

Hermann Henn | Gh. Reza Sinambari | Manfred Fallen

Ingenieurakustik

Physik

von A. Böge und J. Eichler

Tribologie-Handbuch

von H. Czichos und K.-H. Habig

Mechatronik

von H. Czichos

Technische Berichte

von H. und L. Hering

Wutz Handbuch Vakuumtechnik

herausgegeben von K. Jousten

Physik Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler

von P. Kurzweil (Hrsg.), B. Frenzel und F. Gebhard

Physik-Aufgabensammlung

von P. Kurzweil, B. Frenzel, J. Eichler und B. Schiewe

Das Vieweg Formel-Lexikon

von P. Kurzweil

Hermann Henn | Gh. Reza Sinambari | Manfred Fallen

Ingenieurakustik

Physikalische Grundlagen und Anwendungsbeispiele

4., überarbeitete und erweiterte Auflage

Mit 319 Abbildungen und 36 Tabellen

Unter Mitarbeit von Christoph Erhard

PRAXIS



VIEWEG+
TEUBNER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Dr.-Ing. Hermann Henn (†) war Professor für Mechanik und Akustik an der Fachhochschule des Landes Rheinland-Pfalz, Abteilung Kaiserslautern. Er starb 1982.

Dr.-Ing. Gh. Reza Sinambari ist Professor an der FH Bingen, FB1, Studiengang Umweltschutz und vertritt dort die Fachgebiete Schall- und Erschütterungsschutz. Er ist auch Geschäftsführer der Fa. IBS, Ingenieurbüro für Schall- und Schwingungstechnik GmbH, in Frankenthal.

Dr.-Ing. Manfred Fallen ist Akademischer Direktor am Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen im Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik der Technischen Universität Kaiserslautern und Leiter der Arbeitsgruppe Akustik.

1. Auflage 1984
- 2., erweiterte und überarbeitete Auflage 1999
- 3., durchgesehene Auflage 2001
- 4., überarbeitete und erweiterte Auflage 2008

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2008

Lektorat: Thomas Zipsner | Imke Zander

Vieweg+Teubner ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.viewegteubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Technische Redaktion: Stefan Kreickenbaum, Wiesbaden
Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg
Druck und buchbinderische Verarbeitung: Wilhelm & Adam, Heusenstamm
Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.
Printed in Germany

ISBN 978-3-8348-0255-2

Vorwort

Die erste Auflage erschien 1984. Mehr als zwanzig Jahre später kommt die vierte Auflage des Buches unter demselben, unverändert aktuellen Titel heraus. Das wirft die Fragen auf: Was hat sich in dieser langen Zeit im Bereich der *Ingenieurakustik* getan, und wie haben die Autoren darauf reagiert?

Natürlich nehmen die Grundlagen wieder einen breiten Raum ein. Ein enzyklopädisches Wissen, wie es zum Teil in der anwendungsbezogenen Literatur vermittelt wird, reicht nicht aus und ist auf Dauer nicht zukunftsfähig. In Kap. 2 werden die wesentlichen schall- und schwingungstechnischen Grundlagen der Schallentstehung, -übertragung und -abstrahlung behandelt und die Anwendung durch Beispiele untermauert. Im Vergleich zur 3. Auflage wurde u.a. in Kap. 2.4 das wichtige Thema „Impedanz“, hier vor allem die „mechanische Impedanz“, überarbeitet und erweitert.

„Entstehung und Abstrahlung von Schall“ bestimmen darüber, was die Schallquelle an die Umgebung emittiert. Kap. 3 beschäftigt sich weiterhin schwerpunktmäßig mit Schallsendern und deren Abstrahlverhalten. Damit lassen sich viele in der Praxis vorkommende Fälle durch relativ einfache Strahlermodelle beschreiben.

Ein Hauptziel der *Ingenieurakustik* ist die Geräuschminderung bei Produkten und Anlagen. Dazu müssen die Schallquellen geortet werden und deren akustisches Verhalten bekannt sein. Selbst bei Neuentwicklungen sind Messungen an Vorgängermodellen oder an Komponenten erforderlich. Akustische Probleme können in der Regel erst gelöst werden, wenn zuverlässige Messungen und Analysen vorliegen. Aus diesem Grund wurde ein neues Kapitel *Messtechnik* aufgenommen. Kap. 4 enthält die heute gängige Schall- und Schwingungsmesstechnik für die Messung von Schalldruck, Schallintensität und Schallschnelle (Körperschall). Die physikalischen Zusammenhänge werden erläutert, einige dafür notwendige Messgeräte vorgestellt.

Kap. 5 gibt einen Überblick über „Technische Geräusche und ihre Entstehung“ und wurde um Hinweise auf „Akustische Zustandsüberwachung und Schadenfrüherkennung“ erweitert. „Physiologische Grundlagen des Hörens und objektive Lautstärke“ werden in Kap. 6 zusammengefasst und aktualisiert. Die starke Reglementierung durch Gesetze und Normung im Bereich der Technischen Akustik macht es schwierig, immer auf dem neuesten Stand zu sein. Darüber hinaus sind die Normen nicht immer kompatibel. Die Autoren haben sich bemüht, den aktuellen Status bei Redaktionsschluss wiederzugeben.

