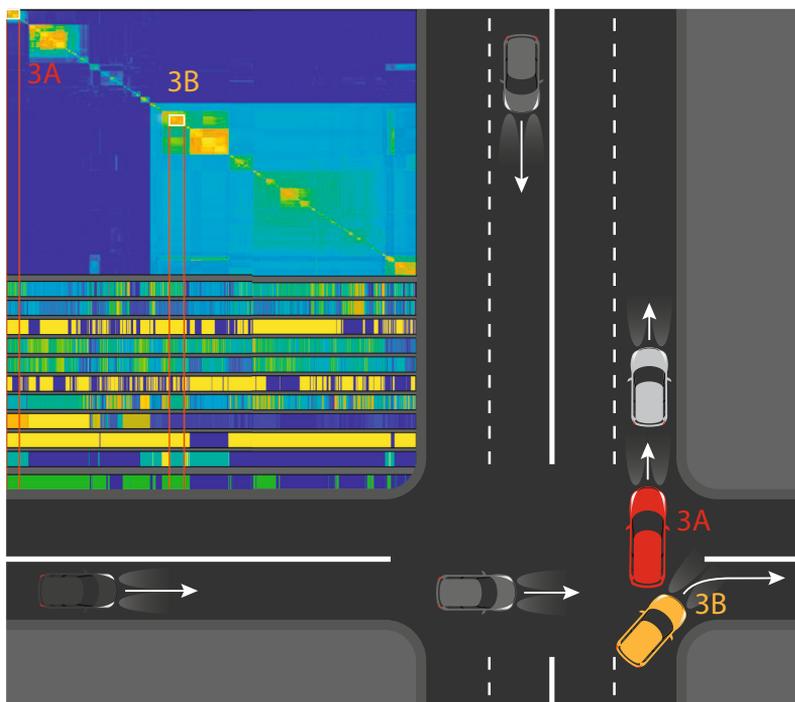


Michael Botsch
Wolfgang Utschick

Fahrzeugsicherheit und automatisiertes Fahren

Methoden der Signalverarbeitung
und des maschinellen Lernens



HANSER

Botsch/Utschick

Fahrzeugsicherheit und automatisiertes Fahren



bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Michael Botsch
Wolfgang Utschick

Fahrzeugsicherheit und automatisiertes Fahren

Methoden der Signalverarbeitung
und des maschinellen Lernens

HANSER

Die Autoren:

Prof. Dr.-Ing. Michael Botsch, Technische Hochschule Ingolstadt

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Utschick, Technische Universität München

Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen, Verfahren und Darstellungen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autoren und Verlag übernehmen infolgedessen keine juristische Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht. Ebenso übernehmen Autoren und Verlag keine Gewähr dafür, dass beschriebene Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buch berechtigt deshalb auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2020 Carl Hanser Verlag München

www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Julia Stepp

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Coverrealisation: Max Kostopoulos

Satz: Michael Botsch

Druck und Bindung: CPI buchbücher.de GmbH Birkach

Printed in Germany

Print-ISBN: 978-3-446-45326-5

E-Book-ISBN: 978-3-446-46804-7

Vorwort

Die Inhalte dieses Lehrbuchs basieren auf den Vorlesungen „Signalverarbeitung in der Fahrzeugsicherheit“, „Wissensmodellierung und Maschinelles Lernen“, „Sensor Technology and Signal Processing“, „Integrated Safety and Assistance Systems“, „Mathematische Methoden der Signalverarbeitung“, „Convex Optimization“, „Statistical Signal Processing“ und „Signal Processing and Machine Learning“, die wir an der Technischen Hochschule Ingolstadt und an der Technischen Universität München anbieten.

In Kapitel 1 wird eine kurze Einführung in Aspekte des automatisierten Fahrens und der integralen Fahrzeugsicherheit gegeben. Grundlagen der Signalverarbeitung und Mathematik, die für das Verständnis und die Auslegung von Algorithmen für das automatisierte Fahren und die Fahrzeugsicherheit unerlässlich sind, werden in Kapitel 2 wiederholt und vertieft. In Kapitel 3 werden Fahrzeugmodelle vorgestellt, die sich zur Modellierung des Fahrverhaltens eignen und damit die Grundlage für die Prädiktion und Regelung von Fahrzeugtrajektorien sind. Ausgehend von den Fahrzeugmodellen stellt Kapitel 4 Verfahren der Signalverarbeitung für die Zustandsschätzung von Fahrzeugen und Objekten im Fahrzeugumfeld vor, die einen zentralen Bestandteil von Trackingverfahren und Sensordatenfusionsmethoden darstellen. In Kapitel 5 werden die Methoden der Signalverarbeitung um rein datenbasierte Verfahren erweitert. Es handelt sich um maschinelle Lernverfahren, die angesichts der Komplexität des sicheren automatisierten Fahrens als Schlüsselmethoden zur Realisierung von Innovationen im Automobilbau gelten.

Das Buch enthält am Ende eines jeden Kapitels Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungsvorschlägen. Sie sollen den Leser bei der intensiven Auseinandersetzung mit dem behandelten Stoff unterstützen. Für Aufgaben, bei denen es erforderlich ist, werden Matlab-Skripte auf der Internetseite zum Buch¹ zur Verfügung gestellt.

Das Buch richtet sich an Studierende und Doktoranden der Elektrotechnik, Mechatronik und Informatik an Universitäten und Fachhochschulen sowie an Ingenieure in der Praxis, die ein grundlegendes Verständnis von Methoden der Signalverarbeitung für das sichere automatisierte Fahren erwerben wollen.

Wir danken unserer Lektorin Frau Julia Stepp für die angenehme Zusammenarbeit, Prof. Andreas Gaull und Anja Zupfer für das Korrekturlesen sowie den wissenschaftlichen Mitarbeitern Amit Chaulwar, Friedrich Kruber, Marcus Müller, Parthasarathy Nadarajan, Eduardo Sanchez Morales und Jonas Wurst für die gemeinsamen Forschungsarbeiten an Anwendungen von maschinellen Lernverfahren im Bereich des sicheren automatisierten Fahrens, die kurz in Unterkapitel 5.7 beschrieben werden. Besonders möchten wir uns bei unseren Familien, bei Anja, Hannah, Steffi und Viktoria für ihre tatkräftige und liebevolle Unterstützung bedanken.

Ingolstadt, im Mai 2020

Michael Botsch und Wolfgang Utschick

¹ <http://www.fahrzeugsicherheitundautomatisiertesfahren.de>

Inhalt

Vorwort	5
1 Einführung in das automatisierte Fahren und die Fahrzeugsicherheit	9
1.1 Automatisiertes Fahren	9
1.2 Integrale Fahrzeugsicherheit und Unfallstatistiken	14
1.3 Schlüssel zur Wertschöpfung: Elektronikkomponenten und Signalverarbeitung	21
1.4 Übungen und Lösungen zu Kapitel 1	24
2 Grundlagen der Signalverarbeitung	26
2.1 Lineare Algebra	27
2.1.1 Definitionen und Notation.....	27
2.1.2 Einige Rechenregeln der linearen Algebra	31
2.1.3 Ableiten nach Vektoren und Matrizen.....	33
2.1.4 Eigenwert- und Singulärwertzerlegung; Normen von Matrizen	35
2.2 Optimierung mittels Lagrange-Multiplikatoren.....	39
2.2.1 Optimierungsaufgaben mit Gleichungsnebenbedingungen.....	39
2.2.2 Optimierungsaufgaben mit Ungleichungsnebenbedingungen.....	41
2.3 Wahrscheinlichkeitstheorie	43
2.3.1 Wahrscheinlichkeitsräume und Zufallsvariablen.....	43
2.3.2 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes	47
2.3.3 Begriffe aus der Informationstheorie.....	48
2.3.4 Gaußsche Zufallsvariable	49
2.3.5 Transformation von Zufallsvariablen.....	51
2.3.6 Zufallsprozesse	53
2.4 Lineare Systeme	57
2.4.1 Zeitkontinuierliche lineare Systeme	57
2.4.2 Zeitdiskrete lineare Systeme	58
2.4.3 Diskretisierung	58
2.5 Filterung von Signalen im Frequenzbereich	68
2.5.1 Darstellung von LZI-Systemen im Frequenzbereich	68

2.5.2	Tiefpass-, Bandpass- und Hochpassfilterung	70
2.5.3	Tiefpassfilterung von Crash-Beschleunigungssignalen	72
2.6	Übungen und Lösungen zu Kapitel 2	74
3	Fahrzeugmodelle und Trajektorien	97
3.1	Kollisionsmodelle für die passive Fahrzeugsicherheit	97
3.1.1	Masse-Feder-Dämpfer-Modelle	99
3.1.2	Mehrkörpersimulation und Finite-Elemente-Berechnung	107
3.2	Fahrdynamikmodelle für autonomes Fahren und die aktive Fahrzeugsicherheit	108
3.2.1	Relativbewegung	108
3.2.2	Bewegungsmodelle für Verkehrsteilnehmer	119
3.2.3	Wichtige Kräfte für die Fahrzeugbewegung	128
3.2.4	Einspurmodelle und Lenkverhalten	141
3.2.5	Nichtlineares Zweispurmodell	164
3.3	Trajektorienplanung und Trajektorienfolgeregler	169
3.4	Übungen und Lösungen zu Kapitel 3	180
4	Statistische Filterung	206
4.1	Optimale statistische Filter	206
4.2	Kalman-Filter	212
4.2.1	Herleitung des Kalman-Filters	213
4.2.2	Tracking mittels Kalman-Filter	224
4.2.3	Extended Kalman-Filter	233
4.3	Sensordatenfusion	234
4.4	Übungen und Lösungen zu Kapitel 4	240
5	Maschinelles Lernen	252
5.1	Einführung in das maschinelle Lernen	252
5.1.1	Klassifikation und Regression	253
5.1.2	Fluch der hohen Dimensionen	256
5.1.3	Normierung der Merkmalsvektoren	257
5.1.4	Parametrische und parameterfreie Methoden	257
5.1.5	Optimale Klassifikation und Regression	258
5.1.6	Maximum-Likelihood und Maximum-a-posteriori-Parameterschätzung	260
5.1.7	Lineare Regression und Klassifikation	262
5.1.8	Klassifikation mittels softmax-Funktion	271
5.1.9	Kernel-WDF-Schätzer, k -NN-Klassifikation und Kernel-Regression	273
5.1.10	Generalisierung und Bias-Variance-Zerlegung	278
5.1.11	Modellauswahl und Bewertung von maschinellen Lernalgorithmen	283

5.1.12	Stochastisches Gradientenabstiegsverfahren	289
5.1.13	Übersicht zur Vorgehensweise beim Supervised Learning	292
5.2	Künstliche neuronale Netze und Deep Learning	293
5.2.1	Deep Multilayer Perceptrons	295
5.2.2	Automatische Differentiation im Rückwärtsmodus (Backpropagation) ..	299
5.2.3	Radial Basis Function Neural Networks	303
5.2.4	Deep Convolutional Neural Networks	305
5.3	Support Vector Machines	317
5.3.1	Support Vector Machines für Klassifikation und Kernel-Trick	317
5.3.2	Support Vector Machines für Regression	323
5.4	Entscheidungs- und Regressionsbäume	327
5.4.1	Entscheidungsbäume	327
5.4.2	Regressionsbäume	331
5.5	Random Forest	333
5.5.1	Out-Of-Bag Error	337
5.5.2	Merkmalssektion mittels Random Forest	337
5.5.3	Proximity	339
5.6	Unsupervised Learning	342
5.6.1	Clusteranalyse	342
5.6.2	Random Forest für Unsupervised Learning	354
5.6.3	Autoencoder	356
5.6.4	Variational Autoencoder und Generative Adversarial Networks	363
5.7	Anwendungen für das sichere automatisierte Fahren	370
5.7.1	Kritikalitätsschätzung im Straßenverkehr	374
5.7.2	Prädiktion der Crasheschwere	378
5.7.3	Trajektorienplanung zur Kollisionsvermeidung	380
5.7.4	Auslösung von Rückhaltesystemen	382
5.7.5	Clustering von Verkehrsszenarien	385
5.7.6	Generierung von Szenarien mittels Variational Autoencodern	386
5.7.7	Stillstandserkennung	389
5.8	Übungen und Lösungen zu Kapitel 5	389
Notation		424
Literatur		432
Index		440

1

Einführung in das automatisierte Fahren und die Fahrzeugsicherheit

Das automatisierte Fahren und die dafür erforderliche Fahrzeugsicherheit werden die Zukunft der Mobilität entscheidend prägen. In diesem Kapitel soll eine kurze Einführung in die Herausforderungen dieser Entwicklungen und die Bedeutung der Signalverarbeitung im Kontext des sicheren automatisierten Fahrens gegeben werden.

