

Andreas Müller

10 Dinge,
die Sie über
Gravitations-
wellen
wissen
wollen

Von
schwächsten
Signalen und
stärksten
Ereignissen

EBOOK INSIDE

 Springer

10 Dinge, die Sie über Gravitationswellen wissen wollen

EBOOK INSIDE

Die Zugangsinformationen zum eBook Inside finden Sie am Ende des Buchs.

Andreas Müller

10 Dinge, die Sie über Gravitationswellen wissen wollen

Von schwächsten Signalen und
stärksten Ereignissen

 Springer

Dr. Andreas Müller
Exzellenzcluster Universe
Technische Universität München
Boltzmannstraße 2
85748 Garching, Deutschland

ISBN 978-3-662-54408-2 ISBN 978-3-662-54409-9 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-54409-9

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland 2017

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung: Dr. Lisa Edelhäuser

Einbandabbildung: Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik (Hannover); Visualisierung: Dr. Wolfgang Kastaun; Simulation: Dr. Riccardo Ciolfi, Dr. Wolfgang Kastaun

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer ist Teil von Springer Nature

Die eingetragene Gesellschaft ist Springer-Verlag GmbH Deutschland

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Für Anja, die Liebe meines Lebens

Vorwort

Am 11. Februar 2016 war die Sensation perfekt. Wissenschaftler des LIGO-Teams gaben bekannt, dass sie mit zwei hochempfindlichen Laserinterferometern in den USA zum ersten Mal Gravitationswellen nachgewiesen hatten! Die eigentlichen Messungen gelangen schon am 14. September 2015. Aber danach wurden sie intensiv analysiert, um sich ganz sicher zu sein, dass es auch wirklich Gravitationswellen waren, die die Messapparaturen von LIGO erschütterten.

LIGO steht für Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory und meint zwei Laserinterferometer – im Prinzip eine L-förmige Laufstrecke, auf der Spiegel Licht hin und her rasen lassen –, mit denen Gravitationswellen nachgewiesen werden können, die aus den Tiefen des Alls kommen. Die Interferometer sind groß: Jede Seite der L-Form hat vier Kilometer Länge. Eines der Interferometer steht in Livingston (Louisiana, USA) und das andere in Hanford (Washington, USA). Gravitationswellen sind eine vollkommen neue Wellenform. Niemand Geringerer als Supergenie Albert Einstein hatte sie 1916, also vor rund 100 Jahren, vorhergesagt. Dass es Gravitationswellen geben muss, ist eine Konsequenz von Einsteins Allgemeiner Relativitätstheorie. Dabei handelt es sich um eine Theorie für die Gravitation, die mit hoher Genauigkeit die Schwerkraft der Erde, aber auch beispielsweise Schwarze Löcher, die großräumige Verteilung von Galaxien und die beschleunigte Ausdehnung des Universums beschreibt.

Gravitationswellen haben viel mit elektromagnetischen Wellen oder Schallwellen gemeinsam, und doch sind sie etwas ganz anderes. Zwar werden sie immer dann erzeugt, wenn Massen beschleunigt werden; weil die Gravitation jedoch die schwächste aller Naturkräfte ist, machen nur beschleunigte, kompakte Massen wie Neutronensterne, Schwarze Löcher oder Sternexplosionen merkliche Ausschläge der Wellen. Das am 14. September 2015 entdeckte Signal wird GW150914 genannt und bezeugt den katastrophalen Zusammenstoß von zwei Schwarzen Löchern. Kurz zuvor hatten sich die beiden ungefähr 30 Sonnenmassen schweren Raumzeitfallen in einem schwindelerregenden Tanz umkreist. Aus der Kollision ging ein noch größeres, neues

Schwarzes Loch hervor. Dabei wurde das gesamte Raum-Zeit-Kontinuum in der Umgebung heftig erschüttert und in Schwingungen versetzt. Ausgehend vom Verschmelzungsort rasten Gravitationswellen mit Lichtgeschwindigkeit durch den Kosmos und trafen eine gute Milliarde Jahre später die LIGO-Detektoren auf der Erde. Der Vorgang ähnelt dem Wellenphänomen, wenn man einen Stein in einen Teich wirft und sich kreisförmig Oberflächenwellen ausbreiten.

Die Bedeutung dieser Messungen für die Grundlagenforschung kann man nicht hoch genug einschätzen. Mit der Beobachtung von Gravitationswellen steht den Astronomen ein völlig neuer Informationsträger zur Verfügung. Mit elektromagnetischen Wellen können Astronomen kosmische Objekte sehen; jetzt können sie sie mithilfe von Gravitationswellen gewissermaßen „hören“. Doch Achtung, es gibt da ein paar entscheidende Unterschiede zwischen Gravitationswellen und z. B. Schallwellen. Sie sind schneller, und ein ganz anderes Medium schwingt bei ihnen. Doch die Analogie passt insofern hervorragend, weil Astronomen nun einen neuen „Sinn“ zur Verfügung haben, um die vielen faszinierenden Objekte unseres Universums wahrzunehmen.

Dieses Buch nimmt den Durchbruch in der Gravitationsforschung zum Anlass, um die Gravitationswellen, ihre Auswirkungen und Nachweismethoden sowie ihre kosmischen Quellen vorzustellen. Jedes Kapitel behandelt eine Schlüsselfrage zum Thema, die Sie sich bestimmt auch schon gestellt haben. In den Kapiteln kommen außerdem Experten in Interviews zu Wort, die einen Einblick in ihre aktuelle Forschung geben und schildern, wie sich ihre Sicht des Universums mit dem LIGO-Signal verändert hat.

Hier und da finden Sie in separaten Boxen Zusatzinformationen und mathematische Gleichungen. Damit können Sie so manche Erklärung rechnerisch nachvollziehen und u.a. die Gravitationswellenstärke Ihrer Lieblingsquelle bestimmen. Sehen Sie das als Serviceleistung eines Theoretikers, die besonders interessant ist für Lehrerinnen und Lehrer sowie alle, die es etwas genauer wissen wollen.

Gleich am Anfang gibt es noch eine Liste von Akronymen, die immer wieder im Text auftauchen. Am Ende finden Sie alle fett gedruckten Wörter im Glossar und einen sehr nützlichen Index.

Gravitationswellen sind echt faszinierend! Ich bin davon überzeugt, dass sie uns in den nächsten Jahren noch sehr beschäftigen und überraschen werden. Wir werden unser Universum von einer ganz anderen Seite kennenlernen und einiges Neues erfahren. Viel Spaß beim Lesen!

Danksagung

Ein ganz besonderes, herzliches Dankeschön geht an meine Interviewpartner, die mit ihrer Expertise, ihrem Rat und ganz persönlichen Perspektive dieses Buch sehr bereichern haben: Prof. Dr. Bruce Allen (Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik, Hannover), Prof. Dr. Bernd Brügmann (Friedrich-Schiller-Universität Jena), Dr. Marco Drago (Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik, Hannover), Prof. Dr. Michael Kramer (Max-Planck-Institut für Radioastronomie, Bonn), Prof. Dr. Harald Lesch (Ludwig Maximilians-Universität München), Prof. Dr. Ewald Müller (Max-Planck-Institut für Astrophysik, Garching), Prof. Dr. Gerhard Schäfer (Friedrich-Schiller-Universität Jena), Prof. Dr. Rainer Weiss (Massachusetts Institute of Technology, USA) und Prof. Dr. Benno Willke (Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik, Hannover). Danke auch an meinen Sohn Pascal, der mich bei der Aufzeichnung der Interviews unterstützt hat.

Ich danke weiterhin den Kolleginnen und Kollegen der LIGO-Virgo-Kollaboration und vom Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik (Albert-Einstein-Institut) in Hannover und Golm, die ihre Forschung in Publikationen und auf Websites darstellen und der Öffentlichkeit zur Verfügung stellen. Insbesondere danke ich den AEI-Kollegen Dr. Benjamin Knispel und Dr. Elke Müller. Ebenfalls vielen Dank an Dr. Wolfgang Kastaun (Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik, Hannover), der mir die Gravitationswellen von zwei verschmelzenden Neutronensternen als Titelbild für das Buch zur Verfügung gestellt hat.