Kap. 7 mit dem Schwerpunkt „Schallausbreitung im Freien“ wurde auf der Grundlage der aktuellen Normung völlig neu überarbeitet und erweitert. Die Anwendung der Berechnungsgrundlagen erfolgt anschaulich an Hand von einfachen Beispielen. „Schallausbreitung in geschlossenen Räumen“ ist die Standardsituation, die der Akustiker in Arbeitsstätten und Fabrikationshallen mit häufig sehr komplexen Schallfeldern vorfindet. Kap. 8 wurde ebenfalls, basierend auf den neuen Normen und Vorschriften, überarbeitet und aktualisiert.

Die „Schallleistung“ ist eine wichtige Kenngröße, u. a. wenn es um den akustischen Vergleich von Schallquellen geht. Sie wird auch häufig als Eingangsgröße für akustische Berechnungen benötigt. Das aktualisierte Kap. 9 ist deshalb allein der Schallleistung

gewidmet. Kap. 10 „Rohrleitungsgeräusche“ wurde, abgesehen von kleinen Korrekturen, weitgehend unverändert übernommen.

Einer der Hauptabnehmer für akustische Dienstleistungen ist nach wie vor die Automobilindustrie, wobei alle Hersteller aufwändige eigene Versuchseinrichtungen wie Schallmessräume, Rüttelprüfstände, akustische Windkanäle etc. und das notwendige Personal vorhalten. Der Kreis der Autoren wurde deshalb erweitert, so dass mit Kap. 11 nun auch die *Fahrzeugakustik* Einzug in das Buch hält. Hier wird ein Überblick über die wichtigsten Schallquellen gegeben. Eine Auswahl von praktischen Beispielen zeigt die Komplexität der Geräuschphänomene. Ein Lösungsweg, der im Fahrzeugbereich beschritten werden kann und durch die Weiterentwicklung der Empfangs- und Sendetechnik noch Potenzial für weitere Anwendungen hat, ist *Active Noise*. Entsprechende Hinweise sind enthalten.

Der Titel *Ingenieurakustik* lässt ein breites Spektrum an Themen zur Schallentstehung, -weiterleitung und -abstrahlung sowie zur Geräuschminderung erwarten, erhebt aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Bei näherer Betrachtung wird man aber feststellen, dass viele akustische Probleme aus unterschiedlichen Bereichen ähnlicher Natur sind und damit auch die Problemlösungen zu vergleichbaren Lösungsansätzen führen. Damit richtet sich das Buch nicht nur an direkt angesprochene Fachkreise, sondern auch an alle Ingenieurinnen und Ingenieure aus Entwicklung, Konstruktion, Fertigung, ja sogar aus dem Vertrieb, für die Lärminderung Bestandteil der Produktentwicklung ist. Angesprochen sind auch Fachkräfte, die mit der Beurteilung von Maschinenlärm und der Einhaltung von akustischen Vorgaben befasst sind.

Darüber hinaus ist das Buch ein wichtiges Hilfsmittel für Studierende an Fachhochschulen und Technischen Universitäten beim Umgang mit der komplexen Materie der Technischen Akustik.

Besonders möchten wir Herrn Dr. Christoph Erhard, Daimler AG für seine Mitarbeit und Erstellung des Kapitels *Fahrzeugakustik* danken.

Für die Unterstützung bei der Gestaltung, der Überarbeitung und für das Korrekturlesen des Buches bedanken sich die Autoren herzlich bei den Mitarbeitern der Firma IBS Frankenthal, Frau Veronika Novotny und Herrn Dipl.-Ing.(FH) Eric Tschöp. Besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. (FH) Udo Thorn, der u. a. maßgebend bei der Erstellung des neuen Kapitels „Messtechnik“ beteiligt war.

Dank gebührt auch den Mitarbeitern der Arbeitsgruppe Akustik der TU Kaiserslautern, Herrn Dipl.-Ing. Hans-Jürgen Kammer und Herrn Dipl.-Ing. Kai Pies, für Anregungen und Korrekturen an der 4. Auflage.

Dem Lektorat, namentlich Herrn Thomas Zipsner, Herrn Stefan Kreickenbaum und Frau Imke Zander, sei gedankt für die gute Unterstützung und entgegengebrachte Geduld.

Bingen, Frankenthal und Kaiserslautern, im Juli 2008

Gh. Reza Sinambari

Manfred Fallen

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen des Schallfeldes	5
2.1	Einleitung	5
2.2	Schallfeldgrößen und Schallfelder	5
2.2.1	Lineares Wellenfeld	5
2.2.2	Ebenes Wellenfeld	9
2.2.3	Kugelwellenfeld	14
2.3	Geschwindigkeit der Schallausbreitung	16
2.3.1	Ausbreitung in Gasen	16
2.3.2	Ausbreitung in Flüssigkeiten	18
2.3.3	Ausbreitung in festen Körpern (Körperschall)	20
2.4	Impedanz	25
2.4.1	Akustische Impedanz	25
2.4.2	Mechanische Impedanz	28
2.4.2.1	Mechanische Impedanzen idealisierter Bauteile	28
2.4.2.2	Mechanische Eingangsimpedanz realer Bauteile	36
2.4.2.3	Elastische Entkopplung, Schwingungs- und Körperschallisolierung	40
2.4.3	Übertragene mechanische Leistung	47
2.5	Energetische Größen des Schallfeldes	49
2.5.1	Ebenes Wellenfeld	50
2.5.2	Kugelwellenfeld	51
2.6	Zeitliche und spektrale Darstellung von Schallfeldgrößen	52
2.6.1	Periodischer Zeitverlauf	54
2.6.2	Regelloser, stochastischer Zeitverlauf, allgemeines Rauschen	55
2.6.3	Kurzzeitige Messgrößenänderungen, Impulswirkung	61
2.6.4	Allgemeine Geräusche, Lärm	69
2.7	Schallpegelgrößen	70
2.7.1	Zusammenhang zwischen einer Schallintensitäts- bzw. Schalldruckänderung und einer Pegeländerung	72
2.7.2	Pegeladdition, Summenpegel	74
2.7.3	Störpegel	76
2.7.4	Mittelwertbildung von verschiedenen, zeitlich konstanten Pegeln	77
2.7.5	Mittelwertbildung zeitabhängiger Pegel	78
	Literatur	83

