen gefunden werden (s. Lösungshinweise). Die *Suche nach diesen Aufgaben* kann auf unterschiedlichen Wegen erfolgen, z.B.:

- unsystematisch Probieren
- systematisch-sukzessive Strategien
- Suche nach Nachbarn, ohne die Summe zu bestimmen

Ebenso bietet die *Bestimmung der Nachbarsummen* zahlreiche Möglichkeiten an Zugangsweisen und Strategien, z.B.:

- Wahl schwieriger oder leichter Additionsaufgaben
- Nutzung unterschiedlicher Hilfsmittel (unter Berücksichtigung der enaktiven, ikonischen oder symbolischen Ebene)
- Reproduzieren bekannter Aufgaben und Strategien
- Herstellen von Zusammenhängen, Nutzung von Zahl- und Aufgabenbeziehungen zum vorteilhaften Rechnen
- Reflektieren und Weiterentwickeln zur Optimierung von Strategien

Das folgende Umsetzungsbeispiel gibt einen Einblick in die Reichhaltigkeit des Problemfeldes und die arithmetischen Beziehungen, die entdeckt, genutzt, begründet sowie verallgemeinert werden können (s. auch die Lösungshinweise).

## **Vorschläge zur didaktisch-methodischen Realisierung**

In Bezug auf die didaktisch-methodische Realisierung hat sich das folgende Vorgehen bewährt, um ein individuelles und gleichzeitig ein mit- und voneinander Lernen anzuregen: In einer ICH-Phase (d.h. in Einzelarbeit) werden die Kinder – nach einführenden begrifflichen Klärungen – dazu angehalten, möglichst viele Nachbarzahlen und Nachbarsummen auf einer 20er-Tafel zu finden (Kopiervorlage 1). Die Forderung nach einem ‚geschickten‘ Vorgehen regt zum Entdecken und Nutzen von Beziehungen an. In einer DU-Phase (d.h., in einer Phase der Co-Konstruktion als Paar) werden die gefundenen Aufgaben gemeinsam sortiert, geordnet, Entdeckungen zusammengetragen und dabei weitere Entdeckungen gemacht, die anschließend in einer WIR-Phase (d.h. in der Gesamtlerngruppe) hinsichtlich des geschickten Rechnens im Plenum reflektiert werden. Durch die Fokussierung auf die Nachbarzahlen können Entdeckungen und Strategien auf größere Zahlenräume (s. vertiefender Forschungsauftrag der Kopiervorlage 1) übertragen werden, da Muster und Strukturen gleichbleiben (s. 100er-Tafel in Abb. 3).

## **Erfahrungen aus Erprobungen**

Erprobungen der Materialien bestätigen, dass Kinder auf unterschiedliche Weise und unterschiedlich tief in den Inhalt eindringen, sowohl in den individuellen Arbeitsphasen als auch während der Phasen des mit- und voneinander Lernens, wie die folgenden Fallbeispiele andeuten:

Peter wählte ein unsystematisches Vorgehen und rechnete Aufgaben zuerst, die für ihn einfach erschienen. Er nutzte dafür 20er-Felder und malte seine Aufgaben, um das Ergebnis auf ikonischer Ebene zu ermitteln. Dabei verwendete Peter unterschiedliche Farben, um die einzelnen Summanden aufzumalen (Abb. 4, links; aus Korten, 2018, i.V.): 3 (rote Plättchen) + 4 (blaue Plättchen) sowie 5 (rote Plättchen) + 4 (blaue Plättchen). Anschließend übertrug er die Additionen jeweils auf eine Aufgabenkarte, wodurch ein Wechsel zur symbolischen Ebene stattfand. Zusammengefasst reproduzierte Peter bekannte Aufgaben, nutzte erlernte Strategien (Weiterzählen vom größeren Summanden) und betrachtete die einzelnen Additionsaufgaben isoliert.

$$\begin{array}{r} 2 + 3 = 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 + 4 = 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 + 5 = 9 \\ \hline \end{array}$$

$$3 + 13 = 16$$

$$13 + 4 = 17$$

Abbildung 4

Boris wählte ebenso ein unsystematisches Vorgehen. Zunächst reproduzierte er bekannte Strategien (Tauschaufgaben, Zählstrategien). Im anschließenden Arbeitsverlauf stellte er erste Zusammenhänge zwischen den Aufgaben her. So nutzte er beispielsweise das Ergebnis der Aufgabe  $13 + 3$ , um die Nachbarsumme von  $13 + 4$  zu ermitteln (Abb. 4, rechts, aus Korten, 2018, i.V.).

Marita nutzte ein systematisches Vorgehen ohne Verwendung der Doppellupe und einen rein symbolischen Zugang. Sie stellte komplexe Zusammenhänge her, die sie reflektierte und verallgemeinerte, um sie als vorteilhafte Strategie zu nutzen. Hierfür nutzte sie beispielsweise gleichsinnige (+/-2) und gegensinnige Veränderungen der Summanden aus (Konstanz der Summe, Abb. 5, links; aus Korten, 2018, i.V.). Nachdem sie alle möglichen Additionen gefunden hatte, erweiterte sie die Aufgabe auf die 100er-Tafel und übertrug ihre Entdeckungen und Strategien auf den größeren Zahlenraum (Abb. 5, rechts). Zudem suchte sie verallgemeinernde Erklärungen für ihre Entdeckungen.

$$\begin{array}{r} 7 + 18 = 25 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 + 17 = 25 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 + 55 = 99 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 + 45 = 99 \\ \hline \end{array}$$

Abbildung 5

Das Zusammenspiel der reichhaltigen mathematischen Struktur, der Fokussierung auf die Nachbarzahlen und der strukturierten Kooperationsform führte dazu, dass Kinder mit unterschiedlichen Zugängen am gemeinsamen Gegenstand individuell lernen sowie gleichzeitig phasenweise kooperativ arbeiten konnten. Während der praktischen Erprobung konnte in der DU-Phase beobachtet werden, dass auch in stark heterogenen Paaren alle Beteiligten zielgerichtet – je nach individuellem Vermögen – über den mathematischen Gegenstand kommunizierten und dabei aufeinander Bezug nahmen (Korten, 2018, i.V.). Gemeinsam wurden gefundene Nachbarzahlen und -summen sortiert, Entdeckungen erklärt, neue Entdeckungen gemacht, fehlende Aufgaben ergänzt und