Schließlich danke ich meinen Kolleginnen und Kollegen am Exzellenzcluster Universe der Technischen Universität München und der Ludwig-Maximilians-Universität München, die mir so manche Frage beantwortet haben. Hier geht ein spezieller Dank an Prof. Dr. Hans-Thomas Janka (Max-Planck-Institut für Astrophysik, Garching).

Last but not least danke ich dem Verlag Springer Spektrum für die tatkräftige Unterstützung bei der Herstellung dieses Werks. Hier geht ein spezielles Dankeschön an Dr. Lisa Edelhäuser, Anja Groth und Regine Zimmerchied.

Akronyme

adV	<i>advanced</i> Virgo, der Nachfolger von →Virgo
AEI	<i>Albert-Einstein-Institut</i> der Max-Planck-Gesellschaft, besser gesagt das Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik genannt. Dazu gehören zwei Einrichtungen: das AEI in Hannover, das →GEO600 betreut und den Schwerpunkt auf experimenteller Gravitationswellenforschung und Datenanalyse hat, und das AEI in Golm bei Potsdam, wo vor allem in den Bereichen theoretische Gravitationsphysik, Simulationen, Relativitätstheorie und Stringtheorie geforscht wird.
aLIGO	<i>advanced</i> LIGO. So wurde →LIGO ab 2015 genannt, nachdem die Empfindlichkeit deutlich erhöht wurde.
ART	Allgemeine Relativitätstheorie
BBO	<i>Big Bang Observer</i> , ein geplantes, weltraumgestütztes Gravitationswellen-Laserinterferometer
BICEP	<i>Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization</i> , ein Teleskop am Südpol, das zur Beobachtung der kosmischen Hintergrundstrahlung im Mikrowellenbereich eingesetzt wird
DFG	<i>Deutsche Forschungsgemeinschaft</i> , die deutsche Einrichtung zur nationalen Förderung der Wissenschaft und Forschung
eLISA	<i>evolved Laser Interferometer Gravitational Wave Space Antenna</i> , ein geplantes, weltraumgestütztes Gravitationswellen-Laserinterferometers der →ESA
EPTA	<i>European Pulsar Timing Array</i> , ein europäisches Netzwerk aus Radioteleskopen, um die →PTA-Verfahren einzusetzen
ESA	<i>European Space Agency</i> , die Europäische Weltraumorganisation
ET	<i>Einstein-Teleskop</i> , von europäischen Partnern geplantes, unterirdisches Gravitationswellen-Laserinterferometer mit Dreiecksform
GEO600	Deutsches Gravitationswellen-Laserinterferometer in Ruthe bei Hannover mit 600 Metern Armlänge, betreut vom →AEI
GW	Gravitationswelle

ISCO	Innerste, stabile Kreisbahn (<i>innermost stable circular orbit</i>) um ein Schwarzes Loch
IPTA	<i>International Pulsar Timing Array</i> , ein internationales Netzwerk aus Radioteleskopen, um die \rightarrow PTA-Verfahren einzusetzen
KAGRA	<i>Kamioka Gravitational Wave Detector</i> , ein unterirdisches Gravitationswellen-Laserinterferometer in Japan
LIGO	<i>Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory</i> , zwei Gravitationswellen-Laserinterferometer in den USA
LIGO CE	<i>Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory Cosmic Explorer</i> , eine geplante Ausbaustufe des Gravitationswellen-Laserinterferometer \rightarrow LIGO mit 40 Kilometern Armlänge
LISA	Jetzt \rightarrow eLISA.
LMU	<i>Ludwig-Maximilians-Universität</i> in München
LZH	<i>Laserzentrum Hannover</i> kooperiert eng mit dem \rightarrow AEI der Max-Planck-Gesellschaft und der LIGO-Virgo-Kollaboration.
LVT	<i>LIGO-Virgo Trigger</i> , eine Abkürzung zur Bezeichnung des dritten Ereignisses, das von \rightarrow LIGO gemessen wurde und das weniger signifikant war
MIT	<i>Massachusetts Institute of Technology</i> , eine große US-amerikanische Forschungsinstitution
MPA	<i>Max-Planck-Institut für Astrophysik</i> in Garching
MPIfR	<i>Max-Planck-Institut für Radioastronomie</i> in Bonn
MTW	Nach den Autoren <i>Misner, Thorne</i> und <i>Wheeler</i> bezeichnetes Standardlehrbuch zur Gravitation und \rightarrow ART [87]
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i> , die US-amerikanische Weltraumorganisation
NSF	<i>National Science Foundation</i> , US-amerikanische Einrichtung zur nationalen Förderung von Bildung, Wissenschaft und Forschung
PN	<i>Post-Newton'sche</i> Methode, ein Näherungsverfahren in der numerischen Relativitätstheorie
PPTA	<i>Parkes Pulsar Timing Array</i> , ein australisches Netzwerk aus Radioteleskopen, um die \rightarrow PTA-Verfahren einzusetzen
PSR	<i>Pulsating Source of Radio emission</i> , eine Bezeichnung für Pulsare, insbesondere in Quellenkatalogen, gefolgt von einem Buchstaben (J oder B) für die Beobachtungsepoche und einer Zahlenfolge für die Position am Himmel
PTA	<i>Pulsar Timing Array</i> , eine Methode zur Messung von Gravitationswellen mit einem Netzwerk aus Pulsaren, also blinkenden Neutronensternen. Die Ankunftszeiten der Pulsarstrahlung werden durch die Welle aus dem Takt gebracht.
SKA	<i>Square Kilometre Array</i> , ein interkontinentaler Verbund aus Tausenden Radioteleskopen in Südafrika, Australien und Neuseeland; erste Ergebnisse ab 2020.
SRT	Spezielle Relativitätstheorie

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	vii
Danksagung	ix
Akronyme	xi
1 Was sind Gravitationswellen?	1
1.1 Was ist überhaupt eine Welle?	1
1.2 Gravitation + Welle = Gravitationswelle	5
1.3 Einsteins Gravitationswellenformel	11
2 Wie wirken Gravitationswellen auf mich und Materie?	17
2.1 Kann eine Gravitationswelle zum Schwarzen Loch kollabieren, Herr Schäfer?	17
2.2 Schall und elektromagnetische Wellen	21
2.3 Verformter Ring aus Testmassen	23
2.4 Die Gravitationswelle und ich	25
3 Wie kann man Gravitationswellen messen?	27
3.1 Wie quetschen Sie Licht, Herr Willke?	27
3.2 Webers Resonanzdetektor	32
3.3 Das Michelson-Interferometer	34
3.4 Was ist ein Laser?	38
3.5 Laserpower von LIGO und GEO600	40
3.6 Noch mehr Tricks im Interferometer	44
3.7 LIGOs Optik	45
3.8 Gedämpfte Spiegel	47
3.9 Nichts in der Röhre	49
3.10 Der Trick höchster Präzision	51

- 4 Warum ist es so schwierig, Gravitationswellen zu messen? 53**
 - 4.1 Hätten Sie jemals an so einen Durchbruch geglaubt, Herr Weiss? 54
 - 4.2 Das unmögliche Gravitationswellenexperiment 59
 - 4.3 Viel Rauschen, kein Lauschen 62
 - 4.4 Die Instrumente der Gravitationswellenjäger 64
 - 4.5 Gravitationswellendetektoren der nächsten Generation 70

- 5 Welche kosmischen Quellen geben Gravitationswellen ab? 75**
 - 5.1 Welchen Lieblingsstern würden Sie gerne explodieren lassen, Herr Müller? 75
 - 5.2 Paradebeispiel Doppelstern 81
 - 5.3 Gravitationswellengruß aus dem Sonnensystem 86
 - 5.4 Weiße Zwerge – echte Brummer! 88
 - 5.5 Tanz der Neutronensterne 95
 - 5.6 Raumzeitexplosionen Schwarzer Löcher 100
 - 5.7 Die Schreie der Sternexplosionen 110
 - 5.8 Übersicht kosmischer Quellen 118