3	Entstehung und Abstrahlung von Schall	85
3.1	Schallentstehungsmechanismen	85
3.2	Schallentstehung bei einfachen Schallsendern	86
3.2.1	Linienhafte Kontinua	87
3.2.1.1	Schwingende Saiten	87
3.2.1.2	Schwingende Stäbe, Zungen	87
3.2.1.3	Schwingende Ringe, Rohre	89
3.2.1.4	Schwingende Gassäulen (Flüssigkeitssäulen)	92
3.2.2	Flächenhafte Kontinua	93
3.2.2.1	Schwingende Membranen	93
3.2.2.2	Schwingende Platten	96
3.3	Abstrahlung von Körperschall, Abstrahlgrad	98
3.3.1	Kugelstrahler 0-ter Ordnung	102
3.3.2	Kugelstrahler 1. Ordnung	108
3.3.3	Kugelstrahler 2. Ordnung	113
3.2.4	Kolbenstrahler	116
3.3.4	Biegeelastische, unendlich große Platte bei Körperschall-anregung	120
3.3.5	Koinzidenzeffekt	128
	Literatur	134
4	Messtechnik	135
4.1	Grundlagen der Schall- und Schwingungsmesstechnik	135
4.1.1	Schalldruckmessung	135
4.1.2	Schallintensitätsmessung	140
4.1.3	Körperschallmessungen	150
4.1.3.1	Messtechnische Bestimmung der mittleren Schnellepegel einer Struktur	157
4.1.3.2	Fehlerquellen bei der Ermittlung von Struktur-schwingungen in Folge von Aufnehmerrückwirkungen und Störschwingungen	158
	Literatur	161
5	Technische Geräusche und ihre Entstehung	163
5.1	Körperschall	163
5.1.1	Stoß- und Schlaganregung	164
5.1.2	Periodische Anregung	165
5.1.3	Stochastische Anregung	166
5.2	Fluidschall	167
5.2.1	Aeropulsive Geräusche	167
5.2.2	Geräuscentstehung infolge Wirbelbildung	169
5.2.3	Geräuscentstehung durch Freistrahlen	170
5.2.4	Geräuscentstehung in turbulenten Grenzschichten	173

5.3	Thermodynamische Geräusche	176
5.4	Resonanztöne	176
5.5	Fluidschall in Gasen und Flüssigkeiten	177
5.6	Akustische Zustandsüberwachung und Schadenfrüherkennung	179
	Literatur	181
6	Physiologische Grundlagen des Hörens und objektive Lautstärke	183
6.1	Menschliches Gehör	183
6.2	Subjektive Lautstärke und Weber-Fechnersches Gesetz	187
6.3	Tonhöhe	191
6.4	Psychoakustische Parameter	191
6.4.1	Rauigkeit und Schwankungsstärke	191
6.4.2	Schärfe	193
6.5	Objektive Lautstärke	193
6.5.1	Frequenzbewerteter Schallpegel	193
6.5.2	Zeitbewerteter Schallpegel	196
6.5.3	Berechnung und Beurteilung der Lautstärke breitbandiger Geräusche (Frequenzgruppenverfahren nach E. Zwicker)	197
6.5.4	Beurteilung der Lästigkeit von Geräuschen	201
6.5.4.1	NR-Verfahren	202
6.5.4.2	Perceived Noise Level	202
6.5.4.3	Beurteilungspegel	204
	Literatur	213
7	Schallausbreitung im Freien	215
7.1	Punktschallquelle	215
7.2	Linien- und Flächenschallquellen	220
7.2.1	Behandlung von Linien- und Flächenschallquellen im gültigen Normenwerk	220
7.2.2	Theoretische Abschätzung von Immissionspegeln in geringer Entfernung von Linien- und Flächenschallquellen	222
7.3	Reflexionen bei der Schallausbreitung	229
7.4	Zusätzliche Pegelminderungen	230
7.4.1	Pegelminderung durch Dämpfungseffekte	230
7.4.2	Pegelminderung durch Abschirmung im Freien	237
7.5	Zusammenfassung und Beispiele	248
7.5.1	Exaktes Berechnungsverfahren nach DIN EN ISO 9613-2	248
7.5.2	Überschlägiges Berechnungsverfahren für A-Gesamtpegel nach DIN EN ISO 9613-2	251
7.5.3	Beispiele	252
	Literatur	258

