

Dinah Reuter · Stephanie Schuler

Vergleichen, Messen, Schätzen – Größen im Mathematikunterricht

Lernstandserhebungen und Unterrichts-
module für die Grundschule

Dinah Reuter & Stephanie Schuler

Vergleichen, Messen und Schätzen – Größen im Mathematikunterricht
Lernstandserhebungen und Unterrichtsmodule für die Grundschule

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Impressum

Dinah Reuter & Stephanie Schuler
Vergleichen, Messen und Schätzen – Größen im Mathematikunterricht
Lernstandserhebungen und Unterrichtsmodule für die Grundschule

1. Auflage 2023

Das E-Book folgt der Buchausgabe: 1. Auflage 2023

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

© 2023. Kallmeyer in Verbindung mit Klett
Friedrich Verlag GmbH
D-30159 Hannover
Alle Rechte vorbehalten.
www.friedrich-verlag.de

Redaktion: Dirk Haupt, Leipzig
Realisation: SchwabScantechnik, Göttingen
E-Book-Erstellung: Friedrich Verlag GmbH, Hannover

ISBN: 978-3-7727-1541-9

Dinah Reuter & Stephanie Schuler

Vergleichen, Messen und Schätzen – Größen im Mathematikunterricht

Lernstandserhebungen und Unterrichtsmodule
für die Grundschule

Klett | Kallmeyer

1 Einleitung	7
2 Grundlagen und begriffliche Klärungen	10
2.1 Größen und Größenbereiche	11
2.2 Größen im Mathematikunterricht der Grundschule	13
2.3 Aufbau eines Größenverständnisses: Vergleichen, Messen und Schätzen	15
2.3.1 Konkrete Vergleiche	15
2.3.2 Mentale Vergleiche	19
2.4 Zusammenfassung	23
3 Längen	24
3.1 Besonderheiten	24
3.2 Vorkenntnisse in unterschiedlichen Schuljahren	25
3.3 Lernstandserhebungen	27
3.4 Unterrichtsmodule	38
3.4.1 Vergleichen	38
3.4.2 Messen	41
3.4.3 Stützpunkte	59
3.4.4 Schätzen	61
4 Flächeninhalte	68
4.1 Besonderheiten	68
4.2 Vorkenntnisse in unterschiedlichen Schuljahren	72
4.3 Lernstandserhebungen	74
4.4 Unterrichtsmodule	77
4.4.1 Vergleichen	78
4.4.2 Messen	86
4.4.3 Schätzen	97
5 Rauminhalte	102
5.1 Besonderheiten	102
5.2 Vorkenntnisse in unterschiedlichen Schuljahren	105
5.3 Lernstandserhebungen	106
5.4 Unterrichtsmodule	114
5.4.1 Vergleichen	114
5.4.2 Messen	118
5.4.3 Stützpunkte	124
5.4.4 Schätzen	126

6 Geldwerte	135
6.1 Besonderheiten.....	135
6.2 Vorkenntnisse in unterschiedlichen Schuljahren.....	139
6.3 Lernstandserhebungen.....	141
6.4 Unterrichtsmodule.....	148
6.4.1 Vergleichen und Wechseln.....	149
6.4.2 Stützpunkte.....	156
6.4.3 Schätzen.....	159
7 Zeitspannen	163
7.1 Besonderheiten.....	163
7.2 Vorkenntnisse in unterschiedlichen Schuljahren.....	166
7.3 Lernstandserhebungen.....	171
7.4 Unterrichtsmodule.....	177
7.4.1 Vergleichen.....	177
7.4.2 Messen.....	179
7.4.3 Stützpunkte.....	192
7.4.4 Schätzen.....	194
8 Gewichte	200
8.1 Besonderheiten.....	200
8.2 Vorkenntnisse in unterschiedlichen Schuljahren.....	202
8.3 Lernstandserhebungen.....	204
8.4 Unterrichtsmodule.....	210
8.4.1 Vergleichen.....	210
8.4.2 Messen.....	217
8.4.3 Stützpunkte.....	221
8.4.4 Schätzen.....	224
Literatur	231
Glossar	236
Download-Material	240

Danksagung

Wir bedanken uns bei allen Studierenden und Lehrkräften, die uns im Rahmen von Lehrerfortbildungen, Seminaren sowie Bachelor- und Masterarbeiten unterstützt haben: Frau Asinger, Frau Dr. Boll, Frau Cronauer, Frau Dettweiler, Frau Gassmann, Herr Geppert, Frau Geyer, Frau Gottschalk, Frau Hebel, Frau Hiry, Frau Junk, Frau Junkes, Frau Kimmes, Frau Klan, Frau Koch, Herr Ksoll, Frau Meiser, Frau Morio, Frau Müller-Herancourt, Frau Nebel, Frau Nieratzky, Frau Pampel, Frau Oberbeck, Frau Ohle, Herr Reinhardt, Herr Rojan, Herr Schaffrath, Frau Schembs, Frau Scherer, Frau Scheubeck, Frau Telatinski.

1 Einleitung

Größen und Messen ist eine der fünf Leitideen in den Bildungsstandards (KMK 2022) und steht für die Anwendungsorientierung der Mathematik in der Grundschule. Grundschul Kinder sollen von Schulbeginn an Vergleichs- und Messerfahrungen sammeln, auf dieser Grundlage Stützpunktwissen, Stützpunktvorstellungen und Wissen über Messwerkzeuge erwerben und letztendlich in der Lage sein, begründete Schätzungen in Anwendungssituationen vorzunehmen, aber auch in Alltagssituationen vorgefundene Größenangaben auf der Basis von Größenvorstellungen zu bewerten und mit Größen verständlich zu rechnen. So sollen Grundschul Kinder Ende Klasse 4 einerseits „über Größenvorstellungen verfügen“, „Größen messen und Maßangaben bestimmen“ und „mit Größen in Kontexten umgehen“ können (KMK 2022, S. 15).

Der Erwerb sogenannter Größenvorstellungen ist demnach ein langfristiger Prozess und muss für alle Größenbereiche spirallcurricular und für verschiedene Kinder zeitlich sehr unterschiedlich ausgedehnt gedacht werden. So ist das Messen von und das Rechnen mit Größen zwar durchaus an ein Zahlverständnis und an Rechenkompetenzen in bestimmten Zahlenräumen gebunden, dies gilt jedoch nicht für Vergleichserfahrungen, die auch schon vor einer Orientierung in den entsprechenden Zahlenräumen möglich sind. Vergleichserfahrungen sind zu allen für die Grundschule relevanten Größenbereichen also ganz grundsätzlich von Schulbeginn an möglich. Darüber hinaus wissen wir aufgrund von Untersuchungen in verschiedenen Schuljahren, dass die jeweiligen Vorkenntnisse in allen Größenbereichen sehr heterogen sind und in allen Klassenstufen über mehrere Schuljahre streuen. Um dieser Heterogenität gerecht zu werden, finden sich im vorliegenden Buch zu allen Größenbereichen diagnostische Aufgabenstellungen, sogenannte Lernstandserhebungen, zu den zentralen Bereichen Vergleichen, Messen, Stützpunkte und Schätzen. Diese Lernstandserhebungen dienen dazu, Vorerfahrungen zu erfassen und den nachfolgenden Unterricht darauf abstimmen zu können. Die Aufgaben sind den vier Bereichen zugeordnet und entsprechend gekennzeichnet (Abb. 1.1).