- 6 Wie wurden Gravitationswellen indirekt mit Pulsaren gemessen? 121**
 - 6.1 Was hat die Radioastronomie mit Gravitationswellen zu tun, Herr Kramer? 122
 - 6.2 Was ist ein Pulsar? 125
 - 6.3 Durchbruch mit dem Hulse-Taylor-Pulsar 128
 - 6.4 Gravitationswellenjagd mit Pulsaren: Pulsar Timing Arrays .. 138

- 7 Wie werden Gravitationswellen mit Computern berechnet? 145**
 - 7.1 Wie viele Gravitationswellen stecken in Ihrem Computer, Herr Brüggmann? 146
 - 7.2 Einsteins Vorstoß: Wellenlösungen seiner Feldgleichung 153
 - 7.3 Geballte Computerpower 154
 - 7.4 Computersimulationen kollidierender Schwarzer Löcher 157
 - 7.5 Die harten Nüsse der numerischen Relativitätstheorie 159

- 8 Welche Gravitationswellensignale hat man bislang entdeckt? 165**
 - 8.1 Was fühlten Sie, als Sie die erste Gravitationswelle sahen, Herr Drago? 166
 - 8.2 Ein Tag im September 2015 170
 - 8.3 Die Pressekonferenz am 11. Februar 2016 173
 - 8.4 GW150914: So klingen Schwarze Löcher 174
 - 8.5 Von wo kam das Signal? 181
 - 8.6 GW151226: Die zweite Welle 185
 - 8.7 In memoriam: Ronald Drever 187

- 9 Warum will man Gravitationswellen überhaupt messen? .. 189**
 - 9.1 Was geht Ihnen bei diesem Wellensalat durch den Kopf, Herr Lesch?..... 189
 - 9.2 Geschlossene Fenster 194
 - 9.3 Ein Plädoyer für die Grundlagenforschung 198
 - 9.4 Ein Tor zum Kosmos der Gravitationswellen 199

- 10 Was wird man Neues mit Gravitationswellen entdecken können? 201**
 - 10.1 Gibt es noch ungelöste Fragen bei den Gravitationswellen, Herr Allen? 201
 - 10.2 Die letzten Geheimnisse der Schwarzen Löcher 207
 - 10.3 Jenseits von Einsteins Gravitation 211
 - 10.4 Blick in die Neutronensterne 216
 - 10.5 Die Enthüllung des dunklen Kosmos 218
 - 10.6 Das ultimative Rätsel vom Anfang von allem..... 223

- Epilog 231**
- Glossar 237**
- Literatur..... 243**
- Index 249**

Kapitel 1

Was sind Gravitationswellen?

Zum Einstieg müssen wir erst einmal klären, was Gravitationswellen sind. Was haben sie mit Gravitation zu tun? Und warum bitte schön Welle? Wir werden feststellen, dass es kein Geringerer war als Albert Einstein, der vor fast genau 100 Jahren diese Wellenform entdeckt hat – in seiner ART. Es führt daher kein Weg daran vorbei, Einsteins größten Wurf etwas genauer zu betrachten. Ja, die Mathematik dieser Theorie ist schwierig, weil sie standardmäßig nicht zum Schulstoff, nicht einmal zum Physikstudium gehört. Aber wir betrachten hier nur die wesentlichen Konzepte und Grundaussagen. Das komplizierte Formelwerk finden Sie ja in Lehrbüchern. Um ein Gefühl für die mysteriöse Gravitationswelle zu bekommen, vergleichen wir sie mit den uns viel vertraueneren mechanischen Wellen. So fällt es uns leicht, die Grundbegriffe der Wellenphysik kennenzulernen, z. B. Amplitude, Frequenz, Periode, Wellenlänge, Wellengeschwindigkeit, Wellenenergie und Phase.

1.1 Was ist überhaupt eine Welle?

Wir fangen mit dem deutlich leichteren zweiten Wortbestandteil „Welle“ an. Woran denken Sie zuerst, wenn Sie das Wort „Welle“ hören? Wahrscheinlich an Meereswellen, vielleicht aber auch an Schallwellen, Radiowellen oder Lichtwellen. Solchen Wellenphänomenen begegnen wir im Alltag recht häufig, aber was passiert da eigentlich? Bei Wellen breitet sich eine Schwingung in Raum und Zeit aus. Dazu wird etwas benötigt, in dem die Welle auf und ab schwingt.

Das Seilexperiment Betrachten wir zwei Personen, die jeweils das Ende eines Seils festhalten (Abb. 1.1). Wenn eine Person mit einer ruckartigen Bewegung das Seil nach oben zieht, breitet sich der Ausschlag entlang des Seils zur anderen Person aus. Die sich fortpflanzende Störung ist ein einfaches Beispiel für eine mechanische Welle. Probieren Sie das Experiment einmal mit einem langen Kabel oder Tau aus. Es macht wirklich Spaß!

Wir können an diesem Beispiel schon viel über die Entstehung und die Eigenschaften von Wellen lernen. Die Welle breitet sich im Seil aus, weil es ein materieller Gegenstand ist, der sich von der einen bis zur anderen Person erstreckt. Das Seil besteht in seinem tiefsten Inneren aus miteinander verbundenen Molekülen und Atomen. Sie werden durch molekulare und atomare Kräfte zusammengehalten, lassen sich jedoch gegeneinander räumlich verschieben. Ein Schlag auf das Seil überträgt sich auf die Teilchen im Seil und bewirkt, dass sie den Stoß an den Nachbarn übertragen. Physikalisch gesprochen handelt es sich bei dem Seil und den Teilchen, aus denen es besteht, um eine Kopplung von schwingungsfähigen Grundbausteinen (Oszillatoren). Eine Welle benötigt immer solche gekoppelte Oszillatoren, die in ihrer Gesamtheit ein Medium darstellen, in dem sich die Welle ausbreitet.

Nun können die Seilwellen recht unterschiedlich aussehen. Bei einem schwachen Stoß ist die Welle klein; bei einem starken Ruck ist sie groß. Die Welleneigenschaft, um das zu charakterisieren, heißt Auslenkung oder **Amplitude** und entspricht dem Ausschlag der Welle senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Je heftiger das Seil von der Person ausgelenkt wird, umso höher ist die Amplitude.

Wenn das Seil nur einmal angeschlagen wird, breitet sich ein Wellenberg aus. Der Seilhalter kann in regelmäßiger Reihenfolge mehrere Schläge in schneller Folge auf das Seil geben. Dann sind mehrere Wellenberge auf dem Seil unterwegs. Je mehr Wellenberge auf dem Seil sind, umso höher ist die **Frequenz** der Welle. Man könnte auch sagen, dass die Frequenz angibt, wie viele Wel-



Abbildung 1.1 Ich halte hier ein Seil fest. Glauben Sie mir, rechts steht noch eine Person. Gibt eine Person einen Schlag auf das Seil, bildet sich ein Wellenberg aus. Der Wellenberg hat eine gewisse Höhe und breitet sich mit einer für das Seil charakteristischen Wellengeschwindigkeit zur anderen Person aus. (Quelle: YouTube-Kanal *Urknall, Weltall und das Leben*, Beitrag: Gravitationswellen (2/3), [96])

lenberge pro Sekunde an einer bestimmten Stelle vorbeilaufen. Sie hat die Dimension einer inversen Zeit („eins durch Zeit“). Die entsprechende Einheit „eins durch Sekunde“ hat einen eigenen Namen bekommen und heißt Hertz ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$), zu Ehren des deutschen Physikers Heinrich Hertz (1857–1894). Er war Pionier der elektromagnetischen Wellen. Mit der **Periode** meint man die Zeitdauer in Sekunden (s), die man mindestens warten muss, bis an derselben Stelle des Seils wieder derselbe Wellenberg auftritt.