8	Schallausbreitung in geschlossenen Räumen	259
8.1	Eigenwerte, geometrische Reflexion, diffuses Schallfeld	260
8.2	Energiebetrachtung bei der Schallreflexion, Anpassungsgesetz	265
8.3	Luftschalldämmung an ebenen Wänden endlicher Dicke, Massengesetz	270
8.4	Luftschalldämmung von Doppelwänden aus biegeweichen Schalen	290
8.5	Bewertetes Schalldämmmaß R_w	295
8.6	Luftschalldämpfung an ebenen Wänden, Poren und Resonanzabsorbern	297
8.6.1	Porenabsorber	297
8.6.2	Resonanzabsorber	304
8.7	Gesamtabsorption eines Raumes	310
8.8	Schalldruckpegel des diffusen Schallfeldes	313
8.9	Hallradius	317
8.10	Nachhallzeit	318
8.11	Hörsamkeit eines Raumes	324
8.12	Schallabstrahlung von Räumen	328
8.13	Semi-Diffusfeld, Bezugsschallquelle	338
8.14	Akustische Messräume	343
8.14.1	Reflexionsarme Schallmessräume	343
8.14.2	Hallräume	344
	Literatur	346
9	Schallleistung	349
9.1	Schallleistung, eine invariante Größe	349
9.2	Ermittlung des Schallleistungspegels nach dem Hüllflächenverfahren	351
9.2.1	Messung unter Freifeldbedingungen	351
9.2.2	Messung in geschlossenen Räumen	357
9.3	Ermittlung des Schallleistungspegels nach dem Hallraumverfahren	360
9.4	Emissions-Schalldruckpegel am Arbeitsplatz	362
	Literatur	365
10	Rohrleitungsgeräusche	367
10.1	Einleitung	367
10.2	Mathematische Behandlung der Rohrströmung	368
10.3	Innere Schallleistung	374
10.4	Dämmung der Rohrwand	377
10.5	Schallweiterleitung in der Rohrleitung	382
10.5.1	Dämpfung in geraden Rohrstrecken	383
10.5.2	Dämpfung (Dämmung) an Formelementen	387
10.5.3	Dämpfung (Dämmung) an der Austrittsöffnung	389
10.5.4	Dämpfung (Aufteilung) an Rohrverzweigungen	392
10.6	Schallabstrahlung an der Rohrwand, äußere Schallleistung	395
10.7	Rechenbeispiel	398
	Literatur	404

11 Fahrzeugakustik	407
11.1 Allgemeines	407
11.2 Geräuschquellen am Kraftfahrzeug	407
11.2.1 Motor	408
11.2.2 Geräusche der Abgasanlage	410
11.2.3 Luftansaugung	414
11.2.4 Lüfter/Kühlanlage	415
11.2.5 Getriebegeräusche	416
11.2.6 NVH-Phänomene der Gelenkwelle	417
11.2.7 Reifen-/Fahrbahngeräusche	419
11.2.8 Windgeräusche	419
11.3 Luftschall und Körperschalldämmung und -dämpfung in Fahrzeugen	420
11.4 Innengeräusche	421
11.5 Außengeräusche	424
11.6 Luftschallabstrahlung eines Pkw-Abgassystems	428
11.6.1 Anregungsmechanismus	429
11.6.2 Probleme bei der nachträglichen akustischen Verstimmung	433
11.7 Aktive Geräuschreduzierung (Active Noise)	434
Literatur	437
Anhang	439
A1 Herleitung einiger Wellengeschwindigkeiten in festen Körpern	439
A2 Gruppengeschwindigkeiten	439
Verzeichnis der Formelgrößen	443
Sachwortverzeichnis	454

1 Einleitung

Bei der akustischen Auslegung von Maschinen und Anlagen geht es im Wesentlichen darum, die Geräuschenstehung und Geräuschabstrahlung zu reduzieren und/oder den Geräuschen einen Klang zu verleihen, der einen dem Charakter der Geräuschquelle entsprechenden Gehöreindruck vermittelt. Dabei sind in zunehmenden Maße Vorschriften und Grenzwerte zu beachten, da der Mensch ganz erheblich durch Lärm geschädigt werden kann. Das Interesse an der Akustik hat in den letzten Jahren ständig zugenommen, wie auch die Rangliste von Kaufkriterien eines Automobilherstellers zeigt (Bild 1.1).



Bild 1.1 Wertigkeit von Kriterien beim Fahrzeugkauf

Da ist der Pumpenhersteller, der Aufträge an die Konkurrenz verliert, weil seine Produkte „zu laut“ sind. Dabei strahlt nicht einmal die Pumpe selbst den Hauptanteil der Geräusche ab, sondern die angeschlossenen Leitungen und Apparate. Im Bereich der Automobilindustrie müssen die Zulieferer geräuschoptimierte Produkte entwickeln, ohne dass das Fahrzeug schon existiert. Man benötigt also u. U. fahrzeugunabhängige Prüfstände, um das Produkt vorab akustisch testen zu können. Der Aufwand wird also immer größer, um zuverlässig das gewünschte Teil liefern zu können. Dazu gehört auch, dass die Komponenten in der Serie die verlangten akustischen Kriterien einhalten, was eine akustische Qualitätskontrolle in der Fertigung erfordert. Als Beispiel seien an dieser Stelle die elektrische Sitzverstellung von Fahrzeugen der Mittel- und Oberklasse genannt. Der Kunde würde ein „billig“ klingendes Geräusch nicht akzeptieren. Bei bestimmten Vorgängen muss das Betätigungsgeräusch aber auch hörbar sein, da sonst der Eindruck entsteht, die Funktion ist gestört. Hier wird das Arbeitsgebiet der Psychoakustik tangiert.