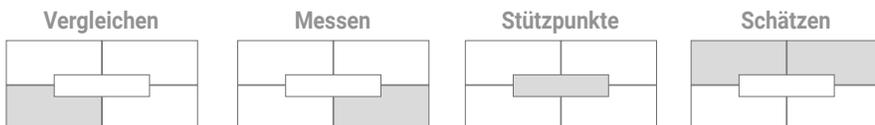


Abb. 1.1: Kernbereiche zum Aufbau eines Größenverständnisses

Wenn verschiedene Bereiche angesprochen sind, dann ist nur ein fokussierter Bereich als Schwerpunkt markiert, weitere angesprochene Bereiche werden ggf. im Text erwähnt. Alle Aufgaben zur Erhebung der Lernstände können in schriftlicher Form als Klassentest eingesetzt werden. Vorlagen finden sich im digitalen Anhang des Buches. Die meisten Aufgaben können ab Ende Klasse 1 bis Ende Klasse 4 in unveränderter Form eingesetzt werden. Die Aufgaben liegen alle als Worddokumente vor. Dies bietet die Möglichkeit, dass sie individuell abgewandelt bzw. in Abhängigkeit von den Klassenstufen gekürzt werden können. Um Lernstände zu einem früheren Zeitpunkt als Ende Klasse 1 zu erheben, sollten statt schriftlicher Klassentests mathematische Gespräche bzw. Interviews und keine schriftlichen Lernstandserhebungen eingesetzt werden (vgl. z. B. Wollring et al. 2011). Wenn die Lesekompetenz noch wenig ausgeprägt ist, können die Aufgaben der Lernstandserhebung in Klasse 2 auch vorgelesen werden.

Die beschriebenen Unterrichtsmodule folgen derselben Systematik wie die Lernstandserhebungen. Sie sind ebenfalls in die Bereiche Vergleichen, Messen, Stützpunkte und Schätzen gegliedert. Eine Ausnahme bildet der Größenbereich Geldwerte (Kap. 6). Aufgrund der spezifischen Besonderheiten weichen die Bereiche hier von der erwähnten Systematik ab. Die Unterrichtsmodule sind, wie auch die Lernstandserhebungen, in der Regel in verschiedenen Schuljahren einsetzbar. Mögliche Zuordnungen zu Klassenstufen werden vorgeschlagen. Die Module folgen dem Aufbau offener Lernangebote (z. B. Schütte 2008; Rathgeb-Schnierer, Schuler & Schütte 2022):

- *Gemeinsame Problemstellung*: Ausgangspunkt ist stets eine gemeinsame Problemstellung, die zum inhaltlichen Austausch anregt und so ein Lernen von- und miteinander ermöglicht. Durch den gemeinsamen Beginn wird das Unterrichtsthema allen verständlich und zugänglich, hat also keinen Schwellencharakter.
- *Erarbeitung*: Die Erarbeitung in Form einer eigenständigen Beschäftigung mit dem Lerngegenstand dient dem Erkunden, Erforschen, Entdecken und Sammeln von Lösungsideen. Sie kann in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit erfolgen.
- *Austausch und Reflexion*: Diese Phase dient dem Austausch von Lösungswegen, der Präsentation von Eigenproduktionen und der Reflexion über Ideen und Vorgehensweisen.

Ideen für diese drei Unterrichtsphasen werden jeweils beschrieben und exemplarisch durch Schülerbeispiele und Fotos aus Unterrichtserprobungen illustriert. Für die Phase der Erarbeitung schlagen wir vor, dass die Kinder in ihrem Größenbuch arbeiten. Hier können sie ihre Erkundungen dokumentieren. Das Größenbuch kann ein Blankoheft oder ein Schnellhefter mit leeren Blät-

tern sein, ggf. auch für jeden Größenbereich ein eigenes Heft, das über die Schuljahre hinweg geführt wird und in dem u. a. Stützpunktwissen über einen längeren Zeitraum festgehalten und angereichert wird (vgl. auch Rink 2014 und 2017). Wird ein Blankoheft verwendet, können Arbeitsaufträge von der Lehrperson auf Streifen ausgedruckt und von den Kindern eingeklebt werden. Teilweise empfiehlt es sich, den Kindern für die Dokumentation Tabellen zur Verfügung zu stellen. Auf das Erstellen von Arbeitsblättern wurde bis auf einzelne Ausnahmen bewusst verzichtet, da Vergleichs- und Messerfahrungen häufig auch auf die Gegebenheiten vor Ort angepasst werden müssen. Es finden sich aber stets Vorschläge für die Gestaltung des Größenbuchs.

Im Anschluss an die Überlegungen zu den drei Unterrichtsphasen finden sich Impulssammlungen für die Hand der Lehrperson. In der Arbeitsphase kann die Lehrperson diese Impulse nutzen, um die Kinder in ihrem Lernprozess zu unterstützen, in der Austauschphase können sie das Plenums- oder Kleingruppengespräch strukturieren.

In Kapitel 2 erfolgt nun zunächst eine Klärung zentraler Begrifflichkeiten, um eine gemeinsame Verständnisgrundlage für die Lernstandserhebungen und die Unterrichtsmodule zu schaffen. In Kapitel 3 bis 8 werden die sechs in der Grundschule relevanten Größenbereiche in den Blick genommen: Längen, Flächeninhalte, Rauminhalte, Geldwerte, Zeitspannen und Gewichte.

Am Ende jedes Kapitels finden sich Hinweise auf Literatur zu weiteren Unterrichtsbeispielen.

2 Grundlagen und begriffliche Klärungen

Kinder sollen in der Grundschule Erfahrungen zu verschiedenen Größenbereichen – Längen, Flächeninhalte¹, Rauminhalte, Geldwerte, Zeitspannen, Gewichte – machen, sodass sie Ende Klasse 4 „über Größenvorstellungen verfügen“, „Größen messen und Maßangaben bestimmen“ und „mit Größen in Kontexten umgehen“ können (KMK 2022, S. 15), so die zentralen Kompetenzformulierungen der Bildungsstandards.