Lernziele in Kapitel 1

Der Lernende¹ ...

- kennt die fünf Stufen des automatisierten Fahrens und kann Fahrzeugfunktionen dem entsprechenden Automatisierungsgrad zuordnen;
- kennt die Vorteile, die man sich vom automatisierten Fahren erhofft;
- kennt grundlegende Aspekte des rechtlichen und ethischen Rahmens beim automatisierten Fahren;
- kennt wichtige Begriffe der Verkehrssicherheit, insbesondere der integralen Fahrzeugsicherheit;
- kann die Notwendigkeit zur Verbesserung der integralen Fahrzeugsicherheitssysteme mit Hilfe von Statistiken zum Unfallgeschehen begründen;
- versteht die technische Komplexität, die sich hinter Fahrzeugfunktionen des automatisierten Fahrens und der integralen Fahrzeugsicherheit verbirgt;
- versteht die Bedeutung der Signalverarbeitung für die Realisierung von Fahrzeugfunktionen des automatisierten Fahrens und der integralen Fahrzeugsicherheit.

■ 1.1 Automatisiertes Fahren

Zu den drei „Megatrends“ der Mobilität werden die **Digitalisierung**, die **Elektrifizierung** und die **Urbanisierung** gezählt. Die drei Bereiche sind miteinander verzahnt und beeinflussen sich gegenseitig. Das Auto spielt für all diese Bereiche eine zentrale Rolle, und es wird prognostiziert, dass das Auto der Zukunft „autonom, vernetzt und elektrisch“ fahren wird. Bereits heute wird in der Automobilindustrie an Lösungen gearbeitet, die es ermöglichen, die Fahraufgaben

¹ Um die Lesbarkeit des Buchs zu erleichtern, wird bei den Personenbezeichnungen die männliche Form verwendet. Es werden jedoch Personen jeglichen Geschlechts (m/w/d) gleichberechtigt angesprochen.

zunehmend ohne Eingreifen des Fahrers zu bewältigen, und das **automatisierte Fahren** gehört ohne Zweifel zu den großen Zukunftsthemen der Mobilität. Das automatisierte Fahren bzw. in seiner letzten Ausbaustufe auch **autonomes Fahren** genannt, ermöglicht es, während der Fahrzeit anderen Tätigkeiten als der Fahrzeugführung nachzugehen, und verhilft Personen mit eingeschränkten Fahrfähigkeiten zu einem mobilen Leben. Doch zusätzlich zu diesen beiden Aspekten birgt das autonome Fahren sowohl im Bereich der Sicherheit als auch im Bereich der Verkehrseffizienz große Potenziale. Weil ca. 90 % der Unfälle mit Toten oder Schwerverletzten auf menschliches Fehlverhalten zurückzuführen sind, ist zu erwarten, dass automatisiertes und vernetztes Fahren die Schäden und das Leid durch Verkehrsunfälle stark reduzieren kann. Im Bereich der Verkehrseffizienz kann durch einen besser aufeinander abgestimmten Verkehr die Kapazitätsauslastung optimiert werden, was angesichts der Prognosen für die Zukunft notwendig sein wird: Laut [VBW17] geht das Bundesverkehrsministeriums für das Jahr 2030 von einem Zuwachs um 13 % beim Personenverkehr und um 38 % beim Güterverkehr aus.



Übung 1.1

Während Aspekte der Signalverarbeitung für das automatisierte Fahren in den anschließenden Kapiteln im Vordergrund stehen, sollen im Folgenden relevante Informationen zu den Stufen des automatisierten Fahrens sowie dem rechtlichen und ethischen Rahmen kurz vorgestellt werden, um eine Einordnung in einen größeren Zusammenhang zu ermöglichen.

Stufen des automatisierten Fahrens

Der Übergang vom manuellen zum autonomen Fahren findet nicht schlagartig statt, sondern im Rahmen einer Entwicklung, bei der die Automatisierung in fünf Stufen untergliedert ist [SAE14, Bun15]. Diese Stufen sind in Abb. 1.1 dargestellt und beschreiben, welche Anforderungen sowohl an die Systeme als auch an den Fahrer gestellt werden.

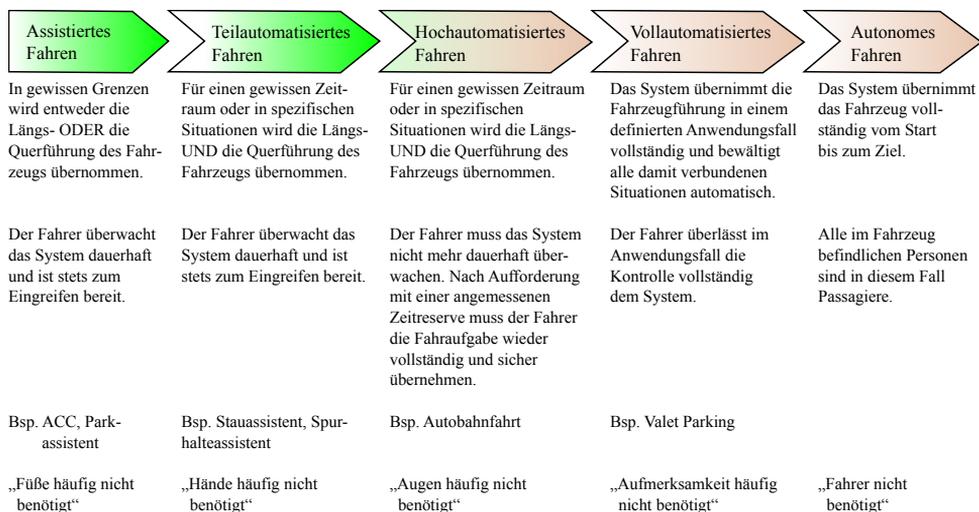


Abbildung 1.1 Stufen des automatisierten Fahrens.

Die meisten Fahrzeuge, die heute auf deutschen Straßen unterwegs sind, gehören der Stufe 1, **Assistiertes Fahren**, an und beinhalten Fahrzeugfunktionen wie Tempomat, Parkassistent oder Adaptive Cruise Control (ACC) und erfordern, dass der Fahrer die Hände am Lenker hat, den Verkehr überwacht und jederzeit die Kontrolle über das Fahrzeug übernehmen kann. Diese Systeme haben häufig Einschränkungen, die dazu führen, dass sie erst ab einer bestimmten Geschwindigkeit aktiv oder bei schlechten Witterungsbedingungen nicht verfügbar sind. Einprägsam für diese Stufe ist der Satz „Füße werden beim Fahren häufig nicht mehr benötigt“.

Bei Stufe 2, **Teilautomatisiertes Fahren**, der einige Fahrzeuge seit ca. dem Jahr 2015 zugeordnet werden können, ist das Fahrzeug in der Lage, in einigen Situationen autonom zu fahren, z. B. auf der Autobahn der Spur zu folgen und gleichzeitig den Abstand zum Vordermann zu regeln oder im Stau vollständig autonom zu fahren. Der Fahrer muss allerdings auch bei dieser Automatisierungsstufe das System dauerhaft überwachen und jederzeit zum Eingreifen bereit sein. Zu dieser Stufe gehören Fahrzeuge wie der Audi Q7 (2015), die BMW 7er Reihe (2015), die Mercedes E-Klasse (2016) oder der Tesla Model S (2014). Einprägsam für diese Stufe ist der Satz „Hände werden beim Fahren häufig nicht mehr benötigt“.

Bei Stufe 3, **Hochautomatisiertes Fahren**, übernimmt das Fahrzeug in einer spezifischen Situation, wie z. B. der Autobahnfahrt, für einen gewissen Zeitraum komplett die Fahraufgaben inklusive komplexer Manöver wie dem Überholen. Der Fahrer muss das Fahrzeug nicht mehr dauerhaft überwachen. Er muss nur in der Lage sein, nach einer Aufforderung mit angemessener Zeitreserve die Kontrolle über das Fahrzeug zu übernehmen, z. B. um eine sehr komplexe Fahraufgabe wie etwa bei Baustellen oder dem Herunterfahren von der Autobahn zu meistern. Rechtliche und technische Hürden haben dafür gesorgt, dass Personenkraftwagen (PKW) der Automatisierungsstufe 3 bisher noch nicht auf dem Markt sind. Allerdings ist zu erwarten, dass dies bald der Fall sein wird. Einprägsam für diese Stufe ist der Satz „Augen werden beim Fahren häufig nicht mehr benötigt“.

Bei Stufe 4, **Vollautomatisiertes Fahren**, bewältigt das Fahrzeug in definierten Anwendungsfällen vollständig die Fahraufgaben, und der Fahrer kann in diesen Anwendungsfällen die Kontrolle komplett übergeben. In dieser Stufe sollen nicht nur Autobahnfahrten, sondern auch Landstraßen- und ein Großteil der Stadtfahrten autonom bewältigt werden können. Auch das Einparken soll komplett ohne Fahrer im Fahrzeug realisiert sein, das sogenannte „Valet Parking“. Der Sprung zu dieser Stufe ist sowohl technisch als auch unter rechtlichen und ethischen Gesichtspunkten sehr groß, ermöglicht es aber dem Fahrer, seine Fahrzeit für ganz andere Tätigkeiten zu nutzen. Eine Prognose darüber, wann diese Automatisierungsstufe zum Alltag auf den Straßen gehört, ist schwierig. Wenn man die Entwicklungen der letzten Jahre extrapolieren darf, erscheint ein Zeithorizont von ca. 10 Jahren als denkbar. Einprägsam für diese Stufe ist der Satz „Aufmerksamkeit wird beim Fahren häufig nicht mehr benötigt“.