Geräusche kommen selten isoliert vor, d. h. man hat es meistens mit Überlagerungen zu tun. Als Beispiel sei der Freizeitlärm genannt, der oft von Verkehrslärm überlagert ist. Letzterer unterliegt übrigens besonderen Vorschriften, die regional auch unterschiedlich sind. Man denke in diesem Zusammenhang an Fluglärm und z. B. Nachtflugverbote, während der Straßenverkehrslärm dagegen wenig eingeschränkt ist. Hier werden häufig Geschwindigkeitsbeschränkungen eingeführt, woraus schon zu erkennen ist, dass die Betriebsbedingungen für die Schallentstehung eine wichtige Rolle spielen. Eine Maschine erzeugt in der Regel bei Volllast mehr Geräusch als bei Teillast. So können z. B. Windenergieanlagen bei Überschreitung von Lärmgrenzwerten nachts mit geräuschreduzierten Leistungskurven betrieben werden, was natürlich Einbußen bei der Stromproduktion bedeutet.

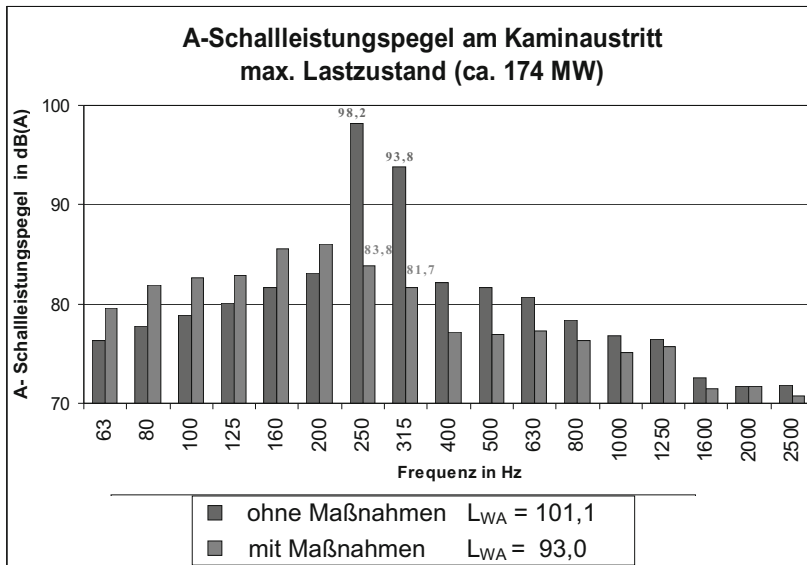


Bild 1.2 Gemessene, frequenzbewertete Schalleistungspegel eines Kraftwerks vor und nach der Durchführung von Geräuschminderungsmaßnahmen

Bei einem Beispiel aus der Praxis konnten die Genehmigungsaufgaben für ein Kraftwerk nicht erfüllt werden, weil in dem betroffenen Gebiet, das in unmittelbarer Nachbarschaft ein Wohnviertel aufweist, die zulässigen Schallimmissionsrichtwerte erheblich überschritten wurden. In diesem Fall kam es durch den nachträglichen Einbau eines Wärmetauschers im Abgassystem zu einer Resonanzanregung eines weiter entfernten Bauteils der Anlage, was zu tonalen Geräuschanteilen mit entsprechender Belästigung führte. Durch schall- und schwingungstechnische Untersuchungen wurden die Ursache und die Mechanismen der Schallentstehung ermittelt und darauf aufbauend das Geräuschproblem durch einfache strömungstechnische Maßnahmen behoben¹. Bild 1.2 zeigt die gemessenen Schalleistungspegel vor und nach der Maßnahme. Man erkennt deutlich die Verbes-

¹ Sinambari, Gh. R.; Thorn, U.: Strömungsinduzierte Schallentstehung in Rohrbündelwärmetauschern. Zeitschrift für Lärmbekämpfung 47, 2000, Nr.1.

serung an den geringeren Pegeln, wenn auch bisher der Schallleistungspegel noch nicht als bekannt vorausgesetzt werden kann. Aber nicht nur die großen Maschinen machen lästige Geräusche, sondern auch die kleinen, weil sie oft zu hochfrequenten Geräuschen führen, die für das menschliche Ohr besonders unangenehm sind.

Bei den meisten technischen Abläufen und Prozessen entstehen Geräusche, die für den Vorgang charakteristisch sind. Damit eröffnen sich viele Möglichkeiten, Prozesse akustisch zu überwachen und zu steuern. In den vergangenen Jahren hat sich in diesem Bereich ein neues Geschäftsfeld etabliert, das aufgabenspezifisch akustische Qualitäts- und Produktüberwachungssysteme entwickelt bzw. bereitstellt. Dabei werden z. B. gespeicherte Referenzgeräusche, die den Normalzustand wiedergeben, mit den aktuellen Betriebsgeräuschen verglichen. Bei Abweichungen können geeignete Maßnahmen ergriffen werden.

