

LEHRBUCH

Jens Kahlenberg

# Lebensversicherungs- mathematik

Basiswissen zur Technik  
der deutschen Lebensversicherung

 Springer Gabler

---

# Lebensversicherungsmathematik

---

Jens Kahlenberg

# Lebensversicherungs- mathematik

Basiswissen zur Technik  
der deutschen Lebensversicherung

Jens Kahlenberg  
Aktuarielles und Statistisches Consulting  
Köln, Deutschland

ISBN 978-3-658-14657-3                      ISBN 978-3-658-14658-0 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-14658-0>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2018

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Gabler ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist Teil von Springer Nature

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

*Es ist nicht genug, zu wissen, man muss  
auch anwenden; es ist nicht genug, zu  
wollen, man muss auch tun.*

*Johann Wolfgang von Goethe*

# Vorwort

Es gibt zahlreiche Bücher über die mathematischen Grundlagen der Lebensversicherung. Auch dieses Opus reiht sich in den bestehenden Reigen ein und möchte dem Leser eben diese Grundlagen in ausführlicher und verständlicher Weise nahebringen. Folglich wird es nicht unwesentliche Überschneidungen zu bereits erschienenen Werken geben.

Viele Bücher beschränken sich jedoch rein auf die Darstellung der klassischen Lebensversicherungsmathematik, evtl. erweitert um Aspekte der Überschussbeteiligung sowie Fragestellungen des Jahresabschlusses und der Bilanzierung. Sowohl das komplexere Teilgebiet der Berufsunfähigkeitsversicherung als auch die Erläuterung fondsgebundener Tarife werden häufig ausgespart oder nur äußerst knapp angerissen. Dies soll hiermit nachgeholt bzw. vervollständigt werden, indem auf die zugrunde liegende Versicherungstechnik dieser beiden, inzwischen sehr bedeutsamen Produktarten in derselben Ausführlichkeit eingegangen wird wie bei den herkömmlichen Produkten. Darüber hinaus werden auch wissenswerte Aspekte der Pflegeversicherung sowie Grundlagen der Lebensrückversicherung erläutert.

Das Buch ist über einen Zeitraum von mehreren Jahren während meiner Tätigkeit als aktuarieller Berater entstanden. Neben den derzeit gültigen, gesetzlichen Grundlagen wird daher jeweils versucht, auf die historische Entwicklung bis zum heutigen Stand der Produkte einzugehen. Auch das aktuelle Thema Solvency II wird auf einer übergeordneten Ebene beleuchtet.

In diesem Zusammenhang möchte ich Dr. Zoran Nikolic einen besonderen Dank aussprechen, der auf meine Bitte hin einen Gastbeitrag zu diesem Buch in Gestalt des Kapitels 2 geleistet hat.

Für das Korrekturlesen sowie die konstruktiven Diskussionen und Anmerkungen möchte ich mich bei Dr. Axel Schmidt ausdrücklich bedanken. Mein aufrichtiger Dank gilt auch Kathrin Kraff, die mich im vorigen Jahr durch

Korrekturarbeiten und hilfreiche Hinweise in wertvoller Weise unterstützt hat. Schließlich möchte ich auch meinem Bruder Hans-Jörg ganz herzlich dafür danken, dass er während der letzten Monate des Buchprojekts durch intensives Redigieren zu weiteren Verbesserungen beigetragen hat.

Für die verlagsseitige Betreuung in der finalen Phase danke ich außerdem Claudia Hasenbalg.

Bei aller Sorgfalt werden sich in einem derart umfangreichen Werk vermutlich dennoch Fehler eingeschlichen haben. Daher möchte ich die Leserinnen und Leser gerne bitten, mir diesbezüglich Hinweise oder auch generelle Anregungen zukommen zu lassen.

Köln, im Dezember 2017

*Dr. Jens Kahlenberg*

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I Einführung

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	3
1.1	Aufbau des Buches .....	3
1.2	Weitere Literaturempfehlungen .....	4
<b>2</b>	<b>Einordnung</b> .....	7
2.1	Embedded Value .....	7
2.2	Stochastische Bewertung .....	9
2.3	Komponenten eines stochastischen Unternehmensmodells ....	11
2.4	Solvency II .....	13
<b>3</b>	<b>Grundlagen der Lebensversicherung</b> .....	15
3.1	Risikotransfer .....	15
3.2	Grundbegriffe .....	17
3.3	Historische Entwicklung und aktuelle Bedeutung .....	19
3.4	Relevante Gesetze .....	22
3.5	Rechnungsgrundlagen .....	24
3.6	Standard-Versicherungen .....	25
3.7	Versicherungsmathematische Notation .....	35

## Teil II Klassische Lebensversicherungsmathematik

<b>4</b>	<b>Elementare Finanzmathematik</b> .....	39
4.1	Zinsrechnung .....	39
4.2	Zahlungsströme .....	50
4.3	Rechnungszins einer Versicherung .....	69
4.4	Übungen .....	72



<b>5</b>	<b>Biometrische Grundlagen</b> .....	85
5.1	Zukünftige Lebensdauer .....	85
5.2	Sterbetafeln .....	96
5.3	Modifikation von Sterbewahrscheinlichkeiten .....	113
5.4	Übungen .....	117
<b>6</b>	<b>Erwartete Barwerte</b> .....	129
6.1	Kommutationszahlen .....	129
6.2	Erwartungswert von Versicherungsleistungen .....	131
6.3	Stetige und sofort fällige Versicherungsleistungen .....	155
6.4	Übungen .....	162
<b>7</b>	<b>Kosten, Zuschläge und Provisionen</b> .....	177
7.1	Kosten 1. Ordnung .....	178
7.2	Kosten 2. Ordnung .....	183
<b>8</b>	<b>Prämien</b> .....	187
8.1	Äquivalenzprinzip .....	188
8.2	Prämien und ihre Berechnung .....	189
8.3	Besonderheiten .....	196
8.4	Kostenausweis und Kostenquoten .....	202
8.5	Übungen .....	205
<b>9</b>	<b>Deckungskapital und weitere Reserven</b> .....	217
9.1	Gesetzliche Bestimmungen .....	218
9.2	Deckungskapital .....	218
9.3	Bilanzdeckungsrückstellung .....	239
9.4	Zusätzliche Reserven .....	240
9.5	Übungen .....	248
<b>10</b>	<b>Überschussbeteiligung</b> .....	259
10.1	Gesetzliche Bestimmungen .....	260
10.2	Überschussentstehung .....	262
10.3	Überschussverwendung .....	269
10.4	Instrumente der Überschussbeteiligung .....	278
10.5	Übungen .....	287
<b>Teil III Weiterführende Versicherungstechnik</b>		
<b>11</b>	<b>Vertragsänderungen und Garantiewerte</b> .....	291
11.1	Änderung von Dauer, Leistung oder Beitrag .....	292
11.2	Dynamische Erhöhung .....	294
11.3	Beitragsfreistellung .....	298
11.4	Rückkauf .....	300
11.5	Leistung bei Tod .....	307
11.6	Leistung bei Ablauf .....	308