Doch was versteht man unter *Größenvorstellungen*? Der Begriff *Größenvorstellungen* taucht in der Literatur in vielfältigen Bedeutungsvariationen auf, was insbesondere damit einhergeht, dass der Begriff unterschiedlich umfassend verstanden wird (Heid 2018, S. 28): So finden sich Beiträge, in denen sich der Begriff *Größenvorstellungen* mit dem Begriff *Stützpunktvorstellungen* stark überschneidet oder sogar deckt (z. B. Grund 1992, S. 42), und damit sehr eng verstanden wird, als auch Beiträge, in denen *Größenvorstellungen* weiter gefasst werden, indem z. B. verschiedene Aspekte ausgeführt werden, die als grundlegend für den Aufbau von *Größenvorstellungen* angesehen werden (z. B. Frenzel & Grund 1991b; KMK 2022):

- Das Erkennen und Unterscheiden verschiedener Größenarten, also der verschiedenen Größenbereiche und welche Maßeinheiten dort jeweils verwendet werden;
- das Kennen von Repräsentanten zu wichtigen Standardgrößen;
- das Umrechnen bzw. Umwandeln von Größenangaben
- sowie grundlegende Fähigkeiten im Messen, Schätzen und Überschlagen.

Diese unterschiedlichen Begriffsfassungen sind mit gewissen Schwierigkeiten verbunden, die exemplarisch verdeutlicht werden sollen:

1 In den Lehr- und Bildungsplänen einiger Bundesländer wird der Größenbereich „Flächeninhalte“ nicht unter der Leitidee „Größen und Messen“, sondern unter der Leitidee „Raum und Form“ angeführt. Dies liegt darin begründet, dass für diesen Größenbereich die Maßeinheiten (z. B. Quadratzentimeter oder Quadratmeter) noch keine Anwendung finden. Daher sind etliche Standards der Leitidee „Größen und Messen“ wie „kennen Standardeinheiten“, „entwickeln und nutzen Repräsentanten für Standardeinheiten“, „benennen Größenangaben mit unterschiedlichen Einheiten und stellen diese in unterschiedlichen Schreibweisen dar“ für den Größenbereich Flächeninhalte noch nicht relevant (KMK 2022, S. 15). In der Grundschule können aber durchaus Flächen im Hinblick auf ihren Flächeninhalt verglichen und durch Auslegen gemessen werden, z. B. mit Zentimeterquadraten oder mit Meterquadraten. Deswegen wurde dieser Größenbereich ebenfalls mit in dieses Buch aufgenommen.

- Bei einer weiten Begriffsfassung tragen Schätzaktivitäten zum Aufbau von Größenvorstellungen bei, sind also eine Voraussetzung;
- bei einer engen Begriffsfassung im Sinne von Stützpunktvorstellungen sind Größenvorstellungen hingegen die Voraussetzung, um schätzen zu können.

Aus diesem Grund verzichten wir im Folgenden auf den Begriff *Größenvorstellungen*. Stattdessen verwenden wir die Begriffe **Größenverständnis**, **Stützpunktvorstellungen** und **Stützpunktwissen**, deren Bedeutungen im weiteren Verlauf des Kapitels geklärt werden.

2.1 Größen und Größenbereiche

Größen sind, in der Regel, objektiv messbare Eigenschaften von Objekten oder Vorgängen und die Ergebnisse von Messprozessen (Baireuther 1999, S. 94). Größen als Eigenschaften von Objekten sind, bis auf den Geldwert von Waren, sinnlich wahrnehm- und erfahrbare. Längen, Flächen- und Rauminhalte sind visuell wahrnehmbar, das Gewicht von Objekten ist taktil, die Zeitdauer von Vorgängen ist beispielsweise über Bewegung erfahrbare. Die sinnliche Erfahrbare gilt aber nur für gewisse Bereiche, z. B. nicht für sehr kleine oder sehr große Längen- oder Gewichtsangaben, was Auswirkungen auf den Aufbau von Stützpunktvorstellungen hat. Im Rahmen der Unterrichtsmodule liegt der Schwerpunkt auf der Auseinandersetzung mit sinnlich erfahrbaren Repräsentanten.

Grundsätzlich ist also zwischen Objekten, den sogenannten Repräsentanten, und ihren Eigenschaften, den Größen, zu unterscheiden. Eine Größe ist ein Element eines Größenbereichs und umfasst eine ganze Klasse von Repräsentanten. So umfasst die Größe 5 cm alle tatsächlichen und denkbaren Gegenstände, die 5 cm lang, breit, hoch oder groß sind.



Anregung zur Weiterarbeit

Suchen Sie nach geeigneten Repräsentanten für folgende Größen: 100 cm, 100 g, 100 ml, 100 ct, 100 s.

Größenbereiche, die in der Grundschule behandelt werden, sind Längen, Flächeninhalte, Rauminhalte, Geldwerte, Zeitspannen und Gewichte. Die ersten drei Größenbereiche können auch als geometrische Größenbereiche bezeichnet werden, da sie innerhalb der Leitidee *Raum und Form* eine wichtige Rolle spielen. So werden z. B. Längen, Flächeninhalte und Rauminhalte von

geometrischen Flächen und Körpern verglichen, gemessen und bestimmt. Da Längen als Vorstellung für alle anderen Größenbereiche herangezogen werden (Ruwisch 2019a und b), z. B. bei Skalen auf Messwerkzeugen wie Messbechern, analogen Waagen und Uhren, gilt der Größenbereich Längen als grundlegend (vgl. auch Lorenz 2005). Abgesehen vom Größenbereich Geldwerte handelt es sich außerdem durchgängig um sogenannte physikalische Größen bzw. Messgrößen. Der Größenbereich *Geldwerte* stellt dagegen eine Ausnahme dar – hier spricht man von einer Zählgröße. So können Geldeinheiten im Unterschied zu physikalischen Größen nicht beliebig klein gewählt werden und es gibt keine standardisierten Maßeinheiten, sondern weltweit verschiedene Währungen, deren Werte von den Schwankungen der Wechselkurse abhängen (Franke & Ruwisch 2010, S. 232). Der Wert eines Gegenstandes ist abhängig von Angebot und Nachfrage, manchmal ist er auch subjektiv. Daher lässt sich der Wert von Gegenständen nicht objektiv messen, auch Messwerkzeuge gibt es in dem Sinne nicht.

Größen eines Größenbereichs kann man stets eindeutig vergleichen. Es gilt für zwei Größen aus einem Größenbereich immer einer der folgenden drei Fälle:

- Größe 1 ist kleiner als Größe 2,
- Größe 1 ist größer als Größe 2 oder
- Größe 1 ist gleich Größe 2.