Weiterhin breitet sich die Welle im Seil mit einer bestimmten Geschwindigkeit aus. Man kann experimentell zeigen, dass diese Geschwindigkeit unabhängig vom Ausschlag und vielmehr abhängig von den Materialeigenschaften des Seils ist. Diese Eigenschaft heißt *Wellengeschwindigkeit*. Sie hat die Dimension einer Länge pro Zeit. Verwendet man in unserem Experiment Seile unterschiedlicher Dicke (z. B. ein Kabel im Vergleich zu einem Tau), wird man bemerken, dass die Dicke die Geschwindigkeit der Welle beeinflusst. Je dicker das Seil, umso langsamer ist die Welle. Anschaulich ist klar, woran das liegt: Bei einem dicken Seil befinden sich im Querschnitt viele Massenbausteine. Da sie alle beschleunigt werden müssen, verlangsamt das die Welle.

Alternativ zur Frequenz kann man auch die **Wellenlänge** angeben. Sie ist definiert als minimaler, räumlicher Abstand zwischen zwei identischen Schwingungszuständen (z. B. Wellenberge oder Wellentäler) und hat daher die Dimension einer Länge. Bei bekannter Wellengeschwindigkeit folgt die Wellenlänge (Einheit m) einer gegebenen Frequenz, indem man die Wellengeschwindigkeit (Einheit m/s) durch die Frequenz (Einheit s^{-1}) teilt.

Wellen mathematisch In der Schulmathematik werden im Rahmen der trigonometrischen Funktionen die Sinusfunktion $\sin(x)$ und die Kosinusfunktion $\cos(x)$ behandelt. Sie beschreiben elementare Schwingungen und Wellen und sind streng periodisch. Die x -Werte sind Winkel im Winkel- oder Bogenmaß. Im Winkelmaß haben sowohl Sinus als auch Kosinus eine Periode von 360° ; und im Bogenmaß beträgt sie 2π . Sinus und Kosinus sind wellenförmige Funktionen, deren Funktionswerte (y -Werte) zwischen $+1$ und -1 variieren. Um beliebige Ausschläge der durch Sinus und Kosinus beschriebenen Wellen zu bekommen, müssen wir die Funktion einfach nur mit der Amplitude A malnehmen.

Beliebige Wellen haben die angenehme Eigenschaft, das man sie *immer* auf solche elementare Wellen wie Sinus und Kosinus zurückführen kann. Das ist der Inhalt des *Fourier-Theorems*, das nach dem Mathematiker und Physiker Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768–1830) benannt wurde. Selbst recht komplizierte Muster, die nicht einmal periodisch sind, lassen sich auf streng periodische Funktionen wie Sinus und Kosinus zurückführen. Man kann elementare Wellen verschiedener Amplituden und Frequenzen so überlagern, dass sie eine beliebige Welle beschreiben. Dieses Überlagerungsprinzip heißt in der Physik *Superposition*.

Wo aber stecken Frequenz, Wellenlänge oder Wellenzahl bei der mathematischen Beschreibung von Wellen? Sie sind in den dimensionslosen Argumenten von Sinus und Kosinus, also das, was hinter Sinus bzw. Kosinus in

Klammern steht. Physiker nennen das Argument die **Phase**. Normalerweise steht im Argument von Sinus und Kosinus ein Winkel. Bei einer Schwingung, die sich in Raum und Zeit ändert, wird er ersetzt durch einen Ausdruck, der von Raum und Zeit abhängt. Damit das Argument dimensionslos wird, brauchen wir Wellenzahl und Frequenz.

Zurück zum Seilexperiment Weiterhin wird man im Experiment mit einem sehr langen Seil feststellen, dass der Ausschlag der Welle immer mehr abnimmt, je weiter sich die Welle vom Ausgangsort entfernt hat. Bei der mechanischen Verformung des Seils durch die Welle gibt es Reibungseffekte, die zu Verlusten der Wellenenergie führen. Sie ist deshalb weiter entfernt vom Ausgangsort nicht mehr so stark, d.h., die Amplitude verringert sich. Jede Welle hat ein charakteristisches Abklingverhalten, das vor allem vom Schwingungsmedium abhängt – wie wir sehen werden. Hier kann man bereits auf eine wichtige Anwendung in der Praxis der Wellenphysik kommen: Versteht man dieses Abklingverhalten der betrachteten Welle sehr gut, so lässt sich aus einer gemessenen Auslenkung an einem beliebigen Ort und der Kenntnis der Auslenkung am Ursprungsort die Entfernung zur Quelle bestimmen!

Noch etwas fällt auf, wenn wir uns die Schwingung in dem Seil genau anschauen: Die Welle breitet sich in Richtung des Seils aus, wohingegen die Auslenkung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung geschieht. Eine solche Wellenform heißt **Transversalwelle**. Sie transportiert die Schwingung ohne einen Materietransport, denn die Teilchen im Seil sind – nachdem die Welle durchgelaufen ist – noch an Ort und Stelle. Was ist eigentlich dann die Welle?

Darüber kann uns die zweite Person, die das Seil festhält, Auskunft geben. Wenn die Welle bei dieser Person ankommt, spürt sie einen Schlag auf die Hand, mit der das Seil festgehalten wird. Offenbar hat sich Bewegungsenergie durch das Seil fortgepflanzt und kam beim Empfänger an. Generell gilt tatsächlich: Eine Welle transportiert *Energie* von einem Ort zum anderen.

Es gibt auch Wellen, bei denen die Schwingung *in* Ausbreitungsrichtung stattfindet. Sie heißen **Longitudinalwellen**. Ein einfaches Beispiel sind Schallwellen in Luft. Wenn wir unsere Stimme benutzen, schubsen unsere Stimmbänder Luftteilchen an. Das Schubsen wird an den nächsten Nachbarn übertragen, und zwar so, dass der Schubser in dieselbe Richtung stattfindet, in die sich die Welle ausbreitet. So pflanzt sich die Schallwelle über viele Luftteilchen fort, bis sie das Trommelfell einer Person trifft. Die Person hört uns dann.

Eine Welle entsteht Wie genau wird nun die Welle erzeugt? Offenbar genügt Bewegung alleine nicht. Denn wenn die Person das Seil nur sehr langsam nach oben oder unten führt, gibt es keine Welle. Warum? Irgendetwas fehlt. In einer mehr laienhaften Beschreibung würden wir sagen, dass die Person, die die Seilwelle erzeugen will (der „Sender“), das Seil in kurzer Zeit heftig auslenken muss, also in Form eines ruckartigen Kraftstoßes. Das ist das Geheimnis der Wellenerzeugung: Wir brauchen eine *Beschleunigung*! Eine gleichförmig geradlinige Bewegung, also ein Bewegen des Seilendes mit einer konstanten Geschwindigkeit, erzeugt *keine* Welle.

Damit haben wir anhand einer mechanischen Seilwelle schon allerhand über das Wellenphänomen erfahren. Wir können nun Wellen charakterisieren, denn sie haben ein Ausbreitungsmedium, eine Amplitude, eine Frequenz, eine Periode, eine Wellenzahl, eine Wellengeschwindigkeit, ein Abklingverhalten, den Charakter einer Longitudinal- oder Transversalwelle. Sie transportieren Energie und entstehen bei Beschleunigungseffekten.

1.2 Gravitation + Welle = Gravitationswelle

Wenden wir uns nun dem ersten Wortbestandteil von „Gravitationswelle“ zu, nämlich der Gravitation. Das ist der bedeutend schwierigere Teil, um einem Verständnis von Gravitationswellen näher zu kommen.

Was ist Schwerkraft? Dazu müssen wir etwas weiter ausholen. Die Gravitation ist uns im Alltag sehr vertraut als Schwerkraft, die alles am Erdboden hält. Gegenstände, die wir loslassen, fallen durch die Schwerkraft nach unten. Wir sagen dann, dass sie von der Erde angezogen werden. Tatsächlich zieht ein fallender Gegenstand auch die Erde an. Der Erste, der das qualitativ und quantitativ sehr gut physikalisch beschrieben hat, war Sir Isaac Newton (1643–1727), ein englischer Physiker und Mathematiker. Deshalb spricht man auch von der *Newton'schen Gravitationsphysik*.