11.7	Leistung im Rentenbezug .....	308
11.8	Übungen .....	310
<b>12</b>	<b>Verbundene Leben</b> .....	<b>319</b>
12.1	Versicherungen auf den Tod der ersten Person .....	320
12.2	Versicherungen auf den Tod der letzten Person .....	327
12.3	Einseitige Versicherungen .....	331
12.4	Hinterbliebenenrenten .....	332
12.5	Tabellarische Übersicht .....	336
12.6	Übungen .....	337
<b>13</b>	<b>Fondsgebundene Versicherungen</b> .....	<b>345</b>
13.1	Gesetzliche Bestimmungen .....	346
13.2	Überblick .....	347
13.3	Rechnungsgrundlagen .....	352
13.4	Notation .....	354
13.5	Prämien .....	356
13.6	Reserven .....	359
13.7	Überschussbeteiligung .....	367
13.8	Vertragsänderungen und Garantiewerte .....	370
13.9	Übungen .....	372
<b>14</b>	<b>Berufsunfähigkeitsversicherung</b> .....	<b>375</b>
14.1	Versicherungstechnik .....	377
14.2	Konkurrierende Risiken .....	378
14.3	Biometrische Grundlagen .....	384
14.4	Erwartete Barwerte .....	386
14.5	Kosten und Zuschläge .....	390
14.6	Prämien .....	394
14.7	Reserven .....	395
14.8	Überschussbeteiligung .....	397
14.9	Vertragsänderungen und Garantiewerte .....	400
14.10	Übungen .....	401
<b>15</b>	<b>Pflegeversicherung</b> .....	<b>405</b>
15.1	Rechnungsgrundlagen .....	406
15.2	Erwartete Barwerte .....	408
15.3	Kosten .....	410
15.4	Prämien .....	410
15.5	Deckungskapital .....	411
15.6	Sonstiges .....	412

<b>16 Lebensrückversicherung</b>	413
16.1 Versicherungstechnisches Risiko	414
16.2 Funktionen von Rückversicherung	415
16.3 Formen der Rückversicherung	416
16.4 Rückversicherungsarten	416
16.5 Prämienberechnung	420
<b>17 Rechnungslegung</b>	423
17.1 Gesetzliche Bestimmungen	423
17.2 Jahresabschluss	424
17.3 Mindestzuführung zur RfB	432
17.4 Anzeige- und Berichtspflichten	435
17.5 Solvabilität	438
<b>18 Projektionsmodelle</b>	445
18.1 Struktur	445
18.2 Variablenblöcke	446
18.3 Datensätze	447
18.4 Berechnungen	448
18.5 Konsistenz und Güte	449
18.6 Ergebnisse	450
<b>Teil IV Anhang</b>	
<b>A Biometrische Rechnungsgrundlagen</b>	453
A.1 DAV 2008 T	453
A.2 DAV 2004 R (Grundtafel mit Altersverschiebung)	460
A.3 DAV 2004 R (Basistafel mit Trendfunktion)	469
A.4 DAV 1997 I	473
A.5 DAV 1997 TI	474
A.6 DAV 1997 RI	477
<b>B Mathematische Grundformeln</b>	481
B.1 Folgen und Reihen	481
B.2 Potenzreihen und Taylor-Entwicklung	485
B.3 Abschätzung von Integralen	486
<b>C Wörterbuch Deutsch – Englisch</b>	489
<b>Symbolverzeichnis</b>	505
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	521
<b>Literaturverzeichnis</b>	525
<b>Stichwortverzeichnis</b>	529

**Teil I**  
**Einführung**

# Kapitel 1

## Einleitung

Bevor wir in die Materie der deutschen Lebensversicherungstechnik eintauchen, widmen wir uns vorab dem Aufbau des vorliegenden Werkes. Anschließend erfolgt eine kurze Auflistung von Büchern, die dem Autor aufgrund seiner eigenen Ausbildung und beruflichen Tätigkeit erwähnenswert erscheinen.

### 1.1 Aufbau des Buches

Das Buch gliedert sich in vier Teile, die jeweils aus mehreren Kapiteln bestehen. Die Kapitel der Buchteile II und III sind derart aufgebaut, dass sich nach der Darstellung des mathematischen Stoffs – sofern inhaltlich sinnvoll – jeweils ein Abschnitt mathematischer Übungsaufgaben und zugehöriger Lösungen daran anschließt.

Im Rahmen dieses ersten, einführenden Teils folgt im Anschluss an das aktuelle Kapitel zunächst eine von Dr. Zoran Nikolic verfasste überblickartige Einordnung in den übergeordneten Kontext stochastischer Unternehmensmodelle. Danach folgt eine Darstellung der wesentlichen Grundbegriffe und gesetzlichen Grundlagen für die deutsche Lebensversicherung.

Im zweiten Buchteil werden die Themen der klassischen Lebensversicherungsmathematik behandelt und insbesondere die einzelnen Komponenten der versicherungsmathematischen Rechnungsgrundlagen vorgestellt.

Kapitel 4 legt die finanzmathematischen Grundlagen und beschäftigt sich mit dem Zins. Dabei werden Formeln für Barwerte von gängigen Zahlungsströmen hergeleitet. Kapitel 5 ist der biometrischen Komponente gewidmet, wobei dort zunächst nur auf das biometrische Risiko Tod eingegangen wird. Wir werden eine Zufallsvariable einführen, welche die zukünftige Lebensdauer eines Individuums beschreibt, und anschließend sehen, welche Informationen

in Sterbetafeln enthalten sind. In Kapitel 6 werden die Erkenntnisse der beiden vorhergehenden Kapitel kombiniert, so dass wir in der Lage sind, erwartete Barwerte von Standard-Deckungen anzugeben.

Kapitel 7 stellt die letzte, noch ausstehende Komponente der Rechnungsgrundlagen vor, nämlich die Kosten. Im nachfolgenden Kapitel werden wir sehen, wie die Prämie eines Versicherungsvertrags berechnet werden kann. Darauf aufbauend wird die Berechnung von Reserven erläutert. Das letzte Kapitel des zweiten Teils befasst sich mit dem wichtigen Thema der Überschussbeteiligung und geht auf ihre Entstehung sowie Verwendung ein.

Teil III fokussiert über den üblichen Standard hinausgehende Bereiche der Versicherungstechnik.

Zunächst wird gezeigt, wie bei Vertragsänderungen oder anderen Geschäftsvorfällen vorgegangen wird.

In den folgenden vier Kapiteln werden besondere Versicherungen betrachtet. Kapitel 12 zeigt die Besonderheiten von Versicherungen auf verbundene Leben. Kapitel 13 beschreibt, wie fondsgebundene Lebensversicherungen modelliert werden können. Kapitel 14 untersucht die Charakteristika von Berufsunfähigkeitsversicherungen, und das anschließende Kapitel erlaubt einen kurzen Einblick in die Pflegeversicherung.

Nach einer überblickartigen Beschreibung der Lebensrückversicherung werden Aspekte der Bilanzierung, Gewinnzerlegung und Solvabilität erläutert. Abschließend erfolgt ein kurzer Ausblick, wie die zuvor beschriebene Versicherungstechnik in einem Projektionsmodell umgesetzt werden kann.

Im Anhang, dem vierten Teil des Buches, sind zunächst die derzeit gültigen Sterbetafeln bzw. Ausscheideordnungen tabelliert. Darüber hinaus finden sich ergänzende Ausführungen zu elementaren finanzmathematischen Formeln. Außerdem ist ein Wörterbuch Deutsch – Englisch angefügt, in welchem die Übersetzungen der wesentlichen Begrifflichkeiten aufgelistet sind.