Die Akustik nimmt als Disziplin eine Sonderstellung ein, da es ausschließlich um das menschliche Gehör geht. Die Geräuschreduzierung einer Maschine senkt in der Regel nicht den Verbrauch und verbessert nicht den Wirkungsgrad. Es geht lediglich darum, dass der Mensch nicht geschädigt wird oder einen bestimmten Höreindruck gewinnt. Dabei kommt den Bedingungen am Arbeitsplatz eine besondere Bedeutung zu. Der Arbeitgeber ist verpflichtet, den Arbeitsplatz u. a. so einzurichten, dass Gehörschäden vermieden werden. Eine Verletzung der Sorgfaltspflicht ist mit erheblichen Regressforderungen verbunden. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass Lärmschutz, vor allem wenn er an bestehenden Maschinen und Anlagen vorgenommen werden soll, immer mit großen Kosten verbunden ist. Besonders kostspielig sind Fälle, bei denen Geräuschgrenzwerte garantiert werden, für die vorher keine fundierte Prognose bzw. akustische Überprüfung vorgenommen wurde. Dabei ist zwischen primären und sekundären Schallschutzmaßnahmen zu unterscheiden. Primär bedeutet dabei, dass die Geräuschentwicklung an der Entstehungsstelle reduziert wird, am besten also gar nicht erst entsteht. Sekundär bedeutet, dass man verhindert, dass der Schall das menschliche Ohr erreicht. Die Einwirkung von Geräuschen auf den Menschen hängt dabei von verschiedenen Faktoren ab wie Art und Eigenschaften der Geräusche, Ort und Zeitpunkt der Geräuschemissionen, Verfassung der Betroffenen, Gewöhnung und Sensibilisierung.

Die Anforderungen an moderne Maschinen und Anlagen sind sehr vielfältig. Neben Funktionalität, Haltbar- und Bezahlbarkeit müssen Emissionen vermindert werden. Aus Sicht der Akustik bedeutet dies, dass man an bereits bestehenden Maschinen und Anlagen, u. a. auf Grund verschärfter Vorschriften, Geräusch- und Schwingungsminderungsmaßnahmen vornehmen muss. Bei der Neuentwicklung von Produkten gewinnt verständlicherweise die Frage der geringeren Geräusch- und Schwingungsemissionen, die heute auch verstärkt ein Qualitätsmerkmal darstellt, immer mehr an Bedeutung.

Ein großes Problem entsteht in der Praxis häufig dadurch, dass der Ingenieur vom Studium her keine oder nur unzulängliche Kenntnisse der Akustik mitbringt. Der Konstrukteur ist in der Regel nicht auf die akustischen Aspekte bei der Entwicklung einer Maschine oder Anlage vorbereitet. Schalltechnische Begriffe, Bezeichnungen und Berechnungsweisen sind ihm nicht vertraut. Akustische Vorgänge sind sehr komplex, und das Denken in Frequenzgängen und Logarithmenfunktionen fehlt. Der Konstrukteur ist gewohnt, in Kraft- und Leistungsflüssen zu denken. So liegt die Schallabstrahlungsleistung einer 1000kW-Maschine in der Größenordnung von 1 W. Bildet man daraus den **Akustischen Wirkungsgrad**, der das Verhältnis von abgestrahlter Schallleistung zur Maschinenleis-

tung darstellt, ergibt sich eine sehr kleine Größe, nämlich 10^{-5} . Die Geräuschentwicklung ist dagegen gewaltig.

Je komplexer eine Konstruktion ist, desto komplexer ist auch die Lärmsituation. Die Folgerung beim Konstruieren ist ein methodisches Vorgehen mit abstrahierenden Ordnungsprinzipien. In der Lehre wird dieses Gebiet unter dem Begriff *Lärmarm Konstruieren* zusammengefasst. Präzise Funktion verlangt meist enge Toleranzen, was sich meistens auch günstig auf die Geräuschreduzierung auswirkt. Kostengünstige Fertigung erfordert dagegen eher grobe Toleranzen, was häufig Lärmprobleme mit sich bringt.