Newton machte sich etwas zunutze, was in der Physik ein weit verbreitetes, erfolgreiches Konzept ist: das **Feld**. Ein Feld dehnt sich unendlich im Raum aus und kann sich zeitlich ändern. Wir werden gleich verschiedene Feldtypen besprechen. Im Zusammenhang mit der Newton'schen Schwerkraft spricht man auch vom Gravitationsfeld. Jede Masse erzeugt ein im Prinzip unendlich ausgedehntes Gravitations- oder Schwerefeld im Raum. Bringt man in dieses Feld eine weitere Masse ein, so „spüren“ sich die Massen gegenseitig und ziehen sich durch die Gravitationskraft an. Diese Kraft ist umso größer, je größer die beteiligten Massen sind. Noch viel entscheidender ist der Abstand der beiden Massen: Sind sie sich nah, ziehen sie sich mehr an. Bei doppeltem Abstand ist die Gravitationskraft zwischen den Massen nur noch ein Viertel so groß. Die Newton'sche Kraft fällt mit dem Abstandsquadrat ab.

Ein Experimentalphysiker misst genau dieses Verhalten in einem Gravitationsexperiment mit zwei Massen. Die dabei auftretende Proportionalitätskonstante ist eine fundamentale Naturkonstante und heißt *Gravitationskonstante* G . Messungen zeigen, dass der Zahlenwert dieser Konstante sehr klein ist: $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Daraus folgt, dass die Gravitation eine sehr schwache Kraft ist. Auch das können wir aus unserer Alltagserfahrung bestätigen. Schon unsere Muskelkraft in den Beinen reicht aus, um mit einem Sprung nach oben die Schwerkraft der Erde zu überwinden – zumindest für einen kurzen Moment.

Die Raumzeit-Revolution Das Verständnis der Gravitation wurde im Jahr 1915 von Albert Einstein revolutioniert. Im November 1915 stellte

er in der Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin in mehreren Vorträgen seine Allgemeine Relativitätstheorie (ART) vor. 1916 folgte die Veröffentlichung dazu in den Annalen der Physik [52]. Herzstück der Theorie ist eine einzige Gleichung, die die Einstein'sche Feldgleichung genannt wird. Sie beschreibt alle Gravitationsphänomene im Universum – einen Dachziegel, der vom Hausdach fällt, und alle anderen Phänomene der irdischen Schwerkraft, aber auch den Zusammenhalt von Sternen, den Gravitationskollaps zu Schwarzen Löchern und sogar das expandierende Universum als Ganzes. Einstein entdeckte eine universelle Theorie, sozusagen die Weltformel der Gravitation. Damit einher ging eine vollkommen neue Sichtweise auf das Phänomen Gravitation. Denn das Konzept einer Schwerkraft wurde ersetzt durch das Konzept der gekrümmten **Raumzeit**. In der **Relativitätstheorie** haben wir es nämlich mit Raumzeitpunkten („Ereignissen“) zu tun. Sie alle zusammen bilden das Raum-Zeit-Kontinuum. Wie man das verbiegen kann, sehen wir gleich. Einsteins Feldgleichung der ART setzt die gekrümmte Raumzeit in Beziehung zu Massen und Energieformen. Um die Krümmungen zu beschreiben, musste Einstein bereits bekannte Elemente der Differenzialgeometrie benutzen, eine Disziplin, die – stark vereinfacht gesagt – gekrümmte Flächen in Räumen beschreibt¹. Der befreundete Mathematiker Marcel Grossmann half ihm dabei. Die Gleichung ist mathematisch ausgedrückt ein Satz von zehn gekoppelten, nichtlinearen, partiellen Differenzialgleichung. Das klingt genauso kompliziert, wie damit zu rechnen. Die damit zusammenhängende Mathematik gehört nicht zum Schulstoff.

Allerlei Felder Was hat sich nun eigentlich bei der Betrachtung der Schwerkraft in der neuen Einstein'schen Beschreibung geändert? Einstein spricht auch von einem Feld. Allerdings hat sich der Charakter des Felds verändert. Das Gravitationsfeld ist bei Einstein ein *Tensorfeld*. Jetzt habe ich Ihnen erst mal den Fachbegriff vor den Latz geknallt, aber wir können dieses komplizierte Wort recht anschaulich verstehen. Dazu betrachten wir in einer Gegenüberstellung gleich drei verschiedene Arten von Feldern, die jedes für sich einen komischen Namen hat: Skalarfeld, Vektorfeld und Tensorfeld.

Vermutlich befinden Sie sich gerade in einem angenehm temperierten Zimmer. Zunächst einmal können Sie Ihr Zimmer mit einem Koordinatensystem versehen. Legen Sie dazu eine beliebige Zimmerecke als Koordinatenursprung fest. Von dort ausgehend, können Sie jeden Raumpunkt im Zimmer mit drei Zahlen festlegen, nämlich Länge (x), Breite (y) und Höhe (z), die Sie vom Ursprung ausgehend messen. Nun können Sie weiterhin mit einem Thermometer in jedem Raumpunkt (x, y, z) des Zimmers die Temperatur messen. Die sich so ergebende räumliche Temperaturverteilung ist ein Beispiel für ein *Skalarfeld*, nämlich der Zuordnung einer Zahl (eines „Skalars“), in unserem Beispiel die Temperatur, zu jedem Raumpunkt. Man könnte es $T(x, y, z)$ nennen. In dem Zimmer gibt es zum Glück auch Luft, die Sie einatmen. Diese Luft bewegt sich – vielleicht kaum merklich, wenn der Raum geschlossen ist;

¹ An dieser Stelle sagt der Mathematiker: „Ts, Physiker!“

sicherlich spürbar, wenn zwei Fenster geöffnet sind oder wenn die Heizung an ist. Die Strömung der Luft können Sie charakterisieren, indem Sie jedem Raumpunkt eine Geschwindigkeit der Luft zuordnen. Die Geschwindigkeit hat nicht nur eine Größe (genauer: Betrag), sondern auch eine Richtung. Wir können uns die Gesamtheit der Luftströmungen im Zimmer als viele kleine Pfeile denken, die im Allgemeinen in verschiedene Richtungen zeigen. Die Pfeilrichtung gibt die Strömungsrichtung an und die Länge des Pfeils die Strömungsgeschwindigkeit. Solche Pfeile heißen in der Mathematik *Vektoren*. Deshalb ist die Luftströmung im Zimmer ein Beispiel für ein *Vektorfeld*, nennen wir es $\mathbf{v}(x, y, z)$. Während ein Skalarfeld jedem Raumpunkt (x, y, z) nur eine einzige Zahl zuordnet, werden jedem Raumpunkt bei einem Vektorfeld ein Betrag und eine Richtung zugeordnet. Das sind drei Zahlen, für jede der drei Raumrichtungen des Pfeils eine Zahl (die Länge des Pfeils, also sein Betrag, folgt aus diesen drei Zahlen aus zweimaliger Anwendung des Satzes des Pythagoras).

Natürlich wird es bei unserem dritten Fall, dem *Tensorfeld*, noch komplizierter. In der ART gibt es viele wichtige **Tensoren**, und die Gravitation wird durch ein Tensorfeld beschrieben. Hierbei wird jedem Raumpunkt (x, y, z) ein ganzer Satz von zehn Zahlen zugeordnet. Diese zehn Zahlen legen die Krümmungseigenschaften des Raumes, genauer gesagt der Raumzeit, fest. Die Krümmung verändert sich im Allgemeinen, wenn man einen Moment wartet, d.h. sie hängt auch von der Zeit t ab. Die Krümmungslandschaft variiert, wenn man von einem Raumzeitpunkt zu einem anderen wechselt. Das Tensorfeld wird in der ART geschrieben als $g_{\mu\nu}(t, x, y, z)$. Es ist der *metrische Tensor*, wobei jeder der Indizes μ und ν über die Zahlen 0, 1, 2, 3 läuft. Häufig bezieht sich die 0 auf die Zeitdimension und 1, 2, 3 auf die drei räumlichen Dimensionen Länge, Breite und Höhe.