## 1.2 Weitere Literaturempfehlungen

Wie im Vorwort bereits erwähnt, gibt es inzwischen zahlreiche Skripte zu Veranstaltungen an Universitäten und diverse etablierte Bücher zu dem umfassenden Thema der Lebensversicherungsmathematik. Die nachfolgende Aufzählung ist rein subjektiv und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Das wohl bekannteste deutschsprachige Buch ist der Klassiker „Versicherungsmathematik“ von *Wolfsdorf (1997)*, welcher erstmals im Jahr 1986 erschienen ist.

*Milbrodt und Helbig (1999)* haben die Personenversicherungsmathematik insbesondere mit Hinblick auf die stochastischen Modellierungsmöglichkeiten in einen allgemeinen Rahmen eingebettet.

Aus der jüngeren Vergangenheit sei die zweite Auflage des Werkes von *Führer und Grimmer (2010)* genannt, welches einen gelungenen Einstieg in das Thema der Lebensversicherungsmathematik ermöglicht.

Aufgrund der ausführlichen Darstellung und der zahlreichen Beispiele sowie Übungsaufgaben inklusive Lösungen sei die zweite Auflage von *Ortmann (2015)* besonders hervorgehoben.

Als ein nicht-mathematisches Buch, welches sich umfassend mit der Lebensversicherung auseinandersetzt, ist *Kurzendörfer (2000)* zu erwähnen, wobei diese dritte Auflage an einigen Stellen nicht mehr ganz aktuell sein dürfte.

Aus dem Englischen sind sowohl das Buch von *Gerber (1997)*, von dem im Jahr 2010 ein Re-Print erschienen ist, als auch das Basiswerk von *Bowers et al. (1997)* sehr zu empfehlen.

# Kapitel 2

## Einordnung

Die meisten europäischen Lebensversicherungsunternehmen implementieren ihre Produkte und die dazugehörigen Versicherungspolices in einem **Cash Flow Projection Model** (kurz: CFPM). An dieser Stelle soll einführend darauf eingegangen werden, warum die Versicherungsunternehmen den durchaus erheblichen Aufwand betreiben, diese Umsetzung vorzunehmen.

Die Notwendigkeit, Lebensversicherungspolices zu projizieren, ist vorrangig in der Langfristigkeit dieser Verträge begründet. Im Regelfall besteht die durch einen Lebensversicherungsvertrag entstehende Geschäftsbeziehung mehrere Jahrzehnte (man denke etwa an Rentenversicherungen, die bis zum Lebensende des Kunden bestehen); mitunter gibt es Verträge, die ein Jahrhundert lang laufen, z.B. in der privaten Kranken-Vollversicherung, die in mancher Hinsicht der Lebensversicherung ähnelt.

Betrachtet man die Geldflüsse zum Zeitpunkt des Abschlusses eines Lebensversicherungsvertrags, so stellt man fest, dass eine neue Police für das Unternehmen wirtschaftlich eine Investition darstellt. Denn: Im Geschäftsjahr, in dem die Police zugeht, bewirkt diese üblicherweise einen Verlust, der darin begründet ist, dass bei Vertragsabschluss Provisionen für die erfolgreiche Vertragsvermittlung gezahlt werden, die eingehenden Beiträge der Kunden in ebendiesem Geschäftsjahr jedoch i.d.R. deutlich niedriger als die Höhe der ausgezahlten Provisionen sind.

### 2.1 Embedded Value

Bei Unternehmen aus Handel oder produzierendem Gewerbe reicht häufig ein Blick in die Bilanz eines einzelnen Jahres, um zu verstehen, wie gesund das Unternehmen ist. Endet ein gewöhnliches Geschäftsjahr mit Verlusten, geht es dem Unternehmen wahrscheinlich schlecht. Die Aktienmärkte reagieren



unmittelbar auf die aktuellen Geschäftsentwicklungen. Selbst wenn die künftigen Erwartungen im jüngsten Aktienkurs bereits eingepreist sind, schauen die Kapitalanleger eher nur einige Monate oder Quartale und nicht mehrere Jahrzehnte in die Zukunft, um den Preis der Aktie zu bestimmen.

Das Lebensversicherungsgeschäft ist jedoch anders.

Stellen wir uns folgende Situation vor: Ein großer Investor unterstützt die Gründung eines Lebensversicherers, der sich mit neuartigen Produkten auf dem Markt etablieren will. Das Versicherungsunternehmen ist demnach finanziell gut ausgestattet, der starke Investor verschafft ihm eine solide Basis. Da die Wettbewerber zur gleichen Zeit auf den Markt drängen, benötigt der Lebensversicherer neben innovativen und attraktiven Produkten auch einen starken Vertrieb. Dieser ist aber rar und daher teuer. Zudem wollen die Verkäufer bzw. Vermittler die Provisionen für ihre Bemühungen unmittelbar bei Vertragsabschluss erhalten. Der Versicherer hat ausreichend viel Geld, so dass er die Provisionen sofort bezahlt. Von den neuen Kunden erhält der Versicherer anfänglich jedoch nur die ersten monatlichen Prämien, von denen wiederum ein erheblicher Anteil für die erwarteten Leistungen der Kunden allokiert wird.

Der Lebensversicherer verkauft nun jedes Quartal Versicherungsverträge, bezahlt hierfür hohe Provisionen und bekommt im Vergleich zu diesen ausgezahlten Provisionen nur wenig Prämien. Wie sieht seine Gewinn- und Verlustrechnung in diesen ersten Quartalen aus? Schlecht, denn es werden dort ausnahmslos Verluste ausgewiesen. Sein Rohüberschuss ist über Quartale hinweg negativ, und das Kapital des Investors wird verzehrt.

Warum also sollte der Geldgeber überhaupt in dieses Versicherungsunternehmen investieren? Die Antwort lautet: Weil er die Versicherungsverträge über mehrere Jahrzehnte hinweg in die Zukunft projiziert und damit ausgerechnet hat, dass mit fortschreitender Vertragsdauer aus den künftigen Beiträgen der Kunden mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit ein kontinuierlicher Gewinn entstehen wird. Schließlich sind die vom Kunden zu entrichtenden Prämien im Rahmen der Produktentwicklung entsprechend auskömmlich kalkuliert worden.

Insofern reicht ein alleiniger Blick in die Bilanz der letzten Quartale zur Beurteilung der Profitabilität eines Versicherungsunternehmens nicht aus. Es gibt einen in der Bilanz nicht ersichtlichen, im Portfolio der Versicherungspolice „eingebetteten Wert“ des Unternehmens. Für diesen hat sich weltweit der englischsprachige Begriff **Embedded Value** (kurz: **EV**) etabliert. Der EV entspricht dem künftigen erwarteten Gewinn aus dem Versicherungsportfolio und wird definiert als die Summe aller künftigen Gewinne des Unternehmens, ausgedrückt im heutigen Geld.

Um diese zukünftigen Gewinne ausrechnen zu können, müssen wir alle Verträge in die Zukunft projizieren und die Dividenden aller zukünftigen Jahre geeignet in das heutige Geld überführen. Für diese Aufgabe benötigen wir die Cash Flow Projection Models.

