BestMasters

Alexandra Stillert

Allgemeine Relativitätstheorie und Schwarze Löcher

Eine Einführung für Lehramtsstudierende

Springer Spektrum

BestMasters

Mit **„BestMasters“** zeichnet Springer die besten Masterarbeiten aus, die an renommierten Hochschulen in Deutschland, Österreich und der Schweiz entstanden sind. Die mit Höchstnote ausgezeichneten Arbeiten wurden durch Gutachter zur Veröffentlichung empfohlen und behandeln aktuelle Themen aus unterschiedlichen Fachgebieten der Naturwissenschaften, Psychologie, Technik und Wirtschaftswissenschaften. Die Reihe wendet sich an Praktiker und Wissenschaftler gleichermaßen und soll insbesondere auch Nachwuchswissenschaftlern Orientierung geben.

Springer awards **“BestMasters”** to the best master’s theses which have been completed at renowned Universities in Germany, Austria, and Switzerland. The studies received highest marks and were recommended for publication by supervisors. They address current issues from various fields of research in natural sciences, psychology, technology, and economics. The series addresses practitioners as well as scientists and, in particular, offers guidance for early stage researchers.

Weitere Bände in der Reihe http://www.springer.com/series/13198

Alexandra Stillert

Allgemeine Relativitätstheorie und Schwarze Löcher

Eine Einführung für Lehramtsstudierende

Springer Spektrum

Alexandra Stillert
Fachbereich 08 – Institut für Kernphysik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz
Mainz, Deutschland

ISSN 2625-3577 ISSN 2625-3615 (electronic)
BestMasters
ISBN 978-3-658-25099-7 ISBN 978-3-658-25100-0 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-658-25100-0

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Danksagung

An dieser Stelle gilt mein Dank meiner Familie, insbesondere meinen Eltern und meiner Oma, die mir mein Studium ermöglicht und mich in allen Entscheidungen unterstützt haben. Insbesondere möchte ich meinem Opa an dieser Stelle danken, der meinen weiteren Werdegang leider nicht mehr miterleben kann, jedoch stets interessiert an meinem Studium war.

Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meinem ehemaligen Kommilitonen Andreas Bünning. Er hat mich während der ganzen Arbeit stets unterstützt hinsichtlich des Korrekturlesens und konnte mir bei Problemen mit Latex zur Seite stehen. Außerdem ermutigte er mich immer wieder, weiter zu machen, selbst wenn ich an manchen Stellen nicht weiter wusste.

Schließlich danke ich meinen Freunden Sabrina Geimer und Johannes Lhotzky, die für mich meine Studienzeit einmalig gemacht haben. Sei es durch die Praktika, die wir zusammen durchgeführt und betreut haben, oder die gemeinsamen Treffen außerhalb der Universität. Durch den ständigen Austausch ist eine Freundschaft entstanden, die auch nach dem Studium noch anhält.

Zum Schluss möchte ich den größten Dank aussprechen an Prof. Dr. Stefan Scherer, der mir nicht nur das Thema nahegelegt, sondern auch eine exzellente Betreuung geboten hat. Die regelmäßigen Treffen trugen dazu bei, dass ich kontinuierlich an der Arbeit geschrieben habe. Die intensiven Gespräche während der Betreuung sorgten dafür, dass einige Probleme behoben werden konnten sowie andere Schwierigkeiten entdeckt wurden. Besonders bedanken möchte ich mich auch hinsichtlich der Zeit, die sich Prof. Dr. Scherer für mich genommen hat, zumal die Treffen doch gerne mal länger dauerten als geplant. Auch Prof. Dr. Martin Reuter sei gedankt für die Zweitkorrektur sowie die Literaturempfehlung.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Einleitung

„In space, no one can hear you scream; and in a black hole, no one can see you disappear.“

Stephen Hawking

Am 14. März 2018 starb der britische Physiker Stephen Hawking,[1] der durch seine populärwissenschaftlichen Bücher die moderne Physik der Öffentlichkeit zugänglich machte. Sein Leben war geprägt von der Untersuchung Schwarzer Löcher und ihrer Eigenschaften. Dass die Schwarzen Löcher ein faszinierendes und gleichzeitig kein einfaches Gebiet in der Astrophysik sind, wird nicht nur durch den zweiten Satz im voranstehenden Zitat von Hawking deutlich, sondern auch durch seine Aussage

> „I used to think information was destroyed in black holes. This was my biggest blunder, or at least my biggest blunder in science.“[2]

Sinngemäß bringt Hawking hier zum Ausdruck, dass die Theorie zu Schwarzen Löchern noch nicht vollständig erforscht ist und viele Fragen weiterhin noch offen bleiben. Auch er hat zwischenzeitlich Ansichten verwerfen müssen. Dass sich Hawking überhaupt mit der Theorie Schwarzer Löcher beschäftigen konnte, verdankte er Albert Einstein mit seiner Allgemeinen Relativitätstheorie, kurz ART, die erstmals im November 1915 veröffentlicht wurde. Wie weitreichend die Arbeiten zur ART sein würden, konnte sich wohl auch Einstein selbst nicht ausmalen. Die Allgemeine Relativitätstheorie bildet die theoretische Grundlage vieler Forschungsgebiete in der Astrophysik.