Vielleicht zweifeln Sie gerade an sich, weil Sie keine Ahnung haben, wie Sie sich das anschaulich vorstellen sollen? Aber keine Sorge. Selbst die hartgesottesten theoretischen Physiker scheitern daran, sich ein vierdimensionales Raum-Zeit-Kontinuum vorzustellen. Wenn man die eine oder andere der vier Dimensionen Länge, Breite, Höhe und Zeit unter den Tisch fallen lässt, wird das schon einfacher. Wir schauen uns somit eine „Raumzeit light“ an, die eigentlich keine richtige Raumzeit ist, sondern ein zweidimensionaler Raum. Dieser wird von zwei Raumdimensionen, z. B. Länge und Breite, aufgespannt. Wir unterdrücken also die dritte Raumdimension („Höhe“) und vor allem die Zeitdimension. Zwei Beispiele für diesen 2D-Raum zeigt Abb. 1.2. Man kann diese Abbildung auch so auffassen, dass sie die Krümmungslandschaft² nur für einen Schnitt bei Höhe null und zu einem bestimmten festen Zeitpunkt wiedergibt. Bei einem 3D-Raum variiert entsprechend die Krümmung auch mit der Höhe (z). Sich das vorzustellen, ist schon etwas schwieriger.

² Zur unendlichen, *negativen* Krümmung $-\infty$ in der Trichtermitte: Der Krümmungsskalar der Schwarzschild-Metrik (Abschn. 5.6) geht eigentlich gegen $+\infty$. Diese Gravitationstrichter sind eben nur eine Hilfsvorstellung.

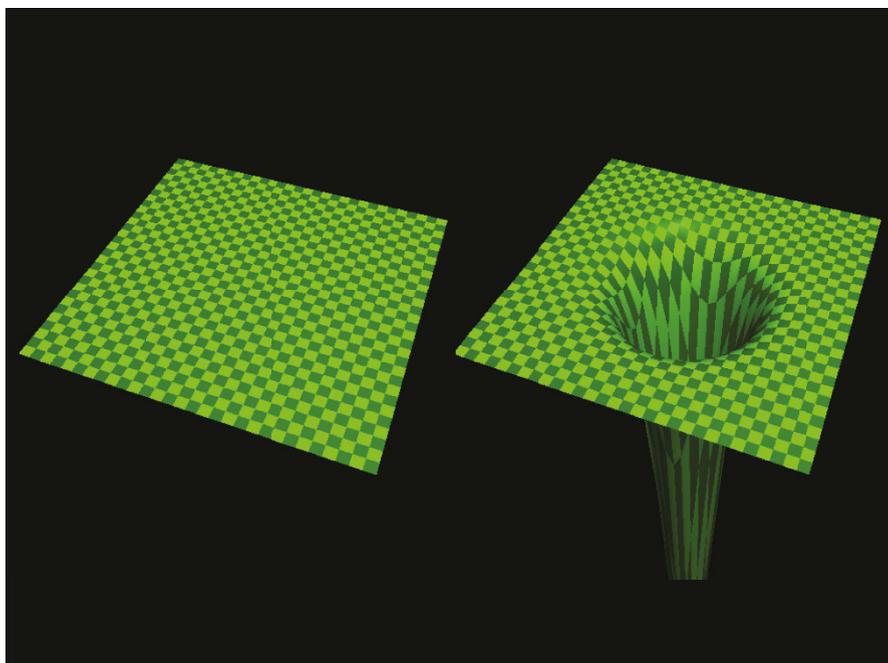


Abbildung 1.2 Zwei Beispiele für einen zweidimensionalen Raum, der entlang der Ränder der grünen Ebene von Länge (x) und Breite (y) aufgespannt wird. In der Vertikalen ist die Krümmung aufgetragen. Weil sie überall im Raum null ist, ergibt sich links ein flacher Raum. Das geschieht, weil es keine Massen oder andere Energieformen gibt. So sieht auch die Raumzeit in der SRT aus und heißt dann Minkowski-Metrik. Rechts dagegen erkennt man sofort eine trichterförmige Struktur. Offenbar wird die Krümmung zur Mitte hin negativ und sogar unendlich groß. Dies ist ein gekrümmter 2D-Raum. So kann man sich die Krümmungslandschaft um ein Schwarzes Loch vorstellen. Die Quelle der Krümmung ist eine punktförmige Masse, die Singularität. (Quelle: A. Müller 2015)

Schließlich kommt noch die Zeit als vierte Dimension dazu. Stellt man sich vor, dass sich ein Schwarzes Loch mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, so wandert die trichterförmige Krümmungslandschaft durch das Koordinatensystem.

Einsteins Wellen Schön und gut, was hat das nun mit Gravitationswellen zu tun? Bei ihnen kommt nun noch mehr Dynamik des Ganzen ins Spiel.

Gravitationswellen sind Erschütterungen des Raum-Zeit-Kontinuums oder „Raumzeitbeben“, die sich lichtschnell ausbreiten.

Die Vakuumlichtgeschwindigkeit $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$, mit der sich sowohl Licht, als auch Gravitationswellen ausbreiten, ist das ultimative Tempolimit im Universum. Nichts ist schneller – nur die Tachyonen in *Star Trek*; und von denen weiß keiner, ob es sie gibt. Die Lichtgeschwindigkeit können

wir uns in vertrauten Einheiten gut merken: ziemlich genau eine Milliarde Kilometer pro Stunde. Das Medium, in dem die Gravitationswelle schwingt, ist die Raumzeit selbst! Wenn eine Gravitationswelle durch die Raumzeit läuft, verändert sie lokal die Krümmungseigenschaften der Raumzeit. Es ist eine *Tensorwelle*, d.h. bei einer Gravitationswelle verändern sich alle Komponenten des metrischen Tensors wellenförmig.

Xtra (1.1) Vordenker Henri Poincaré

Henri Poincaré (1854–1912) war ein französischer Mathematiker und Physiker. Es war jahrhundertlang umstritten, ob sich die Gravitation ohne Zeitverzögerung ausbreitet und damit „augenblicklich“ wirkt oder nicht. Sir Isaac Newton (1643–1727), der die erste, sehr brauchbare Gravitationstheorie mathematisch formulierte, ging noch davon aus, dass Gravitation sofort – also ohne Zeitverzögerung – wirkt. Im Jahr 1905 war dann Poincaré – noch vor Einstein – derjenige, der den Begriff Gravitationswelle prägte und zwar im Französischen als *onde gravifique*. Für seine Argumentation benutzte er die Lorentztransformation, die später wichtiger Bestandteil in Einsteins SRT wurde.