## 2.2 Stochastische Bewertung

Zur Erfassung der Langfristigkeit des Lebensversicherungsgeschäfts werden also mehrjährige Projektionen in einem CFPM benötigt. Sowohl die anfängliche Belastung durch Provisionen als auch die voraussichtlichen Gewinne aus dem weiteren Vertragsverlauf werden auf diese Weise berücksichtigt.

Wie können nun die zukünftigen Aufwendungen und Erträge im heutigen Geld ausgedrückt werden? Intuitiv ist klar, dass eine sichere Ausgabe von bspw. 100 Euro heute nicht durch eine Einnahme von 100 Euro in zwei Jahren ausgeglichen wird. Die ersten 100 Euro wechseln heute den Eigentümer, dahingegen sind die 100 Euro in zwei Jahren zunächst einmal nur eine Erwartung bzw. ein Versprechen.

Traditionell wird angenommen, dass 100 Euro heute mehr wert sind als 100 Euro in zwei Jahren. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass diese Annahme für derart kleine Beträge und Privatpersonen wohl auch wahr ist (zumindest solange Bargeld nicht abgeschafft wird). In Zeiten von negativen, risikolosen Zinsen gilt dies für die meisten Investoren jedoch nicht mehr.

Um Zahlungsströme zu verschiedenen Zeitpunkten zu erfassen, greift man auf Methoden der Finanzmathematik zurück. Der einfachste Zugang zu dieser Problematik besteht in einer Barwertbetrachtung: Unterstellt man eine risikofreie Zinsstrukturkurve am Markt (z.B. die jährlichen Renditen deutscher Staatsanleihen), so kann man durch Diskontierung den heutigen Wert einer Auszahlung von 100 Euro in zwei Jahren ermitteln:

	heute	in 1 Jahr	in 2 Jahren
Risikofreie Zinsstrukturkurve	1	1,01	1,02515
Wert von 100 Euro	97,5467005	98,5221675	100

Dies ist soweit elementar und den Aktuarien bereits seit einigen Jahrzehnten bekannt. Was diese einfache Betrachtung jedoch nicht berücksichtigt, sind die Schwankungen auf den Kapitalmärkten und ihr Einfluss auf den Wert des Portfolios.

Dass die Kapitalmarktschwankungen überhaupt etwas mit der Bewertung von Versicherungspolice zu tun haben, ist in der Natur der Beziehung zwischen dem Lebensversicherer und seinen Kunden begründet – sie ist nämlich asymmetrisch. Der Kunde kann den Vertrag stornieren, der Versicherer nicht. Der Kunde kann in vielen aufgeschobenen Rentenversicherungen entscheiden, ob er am Ende der Aufschubphase das erreichte Kapital ausgezahlt bekommt oder ob er sich eine Leibrente auszahlen lässt; der Versicherer wird dazu nicht gefragt. Außerdem kann der Kunde einer planmäßigen Beitragserhöhung widersprechen, und der Versicherer muss diese Kundenentscheidung akzeptieren.

Es geht also um Asymmetrien, die in der Versicherungsbranche unter der Bezeichnung **Optionen und Garantien** geläufig sind. In dieser Betrachtung ähnelt ein Lebensversicherer daher einem Finanzderivat. Und ähnlich wie bei Derivaten erfolgen künftige Zahlungsströme nicht vorherbestimmt (man sagt auch deterministisch), sondern sie sind abhängig von einer oder mehreren schwankenden Größen wie Zinshöhen oder Aktienkursen, deren Wert wiederum von der Entwicklung der Kapitalmärkte abhängt.

Im Fall eines Lebensversicherers bestehen die wesentlichen künftigen Zahlungsströme aus Prämien, Leistungen, Kosten, Dividenden und Steuern. Dabei lassen sich zwei Sichtweisen unterscheiden:

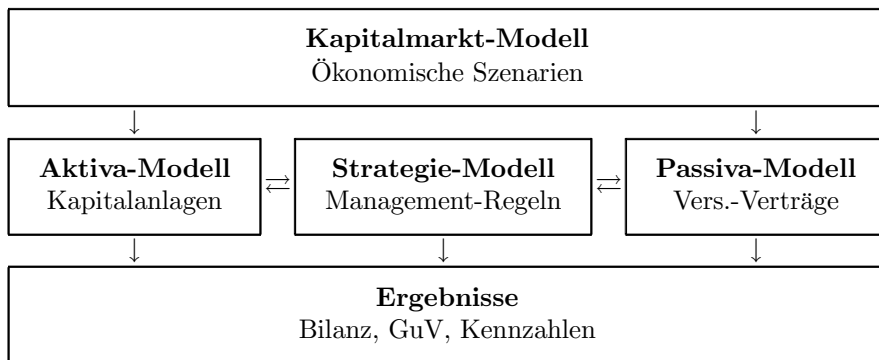
- Aktionärssicht:  
Aus der Blickrichtung des Eigentümers steht der Wert des Portfolios im Vordergrund, so dass der Barwert der (zukünftigen) Dividenden berechnet wird. Dieser Barwert wird gewöhnlich als **Present Value of Future Profits** (kurz: **PVFP**) bezeichnet. Er ist ein wesentlicher Bestandteil des oben definierten Embedded Value.
- Kundensicht:  
Hierbei steht die Höhe der Verpflichtungen gegenüber den Kunden im Fokus. Folglich wird der Barwert der Auszahlungen (Leistungen und Kosten) abzüglich der Einzahlungen (Prämien) berechnet. Der resultierende Betrag wird **Best Estimate (of) Liabilities** (kurz: **BEL**) genannt.

Es ist unmittelbar klar, dass das Auszahlungsmuster für Dividenden hochkomplex ist und aus den Schwankungen der Kapitalmärkte nicht direkt abgeleitet werden kann – es gibt hierzu nämlich keine explizite analytische Formel. Analog zum Vorgehen in der Finanzmathematik greift man daher auf Monte-Carlo-Simulationen zurück, welche dann zum Einsatz kommen, wenn es keine analytische Formel zur Bewertung eines komplexen Derivats gibt. Daraus entsteht die Anforderung, Tausende Simulationen von Zinsen, Aktien und anderen Kapitalmarktgrößen zu betrachten. Allen Kapitalmarktgrößen liegen stochastische Differentialgleichungen zugrunde, welche die Dynamik in

den Simulationen beschreiben, z.B. eine Hochzinssimulation oder eine Simulation mit schwankenden Aktienkursen. Wird ein CFPM für diese Bewertungen eingesetzt, so nennt man es **stochastisches (Unternehmens-)Modell** (kurz: **SUM**).

## 2.3 Komponenten eines stochastischen Unternehmensmodells

Wie soeben beschrieben ist die Entwicklung von Kapitalanlagen von maßgeblicher Bedeutung für die künftigen Zahlungsströme. Daher werden im Rahmen eines SUM nicht nur die Passiva, d.h. die Versicherungsverträge, abgebildet, sondern auch die Vermögenswerte des Versicherungsunternehmens:



Innerhalb des **Passiva-Modells** werden Produkte und Verträge des abzubildenden Lebensversicherungsunternehmens implementiert. In diesem Modell findet die Projektion der Beiträge, Leistungen, Kosten und Reserven statt. Zudem wird die Bestandsentwicklung (Vertragskündigungen, Todesfälle, Rentenübergänge usw.) unter Zugrundelegung von realistischen Annahmen modelliert. Realistische Annahmen unterscheiden sich von den Rechnungsgrundlagen für die Reservenbildung in den Bilanzen der Unternehmen. Für die Bilanzierung werden nämlich stets vorsichtige Annahmen gewählt, bspw. werden bei Risikolebensversicherungen höhere Sterblichkeiten als durch historische Daten und Trends nachweisbar angenommen. Für die Projektionen werden stattdessen die besten Schätzer für die Sterblichkeiten angesetzt.