B

Marlene ist größer als Tom, Marlene ist kleiner als Tom oder Marlene ist gleich groß wie Tom.

Anschaulich bedeutet dies, dass Größen auf einer Skala angeordnet werden können. Entsprechend gilt innerhalb eines Größenbereichs auch die Transitivitätsrelation: Wenn Größe 1 größer ist als Größe 2 und Größe 2 größer ist als Größe 3, dann kann hieraus geschlussfolgert werden, dass Größe 1 auch größer ist als Größe 3.

B

Wenn Marlene größer ist als Tom und Tom größer ist als Luise, dann ist Marlene auch größer als Luise.

Größen zeichnen sich weiter dadurch aus, dass eine Veränderung in Form oder Lage ohne Auswirkung ist. Ein Faden behält seine Länge unabhängig davon, ob er gerade ausgelegt oder aufgewickelt wird. Man spricht in diesem Zusammenhang von der sogenannten Invarianz – der Unveränderlichkeit der

Größeneigenschaft. Diese Unveränderlichkeit gilt auch für die anderen Größenbereiche, so für den Flächeninhalt z. B. in Bezug auf das Zerschneiden einer Fläche, für den Rauminhalt im Hinblick auf das Umschütten einer Füllmenge oder für Geldwerte im Hinblick auf das Wechseln von Geldbeträgen. Des Weiteren kann man zwei Größen des gleichen Größenbereichs addieren und subtrahieren, man kann eine Größe vervielfachen und teilen sowie eine Größe mit einer zweiten ausmessen (Franke & Ruwisch 2010, S. 201 f.). So kann man z. B. durch die Vervielfachung (wiederholte Addition) des Gewichts für eine Mehlpackung das Gesamtgewicht eines Kartons mit zwölf Mehlpackungen ermitteln: $12 \cdot 1 \text{ kg} = 12 \text{ kg}$. Dagegen führt die Multiplikation zweier Gewichtsangaben nicht zu einem entsprechend „sinnvollen“ Ergebnis. So macht die Multiplikation $3 \text{ kg} \cdot 3 \text{ kg}$ keinen Sinn. Bei der Multiplikation von zwei Längen ergibt sich eine Flächeninhaltsangabe, man verlässt also den Größenbereich *Längen*.²

Die Benennung von Größen setzt sich aus Maßzahl und Maßeinheit zusammen und ist, mit Ausnahme des Größenbereichs *Geldwerte* (Kap. 6), das Ergebnis eines Messvorgangs. Dieser erfolgt mit größenbereichsspezifischen Messwerkzeugen (z. B. Maßband, Lineal, Zollstock im Größenbereich *Längen*).³ Die Maßzahl einer Größenangabe eines Repräsentanten ist jedoch nicht eindeutig festgelegt, sondern hängt von der Wahl der Maßeinheit ab. So kann man die Größe 5 cm auch durch die Schreibweise 50 mm oder 0,05 m darstellen. Je nach Wahl der Maßeinheit ändert sich die Maßzahl entsprechend – man spricht von Verfeinern und Vergrößern. Die Maßzahl ist also in Abhängigkeit zur gewählten Maßeinheit zu verstehen.

2.2 Größen im Mathematikunterricht der Grundschule

Für die unterrichtliche Behandlung von Größen wird häufig auf das didaktische Stufenmodell verwiesen. Der Unterricht gliedert sich nach diesem Modell in verschiedene aufeinander aufbauende Stufen vom Leichten zum Schweren mit dem Ziel, ein Größenverständnis aufzubauen (z. B. Radatz & Schipper 1983, S. 125; Franke & Ruwisch 2010, S. 184 ff.; Schipper et al. 2017,

2 Diese Aussagen gelten für die in diesem Buch behandelten Größenbereiche und lassen sich nicht in jeder Hinsicht generalisieren. So ist z. B. die Addition von Temperaturen nicht vergleichbar mit der Addition von Längen.

3 Nührenbörger (2002, S. 29 ff.) unterscheidet zwischen normierten, gegenständlichen und körpereigenen Messwerkzeugen. Körpereigene Messwerkzeuge, sogenannte Körpermaße, können für das Messen von Längen (z. B. Elle, Schritt), Flächeninhalten (z. B. Handfläche) und ggf. Zeitspannen (z. B. regelmäßiges Klatschen) verwendet werden. Für das Messen von Rauminhalten und Gewichten eignen sich körpereigene Messwerkzeuge nicht.

S. 229). Ein solches kleinschrittiges Vorgehen wurde in der Mathematikdidaktik lange Zeit für sinnvoll erachtet, um mögliche Verständnisschwierigkeiten bei den Lernenden zu vermeiden (Krauthausen 2018). Man ging insbesondere davon aus, dass die Kinder genau dann ein Größenverständnis aufbauen, wenn sie die kulturgeschichtliche Entwicklung der Maßsysteme in vorgegebenen Schritten, ausgehend vom direkten Vergleichen über das Messen mit nicht-standardisierten Einheiten zum Messen mit standardisierten Einheiten, selbst durchlaufen. Nach Winter (1992, S. 17) ist es allerdings „Krampf, wenn man glaubt, man müsse in der Schule das Messen gemäß der geschichtlichen Genese ab ovo entwickeln; die Kinder haben doch schon Erfahrungen mit Metern, Sekunden und Kilogramms usw.“ Entsprechend knüpft ein Vorgehen nach dem Stufenmodell weder an die Vorerfahrungen der Lernenden zum jeweiligen Größenbereich an noch orientiert es sich am individuellen Lernweg des Einzelnen (vgl. zur Kritik am kleinschrittigen Vorgehen nach dem Stufenmodell auch Nührenböcker 2004). Darüber hinaus weiß man mittlerweile, dass sich das Verständnis zum Vergleichen sowie zum Messen nicht nacheinander, sondern in Form von zwei Denkstrukturen simultan entwickelt (Battista 2012). Darüber hinaus belegen Studien, dass ein Unterricht, der einem kleinschrittigen Aufbau folgt, nur in einem geringen Maße zum Aufbau eines Größenverständnisses bei den Lernenden führt (Nührenböcker 2002).