Bei Stufe 5, **Autonomes Fahren**, übernimmt das Fahrzeug in allen Situationen alle Fahraufgaben, und der Fahrer ist nur noch Passagier. Dieses Ziel wird man in seiner Gesamtheit wohl nie erreichen können, z. B. weil alle Sensoren, unabhängig davon, ob sie im Fahrzeug oder außerhalb verbaut sind, ihre Grenzen haben. Trotzdem wird man dem Ziel nahe kommen und Fahrzeuge dieser Automatisierungsstufe zuordnen. Entsprechend schwer ist eine Prognose darüber, wann diese Stufe zum Alltag auf den Straßen gehört. Eine besondere Herausforderung für das Erreichen dieser Stufe ist der sogenannte Mischverkehr, bei dem Fahrzeuge mit verschiedenem Automatisierungsgrad auf den Straßen unterwegs sind und eine Kooperation zwischen allen Verkehrsteilnehmern und der Infrastruktur in vielen Verkehrsszenarien nicht möglich ist. Einprägsam für diese Stufe ist der Satz „Fahrer wird nicht mehr benötigt“.

Es sollte erwähnt werden, dass im Bereich des öffentlichen Personenverkehrs dank fester Routen und der Möglichkeit, eine höhere Anzahl an Sensoren zu verbauen als in PKW, der Einsatz von hochautomatisierten Bussen bereits weltweit an verschiedenen Orten in der Öffentlichkeit erprobt wird. Zum Beispiel fahren hochautomatisierte Busse, die Passagiere auf fest vorgegebenen Strecken ohne Fahrer transportieren, im Versuchsbetrieb in den Orten Bad Birnbach seit 2017 und in Berlin seit 2019. Für diese Busse gibt es Ausnahmegenehmigungen, und sie dürfen nur auf vordefinierten Spuren, mit niedrigen Geschwindigkeiten und unter Aufsicht von Begleitpersonen unterwegs sein. Es handelt sich also bei diesen Bussen nicht um die Automatisierungsstufe 5; sie leisten aber einen wertvollen Beitrag, um die Akzeptanz für das fahrerlose Fahren in der Bevölkerung zu erhöhen.



Übung 1.2

Rechtliche Aspekte des automatisierten Fahrens

Entscheidend für das automatisierte Fahren ist der rechtliche Rahmen, an den sich diese Form der Mobilität halten muss. Es gibt in diesem Kontext Fragen des Verkehrs- und Zulassungsrechts, die an den technischen Fortschritt peu à peu angepasst werden. Das **Wiener Übereinkommen** von 1968 [Uni68] bildet die völkerrechtliche Grundlage für die nationalen Verkehrsregeln, und in seiner ursprünglichen Fassung wird gefordert, dass jedes Fahrzeug von einem Fahrer, der jederzeit die Kontrolle über das Fahrzeug hat, geführt werden muss.² Um dem technologischen Fortschritt gerecht zu werden, wurde das Wiener Übereinkommen 2014 durch die United Nations angepasst, so dass Systeme, welche die Führung eines Fahrzeuges beeinflussen, zulässig sind, wenn sie jederzeit vom Fahrer überstimmt oder abgeschaltet werden können [Uni14].³

Es herrscht eine hohe Dynamik bezüglich der Anpassung des rechtlichen Rahmens an die technischen Möglichkeiten zur Realisierung des automatisierten Fahrens. In Kalifornien (USA) wurde bereits im Jahr 2015 erlaubt, dass automatisierte Fahrfunktionen im Straßenverkehr getestet werden, vorausgesetzt, dass jederzeit ein Fahrer in der Lage ist, die Kontrolle über das autonom fahrende Auto zu übernehmen [Cal15]. Anschließend wurde vom California Department of Motor Vehicles an Regelungen gearbeitet, um Tests mit fahrerlosen Autos zuzulassen [Cal17]. Im Jahr 2018 hat es die California Public Utilities Commission einigen Industrieunternehmen genehmigt, im Rahmen eines Pilotprojekts auch Passagiere in autonomen Fahrzeugen zu transportieren [Cal18]. Dabei ist es erlaubt, dass sich kein Fahrer im Fahrzeug befindet, dafür muss aber eine Kommunikationsverbindung zwischen dem Fahrzeug und einem

² Artikel 8, Absatz 1: "Every moving vehicle or combination of vehicles shall have a driver";

Artikel 8, Absatz 5: "Every driver shall at all times be able to control his vehicle or to guide his animals";

Artikel 13 Absatz 1: "Every driver of a vehicle shall in all circumstances have his vehicle under control so as to be able to exercise due and proper care and to be at all times in a position to perform all manoeuvres required of him. He shall, when adjusting the speed of his vehicle, pay constant regard to the circumstances, in particular the lie of the land, the state of the road, the condition and load of his vehicle, the weather conditions and the density of traffic, so as to be able to stop his vehicle within his range of forward vision and short of any foreseeable obstruction. He shall slow down and if necessary stop whenever circumstances so require, and particularly when visibility is not good."

³ Kapitel V. Teil A: "Vehicle systems which influence the way vehicles are driven ... shall be deemed to be in conformity with paragraph 5 of this Article and with paragraph 1 of Article 13, when such systems can be overridden or switched off by the driver".

„remote operator“ während des Betriebs gewährleistet sein. Auch in anderen Ländern wie Japan, Großbritannien oder Schweden werden nach und nach Änderungen des rechtlichen Rahmens vorgenommen [MGLW15].

In Deutschland hat der Bundestag Regelungen zur Änderung des Straßenverkehrsgesetzes⁴ (StVG) für das Fahren von Autos mit hoch- und vollautomatisierter Fahrfunktion im März 2017 verabschiedet [Deu17]. Dabei wird das StVG dahingehend ergänzt, dass der Fahrzeugführer dem technischen System in bestimmten Situationen die Fahrzeugsteuerung übergeben kann. Auch die Haftungsfrage im Falle eines Unfalls wird hierbei festgelegt: „Die Inanspruchnahme des Halters im Wege der Gefährdungshaftung wird dazu führen, dass die Haftpflichtversicherung des Halters und die Versicherung des Herstellers klären, wer im Ergebnis die Kosten des Unfalls zu tragen hat“, wobei jedes Fahrzeug aufzeichnen muss, „wann das automatisierte System zur Fahrzeugsteuerung eingeschaltet war und wann nicht und wann das automatisierte System den Fahrzeugführer zur Übernahme der Fahrzeugsteuerung aufforderte“, um so sicherzustellen, „dass der Fahrzeugführer sich nicht pauschal auf ein Versagen des automatisierten Systems berufen kann“. Es ist zu erwarten, dass in der Folge entsprechende Anpassungen auch in der Straßenverkehrs-Ordnung (StVO) gemacht werden, um nicht mehr die dauernde Beherrschbarkeit eines Fahrzeugs durch den Fahrer (StVO, §3 Absatz 1) zu fordern. Auch Änderungen in der Fahrzeug-Zulassungsverordnung sind zu erwarten. Gemäß §3 Absatz 1 ist für Kraftfahrzeuge in Deutschland eine Zulassung, bei der geprüft wird, ob das Fahrzeug einem genehmigten Typ entspricht, notwendig. Die Anforderungen an die Typgenehmigung wird in Europa durch die Richtlinie 2007/46/EG des Europäischen Parlaments und des Rates von 2007 geregelt. Die Europäische Union (EU) gehört zu den Unterzeichnern der angeschlossenen Regelungen zum „Übereinkommen über die Annahme einheitlicher technischer Vorschriften für Radfahrzeuge, Ausrüstungsgegenstände und Teile, die in Radfahrzeuge(n) eingebaut und/oder verwendet werden können, und die Bedingungen für die gegenseitige Anerkennung von Genehmigungen, die nach diesen Vorschriften erteilt wurden“⁵, und entsprechend spielen die ECE-Regelungen eine wichtige Rolle für die Typgenehmigungen für die Länder der EU. In diesem Zusammenhang ist die ECE-Regel UN-R79 und seine Anpassung aus dem Jahr 2018 zu erwähnen, in der festgehalten ist, welche autonomen Lenkeingriffe unter welchen Voraussetzungen erlaubt sind [Uni18].

Ethische Aspekte des automatisierten Fahrens

Zusätzlich zu den rechtlichen Aspekten kommen beim automatisierten Fahren ethische Fragestellungen auf, die sich bisher im Straßenverkehr nicht gestellt haben, vor allem im Zusammenhang mit Unfällen, in denen automatisierte Fahrzeuge involviert sind. Im Sommer 2017 hat eine vom Bundesministerium für Verkehr und digitale Infrastruktur eingesetzte Ethikkommission zum automatisierten Fahren einen Bericht vorgelegt, aus dem folgende Kernpunkte erwähnt werden sollten [Bun17]:

⁴ Das Straßenverkehrsgesetz ist ein Bundesgesetz, das die Grundlagen des Straßenverkehrsrechts regelt. Zusammen mit der Fahrzeug-Zulassungsverordnung (FZV), der Straßenverkehrs-Ordnung (StVO) und der Straßenverkehrs-Zulassungs-Ordnung (StVZO) wird das Straßenverkehrsrecht in Deutschland zum größten Teil festgelegt.

⁵ Häufige vereinfachte Bezeichnung für die Regelungen zum Übereinkommen: „ECE-Regelungen“ oder „UN/ECE-Regelungen“.

- Das automatisierte und vernetzte Fahren ist ethisch geboten, wenn die Systeme weniger Unfälle verursachen als menschliche Fahrer (positive Risikobilanz).
- Sachschaden geht vor Personenschaden: In Gefahrensituationen hat der Schutz menschlichen Lebens immer höchste Priorität.
- Bei unausweichlichen Unfallsituationen ist jede Qualifizierung von Menschen nach persönlichen Merkmalen (Alter, Geschlecht, körperliche oder geistige Konstitution) unzulässig.
- In jeder Fahrsituation muss klar geregelt und erkennbar sein, wer für die Fahraufgabe zuständig ist: der Mensch oder der Computer. Wer fährt, muss dokumentiert und gespeichert werden (u. a. zur Klärung möglicher Haftungsfragen).
- Der Fahrer muss grundsätzlich selbst über Weitergabe und Verwendung seiner Fahrzeugdaten entscheiden können (Datensouveränität).



Übung 1.3

■ 1.2 Integrale Fahrzeugsicherheit und Unfallstatistiken

Ziel dieses Unterkapitels ist es, wichtige Begriffe der Fahrzeugsicherheit einzuführen und mit Hilfe von Unfallstatistiken die Motivation für die Entwicklung und Erforschung von Fahrzeugsicherheitssystemen zu begründen.

Die Norm IEC 61508 definiert **Sicherheit** als „Freiheit von unververtretbaren Risiken“. Das **Risiko** $R(\mathcal{H}_i)$ eines Ereignisses \mathcal{H}_i wird von den Sicherheitsnormen als Produkt seiner Eintrittswahrscheinlichkeit $P(\mathcal{H}_i)$ und dessen Schadensausmaß $K(\mathcal{H}_i)$ definiert:

$$R(\mathcal{H}_i) = P(\mathcal{H}_i)K(\mathcal{H}_i). \quad (1.1)$$

Das Gesamtrisiko R_{Sys} eines Systems ergibt sich aus den Risiken der einzelnen Ereignisse

$$R_{\text{Sys}} = \sum_i R(\mathcal{H}_i) \quad (1.2)$$

und ist somit der Erwartungswert des möglichen Schadensausmaßes. Auch bei etablierten technischen Systemen ist immer ein Restrisiko vorhanden, das jedoch von der Gesellschaft akzeptiert werden kann, wenn es kleiner als bereits vorhandene Risiken ist [LPP10]. Das tolerierbare Risiko R_{tol} , das die Sicherheit definiert, lässt sich im Allgemeinen nicht quantifizieren und hängt sehr stark von dem betrachteten System ab. Versteht man die Sicherheit eines Systems komplementär zu dem Begriff **Gefahr** und zwar so, dass hohe Sicherheit ein geringes Risiko und hohe Gefahr ein hohes Risiko bedeuten, so lässt sich die Sicherheit eines Systems erhöhen, indem entweder die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Schadensereignisse oder die zugehörigen Schadensausmaße verringert werden. Abb. 1.2 stellt die Begriffe Sicherheit und Gefahr eines Systems in Abhängigkeit von dem Risiko R_{Sys} dar.