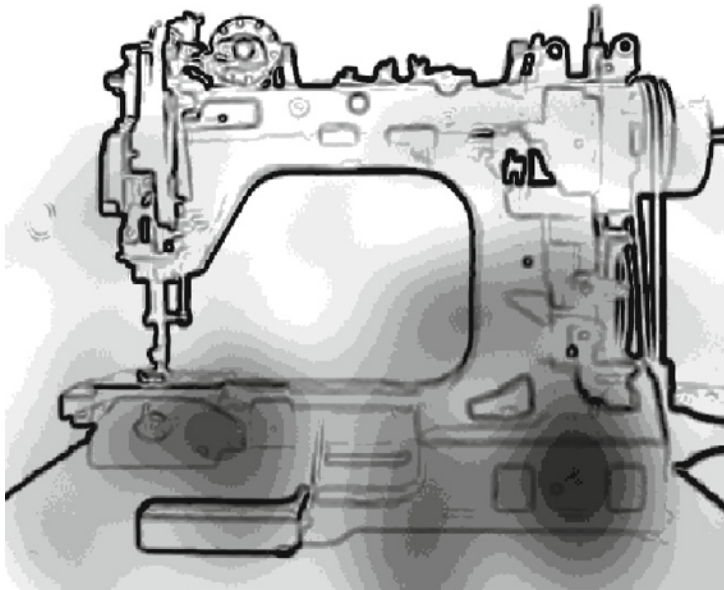


Bild 1.3 Sichtbarmachung von Schallquellen an einer Haushaltsnähmaschine

Ein Hauptziel der experimentellen Akustik ist die Ortung von Schallquellen. Unter dem Schlagwort „**Akustische Kamera** oder **beamforming**“ sind inzwischen eine ganze Reihe brauchbarer Messsysteme entstanden, die dem Entwickler die Arbeit erleichtern. Hauptbestandteil solcher Systeme ist eine ausgeklügelte Software, die aus den Mikrofonsignalen eines Mikrofonarrays die gewünschten Informationen herausfiltert. Bild 1.3 zeigt eine Haushaltsnähmaschine, deren Hauptschallquellen nach dem Verfahren ermittelt wurden². Die hinterlegten Graustufen markieren die störenden Schallquellen und die Amplituden der Schalldrücke bzw. Schalldruckpegel.

Das vorliegende Fachbuch stellt die akustischen und schwingungstechnischen Grundlagen bereit, die für eine praxisnahe Bearbeitung technischer Entwicklungsaufgaben aus dem Bereich Geräuschminderung und Entwicklung geräuscharmer Produkte benötigt werden. Es ist aber auch als Nachschlagewerk zu verstehen, das einen schnellen Zugriff auf Daten wie Eigenfrequenzen, Dämpfungen und Dämmmaßen ermöglicht.

² Quelle: gfai tech GmbH, Berlin

2 Theoretische Grundlagen des Schallfeldes

2.1 Einleitung

In einem unendlich ausgedehnten gasförmigen Medium, z. B. Luft, mit dem Druck p_0 , der Dichte ρ_0 und der Temperatur T_0 im Ruhezustand pflanzt sich eine örtlich begrenzte, zeitlich veränderliche Störung des Gleichgewichtes in freien Wellen fort. Da Gase nur sehr kleine Schubkräfte übertragen können und auch keine freien Oberflächen besitzen, erfolgt diese Fortpflanzung nur in Form von Längswellen. Dabei schwingen örtlich die Gasteilchen in der Fortpflanzungsrichtung hin und her, wobei gegenüber dem Ruhedruck p_0 sehr kleine Druckschwankungen auftreten. Diese Druckschwankungen werden vom menschlichen Ohr empfangen und können als Schall wahrgenommen werden. In Anlehnung an das menschliche Hörvermögen wird in der Technik der akustische Frequenzbereich von 16 Hz bis 20 kHz festgelegt. Schall kann sich aber auch in Flüssigkeiten und festen Körpern fortpflanzen. In diesen Fällen spricht man dann von Flüssigkeits- bzw. Körperschall. Die Schallausbreitung in Flüssigkeiten erfolgt in ähnlicher Weise wie bei Gasen in Längswellen. Bei festen Körpern können erheblich größere Schubspannungen übertragen werden, wodurch andere Wellenformen auftreten.

2.2 Schallfeldgrößen und Schallfelder

Kommt es in einem Raum zu einem Schallereignis, so führen die Gasteilchen Schwingungen aus, die zu dem sog. Schalldruck oder auch Schallwechseldruck p führen. Die Geschwindigkeit, mit der die Teilchen hin und her schwingen, wird Schallschnelle v genannt. Beide Größen sind Schallfeldgrößen des sog. Schallfeldes, in dem sich die Störung ausbreitet. Der Wechseldruck ist eine skalare Größe. Im Gegensatz dazu hat die Schnelle als kinematische Feldgröße Vektorcharakter. Beide Größen sind von der Zeit und vom Ort abhängig. Das Schallfeld ist ausreichend beschrieben, wenn man an jeder Stelle des Mediums zu jedem Zeitpunkt den Wechseldruck und die Schnelle für die drei Raumrichtungen kennt. Ein räumliches Wellenfeld liegt vor, wenn die Ausbreitung in allen Richtungen, ein ebenes Wellenfeld, wenn sie nur in einer Richtung erfolgt, und die Feldgrößen in Ebenen senkrecht dazu konstant sind.

2.2.1 Lineares Wellenfeld

Ein lineares Wellenfeld baut sich in einem unendlich langen Rohr nach einer Störung auf, wenn der Durchmesser d klein gegen die Wellenlänge der sich im Rohr fortpflanzenden Störungen ist. Die Schwingung sei als klein angenommen, so dass auch die Feldgrößen p und v , wobei Letztere nur in Richtung der Rohrachse wirkt, kleine Größen dar-

stellen. Sie sind von der Zeit t und der Ortskoordinate x auf der Rohrachse abhängig. Ein Wellenvorgang liegt nur dann vor, wenn eine zeitliche Änderung einer Feldgröße mit der räumlichen Änderung einer anderen Feldgröße gekoppelt ist. Im Folgenden soll nun ein Zusammenhang zwischen der zeitlichen und örtlichen Abhängigkeit der Feldgrößen hergeleitet werden. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass mit der Druckänderung auch eine Dichteänderung verbunden ist. Für die Berechnung stehen folgende Grundgleichungen zur Verfügung: die Newtonsche Bewegungsgleichung, die den Wechseldruck mit der Schnelle verknüpft, die Kontinuitäts- oder Massenerhaltungsgleichung, die den Zusammenhang zwischen der Schnelle und der Dichteänderung herstellt, und die Gleichungen für isentrope Zustandsänderungen idealer Gase, die die Abhängigkeit zwischen einer Dichte- und einer Druckänderung liefern.