Derjenige Teil eines SUM, welcher die Kapitalanlagen abbildet, heißt **Aktiva-Modell**. Hierin werden Zahlungsströme sowie Markt- und Buchwerte der Kapitalanlagen unter Berücksichtigung von Kauf- und Verkaufsentscheidungen sowie der Anlage und Umschichtung in verschiedene Anlageklassen projiziert.

Das **Kapitalmarkt-Modell** ermöglicht erst die Stochastik im Modell. Die Monte-Carlo-Simulationen für die in Abschn. 2.2 beschriebenen, schwankenden Größen wie Zinshöhen oder Aktienkursen werden in diesem Modell erzeugt. Typischerweise werden die Entwicklungen von Nominal- und Realzinsen, die Aktien- und Immobilienperformance (ggf. mehrere Indizes) sowie das Kreditrisiko mithilfe von stochastischen Differentialgleichungen modelliert. Die freien Parameter der Differentialgleichungen werden so bestimmt, dass die entsprechenden Volatilitäten den auf den Märkten beobachteten oder in einem separaten Marktmodell hergeleiteten Volatilitäten entsprechen. Diesen Prozess nennt man **Kalibrierung** des Kapitalmarkt-Modells. Sehr häufig werden in der Praxis die implizierten Volatilitäten der Swaptions zur Kalibrierung der Nominalzinsen herangezogen. Die Ergebnisse des Kapitalmarkt-Modells bestehen aus Tausenden von Simulationen, die jeweils eine mögliche Entwicklung der modellierten Größen (Zinsen, Aktien usw.) in der Zukunft darstellen.

Das SUM strebt für jede betrachtete Simulation eine möglichst realistische Abbildung des Unternehmenszustandes in der Zukunft an. Während die Bilanzierungsregeln sowie die Ermittlung von Marktwerten der Aktiva weitgehend eindeutig beschreibbar und modellierbar sind, existieren weitere relevante Sachverhalte in der echten Welt wie bspw. die Festlegung der künftigen Überschüsse, welche die Unternehmensführung relativ frei treffen kann. Durch die Mindestzuführungsverordnung (kurz: MindZV) wird nämlich festgelegt, welcher Anteil der erwirtschafteten Überschüsse den Versicherungsnehmern mindestens weitergereicht werden muss. In der Regel entscheidet das Unternehmensmanagement, den Kunden eine höhere Überschussbeteiligung als aufsichtsrechtlich durch die MindZV gefordert zu gewähren. Dies geschieht aus Wettbewerbsgründen, denn die Höhe der Überschusszuteilung ist offensichtlich ein wichtiges Verkaufsargument beim Vertrieb von neuen Policen. Wie hoch soll aber diese Überschusszuteilung in einer bestimmten Monte-Carlo-Simulation und in einem bestimmten Jahr sein? In der Realität legt der zuständige Vorstand nach umfangreichen Auswertungen und Testsimulationen im Aktuariat und im Controlling die Höhe der Überschussätze fest. Dies ist also eine Managemententscheidung, sie spiegelt die Strategie des Unternehmens wider. Ihre Umsetzung in Form eines Algorithmus im SUM erfolgt im **Strategie-Modell**. Wie man sich denken kann, ist diese Umsetzung äußerst diffizil, da sie sich im Grenzgebiet zwischen Mathematik, Ökonomie und Psychologie befindet. Es ist zu hoffen, dass künftig spieltheoretische Ansätze zu einer Verfeinerung der derzeit noch sehr einfachen Ansätze im Strategie-Modell führen werden.

Das Strategie-Modell umfasst also Vorstandsentscheidungen, die der Einhaltung gesetzlicher und/oder unternehmerischer Ziele dienen. Steuerungsgrößen sind bspw. die Einhaltung der MindZV, die Erfüllung der Solvabilitätsanforderungen, die Erreichung von gewissen Zielquoten (z.B. Eigenkapital)

oder auch die Erwirtschaftung einer bestimmten Rendite für die Anteilseigner. Zu den Maßnahmen, die zwecks Zielerreichung ergriffen werden können, zählen etwa eine Erhöhung oder Senkung der Kunden-Überschussbeteiligung wie oben beschrieben, eine Reduktion der auszuschüttenden Aktionärsdividende oder auch eine Änderung in der Zusammensetzung der Kapitalanlagen. Letzteres wird auch als **strategische Kapitalanlage-Allokation** (kurz: **SAA** vom Englischen „Strategic Asset Allocation“) bezeichnet. Man sieht also, dass das Strategie-Modell wie auch die Management-Entscheidungen in der Realität weitreichende Auswirkungen sowohl auf die Aktiva als auch auf die Passiva haben.

Häufig wird unter dem Strategie-Modell ebenfalls das (vermeintlich) rationale Versicherungsnehmer-Verhalten subsumiert bzw. darüber abgebildet. Dabei reagieren die Kunden auf die Entwicklung ihrer Versicherungsverträge, indem sie ihre Verträge verstärkt kündigen oder sich häufiger für die Einmal-Kapitalauszahlung statt lebenslanger Rentenzahlung entscheiden.

Als Ergebnisse liefert ein SUM sowohl Projektionen der (ökonomischen) Bilanz und der Gewinn- und Verlustrechnung, welche i.d.R. zwischen 40 und 80 Jahre in die Zukunft reichen, als auch Kennzahlen wie z.B. den aus zukünftigen Jahresüberschüssen bzw. Dividenden errechneten PVFP oder die BEL.

## 2.4 Solvency II

**Solvency II** ist eine Sammlung von europaweiten Regelungen, welche den Versicherungsunternehmen u.a. feste Vorgaben zur Berechnung der Solvabilität macht. Unter **Solvabilität** versteht man das Verhältnis zwischen den verfügbaren Eigenmitteln und demjenigen Verlust, der (modellmäßig) nur einmal in 200 Jahren auftreten kann. Sind die Eigenmittel höher als der Verlust in einem derart verheerenden Ereignis, kann das Unternehmen eine solch ungünstige Situation aus eigener Kraft überstehen – es ist also solvent.

In Abschn. 2.2 haben wir die Kundensicht beschrieben, welche zur Definition der BEL führte. Die BEL beschreibt den besten Schätzer (Englisch „best estimate“) für die in den bestehenden Policen enthaltenen Zusagen bzw. Verpflichtungen (Englisch „liabilities“) den Versicherungsnehmern gegenüber. Solvency II fordert speziell von den Lebensversicherern, die BEL als Barwert der Auszahlungen abzüglich des Barwertes der Einnahmen zu berechnen.

Vor Einführung von Solvency II war die gesetzliche Anforderung an die Lebensversicherer in ihrem Kern nicht anders – sie mussten eine Reserve für die eingegangenen Verpflichtungen stellen, die wie heute dem Barwert der Auszahlungen abzüglich des Barwertes der Einnahmen entsprach.