„Um einen kontinuierlichen Aufbau von Größenvorstellungen [bzw. eines Größenverständnisses, d. Verf.] über die Schuljahre hinweg zu ermöglichen, ist [dagegen, d. Verf.] ein Aufbau nach dem Spiralprinzip notwendig, um auf der Basis des Vorwissens der Kinder eine zunehmende Vertiefung und damit inhaltliche Ausdifferenzierung der Thematik und der Konzepte anzubahnen.“
(Rechtsteiner 2018, S. 8)

Die Idee des Spiralprinzips geht auf Bruner (1973, S. 44) zurück. Es steht für ein wiederkehrendes Aufgreifen und Vertiefen von zu lernenden Inhalten. Das

„Spiralprinzip verlangt, dass im Unterricht fundamentale Ideen des fraglichen Fachs im Vordergrund stehen. Das Lernen soll „spiralg“ organisiert sein, wobei die wesentlichen Begriffe schon früh aufgeworfen und behandelt werden und dann immer wieder aufgegriffen und mit zunehmender Mathematisierung, Systematisierung und mit wachsendem Abstraktionsgrad vertieft werden.“
(Bruder et al. 2015, S. 42)

Ein Größenverständnis in allen Größenbereichen wird somit in einem kontinuierlichen Prozess über mehrere Schuljahre hinweg – unter Berücksichtigung der jeweiligen alterstypischen Vorkenntnisse – entwickelt und vollständig ausgebildet (Grund 1992, S. 43; Franke & Ruwisch 2010, S. 183).

2.3 Aufbau eines Größenverständnisses: Vergleichen, Messen und Schätzen

Wie kann im Unterricht nun ein Größenverständnis aufgebaut werden? Welche Aktivitäten sind zentral? Wesentlich sind drei Tätigkeiten: das Vergleichen, das Messen und das Schätzen (Heid 2018, S. 18; KMK 2022, S. 11; Ruwisch 2014b), wobei Handlungserfahrungen zum Vergleichen und Messen die Grundlage für das Schätzen bilden. Das folgende Modell (Abb. 2.1) stellt in Anlehnung an Ruwisch (2014b) die Beziehungen dieser drei Kerntätigkeiten untereinander sowie enthaltene Teilaspekte dar. Die Pfeile verweisen dabei auf vorhandene wechselseitige Beziehungen (\leftrightarrow) bzw. Voraussetzungen (\uparrow), die gestrichelten Linien visualisieren vorhandene fließende Übergänge zwischen den Tätigkeiten.

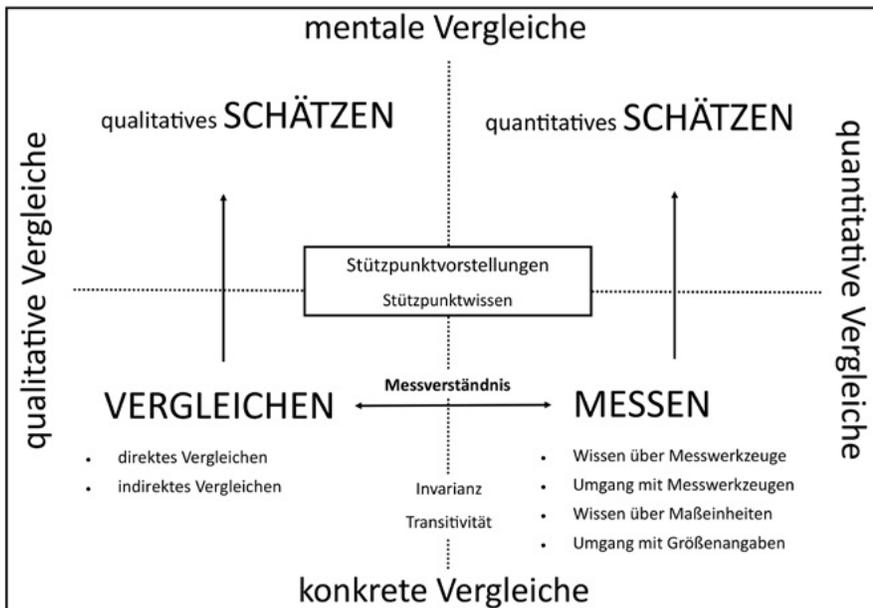
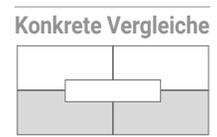


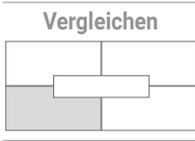
Abb. 2.1: Kerntätigkeiten zum Aufbau eines Größenverständnisses (in Anlehnung an Ruwisch 2014b, S. 41)

2.3.1 Konkrete Vergleiche

Betrachten wir zunächst die *konkreten Vergleiche* (untere Hälfte), also den Vergleich konkret vorliegender Repräsentanten (i. U. zu mentalen Vergleichen). Konkrete Vergleiche können sowohl



bei Tätigkeiten des Vergleichens als auch des Messens auftreten: So können zwei Gegenstände z. B. in Bezug auf ihre Länge qualitativ oder quantitativ miteinander verglichen werden.



Qualitative Vergleiche kommen ohne Zahlen aus (Battista 2012): Gegenstand A ist länger/kürzer als bzw. gleich lang wie Gegenstand B. Qualitative Vergleiche können direkt oder indirekt vorgenommen werden.

Beim direkten Vergleich werden zwei Gegenstände in Hinblick auf den zugehörigen Größenbereich durch gleichzeitiges Wahrnehmen der Größeneigenschaft – z. B. bei den Längen durch das Nebeneinanderlegen zweier Stäbe – miteinander verglichen. Verbale Beschreibungen greifen auf Adjektive und ihre zugehörigen Komparative und Superlative zurück (z. B. lang, länger, am längsten, leicht, leichter, am leichtesten) (Ruwisch 2019a). Inwieweit ein direkter Vergleich erfolgreich ist, hängt einerseits von den zu vergleichenden Objekten und andererseits vom ausgewählten Größenbereich ab. Während der direkte Vergleich für die Größenbereiche *Längen*, *Flächen-* und *Rauminhalte* in Form eines visuellen Vergleichs für die Objekte in Abb. 2.2 (links) als erfolgsversprechend eingeschätzt werden kann, ist der direkte Vergleich für die Objekte in Abb. 2.2 (rechts) deutlich schwieriger vorzunehmen.

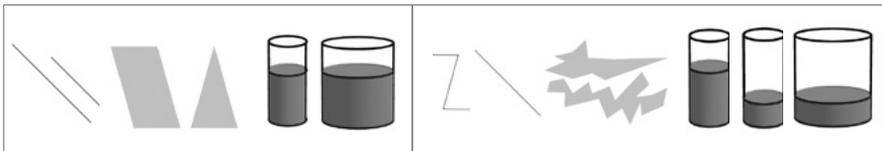


Abb. 2.2: Repräsentanten visuell verglichen
(in Anlehnung an Ruwisch 2019, Vortrag an der PH Freiburg)



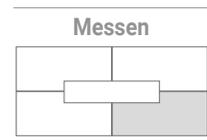
Anregung zur Weiterarbeit

Suchen Sie nach Beispielen für direkte Vergleiche in den verschiedenen Größenbereichen. In welchen Situationen ist der direkte Vergleich erfolgreich durchführbar, in welchen Situationen fällt eine Entscheidung schwer?