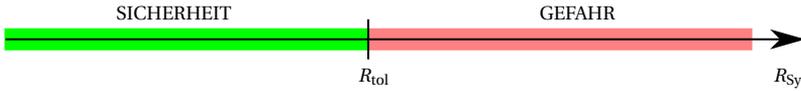


Abbildung 1.2 Sicherheit und Gefahr in Abhängigkeit von dem Risiko R_{Sys} .



Übung 1.4

Überträgt man diese Begriffe auf die **Verkehrssicherheit**, so kann man das Ziel, Unfälle zu vermeiden, als „Verringerung der Eintrittswahrscheinlichkeiten der Schadensereignisse“ und das Ziel der Unfallfolgenminderung, als „Verringerung der Schadensausmaße“ einführen. Um die Verkehrssicherheit zu erhöhen, können Maßnahmen in den verschiedenen Bereichen der Verkehrssicherheit umgesetzt werden. Diese Bereiche sind in Abb. 1.3 dargestellt. Im Folgenden soll insbesondere der Begriff der **Fahrzeugsicherheit** genauer erläutert werden.

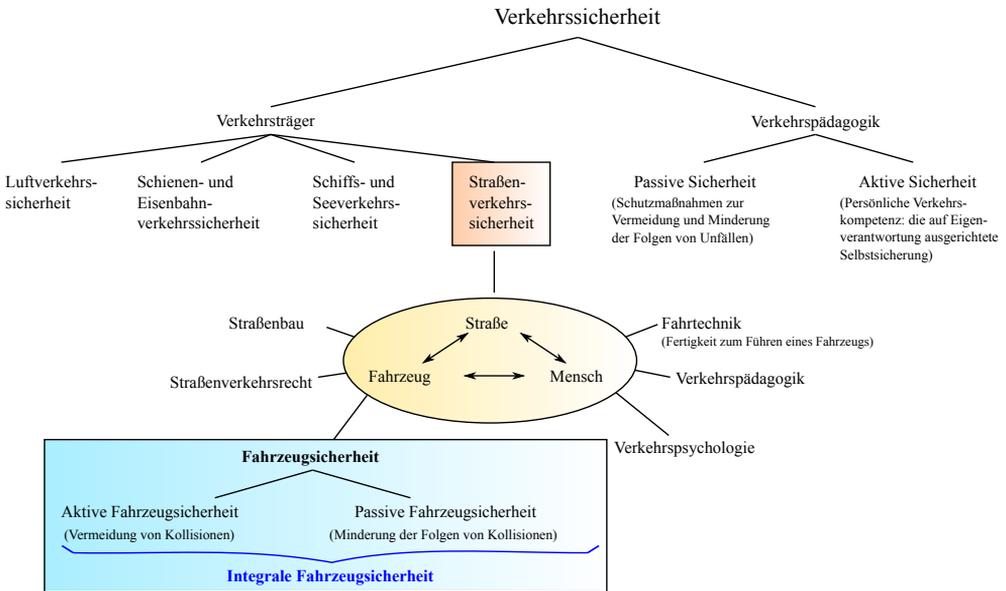


Abbildung 1.3 Übersicht Verkehrssicherheit.

Die Fahrzeugsicherheit gehört zur Straßenverkehrssicherheit und ist ein Teilaspekt des Systems Umwelt-Fahrzeug-Mensch. Sie lässt sich untergliedern in die „**passive**“ und die „**aktive**“ **Fahrzeugsicherheit**. Die passive Fahrzeugsicherheit umfasst alle Maßnahmen am Fahrzeug, die bei einem nicht vermeidbaren Unfall die Folgen so gering wie möglich machen, z. B. Gurte, Airbags, Kindersitze, Struktur der Fahrzeugfront und der Fahrgastzelle, energieabsorbierende Lenksäulen, energieabsorbierende Elemente im Fahrzeuginnenraum, Stabilität des Dachs bei Überschlägen, Überrollbügel, verbesserte Sitze mit Kopfstützen, usw. Die aktive Fahrzeugsicherheit umfasst alle Maßnahmen am Fahrzeug, die darauf abzielen einen Unfall zu verhindern, z. B. können Fahrerassistenzsysteme wie Forward Collision Warning (FCW), Blind Spot Detection (BSD), Anti-Lock Braking System (ABS) oder Electronic Stability Control (ESC) dazu gezählt werden, aber vor allem autonome Eingriffe in die Längsdynamik wie die Notfallbrem-

sung (Autonomous Emergency Braking, kurz AEB) oder zukünftig autonome Eingriffe in die Querführung des Fahrzeugs. Im Gegensatz zu passiven Fahrzeugsicherheitssystemen und vollständig autonomen Eingriffen in die Fahrzeugführung, handelt es sich beim Großteil der heute verfügbaren aktiven Fahrzeugsicherheitssysteme um einen Regelkreis, bei dem der Mensch als Regler eine wichtige Rolle spielt. Alle in kritischen Verkehrssituationen warnenden Systeme zielen darauf ab, dass der Fahrer die Gefahr rechtzeitig erkennt und selber entsprechende Maßnahmen zur Unfallvermeidung einleitet. Dabei sind die objektive Sicherheit – gegeben durch physikalische Grenzen, z. B. die Kraftübertragungsmöglichkeiten zwischen Reifen und Fahrbahn – und die subjektive Sicherheit des Fahrers zu berücksichtigen. Die Maßnahmen der aktiven Fahrzeugsicherheit müssen so ausgelegt werden, dass das Fahrzeug objektiv mehr Sicherheit bietet als subjektiv wahrgenommen wird. Ist dies nicht der Fall, so kann es zur Risikokompensation kommen, d. h. die Wirkung der Maßnahmen kann dadurch kompensiert oder sogar überkompensiert werden, wenn im Wissen um diese zusätzliche objektive Sicherheit das Fahrverhalten risikoreicher wird [WMN02].

Für die gesamtheitliche Betrachtung von passiver und aktiver Fahrzeugsicherheit wurde der Begriff **integrale Fahrzeugsicherheit** eingeführt. Abb. 1.4 visualisiert den Begriff als gesamt-

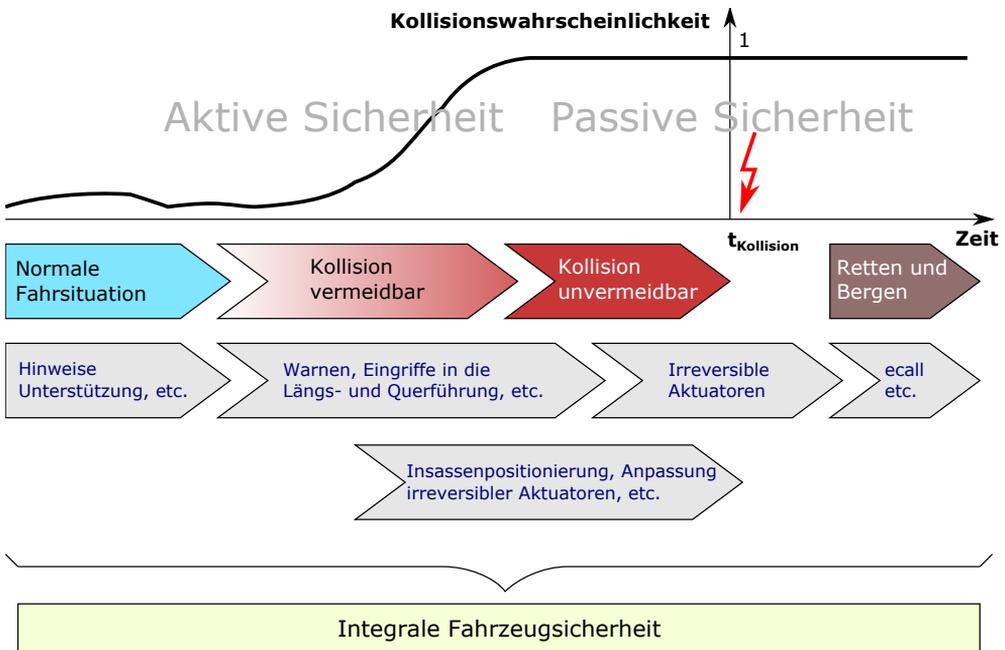


Abbildung 1.4 Integraler Ansatz: Fahrzeugsicherheit gesamthaft betrachten.

heitliche Betrachtung von aktiven und passiven Maßnahmen sowie Maßnahmen des Rettungswesens, mit dem Ziel, den Schutz aller Verkehrsteilnehmer zu steigern. Für die Zeitintervalle vor einer Kollision, während einer Kollision und nach einer Kollision werden häufig auch die Begriffe „Pre-Crash“, „In-Crash“ und „Post-Crash“ verwendet. Abb. 1.4 zeigt auch, dass die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt eines Schadenfalls, d. h. die **Kollisionswahrscheinlichkeit**, sich in jeder Verkehrssituation mit der Zeit ändert, d. h. zu jedem Zeitpunkt t_i gibt es, entsprechend Gl. (1.1), eine neue Wahrscheinlichkeit $P(\mathcal{H}_i)$ und damit ein neues Risiko $R(\mathcal{H}_i)$. Man sieht auch, dass die Kollisionswahrscheinlichkeit bereits vor Eintritt der Kollision den

Wert 1 erreicht, d. h. es ist fahrdynamisch nicht mehr möglich, einen Unfall zu vermeiden. Tritt dies ein, so sind Maßnahmen der passiven Sicherheit notwendig, um das Schadenmaß, also die **Unfallschwere**, zu reduzieren und damit die Fahrzeugsicherheit zu erhöhen.



Übung 1.5

Maßzahlen für die aktive und passive Sicherheit werden in [Kra88] hergeleitet und in [KFL⁺13] für die Jahre 1953 – 2011 vorgestellt. Dabei wird als Maßzahl für die aktive Sicherheit der Quotient aus Fahrzeugbestand und Anzahl der Unfall-Fahrzeuge, mit der Einheit KFZ/Unfall-KFZ, gewählt und als Maßzahl für die passive Sicherheit der Quotient aus der Anzahl polizeilich gemeldeter Unfälle und den Verletzungsfolgekosten, mit der Einheit Unfälle/Mio. €. Dieses Maß für die passive Sicherheit berücksichtigt die Tatsache, dass sich die volkswirtschaftlichen Verletzungsfolgekosten für tödlich Verletzte bei ca. 18%, für Schwerverletzte bei ca. 52% und für Leichtverletzte bei 30% eingependelt haben [KFL⁺13]. Die Höhe der volkswirtschaftlichen Kosten in Deutschland durch Verkehrsunfälle für das Jahr 2017 wurde von der Bundesanstalt für Straßenwesen auf ca. 34 Milliarden Euro geschätzt, d. h. mehr als 1% des Bruttoinlandsprodukts [Bun19].