Der Unterschied besteht jedoch in der Art, wie die Barwerte gebildet werden: In der Vor-Solvency-II-Welt wurde zur Barwertbildung ein fester Diskontsatz festgelegt, und die Lebensversicherer mussten zudem keine Reserve für künftige Überschüsse stellen.

Seit der Einführung von Solvency II soll die Reserve marktnah ermittelt werden. Daraus folgt, dass die Entwicklung der Kapitalanlagen, die künftigen Überschusszuteilungen an Kunden und die möglichen Handlungen der Versicherungsnehmer (bspw. Stornierung, Beitragsfreistellung, Kapitalabfindung statt Rentenauszahlung) realistisch geschätzt werden. Wie oben bereits dargelegt, erfolgt diese Schätzung mithilfe von vielen Monte-Carlo-Simulationen, um im Mittel den besten Schätzer für die Verpflichtungen zu gewinnen.

Die meisten Risiken aus der Solvency II-Risikolandkarte eines Lebensversicherungsunternehmens werden mithilfe von stochastischen Unternehmensmodellen bewertet: sowohl die Marktrisiken, d.h. Aktienentwicklung, Immobilienentwicklung, Zinsbewegung, Zinsvolatilität, Währungsschwankungen, Ausfall von Anleihen, als auch die versicherungstechnischen Risiken Biometrie (Sterblichkeit einschließlich Katastrophen, Langlebigkeit, Invalidität), Kosten und Storno.

# Kapitel 3

## Grundlagen der Lebensversicherung

Was ist Versicherung bzw. eine Versicherung? Auf diese Frage gibt es zahlreiche definitorische Antworten, und diese führen unweigerlich in den Bereich der Versicherungswissenschaft oder auch der Versicherungsbetriebslehre. Jedoch wollen wir hier nicht allzu weit ausholen.

In diesem Kapitel sollen die Leser/-innen mit grundlegenden Begriffen vertraut gemacht und wesentliche Details von Versicherungen vorgestellt werden, um ein Grundverständnis sowie eine einheitliche sprachliche Basis für die weitere Lektüre zu legen.

### 3.1 Risikotransfer

Charakteristisch für eine Versicherung ist, dass es sich hierbei um ein abstraktes Produkt handelt – ein Produkt, das vielen Menschen komplex und unverständlich erscheint und mit dem man sich oftmals auch nur ungern auseinandersetzt. Versicherungen schützen eine (natürliche oder auch juristische) Person und/oder ihre Angehörigen vor den finanziellen Nachteilen, die aus einem unerwartet auftretenden Ereignis resultieren (können).

Wissenschaftlicher ausgedrückt stellt Versicherung einen **Risikotransfer** dar. Persönliche Entscheidungen oder Handlungen sowie Einflüsse unserer Umgebung und Umwelt resultieren i.d.R. nicht in eindeutigen, vorhersehbaren Ergebnissen, sondern führen zu einer Menge möglicher Konsequenzen. Diese sind zwar ihrer Art nach bekannt, aber welche der Folgen letztendlich eintritt, ist hingegen unbekannt. Zudem sind die jeweiligen Auswirkungen in vielen Fällen nur schwer messbar. Stellt man sich auf den Standpunkt, dass die potenziellen Resultate quantifizierbar sind und ihnen Wahrscheinlichkeiten ihres Eintretens zugeordnet werden können, erhält man auf diese Weise eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der ungewissen Ergebnisse. Diese Wahrscheinlichkeitsverteilung bezeichnen wir als **Risiko**.



Für den Aspekt der Versicherung sind allerdings nur solche Ergebnisse relevant, welche eine für die Person ungünstige Auswirkung, einen sog. **Schaden**, darstellen. Derjenige Ausschnitt des Risikos, welcher nur die Ergebnisse mit ungünstigen Auswirkungen betrachtet, wird **Schadenverteilung** genannt.

Man unterscheidet zwischen Sach- und Personenversicherungen, wobei wir uns im Folgenden auf den Bereich der Personenversicherung, genauer gesagt nur Lebensversicherung, beschränken. Einer der wesentlichen Unterschiede zur Sachversicherung ist, dass der Wert des entstandenen Schadens nicht objektiv ermittelt werden kann, sondern im Vorhinein beziffert bzw. von der Person angegeben wird, indem diese eine garantierte Leistung festlegt, die ihr bei oder nach Eintritt des relevanten Ereignisses ausgezahlt wird.

Die wichtigsten, durch Lebensversicherungen gedeckten Risiken sind Tod und Invalidität sowie das Langlebigkeitsrisiko. Daneben gibt es noch Versicherungsschutz für Risiken wie Pflegebedürftigkeit oder den Eintritt schwerer Krankheiten (Dread Disease). Ein paar Beispiele aus dem täglichen Leben sind:

- Zur Absicherung seiner Familie schließt ein alleinverdienender Familienvater eine Risikolebensversicherung ab, welche im Fall seines Todes die vereinbarte Versicherungssumme an die Hinterbliebenen auszahlt, damit diese zumindest die finanziellen Folgen des Verlusts des Ernährers ausgleichen bzw. mildern können.
- Geschäfts- oder Lebenspartner können zum Zwecke der gegenseitigen Absicherung eine Risikolebensversicherung auf den Tod der ersten Person abschließen. Verstirbt dann die erste von mehreren Personen aus einem festgelegten Personenkreis, so wird die Versicherungssumme an die übrigen, hinterbliebenen Personen ausgezahlt.
- Bei Aufnahme eines Darlehens ist ggf. der zusätzliche Abschluss einer Versicherung notwendig, durch welche im Todesfall des Kreditnehmers der Kredit abgelöst werden kann (Risikolebensversicherung, Restschuldversicherung). Auf diese Weise reduziert die Bank ihr Risiko eines Kreditausfalls, d.h. das Risiko, dass der Kredit nicht (vollständig) zurückgezahlt wird.
- Arbeitnehmer, die für den Fall vorsorgen möchten, dass sie aufgrund körperlicher oder psychischer Umstände nicht mehr in der Lage sind, ein Arbeitseinkommen zu erzielen, können eine Berufs- oder Erwerbsunfähigkeitsversicherung abschließen. Der Versicherer zahlt dann die vereinbarte Leistung solange die Berufs- bzw. Erwerbsunfähigkeit besteht.
- Damit auch im beruflichen Ruhestand genügend Einkommen vorhanden ist, sorgen Arbeitnehmer durch Abschluss einer (aufgeschobenen) Rentenversicherung vor. Sofern der Arbeitnehmer einen im Vorhinein festgelegten Zeitpunkt erlebt, erhält er fortan für den Rest seines Lebens eine Rente.

In allen genannten Beispielen findet der oben beschriebene Risikotransfer statt, indem der Kunde sein Risiko zu sterben, zu erkranken oder auch lange zu leben auf den Versicherer überträgt. Natürlich erfolgt dieser Risikotransfer nicht kostenlos, sondern der Versicherer erhält für die Übernahme des Risikos eine Gegenleistung vom Kunden in Form der Versicherungsprämie.