Wie an den Beispielen in Abb. 2.2 deutlich wurde, ist ein direkter Vergleich manchmal nur schwer möglich, da das erforderliche Zerlegen und Umstrukturieren hohe kognitive Anforderungen stellen. Manchmal ist ein direkter Vergleich auch gar nicht möglich, nämlich dann, wenn die Repräsentanten z. B. zu groß oder nicht beweglich sind. Dann kann nur ein indirekter Ver-

gleich durchgeführt werden. Bei einem indirekten Vergleich wird ein Mittler benötigt, der entweder die Länge eines der Repräsentanten hat und dann an den anderen Repräsentanten angelegt wird (qualitativer Vergleich) oder beide Repräsentanten werden mit einem kleineren Mittler ausgemessen (quantitativer Vergleich: Gegenstand A ist dreimal so lang wie Gegenstand B, oder Gegenstand A ist zwei Zentimeter länger als Gegenstand B ...). Im letzteren Fall spricht man von Messen als indirektem mittelbarem Vergleich (Schipper 2009, S. 232).

Das *Messen* kann als Herzstück des Aufbaus eines Größenverständnisses bezeichnet werden und ist somit von besonderer Bedeutung (Winter 1992, S. 16; Ruwisch 2019b). Die Basis zur Ausbildung eines Messverständnisses bilden zahlreiche Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler zum direkten und indirekten Vergleichen von Repräsentanten einer Größe (Nührenbörger 2002). Beim *Messen* muss der Mittler, wenn er nicht genau in den Repräsentanten passt, systematisch (in kleinere Einheiten) untergliedert werden.



„Der Vorgang des Messens basiert demnach – und das ist der wesentliche Unterschied zur qualitativen Bestimmung [...] mittels [direktem, d. Verf.] Vergleichen – auf der Idee des Vervielfältigens, Zerlegens und Zählens von konstant großen linearen Einheiten.“

(Nührenbörger 2002, S. 23)

Unabhängig davon, um welchen Größenbereich es sich handelt, liegen dem Prozess des Messens also drei ineinandergreifende Kernideen zugrunde, deren Verinnerlichung für den Aufbau eines *Messverständnisses* notwendig ist (Nührenbörger 2002; Peter-Koop & Nührenbörger 2008; Ruwisch 2019b; Schipper 2009):

1. Auswahl einer geeigneten Einheit

Bei jedem Messvorgang muss eine passende Maßeinheit ausgewählt werden. Diese Einheit ist sinnvollerweise kleiner als das zu messende Objekt. Verschiedene Messwerkzeuge können hierbei miteinander verglichen werden, um deren Unterschiede in Abhängigkeit zur Messsituation zu verstehen. Dadurch wird das *Wissen über Messwerkzeuge* bei den Lernenden erweitert. Auch *Wissen über Maßeinheiten* eines Größenbereichs und über ihre Beziehungen zueinander werden hierdurch aufgebaut.

2. Mehrfaches und sachgerechtes Verwenden dieser Einheit

Durch das mehrfache Anlegen der Maßeinheit (Vervielfachen) und paralleles Mitzählen dieses wiederholten Anlegens wird der Messvorgang vollzogen. Dabei muss darauf geachtet werden, dass er sachgerecht erfolgt: Dies impli-

ziert ein lückenloses und überlappungsfreies Anlegen. Wichtig zu beachten ist, dass der Startpunkt beim Messen als Anfangspunkt kenntlich gemacht werden muss. Beim Messen mit normierten Messwerkzeugen ist der Startpunkt der Einfachheit halber in der Regel die Null auf der Skala, dies ist aber kein Muss. So kann auch mit einem abgebrochenen Zollstock noch gemessen werden. Es geht also um den sachgerechten *Umgang mit Messwerkzeugen*.

3. Zerlegen der Einheit in eine Untereinheit

Ist es nicht möglich, das zu messende Objekt als natürliche Maßzahl der zuerst ausgewählten Einheit zu erfassen, muss eine systematische Untergliederung der Maßeinheit erfolgen. In diesem Zusammenhang erwerben Kinder einerseits *Wissen über Maßeinheiten* sowie Kompetenzen im *Umgang mit Größenangaben* (Verfeinern, Vergrößern, Darstellung in gemischter Schreibweise und in Kommaschreibweise, Rechnen mit Größenangaben). Das Zerlegen in Untereinheiten findet sich – z. B. durch unterschiedlich lange Striche – auch auf den Skalen von Messwerkzeugen wieder. Um Wissen über Maßeinheiten und die Untergliederung in Untereinheiten verständnisbasiert aufzubauen, können im Unterricht normierte Messwerkzeuge selbst hergestellt werden. Dies ist sinnvoll möglich zu Längen (Kap. 3), Rauminhalten (Kap. 5) und Zeitspannen (Kap. 7). Die Untergliederung in Untereinheiten hat das Ziel, die Messgenauigkeit zu erhöhen. Gleichzeitig bleibt jedoch für jede Größensmessung – in Abhängigkeit der gewählten kleinsten Einheit – eine Restungenauigkeit (Nührenböcker 2002, S. 28).

Für das Vergleichen und Messen ist außerdem das Verständnis von *Invarianz und Transitivität* grundlegend. Bei der Anwendung der Transitivitätsregel gibt es Übergangsstadien, in denen die Kinder die Transitivitätsrelation intuitiv anwenden, jedoch noch nicht verbalisieren können (Ruwisch 2008). Das Invarianzverständnis entwickelt sich bei Kindern für die einzelnen Größenbereiche zeitlich unterschiedlich. Außerdem zeigen sich Übergangsstadien, in denen das Erkennen der Invarianz noch nicht stabil erfolgt. Darüber hinaus gibt es nach Piaget und Inhelder (1969) drei unterschiedliche Begründungslinien, über die Kinder – abhängig von ihrem Verständnisstand – argumentieren:

Beispiel für den Größenbereich *Rauminhalte*: Ein mit Wasser gefülltes Glas wird in eine flache Schale geschüttet. Ist es immer noch die gleiche Menge Wasser?

- *Identität des Materials*: Es ist immer noch die gleiche Menge Wasser, es wurde kein Wasser hinzugefügt oder weggeschüttet.
- *Reversibilität*: Man kann den Schüttvorgang rückgängig machen, das Wasser also wieder zurück in das Glas schütten, sodass die Wassermenge wieder genauso wie vorher aussieht.

- *Kompensation*: Veränderungen haben immer Auswirkungen auf mehr als eine Dimension, sodass eine Veränderung in einer Dimension mindestens durch die Veränderung in einer anderen Dimension ausgeglichen wird. Die Füllhöhe in der flachen Schale ist zwar niedriger als im Glas, dafür ist die Schale aber breiter und tiefer.