Nachdem Einstein die ART veröffentlicht hatte, legte er am 22. Juni 1916 der Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin eine Arbeit vor, in der er als Erster Gravitationswellen im Rahmen seiner ART berechnete [53]. Dabei nutzte er ein Näherungsverfahren. Die fundamentale Feldgleichung der ART ist kompliziert und nichtlinear. Einstein vereinfachte sie, indem er annahm, dass die Gravitationswellen nur kleine Amplituden haben mögen. Die Vereinfachung besteht in einer *Linearisierung* der Feldgleichung. So konnte Einstein sie mathematisch viel leichter behandeln. Er betrachtete weiterhin den sog. Vakuumfall, d.h., der Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$ (ein Tensor zweiter Stufe und die rechte Seite der Feldgleichung) wird null. Einstein formte das zu einer Wellengleichung um. Dieses Vorgehen ähnelt demjenigen in der Elektrodynamik, also der Theorie, die physikalisch elektrische und magnetische Felder beschreibt. Die Maxwell-Gleichungen der Elektrodynamik können ebenfalls in eine Wellengleichung umgeschrieben werden, nämlich in die für elektromagnetische Wellen. Mathematisch ist die Beschreibung von Gravitationswellen sehr anspruchsvoll. Die Erzeugung von Gravitationswellen berechnete Einstein im Jahr 1918 [54]. Er fand mit den Gleichungen der ART heraus, dass Massen beschleunigt werden müssen, um Gravitationswellen zu erzeugen. Im Prinzip erzeugen wir selbst Gravitationswellen, wenn wir unseren Arm ruckartig auf und ab bewegen. Aber die dabei beschleunigte Masse ist sehr gering und auch nicht kompakt genug. Wir wir sehen werden sind Gravitationswellen *grundsätzlich* sehr schwach, was auf die konkreten Zahlenwerte der Naturkonstanten G und c zurückzuführen ist (Abschn. 2.4). Der Effekt ist

dermaßen gering, dass Einstein es für unmöglich hielt, Gravitationswellen jemals direkt messen zu können. Den Grund für die Winzigkeit des Effekts kann man ganz anschaulich auch darin sehen, dass das Raum-Zeit-Kontinuum extrem starr ist und sich daher nur in geringem Maße verformen lässt. Das ist auch gut so. Immerhin sind Raum und Zeit die Grundfesten unserer Welt. Nicht auszudenken, wären sie biegsam wie Pudding. Mit Sicherheit würde sich dann das Universum nicht so entwickelt haben – und ob es dann noch Leben hervorgebracht hätte?



Nerd-Alarm (1.2) Raumzeit, Metrik & Welle

Die Raumzeit der SRT ist flach. Der metrische Tensor $g_{\mu\nu}$ vereinfacht sich dann sehr und wird durch die Minkowski-Metrik $\eta_{\mu\nu}$ beschrieben. $\eta_{\mu\nu}$ ist als 4×4 -Matrix mit $+1$ und -1 auf der Diagonalen darstellbar, alle anderen Einträge sind null. Im Gegensatz dazu ist die Raumzeit in der ART, repräsentiert durch $g_{\mu\nu}$, im Allgemeinen gekrümmt. Zwar lässt sich $g_{\mu\nu}$ auch als symmetrische 4×4 -Matrix schreiben, aber nun hängen die Komponenten der Matrix im Allgemeinen von der Zeit und den drei Raumdimensionen ab. Einstein machte 1916 den einfachen Ansatz, dass eine Gravitationswelle sehr geringer Stärke nur eine geringe Störung $h_{\mu\nu}$ der flachen Minkowski-Metrik $\eta_{\mu\nu}$ darstellen kann.

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \epsilon h_{\mu\nu}, \quad \epsilon \ll 1.$$

Mit diesem Ansatz ging er zurück in die Feldgleichung der ART und fand eine Wellengleichung. Damit waren die Gravitationswellen, die sich mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c ausbreiten, entdeckt.

Eine passende Analogie ist ein Teich mit spiegelglatter Oberfläche (Abb. 2.3). Er symbolisiert die flache Minkowski-Metrik. Fällt ein winziger Stein in den Teich, breiten sich kreisförmige Oberflächenwellen geringer Amplitude aus. Diese Wellen stellen eine sehr kleine Störung $h_{\mu\nu}$ auf dem flachen Teich dar.

1.3 Einsteins Gravitationswellenformel

Einsteins Berechnungen in 1916 führten auf eine zentrale Gleichung der Gravitationswellenphysik, die **Quadrupolformel** (Box 1.3). Mit ihr lässt sich berechnen, wie viel Leistung (Energie pro Zeit) von einer Massenverteilung als Gravitationswellen abgestrahlt wird. Es ist eine ganz allgemeine Gleichung, die für das System spezifiziert werden muss, z. B. für einen rotierenden Stab (Abschn. 4.2), einen Doppelstern (Box 5.1) oder eine Sternexplosion (Abschn. 5.7). Aber aufgepasst, ganz wichtig:

Die Quadrupolformel gilt nur im Grenzfall der linearen Näherung!

Schön, aber was heißt das? Damit ist gemeint, dass das Gravitationsfeld schwach sein muss. Oder anders gesagt: Sie gilt nur, wenn die Amplituden der Gravitationswellen klein sind. Typischerweise ist diese Näherung nicht mehr zulässig, wenn man zu nah die Quelle herankommt. Und dann? Hilft alles nichts, das Abstrahlungsproblem muss numerisch gelöst werden. Die Relativitätstheoretiker gehen dann wieder zurück zur Feldgleichung der ART (aus der die Quadrupolformel ja resultierte) und lösen die komplizierte Differenzialgleichung auf einem Supercomputer numerisch (Kap. 7).

Gravitationswellen sind schwach Eine Sache hatte Einstein sofort große Sorgen bereitet. Die Strahlungsleistung von Gravitationswellen (oder **Gravitationswellenleuchtkraft**) hat *grundsätzlich immer für jede Quelle* einen Vorfaktor G/c^5 (Box 1.3). Das ist eine Kombination der zwei fundamentalen Naturkonstanten, die einem winzig kleinen Zahlenwert entspricht. Die Gravitationskonstante G ist schon eine kleine Zahl. In den uns vertrauten Einheiten des Internationalen Einheitensystems (Système international d'unités, kurz SI-Einheiten) lautet der Zahlenwert $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Die Kleinheit ist letztlich der Grund, weshalb die Gravitation die schwächste aller Naturkräfte ist. Warum allerdings diese Naturkonstante so klein ist, weiß niemand. Wir können mit Sicherheit sagen, dass bei einem anderen Zahlenwert die Natur vollkommen anders wäre. Sehr wahrscheinlich wären wir oder auch Sterne gar nicht da.

Die Lichtgeschwindigkeit c dagegen ist eine sehr große Zahl und beträgt $c = 2,998 \cdot 10^{+8} \text{ m s}^{-1}$. Der Vorfaktor für die Gravitationswellenleuchtkraft ist allerdings G/c^5 und wird in SI-Einheiten größenordnungsmäßig 10^{-53} ! Ein ähnlicher Vorfaktor bestimmt auch die Amplitude der Gravitationswelle (Kap. 5). Somit ist es unglaublich schwierig, einen Wellenausschlag festzustellen. Typische räumliche Auslenkungen sind deutlich kleiner als ein Atomkern! Weil es so kompliziert ist, Längenmessungen im subatomaren Bereich vorzunehmen, ist es günstig, große Objekte herzunehmen, um Gravitationswellen zu messen: Je größer sie sind, umso leichter ist es ihre Verformung zu messen. Die typische, winzige relative Längenänderung von $\Delta L/L \simeq 10^{-21}$ ließ es für Einstein unmöglich erscheinen, dass jemals Gravitationswellen direkt gemessen werden könnten. *Direkt* meint hier, dass man unmittelbar misst, wie ein Gegenstand durch eine Gravitationswelle gestaucht oder gestreckt wird. Die

Tatsache, dass es seit Einsteins Vorhersage der Gravitationswellen fast genau 100 Jahre gedauert hatte, bis die direkte Messung mit aLIGO gelang, zeigt, dass einige experimentelle Hürden überwunden werden mussten (Kap. 3 und 4). Dem Meilenstein der Gravitationswellenastronomie ist Kap. 8 gewidmet.