Es stellt sich die Frage, warum das Risiko beim Versicherungsunternehmen besser aufgehoben ist als bei der einzelnen Person selbst. Auf den ersten Blick hat eine Versicherungsgesellschaft natürlich eine größere Finanzstärke, um einzelne Schäden zu verkraften. Der wahre Grund, welcher den Versicherer erst in die Lage versetzt, die Schäden zu begleichen, ist jedoch ein mathematischer, der sog. **Risikoausgleich im Kollektiv**. Die Tatsache, dass der Versicherer viele gleichartige Risiken übernimmt, führt nämlich zu Ausgleichseffekten in seinem Bestand an Versicherungen. Dies bedeutet, dass sich die zufällige Schwankung in der Höhe der zu zahlenden Schadenleistungen bei zunehmender Anzahl gleichartiger Verträge reduziert und somit stabiler, für den Lebensversicherer besser kalkulierbar wird.

## 3.2 Grundbegriffe

Derjenige, der eine Versicherung mit einem **Versicherungsunternehmen** (kurz: **VU**) abschließt, wird als **Versicherungsnehmer** (kurz: **VN**) bezeichnet. Diejenige Person, auf deren Leben oder Gesundheitszustand die Versicherung abgeschlossen wird, heißt **versicherte Person** (kurz: **VP**) und muss (ausgenommen bei Verträgen der betrieblichen Altersvorsorge) ihr Einverständnis dazu erklären. Die Person, welche die Leistungen aus dem Versicherungsvertrag erhält, wird **Begünstigter** genannt. Und diejenige Person, welche die Beiträge zahlt, heißt **Beitragszahler**. Versicherungsnehmer, versicherte Person, Beitragszahler und Begünstigter können identisch sein, sind es aber vielfach nicht. Möglich ist auch, dass es nicht nur eine, sondern mehrere (oftmals zwei) versicherte Personen gibt. In diesem Fall heißt die Versicherung **auf verbundene Leben**, da diese Personen eine Einheit bilden und dadurch miteinander „verbunden“ sind.

Der **Versicherungsvertrag** kommt auf Antrag des VN zustande. Nach einer eventuellen Risikoprüfung und Annahme des Antrags durch das VU erhält der VN einen **Versicherungsschein (Police)**, wodurch das eingegangene Vertragsverhältnis beurkundet wird. Im Folgenden wird anstelle von Versicherungsvertrag oft auch nur von Versicherung gesprochen.

Bei Abschluss der Versicherung hat die VP ein bestimmtes Alter, das sog. **Eintrittsalter**.

Versicherungsverträge werden für eine festgelegte **Versicherungsdauer** abgeschlossen. Während dieser Dauer besteht der **Versicherungsschutz**, d.h., wenn innerhalb dieser Zeitspanne das **versicherte Ereignis** eintritt, wird dadurch der **Leistungsfall** ausgelöst, und der VN hat Anspruch auf die vereinbarte, garantierte Leistung.

Die seitens des VU zugesagte **versicherte Leistung** kann entweder aus einer einmaligen Zahlung bestehen, der sogenannten **Versicherungssumme**, oder aber aus einer Serie regelmäßig wiederkehrender Zahlungen, welche als **Rente** bezeichnet wird. Während die Versicherungssumme nach einmaliger Überprüfung der Voraussetzungen zeitnah fällig wird, ist die Auszahlung einer Rentenleistung üblicherweise an das dauerhafte und wiederholt zu überprüfende Vorliegen der Voraussetzungen geknüpft (z.B. die VP lebt oder ist berufsuntfähig). Die Zeitspanne, innerhalb welcher die Renten gezahlt werden, wird **Leistungsdauer** der Rentenzahlung oder auch **Rentenbezugsdauer** genannt. Die Versicherung befindet sich dann in der **fälligen Zeit** bzw. im **Rentenbezug** und wird als **leistungspflichtig** bezeichnet. Solange keine Leistung fällig ist, befindet sich die Versicherung in der **Anwartschaft**, und ihr Status wird als **anwartschaftlich** bezeichnet.

Für den vom VU gewährten Schutz zahlt der VN ein Entgelt, welches als **Prämie**, synonym auch **Beitrag**, bezeichnet wird. Der Zeitraum, währenddessen der VN Prämien zahlt, wird **Prämienzahlungsdauer** genannt. Hinsichtlich der Beitragszahlung unterscheidet man zwischen der Zahlung einer **Einmalprämie** zu Beginn der Versicherung oder der Zahlung einer **laufenden Prämie**. Werden laufende Prämien gezahlt, kann die Dauer der Prämienzahlung entweder mit der Versicherungsdauer übereinstimmen oder sie kann gegenüber dieser abgekürzt sein. Letzteres heißt dann **abgekürzte Prämienzahlungsdauer**.

Befindet sich eine Versicherung innerhalb der Prämienzahlungsdauer, so ist der Vertrag **beitragspflichtig**, andernfalls nennt man ihn **beitragsfrei**. Wünscht der VN vor dem Ablauf der vereinbarten Prämienzahlungsdauer die Einstellung der Beitragszahlung (bei gleichzeitiger Anpassung der Versicherungsleistungen), wird dieser Vorgang als **Beitragsfreistellung** bezeichnet, und der Vertrag ist ab diesem Zeitpunkt **unplanmäßig (bzw. vorzeitig) beitragsfrei**. Läuft die (abgekürzte) Prämienzahlungsdauer regulär ab, so ist die Versicherung anschließend **planmäßig (bzw. tariflich) beitragsfrei**.

Im Kontext regelmäßig wiederkehrender Zahlungen taucht häufig der Begriff **Zahlungsabschnitt** oder auch **Zahlungsperiode** auf. Hierbei handelt es sich um den Zeitraum, für den die entsprechende Zahlung getätigt wird. Üblich ist ein Zahlungsabschnitt von einem Jahr, es können aber auch kürzere Zeiträume von einem halben oder Vierteljahr bzw. von einem Monat

festgelegt werden. Die Länge des Zahlungsabschnitts impliziert den Begriff der **Zahl(ungs)weise**, bei welchem man zwischen **jährlicher Zahlweise** und **unterjährlicher Zahlweise** differenziert. Im Unterschied zur jährlichen Zahlweise erfolgt die Zahlung – bspw. von Prämien oder (Renten-)Leistungen – bei unterjährlicher Zahlweise gleichmäßig aufgeteilt auf mehrere Zeitpunkte während eines Jahres, i.d.R. halbjährlich, vierteljährlich oder monatlich.

Sowohl hinsichtlich der Prämien- als auch Rentenzahlung wird unterschieden, ob die Zahlungen zu Beginn oder zum Ende des Zahlungsabschnitts erfolgen. Finden die Zahlungen jeweils am Anfang statt, so werden sie **vorschüssig** geleistet. Zahlungen im Nachhinein, d.h. jeweils am Ende des Zahlungsabschnitts, nennt man **nachschüssig**. Prämien werden (zumindest kalkulatorisch) ausnahmslos vorschüssig gezahlt. Rentenzahlungen können vor- oder nachschüssig erfolgen, wobei (in der Kalkulation) fast immer von vorschüssiger Zahlweise ausgegangen wird.

### 3.3 Historische Entwicklung und aktuelle Bedeutung

Ein kurzer Blick in die Historie zeigt, dass sich bereits im antiken Rom Vorläufer der heutigen Lebensversicherung wiederfinden. Dort gab es sogenannte **Beerdigungsvereine** (heute würde man Sterbekasse dazu sagen), welche bei Tod eines ihrer Mitglieder die Kosten für dessen Bestattung übernahmen (vgl. *Ortmann (2015)*) und somit einen gewissen Absicherungs- oder Solidaritätsgedanken trugen.