W

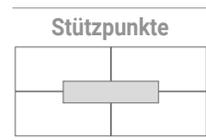
Anregung zur Weiterarbeit

Überlegen Sie: Wie sehen die entsprechenden Begründungen für die anderen Größenbereiche aus?

Zum Aufbau eines umfassenden *Messverständnisses* sind also auf der Ebene der konkreten Vergleiche folgende Aspekte von Bedeutung (Abb. 2.1):

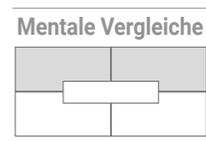
- direktes und indirektes Vergleichen;
- Invarianz;
- Transitivität;
- Kernideen des Messens verbunden mit
 - Wissen über Messwerkzeuge,
 - Umgang mit Messwerkzeugen,
 - Wissen über Maßeinheiten,
 - Umgang mit Größenangaben.

Das Ziel konkreter Vergleiche ist aber nicht nur der Aufbau eines Messverständnisses, sondern auch der Aufbau von Stützpunktwissen und Stützpunktvorstellungen. Beides wird für das Durchführen mentaler Vergleiche benötigt. Stützpunkte stellen also das Bindeglied zwischen den konkreten und den mentalen Vergleichen dar.



2.3.2 Mentale Vergleiche

Betrachten wir nun die *mentalen Vergleiche* (obere Hälfte), also den Vergleich gedanklich vorgestellter Repräsentanten (i. U. zu konkreten Vergleichen vorliegender Repräsentanten). Mentale Vergleiche werden als Schätzen bezeichnet. Werden zwei Repräsentanten mental qualitativ miteinander verglichen, wird in der Literatur von qualitativem Schätzen gesprochen. Wird ein Objekt mittels eines anderen Objekts gedanklich ausgemessen, ist von quantitativem Schätzen die Rede (Weiher & Ruwisch 2018).



Schätzen stellt eine grundlegende Alltagskompetenz dar (Ruwisch 2014a). Es handelt sich um „das Ermitteln einer ungefähren Größenangabe durch

gedankliches Vergleichen mit eingprägten Repräsentanten als Stützpunkten“ (Franke & Ruwisch 2010, S. 248). Schätzen zeichnet sich demnach dadurch aus:

- Es findet ein mentaler Vergleichs- oder Messprozess statt;
- dieser Vergleichs- oder Messprozess greift auf Stützpunktvorstellungen zurück.

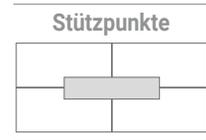
Eine Schätzung ist somit nicht mit richtig oder falsch zu bewerten, sondern mit angemessen oder brauchbar. Ob sie angemessen oder brauchbar ist, hängt beispielsweise davon ab, wie vorgegangen wurde, auf welche Stützpunkte zurückgegriffen wurde und ob passende Maßeinheiten gewählt wurden. Entscheidend ist das gedankliche In-Beziehung-Setzen mit passenden Repräsentanten; dies unterscheidet das Schätzen vom Raten (Bönig 2001, S. 43; Weiher & Ruwisch 2018).

Abhängig von der Schätzsituation kann das zu schätzende Objekt, das Vergleichsobjekt, beide oder keines vorliegen (vgl. zu verschiedenen Schätzsituationen Bönig 2001, S. 45). Wenn beide Objekte „vorliegen“, also die zu schätzende sowie die Vergleichsgröße unmittelbar erfahren und damit wahrgenommen werden können, ist das Schätzen einfacher, als wenn nur eines der Objekte oder keines vorliegt. Der Vergleichs- oder Messvorgang muss aber in jedem Fall mental vorgenommen werden, sonst sprechen wir nicht von Schätzen, sondern von Vergleichen oder Messen. Im internationalen Vergleich zeigen sich in Bezug auf die Sichtweise, was unter Schätzen verstanden wird, jedoch durchaus Unterschiede. So ist es beispielsweise im asiatischen Raum üblich, auch das Messen mit körpereigenen Messwerkzeugen als Schätzen einzuordnen, was nah an der bei uns üblichen (alltäglichen) Verwendung des Begriffs „(Ab-)Schätzen“ ist (z. B. Hoth et al. 2020).

Beim Schätzen sind verschiedene Schätzstrategien beobachtbar (Weiher & Ruwisch 2018; Heid 2018, S. 136 ff.). So greift das Schätzen insbesondere bei den visuell wahrnehmbaren Größen häufig auf ein *Zerlegen* und *Zusammensetzen* – ggf. mit einer Neuordnung – zurück. Alternativ findet ein sogenanntes *Einschachteln* statt: hierbei wird die zu schätzende Größe in einen nach oben und unten abgegrenzten Größenbereich eingeordnet (z. B. „... wiegt zwischen 100 g und 500 g, weil es schwerer als eine Tafel Schokolade, aber leichter als eine Packung Nudeln ist.“). Daneben gibt es noch ein Vorgehen, das sich an einer *globalen bzw. visuellen Auffassung einer oder mehrerer Dimensionen orientiert* (z. B. „...“, weil es so groß ist.“). Hierbei findet nicht in jedem Fall ein In-Beziehung-Setzen zu Stützpunkten statt, weswegen dieses Vorgehen nicht unbedingt das enge Verständnis von Schätzen erfüllt.

Stützpunktvorstellungen bilden entsprechend dieser Begriffsbestimmung die Basis für einen erfolgreichen Schätzvorgang. Stützpunktvorstellungen

geht nach Reuter (2011) sogenanntes *Stützpunktwissen* voraus, welches sich ausschließlich auf theoretisches und auswendig gelerntes Wissen bezieht (vgl. auch Heid 2018, S. 71). Darunter fällt beispielsweise das Wissen, dass eine Zuckerpackung 1 kg wiegt bzw. dass eine handelsübliche Zuckerpackung ein Repräsentant für die Größe 1 kg ist (Weiher & Ruwisch 2018, S. 15). Ein solches Wissen ist zwar notwendig, Frenzel und Grund (1991a) bezeichnen es allerdings als noch sehr formal und inhaltsleer, denn solches Wissen ist noch mit keinem Vorstellungs„bild“ über die (wahrnehmbare) Größeneigenschaft verbunden (z. B. Wie schwer fühlt es sich an?). Dies geschieht erst durch konkrete Handlungserfahrungen, wodurch das theoretische Wissen mit der erfahrbaren Größeneigenschaft (z. B. bei Längen die visuell wahrgenommene Länge, bei Gewichten ein gefühltes Gewicht) in Zusammenhang gebracht wird (Reuter 2011). Vorstellungen entstehen also aus Sinneswahrnehmungen, „wobei von der Art, von der Häufigkeit und insbesondere von der Bewußtheit der Wahrnehmung der einzelnen Objekte die Qualität der Vorstellungen entscheidend geprägt wird“ (Grund 1992, S. 42). Bei Stützpunktvorstellungen handelt es sich demnach um mental gespeicherte Repräsentanten, bei denen das Stützpunktwissen durch die zusätzlich gespeicherte Größeneigenschaft – z. B. ein visuell gespeichertes Bild der Länge oder ein mental gespeichertes gefühltes Gewicht – erweitert wird (Reuter 2011, 2015; Weiher & Ruwisch 2018).