In Deutschland erhebt, sammelt und analysiert das Statistische Bundesamt statistische Informationen zu Wirtschaft, Gesellschaft und Umwelt. Unter anderem veröffentlicht es monatlich und jährlich umfangreiche Daten zur Beurteilung der aktuellen Unfallentwicklung. Es gibt Zeitreihen heraus, die langfristige Vergleiche und Analysen ermöglichen. Die folgenden Statistiken ergeben sich aus den Daten des Deutschen Statistischen Bundesamts⁶.

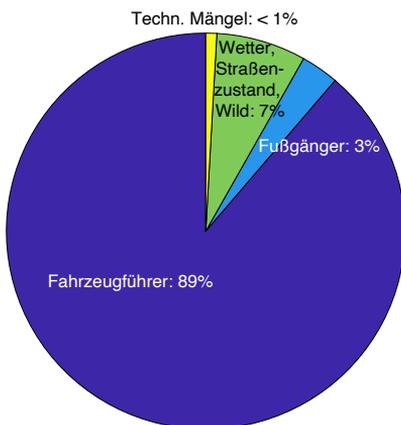


Abbildung 1.5 Ursachen für Unfälle mit Personenschaden 2018.

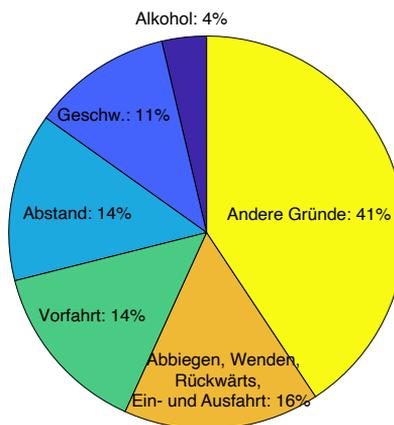


Abbildung 1.6 Fehlverhalten des Fahrzeugführers 2018.

Die häufigste Ursache für Unfälle mit Personenschaden war im Jahr 2018 mit 88,7% das Fehlverhalten des Fahrzeugführers, gefolgt mit 7,3% allgemeine Ursachen (Witterung, Straßenverhältnisse, Wild auf der Fahrbahn), 3,1% Fehlverhalten von Fußgängern und 0,9% technische Mängel [Deu19a]. Diese Aufteilung ist in Abb. 1.5 zu sehen.

Das Fehlverhalten des Fahrzeugführers lässt sich in folgende Gruppen zusammenfassen: Alkoholeinfluss (2018: 3,6%), nicht angepasste Geschwindigkeit (2018: 11,4%), nicht angepasster

⁶ Seit dem 1. Januar 2006 ist die Verwendung der Statistiken des Bundesamtes lizenz-/gebührenfrei.

Abstand (2018: 13,9%), Missachtung der Vorfahrt/Vorranges (2018: 14,3%), Abbiegen, Wenden, Rückwärtsfahren, Ein- und Anfahren (2018: 16,0%), Sonstige Ursachen (2018: 40,8%). Für das Jahr 2018 findet man die prozentuale Aufteilung dieser Fehler in Abb. 1.6.



Übung 1.6

Betrachtet man allerdings das Schadensausmaß, so zählen erhöhte Geschwindigkeit, die falsche Straßenbenutzung und Alkoholeinfluss zu den häufigsten Ursachen der Unfälle mit Getöteten [Deu19b]. Im Jahr 2018 sind in Deutschland 3275 Getötete (ca. 9 Getötete pro Tag), 67967 Schwerverletzte und 2,6 Mio. polizeilich erfasste Straßenverkehrsunfälle [Deu19b] zu verzeichnen. In Europa waren es 25100 Getötete (ca. 69 Getötete pro Tag) [Kom19] und weltweit ca. 1,35 Mio. Getötete (ca. 3700 Getötete pro Tag) [WHO18] im Straßenverkehr. In Abb. 1.7 wird die Anzahl der Getöteten in Deutschland seit 1950 dargestellt sowie die Anzahl der gemeldeten PKW in Deutschland [DES16, Sta17]. Man sieht in der Abbildung, dass die Anzahl

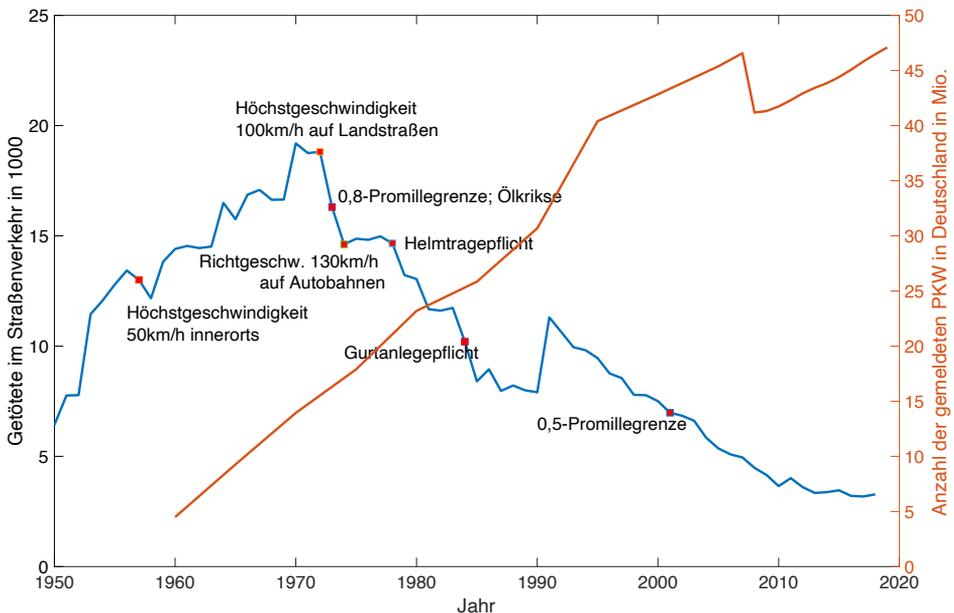


Abbildung 1.7 Anzahl Getöteter und Anzahl gemeldeter PKW in Deutschland.

Getöteter im Straßenverkehr sich seit 1970 auf ein Sechstel verringert hat, obwohl die Anzahl der angemeldeten PKW sich seitdem mehr als verdreifacht hat. Die Gründe für diese positive Entwicklung sind vor allem:

- Verkehrsrechtliche Regelungen wie z. B. die Einführung der Gurtanlege- und Helmtragepflicht oder die Senkung der Höchstgrenze für den Blutalkoholkonzentrationswert;
- Verbesserung der technischen Ausstattung von Fahrzeugen;
- Maßnahmen in der Infrastruktur, z. B. bessere Straßengestaltung, Trennung von geschützten und ungeschützten Verkehrsteilnehmern (Fußgängerzonen, Radwege);
- Bessere Verkehrserziehung;
- Verbesserte medizinische Erstversorgung.



Übung 1.7

Trotz dieser positiven Tendenz gibt es immer noch täglich ca. 9 Getötete im Straßenverkehr in Deutschland, und das menschliche Leid, das dadurch verursacht wird, lässt sich nicht in Zahlen fassen. Durch die Vermeidung von Fehlern des Fahrzeugführers kann die Sicherheit im Straßenverkehr durch Fahrzeugsicherheitssysteme noch stark erhöht werden. Allein schon die Analyse des Bremsverhaltens bei Unfällen zeigt, dass der größte Teil der Fahrer vor einer Kollision nicht ausreichend bremst [PS16]. Nur ca. 1% der Fahrer bremst mit einer Verzögerung von $8 - 10 \text{ m/s}^2$. Etwa 22% bremsen mit $6 - 8 \text{ m/s}^2$, etwa 16% mit $4 - 6 \text{ m/s}^2$, etwa 10% mit $2 - 4 \text{ m/s}^2$ und der Großteil von 51% mit weniger als 2 m/s^2 . Dies wird in Abb. 1.8 visualisiert.

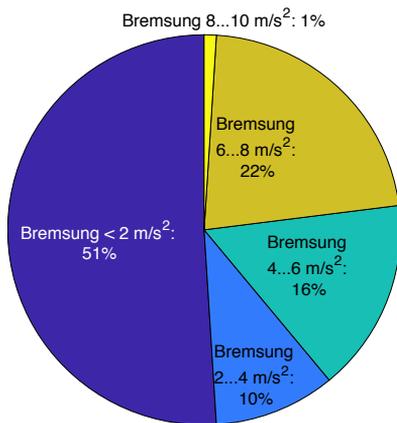


Abbildung 1.8 Bremsverhalten bei Unfällen.

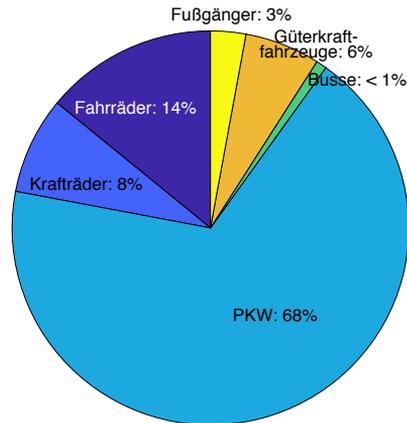


Abbildung 1.9 Hauptverursacher von Unfällen mit Personenschaden 2018.

Das Potenzial in der aktiven Sicherheit durch die Umsetzung unfallvermeidender Maßnahmen in PKW lässt sich zusätzlich auch daran erkennen, dass die Hauptverursacher von Unfällen mit Personenschaden PKW (68%) sind. Eine Visualisierung der Statistik zu den Hauptverursachern von Unfällen mit Personenschaden in Deutschland für das Jahr 2018 ist in Abb. 1.9 dargestellt. In [FKB⁺15] wird vorgestellt, dass allein durch die autonome Notbremsung für geringe Geschwindigkeiten die Anzahl der Heckaufprallunfälle um 38% verringert wird. Zu einer ähnlichen Abschätzung kommt auch das Insurance Institute for Highway Safety (IIHS) in den USA und zwar zu einer Reduktion der Heckaufprall-Unfälle um 40% durch die Einführung der automatischen Notbremsung [Nat17]. Auch das Potenzial, das sich bei autonomen Eingriffen in die Querdynamik ergibt, lässt sich in der Veröffentlichung der National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA) ablesen: Nach Einführung der „Autosteer“-Funktionalität in Tesla-Fahrzeugen ist die Anzahl der Unfälle, bei der es zu einer Auslösung von Airbags in diesen Fahrzeugen kam, um fast 40% gesunken [Nat17].

In der sogenannten **Vision Zero** [BTV12], zu der sich auch die Europäische Union im EU-Weißbuch Verkehr [Eur11] bekannt hat, wird das Ziel formuliert die Straßen und Verkehrsmittel so sicher zu gestalten, dass trotz menschlicher Fehler, diese nicht zu lebensbedrohlichen Verletzungen führen dürfen. Die technischen Systeme der aktiven und passiven Sicherheit leisten damit auch einen wesentlichen Beitrag zur Erreichung der Vision Zero. Wichtige Entwicklungen der letzten Jahrzehnte in der Fahrzeugsicherheit sind in Tab. 1.1 zu sehen [Aut08, Wik19].