Die vorliegende Masterarbeit richtet sich an Lehramtskandidaten und Lehrer, die bereits Kenntnisse in Physik und Mathematik erworben haben. Die Vorlesungen zur Theoretischen Physik für Lehrämtler werden vorausgesetzt, sodass sich der Leser zumindest mit der Newton'schen Gravitationstheorie und der Speziellen Relativitätstheorie, kurz SRT, bereits befasst haben sollte. Auch die nötigen mathematischen Hilfsmittel, die im Rahmen

[1] Sein Zitat entstammt Hawking (2016) [16], S. 14.
[2] Siehe Smith (2016) [31], S. 118.

A. Stillert, *Allgemeine Relativitätstheorie und Schwarze Löcher*, BestMasters,
https://doi.org/10.1007/978-3-658-25100-0_1

der Newton'schen Gravitationstheorie und der Speziellen Relativitätstheorie erforderlich sind, werden als bekannt vorausgesetzt. Weitergehende mathematische Rechenfertigkeiten, die für ein besseres Verständnis unerlässlich sind, werden an gegebener Stelle in einem eigenen Kapitel behandelt. Auf eine vertiefende mathematische Darstellung wird jedoch verzichtet, da sie den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Zum besseren Verständnis sind Zwischenschritte in einzelnen Rechnungen aufgeführt. Rechnungen, die den Lesefluss zu stark unterbrechen würden, sind entweder kenntlich im Anhang aufgeführt oder es wird auf die entsprechende Literatur verwiesen.

Ziel dieser Arbeit ist es, eine Einführung in das Thema Schwarze Löcher zu geben. Auch wenn die Newton'sche Gravitationstheorie sowie die Spezielle Relativitätstheorie vorausgesetzt werden, sollen sie zu Beginn der Arbeit noch einmal zusammenfassend dargestellt werden, um den Werdegang zur Allgemeinen Relativitätstheorie darzulegen. Nach der Klärung mathematischer Grundlagen, in denen wir den Riemann-Raum als mathematische Beschreibung von gekrümmten Räumen einführen werden, wird schließlich die Allgemeine Relativitätstheorie behandelt. Wir beginnen mit dem grundlegenden Kovarianzprinzip und stellen dann die Einstein'schen Feldgleichungen für Vakuum und Materie vor. Dargestellt werden schließlich noch die Struktur und Eigenschaften der Feldgleichungen. Wir runden dieses Kapitel mit den klassischen Tests ab, die Einsteins Theorie belegen.

Im zweiten Teil dieser Arbeit befassen wir uns mit der Theorie von Schwarzen Löchern als ein Anwendungsbeispiel der Allgemeinen Relativitätstheorie. Nach der Entstehung über einen Sternenkollaps lenken wir den Fokus zunächst auf starre Schwarze Löcher. Nachdem wir die Schwarzschild-Lösung als mathematische Beschreibung des kugelsymmetrischen Schwarzen Lochs und, mit ihrer Hilfe, den Ereignishorizont als eine wichtige Grenze behandelt haben, widmen wir uns der Frage, was bei einem Fall eines Astronauten in ein Schwarzes Loch passiert. Wir unterteilen den Fall in die Sichtweise eines außenstehendes Beobachters, der sich in einem ruhenden Raumschiff befindet, und in die des fallenden Astronauten selbst. Anschließend betrachten wir noch zwei alternative Darstellungen der Schwarzschild-Lösung und grenzen sie von der ursprünglichen Darstellung ab.

Im Anschluss befassen wir uns mit rotierenden Schwarzen Löchern als eine Erweiterung zu den starren Schwarzen Löchern. Als mathematische Beschreibung dient die Kerr-Metrik. Neben dem Ereignishorizont als wichtiges Merkmal erhalten wir die statische Grenze als eine weitere Eigenschaft, die rotierende Schwarze Löcher auszeichnet. Schließlich wird noch ein Einblick gegeben, wie Licht sich radial und tangential in einem rotierenden Schwarzen Loch bewegt. Da sich die Beschreibung von Bewegungen von Teilchen in rotierenden Schwarzen Löchern als mathematisch anspruchsvoll erweist, betrachten wir nur den Fall eines Astronauten vom Standpunkt eines außenstehenden Beobachters. Dies ist mit den bis dahin behandelten mathematischen Rechenfertigkeiten beschreibbar. Für die generelle Beschreibung von Bewegungen von Testteilchen wird das Konzept der Killing-Vektoren benötigt, was jedoch den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Abgerundet wird der zweite Teil von einer Diskussion der Kerr-Newman-Metrik, die die Ladung als drittes Merkmal der allgemeinsten Lösung Schwarzer Löcher beinhaltet.