Nerd-Alarm (1.3) Einsteins berühmte Quadrupolformel

Die wichtigste Gleichung der Gravitationswellenphysik darf in diesem Buch nicht fehlen. Der Meister persönlich, Albert Einstein, hat sie 1916 aus seiner ART abgeleitet. Wir notieren sie hier in der Form, wie sie heute dargestellt wird:

$$L_{\text{GW}} = -\frac{dE}{dt} = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \left\langle \frac{\partial^3 Q_{ij}}{\partial t^3} \frac{\partial^3 Q_{ij}}{\partial t^3} \right\rangle. \quad (1.1)$$

Okay, das sieht einigermaßen kompliziert aus. Was bedeuten die Symbole? Es handelt sich um eine Strahlungsleistung oder, wie vor allem Astronomen gerne sagen, um eine Gravitationswellenleuchtkraft. Sie hat die SI-Einheit Watt (Joule/Sekunde) oder die cgs-Einheit (Erg/Sekunde). Die abgestrahlte Leistung stellt für die Massenverteilung ein Verlust dar, daher das negative Vorzeichen von dE/dt . d/dt und $\partial/\partial t$ stehen für totale bzw. partielle Zeitableitungen. Q_{ij} ist der Quadrupoltensor. Weil die Indizes i und j nur über die räumlichen Indizes 1,2,3 laufen, kann er als 3×3 -Matrix notiert werden. Offenbar stecken in der Quadrupolformel *dritte Zeitableitungen* der Komponenten des Quadrupoltensors. Das heißt, dass *nur zeitliche Änderungen des Quadrupolmoments* Gravitationswellen erzeugen! Eine Kugel, die sich um sich selbst dreht, gibt *keine* Gravitationswellen ab. Eine rotierende Kugel, die auf der Oberfläche einen Höcker hat, hingegen schon. Und die eckigen Klammern? Sie bedeuten, dass eine zeitliche Mittelung durchgeführt werden muss.

Konkrete Berechnungen der Komponenten des Quadrupoltensors für Standardprobleme der relativistischen Astrophysik wie einen Doppelpstern findet man in vielen Lehrbüchern und Vorlesungsskripten, z. B. [87, 123]. Wir werden in den Kap. 4 und 5 Beispiele aufgreifen und die Gravitationswellenleuchtkraft für Systeme vorstellen. Sobald man sich die Gravitationswellenleuchtkraft beschafft hat, ist der nächste Schritt, daraus die Gravitationswellenamplitude zu bestimmen (Box 5.1).

Die Gravitationswellenleuchtkraft – also wie stark die Quelle vor Ort strahlt – ist allerdings nur ein Aspekt. In Kap. 5 schauen wir uns an, dass natürlich auch der Abstand von der Gravitationswelle eine Rolle spielt. Intuitiv ist klar: Je größer der Abstand ist, umso kleiner die Wellenamplitude. Das ist wie der Wellenausschlag einer Oberflächenwelle auf einem Teich, wenn ein Stein ins Wasser fällt. Hier klingt der Wellenausschlag auch mit dem Abstand ab (Abb. 1.3). Weiß man allerdings wie stark der Erzeuger am Ort der Quelle an der Raumzeit „rührt“, so kann man aus der auf der Erde gemessenen Gravitationswellenamplitude die Distanz zur Quelle bestimmen. Das gelang bei beiden aLIGO-Signalen von 2015. Es macht Spaß mit der Quadrupolformel ein paar konkrete Strahlungsprobleme auszurechnen. In Abschn. 5.3 schauen wir unsere Erde an, die bei ihrer Bewegung um die Sonne nur 200 Watt Leistung in Form von Gravitationswellen abstrahlt. In jeder Sekunde gibt die Erde 200 Joule Energie als Gravitationswellen ab. Nach ungefähr einer halben Stunde hat die Erde den Brennwert eines Müsliriegels abgestrahlt! Das ist so wenig, dass wir nicht befürchten müssen, dass die Erde wegen des Strahlungsverlusts bald in die Sonne stürzen wird. In unserem Universum gibt es allerdings ganz andere Systeme, bei denen der Strahlungsverlust viel heftiger ausfällt und dramatische Konsequenzen hat (Kap. 6). Denn wie wir sehen werden, sind nur sehr kompakte Massen, die extrem beschleunigt werden, gute und starke



Abbildung 1.3 Analogie zu einer Oberflächenwelle in Wasser. Sehr schön ist zu sehen, wie die Wellenamplitude von der Mitte nach außen abnimmt. Genau so ein Verhalten zeigen auch Gravitationswellen. Kennt man die Stärke der Welle am Ort der Quelle, ist es ein Leichtes, ihre Entfernung zu bestimmen. (Quelle: fotolia 2016)

Sender für Gravitationswellen. Kompakt bedeutet dabei, dass das Verhältnis aus Masse M und Radius R des Objekts sehr groß sein sollte, idealerweise so wie in Endzuständen von Sternen, den **Weißen Zwergen**, **Neutronensternen** oder **Schwarzen Löchern**.

Zweifel an den Wellen Nachdem Einstein die Quadrupolformel gefunden hatte, kam Skepsis auf. So gab es in den darauffolgenden Jahren Zweifel, ob die Wellen tatsächlich existieren und auch Einstein wurde unsicher. Es war ihm nicht klar, ob es Gravitationswellen wirklich gibt oder ob die Gleichungen sie nur vortäuschen. Sogar nach Einsteins Tod 1955 gab es noch Kritiker. Dazu gehörten Leopold Infeld und Jerzy Plebanski, die um 1960 auch rechnerisch darlegten, dass es Gravitationswellen nicht geben könne. Die letzten Zweifel waren erst 1978 mit dem Hulse-Taylor-Pulsar ausgeräumt (Kap. 6). Es gibt sie doch!

Was ist ein Quadrupol? Im Namen von Einsteins Gravitationswellenformel tritt dieser Fachbegriff auf. In einem sehr lesenswerten *Springer essentials* stellen Domenico Giulini und Claus Kiefer das Thema Gravitationswellen vor [61]. Hier soll auch der Vergleich mit der klassischen Theorie der elektromagnetischen Kraft, Maxwells **Elektrodynamik**, vorgestellt werden. In der Theorie der elektrischen und magnetischen Felder betrachtet man Verteilungen von elektrischen Ladungen. Wenn die elektrische Ladung ruht, erzeugt sie nur ein elektrisches Feld (Elektrostatik). Wenn sie sich immer geradeaus mit konstanter Geschwindigkeit (gleichförmig geradlinig) bewegt, dann erzeugt sie ein magnetisches Feld³. Erst wenn die elektrische Ladung *beschleunigt* wird, – also sich geradeaus bewegt, aber immer schneller wird oder sich z. B. auf einer Kreisbahn bewegt –, strahlt sie elektromagnetische Wellen ab. Die elektrische Ladung kann nun in unterschiedlichen Formen vorliegen. Das denkbar Einfachste ist eine elektrische Punktladung, die keinerlei räumliche Ausdehnung hat – ein Elektron beispielsweise. Seine Ladungsverteilung ist kugelsymmetrisch. Theoretische Physiker sprechen dann von einem Monopol. Eine geringere Symmetrie liegt vor, wenn die Ladungsverteilung symmetrisch zu einer bestimmten Raumachse ist. Das ist ein Dipol. Ein Beispiel hierfür sind zwei elektrische Punktladungen, die sich in gewissem Abstand voneinander befinden. Die Verbindungslinie zwischen ihnen ist die Symmetrieachse. Monopol und Dipol sind die ersten Ordnungen in einer *Multipolentwicklung*. In dieser Entwicklung gibt es im Prinzip beliebig viele Terme, wobei allerdings die ersten Ordnungen am wichtigsten sind und daher Namen bekommen haben. Nach Monopol und Dipol folgen Quadrupol – Aha, da haben wir ihn! – und Oktupol. Die Präfixe leiten sich von Zweierpotenzen ab: $2^0 = 1$ für *mono*, $2^1 = 2$ für *di*, $2^2 = 4$ für *quadru*, $2^3 = 8$ für *oktu*, usw. Mit steigender Ordnung wird die Ladungsverteilung immer unsymmetrischer. Eine beliebige und unsymmetrische Ladungsverteilung kann man sich als Überlagerung von

³ Spezielle Relativitätstheorie: Der Unterschied zwischen dem elektrischen und magnetischen Feld hängt nur vom Beobachter ab. Durch eine Lorentz-Transformation kann man vom Ruhesystem, in dem der Beobachter nur ein elektrisches Feld sieht, in ein bewegtes System transformieren, in dem der Beobachter ein Magnetfeld sieht.