Tabelle 1.1 Wichtige Entwicklungen in der Fahrzeugsicherheit.

Jahr	Entwicklung in der Fahrzeugsicherheit
1903	Erfindung des Sicherheitsgurts
1904	Einführung von Luftreifen mit Profil
1908	Einführung der ersten Fahrzeugbeleuchtung
1922	Einführung der selbsttragenden Karosserie
1949	Entwicklung der ersten Dummies
1952	Einführung der Knautschzonen
1959	Einführung des Dreipunktgurts
1957	Geschwindigkeitsbegrenzung auf 50 km/h innerorts
1972	Geschwindigkeitsbegrenzung auf 100 km/h auf Landstraßen
1973	Festlegung der 0,8-Promille-Grenze (bis 1998)
	Einführung der Dreipunktgurte auf den Vordersitzen aller neuen PKW
	Einführung der Anschnallpflicht – wenn Gurte vorhanden sind
1974	Festlegung der Richtgeschwindigkeit von 130 km/h auf Bundesautobahnen
1976	Einführung der Helmpflicht für Motorradfahrer
1978	Pflicht von Sicherheitsgurten für Rücksitze in Neuwagen
1980	Vermehrter Einbau von Fahrer-Airbags
1985	Einführung des elektronischen Antiblockiersystems (ABS)
	Vermehrter Einbau von Beifahrer-Airbags
1991	Einführung der ABS-Pflicht für schwere Nutzfahrzeuge
1994	Einführung von Seitenairbag für Fahrer und Beifahrer
1995	Einführung des elektronischen Stabilitätsprogramms (ESP)
1996	Einführung des ersten Bremsassistenten (BAS)
	Gründung von Euro NCAP für die herstellerunabhängige Bewertung von Crashergebnissen
1998	Einführung der 0,5-Promille-Grenze
	Einführung des Abstandsregeltempomaten
2005	Einführung von passiven Fußgängerschutzmaßnahmen
2009	Pflicht von Bremsassistenten für alle neuen PKW-Typen und leichten Nutzfahrzeuge (Bremsunterstützung beim ruckartigen Tritt auf die Bremse)
2011	Verpflichtende Einführung von ESP bei PKW
2014	Vergabe von Punkten durch Euro NCAP für die automatische Notbremsung (PKW)
2015	Neue schwere Nutzfahrzeuge (NFZ) müssen mit vorausschauenden Notbrems- und Spurhalteassistenzsystemen ausgerüstet werden.
2016	Vergabe von Punkten durch Euro NCAP für die automatische Notbremsung (Fußgänger)
2018	Alle neuen Automodelle mit EU-Typgenehmigung müssen mit dem automatischen Notrufsystem eCall ausgestattet sein.
	Alle neuen Nutzfahrzeuge ab 3,5 t zulässiges Gesamtgewicht müssen mit einem Notbremssystem ausgerüstet sein.

Jahr	Entwicklung in der Fahrzeugsicherheit
2019	Der europäische Rat beschließt neue Vorschriften zur Fahrzeugsicherheit. Diese sehen vor, dass ab 2022 alle neu konstruierten Kraftfahrzeuge (inklusive Lastkraftwagen, Busse und Lieferwagen) mit den folgenden Sicherheitsmerkmalen ausgestattet sein müssen: intelligenter Geschwindigkeitsassistent; Vorrichtung zum Einbau einer alkoholempfindlichen Wegfahrsperre; Fahrer-Müdigkeitserkennung und-, Aufmerksamkeitswarnsystem; fortgeschrittene Ablenkungserkennung; Notbremslichter; Systeme für die Erkennung beim Rückwärtsfahren; Unfalldatenspeicher; präzise Reifendrucküberwachung. Zusätzlich sind für für PKW und Lieferwagen vorgesehen: Notbremsassistentensysteme; Spurhalteassistentensysteme; erweiterte Kopfaufprallschutzbereiche, um potenzielle Verletzungen von ungeschützten Verkehrsteilnehmern wie Fußgängern und Radfahrern zu mindern.

■ 1.3 Schlüssel zur Wertschöpfung: Elektronikkomponenten und Signalverarbeitung

Dieses Unterkapitel soll zum einen hervorheben, dass sich die automobilen Wertschöpfungsketten durch die in Unterkapitel 1.1 genannten „Megatrends“ der Mobilität im Wandel befinden und dabei den Elektronikkomponenten und der Signalverarbeitung in diesen Komponenten eine Schlüsselrolle zukommt. Das Unterkapitel soll zum anderen einen Überblick zur aktuellen Komplexität der Elektronikkomponenten und der Signalverarbeitungsalgorithmen, die zur Umsetzung von Fahrzeugfunktionen der Fahrzeugsicherheit und des automatisierten Fahrens notwendig sind, geben.

Während der Automobilbau bis in die 1980-er Jahre hauptsächlich durch mechanische Systeme geprägt war, hat die Elektronik im Fahrzeug seither einen Aufschwung erlebt. Ein großer Teil der Wertschöpfung im Fahrzeug ist ohne Elektronikkomponenten und der darin implementierten Signalverarbeitung nicht realisierbar. Während sich in den 1950-er Jahren die Elektronikkomponenten auf Lichtmaschine, Batterie, Lampen, Blinker, Zündung und Autoradio beschränkten und 40 Kupferkabel für ein gesamtes Fahrzeug ausreichend waren, hatten Anfang der 2000-er Jahre Oberklassefahrzeuge bereits über 80 **Steuergeräte** und benötigten zur Vernetzung dieser ca. 4 km Kupferkabel. Ein großer Teil der Fahrzeugfunktionen, die den Komfort und die Sicherheit beim Fahren gewährleisten, z. B. Regelung der Aggregate, ESP, Fahrerassistenzsysteme, Schutz durch Airbags etc., sind ohne den Einzug der Steuergeräte ins Automobil nicht denkbar. Steuergeräte sind **eingebettete Systeme**, die im Allgemeinen die Steuerung oder Regelung eines Fahrzeugsubsystems übernehmen. Sie arbeiten nach dem **Eingabe-Verarbeitung-Ausgabe** (EVA)-Prinzip und bestehen aus mindestens einem Microcontroller, Speicher (SRAM, EEPROM, Flash), Eingängen (Stromversorgung, Analog- und Digitaleingänge) und Ausgängen (Treiber für Aktoren, Analog- und Digitalausgänge). Steuergeräte sind im Fahrzeug durch Busse (CAN, FlexRay, LIN, LVDS, MOST etc.) miteinander verbunden, um den Signalfloss zwischen den einzelnen Subsystemen zu gewährleisten. Die Eingabesignale kommen im Allgemeinen entweder von Sensoren oder von anderen Steuergeräten, die Verarbeitung wird auf den Microcontrollern durchgeführt, und die Ausgangssignale gehen entweder direkt an Aktoren, um diese zu steuern, oder zu anderen Steuergeräten. Mit dem Einzug der

Steuergeräte in die Fahrzeuge steigt der Anteil an Software kontinuierlich und damit die Anforderungen an Methoden und Prozesse, die für die Wertschöpfung im Bereich der Mobilität erforderlich sind. Prognosen, die aufzeigen, welche Komplexität im Forschungs- und Entwicklungsaufwand (FuE-Auwand) für softwarebasierte Fahrzeugfunktionen steckt [VDI04, Ric09], bewahrheiten sich, und es ist zu erwarten, dass beim Übergang von der **Intra-** zur **Inter-Kommunikation** dieser FuE-Auwand erneut zunimmt. Zur Verdeutlichung dieser Komplexität sollen im Folgenden anhand von zwei Beispielen für Oberklassenfahrzeuge elektronische Komponenten vorgestellt werden, die notwendig sind, um Fahrerassistenz- und aktive Sicherheitssysteme umzusetzen.

Die im Jahr 2013 auf den Markt gekommene Mercedes S-Klasse hat zur Realisierung von Fahrzeugfunktionen wie *Adaptive Cruise Control with Steering Assist*, *Adaptive Headlights*, *Self-Parking*, *Night Vision*, *Bird's Eye View*, *Pedestrian Detection*, *Collision Avoidance*, *Collision Preparation* und *Lane Keeping and Traffic Monitoring* folgende vorausschauende Sensoren integriert [How13, TP13]: 2 Nahbereichsradare vorne (Reichweite 80 m, Öffnungswinkel 80°), 1 Fernbereichsradar vorne (Reichweite 200 m, Öffnungswinkel 18°) mit Mittelbereichserfassung (Reichweite 60 m, Öffnungswinkel 60°), 2 Nahbereichsradare seitlich hinten (Reichweite 30 m, Öffnungswinkel 80°), 1 Multi-Mode-Radar hinten (Reichweite 30 m, Öffnungswinkel 80° bzw. 80 m und 16°), Stereokamera hinter der Frontscheibe (Reichweite 500 m, davon 50 m 3D-fähig, Öffnungswinkel 45°), 12 Ultraschall-Sensoren (4 vorne, 4 hinten, je 1 links und rechts vorne und hinten) und 4 Kameras als 360°-Kamerasystem (1 vorne in der Kühlermaske, 1 hinten in der Griffmulde, je 1 links und rechts im Seitenspiegelgehäuse; Öffnungswinkel vertikal ca. 130° und horizontal über 180°).

Berücksichtigt man, dass eine einfache Monovideo-Kamera mit 640×480 Pixeln und 8 Bit pro Pixel bei einer Frame-Rate von 25 Hz zu einer Datenrate von 60 MBit/s führt, so wird ersichtlich, dass die Verarbeitung der vorausschauenden Sensordaten eine große Herausforderung darstellt, sowohl was die Hardware betrifft als auch die erforderlichen Algorithmen.



Übung 1.8

Aus diesem Grund wurde im Audi A8, der im Jahr 2017 auf den Markt gekommen ist, zur Vereinfachung der Systemarchitektur für automatisierte Fahrfunktionen ein zentrales Fahrerassistenz-Steuergerät eingeführt. Dieses errechnet aus den Sensordaten ständig ein umfassendes Abbild der Umgebung für eine Vielzahl an Assistenzfunktionen. Es besteht aus vier leistungsfähigen Prozessoren [Aud17b]: Nvidia Tegra K1, Mobileye EyeQ3, Altera Cyclone V und Infineon Aurix. Während der Nvidia Tegra K1 Prozessor hauptsächlich für die Verarbeitung der Kameradaten für eine 360°-Sicht zuständig ist, finden die Bildverarbeitung für die Frontkamera im Mobileye EyeQ3-Prozessor, die Sensordatenvorverarbeitung und -fusion auf dem Altera Cyclone V-Prozessor und die Entscheidungsfindung einiger Fahrzeugfunktionen des automatisierten Fahrens auf dem Infineon Aurix-Prozessor statt. Folgende vorausschauenden Sensoren werden im zentralen Fahrerassistenz-Steuergerät zu einem zentralen Umfeldmodell zusammengeführt [Aud17c]: 1 Laserscanner (vorne), 1 Frontkamera (hinter der Frontscheibe), 1 Fernbereichsradar (vorne), 1 Infrarot-Kamera (vorne), 4 Mittelbereichsradare (an den Ecken des Fahrzeugs), 12 Ultraschallsensoren (vorne, hinten und auf den Seiten), 4 Kameras als 360°-Kamerasystem (vorne, hinten und auf den Seiten) und 1 Sensor für die Fahrer Verfügbarkeit (im Innenraum). Betrachtet man die Fahrerassistenzsysteme im Audi A8, werden zusätzlich zu den Sensoren folgende Steuergeräte vernetzt [Aud17a]: Safety Computer, ESP-Steuergerät,

Lenkungssteuergerät, Motorsteuergerät, Getriebesteuergerät, Bodycomputer, Gateway, elektronische Fahrwerksplattform, Kombiinstrument und MMI.