Stützpunktvorstellungen lassen sich in unmittelbare und mittelbare Vorstellungen einteilen (Grund 1992, S. 42). Unter unmittelbaren Stützpunktvorstellungen werden solche verstanden, die sich aufgrund konkreter Erfahrungen bilden lassen. Dies ist möglich für Größen, die sinnlich wahrnehmbar sind. Zu kleine (z. B. $1\mu\text{g}$) oder zu große Größen (z. B. 1 t) können nicht unmittelbar wahrgenommen werden. Daher spricht man in diesem Zusammenhang von mittelbaren Stützpunktvorstellungen. Grundlage für den Aufbau mittelbarer Stützpunktvorstellungen sind tragfähige Zahlvorstellungen sowie Wissen über die Beziehungen zwischen Maßeinheiten.



Anregung zur Weiterarbeit

Fertigen Sie zu allen Größenbereichen eine umfassende Tabelle mit möglichen Stützpunkten an. (vgl. z. B. Franke & Ruwisch 2010, S. 236 f.; Peter-Koop & Nührenböcker 2008, S. 107; Schipper et al. 2017, S. 240, 255, 264, 280; Schipper et al. 2018, S. 284)

Bietet man den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, vor dem Schätzen ausreichende Messerfahrungen zu sammeln, entwickeln diese zum ei-

nen ein Messverständnis. Zum anderen erhalten sie dadurch die Gelegenheit, Repräsentanten kennenzulernen, von denen sie sich ausgewählte als mentale Repräsentanten, sogenannte Stützpunktvorstellungen, einprägen können, um diese als mentale Vergleichsobjekte zum sinnvollen und realistischen Schätzen einer Größe heranzuziehen. Daher ist ein Unterricht unverzichtbar, in welchem grundlegende (Standard-)Repräsentanten hervorgehoben und bei den Lernenden im Gedächtnis verankert werden (Reuter 2015; Hinze 2012; Peter-Koop & Nührenböcker 2008). Dazu eignen sich vor allem Aufgaben, bei welchen die Schülerinnen und Schüler typische Repräsentanten zu Standardeinheiten sammeln, z. B.: Finde Gegenstände, die 1 kg wiegen. Ein Vorteil dieser Vorgehensweise ist, dass alle von den Lernenden gefundenen Repräsentanten aus ihrer Erfahrungswelt stammen und durch diese subjektive Bedeutsamkeit besonders einprägsam sind.

Sind Stützpunktvorstellungen aufgebaut, folgen im Unterricht Aufgaben zum Schätzen. Dabei werden sowohl grundständige als auch eingebettete Schätzaufgaben eingesetzt (Franke & Ruwisch 2010, S. 251 ff.). Unter grundständigen Schätzaufgaben versteht man Aufgaben, bei denen Größen geschätzt werden sollen, z. B.: Wie hoch ist das Klassenzimmer? Bei eingebetteten Schätzaufgaben sind vorzunehmende Schätzungen Teil eines komplexeren Problemlöseprozesses. Sie stellen notwendige Zwischenergebnisse dar, die rechnerisch weiterverarbeitet werden. Dies ist beispielsweise der Fall bei der Bearbeitung von Fermi- oder sogenannten Kann-das-stimmen-Aufgaben wie „Das Toilettenpapier, das in deiner Schule im Jahr verbraucht wird, wiegt mehr als 1 000 Kilogramm. Kann das stimmen?“ (Ruwisch & Schaffrath 2009). Bei eingebetteten Schätzaufgaben ist „das Schätzen nicht von außen, sondern durch die Inhaltlichkeit der Situation motiviert“ (Bönig 2001, S. 45). In Schulbüchern dominieren grundständige Schätzaufgaben oft als „Vorschritt zum Messen“ (Heid 2018, S. 31): Schätze zuerst, miss dann. Diese Aufgabenstellungen sind (nur) dann als problematisch einzuordnen, wenn

- Kinder noch nicht über ausreichende Stützpunktvorstellungen auf der Basis von Vergleichs- und Messerfahrungen verfügen, und in der Folge nicht geschätzt, sondern geraten wird;
- und wenn für die Kinder im Vordergrund steht, dass Schätz- und Messergebnis möglichst wenig voneinander abweichen dürfen und die Schätzung in der Folge nur dann „gut“ ist, wenn sie möglichst nahe am Messergebnis liegt.

Sowohl grundständige als auch eingebettete Schätzaufgaben bedürfen also einer fundierten Basis im Vergleichen und Messen sowie einer Thematisierung des Sinns des Schätzens sowie des Unterschieds zum Raten.

2.4 Zusammenfassung

Der Aufbau eines tragfähigen Größenverständnisses kann gelingen, wenn Kinder im Unterricht ausreichend und wiederholt Vergleichs-, Mess- und Schätzerfahrungen sammeln können. Diese drei Kerntätigkeiten sind die wesentliche Grundlage. Stützpunktwissen und Stützpunktvorstellungen sind das Bindeglied, das den Übergang von den konkreten zu den mentalen Vergleichen, also vom Vergleichen und Messen zum Schätzen ermöglicht. Vergleichs- und Messerfahrungen zielen also auf den Aufbau von Stützpunktwissen und Stützpunktvorstellungen und schaffen damit die Voraussetzungen für angemessene bzw. brauchbare Schätzungen. Aktivitäten zum Umwandeln bzw. Umrechnen von sowie zum Rechnen mit Größenangaben finden insofern Berücksichtigung, als sie in die Lernangebote zu den drei Kerntätigkeiten eingebunden sind. Sie werden im Rahmen der Module also nicht separat thematisiert. Lernangebote zur Leitidee *Größen und Messen* im dargestellten Sinn sind materialintensiv, benötigen eine umfassende Vorbereitung und eine entsprechende Unterrichtsorganisation. Deswegen ist es für Lehrkräfte durchaus herausfordernd, Erfahrungen zum Vergleichen, Messen und Schätzen im Unterricht spiralcurricular, also über die gesamte Grundschulzeit hinweg, zu ermöglichen. Durch dieses Buch wird (exemplarisch) dargestellt, wie dies dennoch gelingen kann.