Lebensversicherungen haben durchaus Charakterzüge einer Wette. Die eine Partei wettet, dass sie selbst (oder eine weitere, dritte Person) einen bestimmten Zeitpunkt erlebt, und die andere Partei hält dagegen. Erlebt die besagte Person den vereinbarten Zeitpunkt, so muss die zweite Partei der ersten Partei einen vorab festgelegten Betrag zahlen. Der Wetteinsatz wird Prämie genannt. Das soeben beschriebene Prozedere trat in ähnlicher Form im 18. Jahrhundert in England in Gestalt der **Wett-Versicherung** auf.

Doch lassen sich nicht nur Vorläufer von Risikolebensversicherungen ausmachen. Im 17. Jahrhundert trat mit der **Tontine** ein früher Vorläufer der Rentenversicherung in Erscheinung. Hierbei zahlten die „Teilnehmer“ Geld an einen „Veranstalter“. Im Gegenzug verpflichtete sich dieser, die eingezahlte Summe zu bestimmten Zeiten an die dann jeweils noch lebenden Teilnehmer wieder auszuzahlen. Tontinen sind dem Wesen nach jedoch keine Versicherungen, weil nicht der Veranstalter (= VU), sondern die Teilnehmer (= VN) selbst das Sterblichkeitsrisiko tragen, jedoch lässt sich der Aspekt des Risikoausgleichs im Kollektiv bereits erkennen.

Man sieht, dass in der „Frühzeit“ der Lebensversicherung durchaus Verträge abgeschlossen wurden, welche Leistungen bei Tod oder Erleben von bestimmten Personen vorsahen. Die Kalkulation der Prämie geschah jedoch noch nicht auf systematischer Basis. Im Jahre 1762 wurde in London die erste Lebensversicherungsgesellschaft gegründet, welche erstmals nach versicherungsmathematischen Prinzipien kalkulierte Prämien erhob.

Der erste Lebensversicherer in Deutschland war die von dem Kaufmann Ernst-Wilhelm Arnoldi im Jahre 1827 gegründete Gothaer Lebensversicherungsbank. In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurde in Deutschland dann die Sozialversicherung etabliert. Diese gesellschaftlich bedeutsame Errungenschaft begründete mit dem sechsten Buch des Sozialgesetzbuchs auch die Einführung einer **Gesetzlichen Rentenversicherung** (kurz: **GRV**), welche der Sicherung eines Alterseinkommens dient. Die GRV basiert auf dem **Generationenvertrag**, welcher besagt, dass die jeweils aktive, arbeitende Generation die Altersrenten der im Ruhestand befindlichen Generation bezahlt. Grundsätzlich wird die GRV durch das **Umlageverfahren** finanziert, indem die eingehenden Beiträge der arbeitenden Bevölkerung unmittelbar an die Ruheständler ausgezahlt werden. Bei Einführung und auch lange Zeit danach funktionierte dieses System zunächst gut. Seit Bestehen der GRV ist jedoch das Verhältnis der Anzahl der Personen, die Beiträge in das System einzahlen („Rentenzahler“), zur Anzahl derjenigen Personen, die Leistungen aus dem System beziehen („Rentenempfänger“), gekippt.

Die Bevölkerungsstruktur verschiebt sich immer weiter von einer Pyramide zu einer pilzförmigen Altersstruktur. Die unter dem Begriff des **demografischen Wandels** sich verändernde Zusammensetzung der Bevölkerung basiert auf mehreren Faktoren. So führen bspw. längere Ausbildungszeiten und sinkende Geburtenraten zu einer sinkenden Anzahl an Rentenzahlern. Verbesserungen der Nahrung sowie der hygienischen und medizinischen Verhältnisse führen gleichzeitig zu einer ansteigenden Zahl älterer, immer länger lebender Rentenbezieher. Dies hat zur Folge, dass entweder die Beiträge zur GRV immer weiter steigen oder die gesetzlichen Renten sinken. Eine hohe Arbeitslosigkeit verschärft den Effekt fehlender Rentenzahler zusätzlich.

Das Umlageverfahren erscheint heute nicht mehr adäquat bzw. nicht mehr in der Lage, die soziale Absicherung der GRV zu gewährleisten. Deshalb wird die GRV neben steuerlichen Zuschüssen (Bundeszuschuss) seit Beginn der 2000er-Jahre durch ergänzende Maßnahmen flankiert. Neben Leistungskürzungen wurden auch zusätzliche Versorgungssysteme, die nach dem **Kapitaldeckungsverfahren** arbeiten, eingeführt. Die Politik stellt hierbei auf die eigene Vorsorge ab, indem jeder entsprechend seiner finanziellen Möglichkeiten zusätzliche Versicherungen abschließt, welche die im Alter entstehende **Versorgungslücke** schließen oder zumindest verringern sollen.

Lange Zeit war vom **Drei-Säulen-Modell** der Altersversorgung die Rede, nach welchem bildlich gesprochen das „Haus der Altersversorgung“ auf den drei Säulen GRV, betriebliche Altersversorgung und privates Vermögen gebaut ist. Diese Klassifizierung nach dem Versorgungsträger wurde im Jahr 2005 sprachlich und inhaltlich durch das **Drei-Schichten-Modell** abgelöst, welches eine Klassifizierung nach der steuerlichen Behandlung darstellt. Außerdem empfand man es als bildlich unpassend, wenn eine der Säulen fehlte und das „Haus“ deshalb in eine Schiefelage geriet oder gar drohte einzustürzen. Zurzeit unterscheidet man drei **Versorgungsschichten** (wobei hier nicht auf die steuerlichen Aspekte eingegangen wird):

- Schicht 1: Basisversorgung, d.h. Gesetzliche Rentenversicherung und der GRV ähnliche Versicherungen (Rürup-Rente)
- Schicht 2: Betriebliche Altersversorgung (kurz: bAV), Riester-Rente
- Schicht 3: Private Altersversorgung (kurz: pAV).

Da die Begrifflichkeiten insbesondere im Kontext der Gesetzgebung auftreten, sei abschließend erwähnt, dass für die bAV fünf **Durchführungswege** existieren, d.h. fünf Formen oder Vehikel, wie eine bAV gewährt bzw. aufgebaut werden kann:

- Direktversicherung
- Pensionskasse
- Pensionsfonds
- Direktzusage (Pensionszusage)
- Unterstützungskasse.

Für ausführliche Details zu diesem Themenkomplex sei bspw. auf *Buttler (2012)* verwiesen.

Aufgrund der vorangehend beschriebenen Probleme der sozialen Sicherungssysteme ist die politische Bedeutung der Lebensversicherung in den letzten Jahren kontinuierlich gewachsen. Ein Blick in *GDV (2016)* spiegelt auch die (finanz)wirtschaftliche Bedeutung der Lebensversicherung wider. Knapp die Hälfte aller Beitragseinnahmen der Versicherungsbranche entfielen im Jahr 2015 auf die Sparte Lebensversicherung. Die gebuchten Bruttobeiträge hatten ein Volumen von 92.662 Mio. EUR, und es wurden Leistungen in Höhe von 115.522 Mio. EUR (ohne Pensionskassen und Pensionsfonds) ausgezahlt. Insgesamt waren in 2015 ca. 91 Mio. Lebensversicherungsverträge aktiv, d.h., im Durchschnitt hatte jeder Bundesbürger mindestens einen Lebensversicherungsvertrag.