Es wird ersichtlich, dass die Umsetzung automatisierter Eingriffe in die Fahrdynamik das Fahrzeug zu einem „Roboterauto“ mit komplexer Sensorik, Signalverarbeitung und Aktoransteuerung verwandelt. Die Algorithmen und Methoden, die in den nächsten Kapiteln vorgestellt werden, sind entsprechend dem EVA-Prinzip dem Schritt „Verarbeitung“ zuzuordnen. Es handelt sich dabei um Verfahren zur Aufbereitung der Sensordaten, zur Schätzung und Klassifikation von Größen, die in Funktionsalgorithmen für die Regelung bzw. Steuerung von Aktoren benötigt werden, sowie um die Entscheidungsfindung in den Funktionsalgorithmen. Abb. 1.10 zeigt eine allgemeine Systemübersicht für Fahrzeugfunktionen des automatisierten

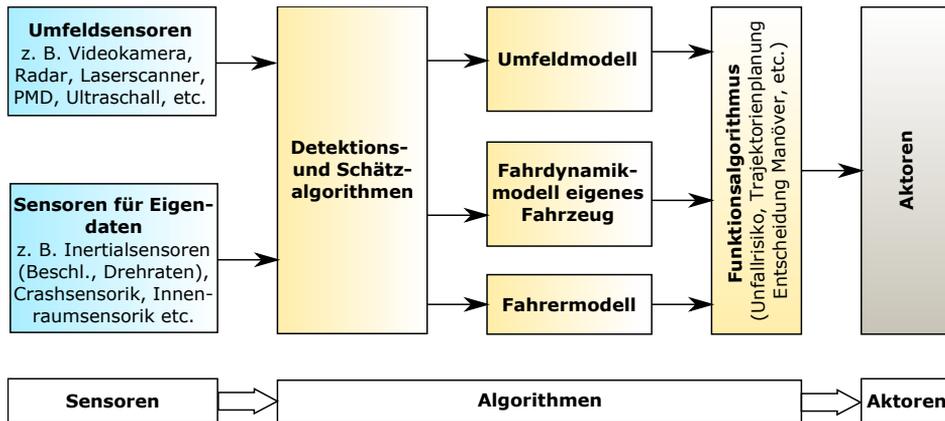


Abbildung 1.10 Systemübersicht.

Fahrens und der integralen Fahrzeugsicherheit. In den einzelnen Modulen des Blockschaltbilds finden unterschiedliche Methoden der Signalverarbeitung Verwendung. Zum einen müssen in der Kategorie „Sensoren“ grundlegende Signalverarbeitungsschritte wie Verstärkung, A/D-Wandlung oder Tiefpassfilterung, zum anderen aber auch komplexe Schritte wie z. B. die Klassifikation von Objekten aus den Rohdaten mittels **maschinellen Lernverfahren** durchgeführt werden. In der Kategorie „Algorithmen“ in Abb. 1.10 finden sich häufig Schätzverfahren, um den Zustand von Objekten im Fahrzeugumfeld aus Beobachtungen über der Zeit zu bestimmen (**Tracking**) oder um den Zustand des eigenen Fahrzeugs sowie des Fahrers zu berechnen. Ein großer Teil der Methoden, die hier Anwendung finden, kann unter dem Begriff **statistische Filterung** zusammengefasst werden. In dem Block „Funktionsalgorithmus“ stecken häufig Signalverarbeitungsalgorithmen, in denen Entscheidungen über das Verhalten des Fahrzeugs gefällt werden. Entsprechend komplex sind hier die Prädiktions- und Schätzalgorithmen, die eine Interpretation der Verkehrssituation erfordern, z. B. um Ausweichmanöver in kritischen Verkehrssituationen zu planen und sich für das richtige Manöver zu entscheiden. Insbesondere bei Fahrzeugfunktionen, die auf vorausschauenden Sensoren basieren und bei denen eine vollständige Spezifikation aufgrund der Komplexität möglicher Objekte und Ereignisse im Fahrzeugumfeld nicht mehr möglich ist, nehmen datenbasierte Verfahren, also das maschinelle Lernen, verstärkt an Bedeutung zu. Das maschinelle Lernen wird nicht nur für die Klassifikation von Objekten aus den Sensorrohdaten, sondern auch für den Schritt der Entscheidungsfindung in Fahrzeugfunktionsalgorithmen als Schlüsseltechnologie gesehen, um es Fahrzeugen zu ermöglichen, in hochkomplexen Situationen angemessen zu reagieren.



■ 1.4 Übungen und Lösungen zu Kapitel 1

Übungen

Übung 1.1

Zählen Sie vier Vorteile auf, die man sich vom autonomen Fahren erhofft.

Übung 1.2

Zu welcher Automatisierungsstufe würden Sie folgende Fahrzeugfunktionen zählen: Tempomat, Adaptive Cruise Control (ACC), Automatische Notbremsung (AEB), Valet Parking und Staupilot?

Übung 1.3

Nennen Sie drei ethische Regeln für den automatisierten und vernetzten Fahrzeugverkehr.

Übung 1.4

In dieser Aufgabe wird eine Unfallsituation betrachtet, bei der angenommen wird, dass es keinen Personenschaden, sondern nur Sachschaden gibt. Ca. 700 ms vor einer drohenden Kollision zweier Fahrzeuge soll das Gesamtrisiko berechnet werden. Für eine spezielle Verkehrssituation erhält man folgende Werte: Wenn die Kollisionspartner, ohne zu bremsen, genauso weiterfahren, kommt es zu einer Kollision mit hohem Schaden für beide Fahrzeuge. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis \mathcal{H}_1 beträgt $P(\mathcal{H}_1) = 0.75$ und die Kosten liegen bei 60.000 €. Wenn die Kollisionspartner beide bremsen, kommt es zu einem Schaden von 30.000 €. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis \mathcal{H}_2 beträgt $P(\mathcal{H}_2) = 0.2$. Wenn allerdings beide Fahrer bremsen und gleichzeitig ausweichend lenken, kann der Unfall vermieden werden, und der Schaden beträgt 0 €. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis \mathcal{H}_3 beträgt $P(\mathcal{H}_3) = 0.05$. Berechnen Sie das Gesamtrisiko.

Übung 1.5

Was versteht man unter dem Begriff „Integrale Fahrzeugsicherheit“?

Übung 1.6

Suchen Sie auf der Webseite <https://destatis.de> die aktuellsten Statistiken zu den Ursachen für Unfälle mit Personenschaden in Deutschland sowie für das Fehlverhalten der Fahrzeugführer und erstellen Sie in Matlab Tortendiagramme entsprechend der Darstellungen in den Abb. 1.5 und Abb. 1.6.

Übung 1.7

Suchen Sie auf der Webseite <https://destatis.de> die aktuellsten Statistiken für die Anzahl der Getöteten im Straßenverkehr sowie die Anzahl der gemeldeten PKW in Deutschland und erstellen Sie in Matlab eine aktualisierte Darstellung von Abb. 1.7.

Übung 1.8

Berechnen Sie die Datenrate in MBit/s, die sich bei einer Farbkamera mit 1280×800 Pixeln ergibt, wenn diese pro Farbe (rot, grün, blau) 8 Bit pro Pixel und eine Frame-Rate von 30 Hz hat.

Übung 1.9

Zählen Sie fünf Signalverarbeitungsschritte auf, die für Fahrzeugfunktionen des automatisierten Fahrens und der integralen Fahrzeugsicherheit benötigt werden.

Lösungen

Die Matlab-Skripte zu Übungsaufgaben, bei denen eine Implementierung gefordert wird, sind unter <http://www.fahrzeugsicherheitundautomatisiertesfahren.de> (Kennwort: FSuAF_SVuML!) zu finden.

Lösung zu Übung 1.1

Mehr Komfort (anderen Tätigkeiten beim Fahren nachgehen); mehr Sicherheit; höhere Verkehrseffizienz; Mobilität für Menschen mit eingeschränkten Fahrfähigkeiten.

Lösung zu Übung 1.2

Tempomat: Stufe 0; ACC: Stufe 1; AEB: Stufe 1; Valet Parking: Stufe 4; Staupilot: Stufe 3.

Lösung zu Übung 1.3

In Gefahrensituationen hat der Schutz menschlichen Lebens immer höchste Priorität; jede Qualifizierung von Menschen nach persönlichen Merkmalen ist bei unausweichlichen Unfallsituationen unzulässig; in jeder Fahrsituation muss klar geregelt und erkennbar sein, wer für die Fahraufgabe zuständig ist.

Lösung zu Übung 1.4

Das Gesamtrisiko dieser Situation lässt sich mit Gl. (1.2) berechnen

$$R_{\text{Sys}} = \sum_{\forall i} R(\mathcal{H}_i) = 0.75 \cdot 60.000 \text{ €} + 0.2 \cdot 30.000 \text{ €} + 0.05 \cdot 0 = 51.000 \text{ €}.$$

Lösung zu Übung 1.5

Integrale Fahrzeugsicherheit: gesamtheitliche Betrachtung von passiver und aktiver Fahrzeugsicherheit mit dem Ziel, den Schutz aller Verkehrsteilnehmer zu steigern.

Lösung zu Übung 1.6

Das Matlab-Skript zu dieser Übung ist unter <http://www.fahrzeugsicherheitundautomatisiertesfahren.de> zu finden.

Lösung zu Übung 1.7

Das Matlab-Skript zu dieser Übung ist unter <http://www.fahrzeugsicherheitundautomatisiertesfahren.de> zu finden.

Lösung zu Übung 1.8

Die Datenrate für diese Kamera beträgt

$$30 \frac{1}{\text{s}} \cdot 3 \cdot 8 \text{ Bit} \cdot 1280 \cdot 800 = 737,28 \text{ MBit/s}.$$

Lösung zu Übung 1.9

Tiefpassfilterung; A/D-Wandlung; Objektklassifikation mittels maschinellem Lernen; Schätzer mittels statistischer Filterung, z. B. Tracking; Entscheidungsfindung mittels maschinellem Lernen.

2

Grundlagen der Signalverarbeitung

Unter **Signalverarbeitung** versteht man das Gebiet der Ingenieurwissenschaften und der angewandten Mathematik, das sich mit der Verarbeitung und Analyse von Signalen beschäftigt. Signale stellen im Allgemeinen eine physikalische Größe dar, sollen aber in diesem Buch abstrakt als Funktionen von unabhängigen Variablen (z. B. Zeit oder Ort) verstanden werden. Gebiete der Mathematik, die in der Signalverarbeitung besonders häufig Anwendung finden, sind: Lineare Algebra, Integral- und Differentialrechnung, Wahrscheinlichkeitstheorie und stochastische Prozesse, Statistik (Schätz- und Entscheidungstheorie), Optimierung sowie die Numerik.

In diesem Kapitel soll eine kompakte Zusammenfassung einiger „Werkzeuge der Signalverarbeitung“ gegeben werden. Tatsächlich steht nur die Anwendung der Werkzeuge, soweit sie für die folgenden Kapitel benötigt wird, im Vordergrund. Dies bedeutet, dass sich die im Folgenden behandelten mathematischen Vektorräume ausschließlich auf endlichdimensionale Vektorräume mit einer gegebenen Metrik, Norm und Innenprodukt beschränken und daher keine Hinweise auf die in der Signalverarbeitung im Allgemeinen unerlässlichen Aspekte der Funktionalanalysis erfolgen, dass im Abschnitt über die Optimierung mittels Lagrange-Multiplikatoren auf fortgeschrittene Themen der konvexen Analysis verzichtet und auf Aspekte der Dualitätstheorie nicht eingegangen wird und dass lediglich die wichtigsten Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie und stochastischer Prozesse vermittelt werden.

Lernziele in Kapitel 2

Der Lernende ...

- frischt sein Grundlagenwissen zur linearen Algebra auf;
- versteht das Lösen von Optimierungsaufgaben mit Nebenbedingungen mittels Lagrange-Multiplikatoren und kann dieses Wissen anwenden;
- frischt sein Grundlagenwissen zur Wahrscheinlichkeitstheorie auf;
- frischt sein Grundlagenwissen zu linearen Systemen auf;
- kann die zeitkontinuierliche Zustandsdarstellung von linearen zeitinvarianten Systemen diskretisieren;
- frischt sein Grundlagenwissen zur Filterung von Signalen im Frequenzbereich auf;
- kann das aufgefrischte und erworbene Grundlagenwissen zum Lösen von Aufgaben nutzen.

■ 2.1 Lineare Algebra

In diesem Unterkapitel werden einige Grundlagen der linearen Algebra kurz wiederholt. Eine detaillierte Einführung in das Gebiet der linearen Algebra kann beispielsweise in [TB97] gefunden werden.

2.1.1 Definitionen und Notation

Die Menge der reellen Zahlen wird mit \mathbb{R} , die Menge der natürlichen Zahlen mit \mathbb{N} und die Menge der komplexen Zahlen mit \mathbb{C} bezeichnet.

Eine $M \times N$ -**Matrix** \mathbf{A} ist ein zweidimensionales Feld

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & \cdots & a_{MN} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

und ein N -dimensionaler **Vektor** \mathbf{x} ein eindimensionales Feld

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

wobei im Folgenden angenommen wird, dass die Elemente der Matrix \mathbf{A} und des Vektors \mathbf{x} zur Menge der reellen Zahlen gehören. In diesem Buch werden nur Spaltenvektoren verwendet und Zeilenvektoren mit Hilfe von Spaltenvektoren ausgedrückt. Matrizen werden im gesamten Buch mit fetten Großbuchstaben, Vektoren mit fetten Kleinbuchstaben geschrieben.

Die **Transponierte** der $M \times N$ -Matrix \mathbf{A} ist die $N \times M$ -Matrix \mathbf{A}^T

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{M1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1N} & \cdots & a_{MN} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Eine quadratische Matrix heißt **symmetrisch** bzw. **schief-symmetrisch**, wenn gilt

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{A} = -\mathbf{A}^T. \quad (2.4)$$

Die **Determinante** ist eine spezielle Funktion, die einer quadratischen Matrix einen Skalar zuordnet. Häufig wird für die Determinante der Matrix \mathbf{A} neben $\det\{\mathbf{A}\}$ auch die Notation $|\mathbf{A}|$ verwendet. Für eine 2×2 -Matrix ist die Determinante

$$\det\{\mathbf{A}\} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}. \quad (2.5)$$

Mit dem Entwicklungssatz von Laplace lässt sich die Determinante einer $N \times N$ -Matrix nach einer Spalte oder einer Zeile entwickeln:

$$\det\{\mathbf{A}\} = \sum_{i=1}^N (-1)^{i+j} a_{ij} \det\{\mathbf{A}^{(ij)}\} \quad \text{bzw.} \quad \det\{\mathbf{A}\} = \sum_{j=1}^N (-1)^{i+j} a_{ij} \det\{\mathbf{A}^{(ij)}\}, \quad (2.6)$$

wobei $\mathbf{A}^{(ij)}$ die $(N-1) \times (N-1)$ Untermatrix von \mathbf{A} ist, die durch Streichen der i -ten Zeile und j -ten Spalte entsteht. Für quadratische Matrizen mit reellen Koeffizienten lässt sich auch eine geometrische Interpretation für die Determinante finden. Der Betrag der Determinanten einer Matrix \mathbf{A} gibt den Skalierungsfaktor an, mit dem die Fläche oder das Volumen durch den Einfluss der linearen Transformation \mathbf{A} multipliziert wird, und das Vorzeichen der Determinanten gibt an, ob die Orientierung beibehalten wird. Zum Beispiel bildet eine zweidimensionale Matrix mit der Determinanten -2 einen Ursprungsraum mit endlicher Fläche auf einen Raum ab, der doppelt so groß ist, und ändert dessen Orientierungsrichtung.

Die **Inverse** einer quadratischen $N \times N$ -Matrix \mathbf{A} ist die $N \times N$ -Matrix \mathbf{A}^{-1} , so dass gilt

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}_N, \quad (2.7)$$

wobei \mathbf{I}_N die $N \times N$ -dimensionale Einheitsmatrix (Einsen in der Diagonalen, sonst Nullen) bezeichnet. Die Inverse einer quadratischen Matrix existiert nur, wenn ihre Spalten \mathbf{a}_i , $i = 1, \dots, N$ (oder Zeilen) **linear unabhängig** sind, d. h. aus

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i \mathbf{a}_i = \mathbf{0} \quad \text{folgt} \quad \alpha_i = 0, \text{ mit } i = 1, \dots, N. \quad (2.8)$$

Die Inverse einer quadratischen Matrix \mathbf{A} erhält man z. B. mittels „Gaußschem Eliminationsverfahren“ bzw. ganz allgemein mit der Formel

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det\{\mathbf{A}\}} \text{adj}\{\mathbf{A}\}, \quad (2.9)$$

wobei die Matrix $\text{adj}\{\mathbf{A}\}$ aus Kofaktoren von \mathbf{A} besteht und $\det\{\mathbf{A}\}$ die Determinante von \mathbf{A} ist. Der (i, j) -te Kofaktor von \mathbf{A} , d. h. der Eintrag in der i -ten Zeile und j -ten Spalte von $\text{adj}\{\mathbf{A}\}$, ist die Determinante von $\mathbf{A}^{(ij)}$, also der Matrix \mathbf{A} ohne ihre i -te Zeile und j -te Spalte, multipliziert mit $(-1)^{i+j}$.

Lineare Unabhängigkeit, wie in Gl. (2.8) beschrieben, ist äquivalent zu der Aussage, dass die Determinante von \mathbf{A} nicht null ist. Eine invertierbare Matrix wird auch **nichtsinguläre** oder **reguläre** Matrix genannt. Hat eine quadratische Matrix keine Inverse, so heißt sie **singulär**.

Der **Rang** einer Matrix ist die Anzahl an linear unabhängigen Zeilen bzw. Spalten.

Weil eine $M \times N$ -Matrix \mathbf{A} eine lineare Abbildung aus \mathbb{R}^N nach \mathbb{R}^M darstellt, bezeichnet man mit dem **Bildbereich** der Matrix \mathbf{A} den Unterraum von \mathbb{R}^M , der durch die linear unabhängigen Spalten von \mathbf{A} aufgespannt wird. Der Untervektorraum von \mathbb{R}^N , der auf den Nullvektor in \mathbb{R}^M abgebildet wird, heißt **Kern** der Matrix \mathbf{A} .

Das **Innenprodukt** oder **Skalarprodukt** zweier N -dimensionaler Vektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} in einem Euklidischen Raum ist

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \mathbf{x}^T \mathbf{y} = \sum_{i=1}^N x_i y_i. \quad (2.10)$$

Die beiden Vektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} heißen **orthogonal**, wenn ihr Innenprodukt den Wert 0 hat, d. h.

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \mathbf{x}^T \mathbf{y} = 0. \quad (2.11)$$

Die quadrierte 2-**Norm** oder \mathcal{L}_2 -**Norm** des Vektors \mathbf{x} ist das Innenprodukt von \mathbf{x} mit sich selber

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle = \|\mathbf{x}\|_2^2. \quad (2.12)$$

Die \mathcal{L}_2 -Norm $\|\mathbf{x}\|_2$ stellt die Länge des Vektors \mathbf{x} dar und wird auch **Euklidische Norm** des Vektors \mathbf{x} genannt. Ein Vektor wird als **normiert** bezeichnet, wenn er die Länge 1 hat, d. h. $\|\mathbf{x}\|_2 = 1$.



Übung 2.1

Die beiden Vektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} heißen **orthonormal**, wenn sie orthogonal und jeweils normiert sind.

Die **gewichtete Euklidische Norm** des Vektors \mathbf{x} erhält man mittels einer symmetrischen positiv-definiten Matrix \mathbf{W}

$$\|\mathbf{x}\|_W = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x}}. \quad (2.13)$$

Der **Winkel** $0 \leq \theta \leq \pi$ zwischen zwei N -dimensionalen Vektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} ist definiert durch

$$\cos(\theta) = \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{y}}{\|\mathbf{x}\|_2 \|\mathbf{y}\|_2}. \quad (2.14)$$

Man sieht mit Hilfe von Gl. (2.11), dass für orthogonale Vektoren $\cos(\theta) = 0$ gilt.

Das **dyadische Produkt** zweier Vektoren \mathbf{x}, \mathbf{y} ist die Matrix

$$\mathbf{C} = \mathbf{x} \mathbf{y}^T \quad (2.15)$$

und das **Kreuzprodukt** der Vektor

$$\mathbf{c} = \mathbf{x} \times \mathbf{y} = [x_2 y_3 - x_3 y_2, x_3 y_1 - x_1 y_3, x_1 y_2 - x_2 y_1]^T. \quad (2.16)$$

Die **Spur** (engl. trace) einer $N \times N$ -Matrix ist die Summe ihrer Diagonalelemente

$$\text{tr}\{\mathbf{A}\} = \sum_{i=1}^N a_{ii} = \text{tr}\{\mathbf{A}^T\}. \quad (2.17)$$

Eine quadratische Matrix \mathbf{A} heißt **nilpotent**, wenn eine ihrer Potenzen die Nullmatrix ergibt

$$\mathbf{A}^n = \mathbf{0} \quad \text{für ein } n \in \mathbb{N}. \quad (2.18)$$

Die **quadratische Wurzel** einer quadratischen Matrix \mathbf{A} ist die im Allgemeinen nicht eindeutige Matrix $\mathbf{A}^{\frac{1}{2}}$, so dass gilt

$$\mathbf{A}^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}^{\frac{1}{2}} = \mathbf{A}. \quad (2.19)$$

Eine **quadratische Form** q des Vektors \mathbf{x} ist definiert als die skalare Funktion

$$q = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} x_i x_j, \quad (2.20)$$

wobei gelten muss, dass $a_{ij} = a_{ji}$. Die quadratische Form kann auch als $q = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ ausgedrückt werden, wobei \mathbf{A} eine symmetrische $N \times N$ -Matrix ist und $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$. Die Matrix \mathbf{A} ist **positiv semidefinit**, wenn

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \geq 0, \quad (2.21)$$