Die Newtonsche Gleichung lautet für ein Volumenelement mit der Breite dx in der Eulerschen Form (Bild 2.1)

$$\rho \frac{dv}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.1)$$

Hierin ist die Totalbeschleunigung

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.2)$$

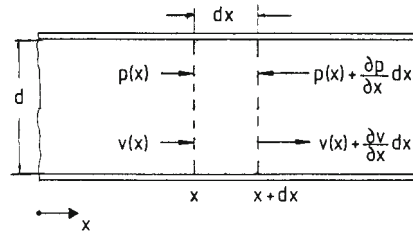


Bild 2.1 Zustandsänderungen an einem Volumenelement im Rohr

Der konvektive Anteil $v \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$, der bei stationären Rohrströmungen maßgebend ist, kann hier wegen der kleinen Größe von v vernachlässigt werden, so dass die Totalbeschleunigung sich nur aus dem instationären Anteil $\frac{\partial v}{\partial t}$ zusammensetzt.

Da nur kleine Dichteänderungen angenommen werden, kann für die Dichte die des Ruhezustandes angesetzt werden. Damit erhält man dann für die Newtonsche Gleichung

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.3)$$

Sie ist eine erste Bestimmungsgleichung für die Feldgrößen p und v .

Zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung am Element dx mit dem Volumen ΔV muss dessen Masse $dm = \rho \cdot \Delta V$ konstant gehalten werden.

Durch logarithmisches Differenzieren folgt zunächst

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = -\frac{\partial(\Delta V)}{\Delta V} = -\delta. \quad (2.4)$$

Hierin wird die relative Volumenänderung auch als Volumendilatation δ bezeichnet. Die Berechnung von δ lässt sich mit Hilfe von Bild 2.2 durchführen. Es zeigt die Verschiebungen des Elementes dx bei gleichzeitiger Volumenänderung. Danach ist

$$\delta = (\overline{dx} - dx) / dx.$$

Mit

$$\overline{dx} = dx + \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) dt - v dt$$

wird $\delta = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dt$ und somit

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = -\frac{\partial v}{\partial x} dt,$$

bzw.

$$\frac{\partial \rho}{\rho_0} = -\frac{\partial v}{\partial x} dt. \quad (2.5)$$

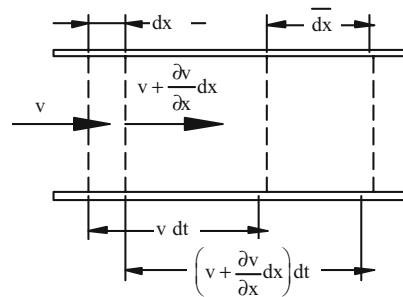


Bild 2.2
Volumendilatation

Setzt man für die isentrope Verdichtung idealer Gase die Gleichung $p_{\text{ges}} \cdot \rho^{-\kappa} = \text{konst.}$ an, so erhält man durch logarithmisches Differenzieren

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{p_{\text{ges}}}. \quad (2.6)$$

Hierin ist p_{ges} die Summe aus dem Ruhedruck p_0 und dem Wechseldruck p . Wegen des kleinen Betrages von p kann $p_{\text{ges}} = p_0$ gesetzt werden. Mit $\rho \approx \rho_0$ erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\rho_0} &= \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{p_0} \\ \frac{\partial p}{\partial \rho} &= \kappa \frac{p_0}{\rho_0} = c_0^2. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Die rechte Seite von Gl. (2.7) wird durch c_0^2 zusammengefasst, eine Größe, deren physikalische Bedeutung später noch erläutert wird. Formal ist diese Größe c_0^2 dem Verhältnis Druckänderung/Dichteänderung gleich und hat die Einheit einer Geschwindigkeit im Quadrat.

Unter der Voraussetzung, dass die Strömungsgeschwindigkeiten erheblich kleiner als die Schallgeschwindigkeit sind, kann der Ruhezustand durch den örtlichen Zustand ersetzt werden, d. h. der Index 0 entfällt.

Mit Gl. (2.7) folgt aus Gl. (2.5)

$$\rho \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.8)$$

Sie stellt die zweite Bestimmungsgleichung für p und v dar. Die Gln. (2.3) und (2.8) sind zwei gekoppelte partielle Differentialgleichungen zur Berechnung von $v = v(x, t)$ und $p = p(x, t)$. Durch Differentiation von Gl. (2.3) nach x und Gl. (2.8) nach t erhält man die Wellengleichung für $p = p(x, t)$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (2.9)$$

Entsprechend erhält man durch Differenzieren von Gl. (2.3) nach t und Gl. (2.8) nach x die Wellengleichung für $v = v(x, t)$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \quad (2.10)$$

Zur Weiterbehandlung dieser beiden Differentialgleichungen gleichen Typs wird zweckmäßigerweise das Geschwindigkeitspotential $\phi = \phi(x, t)$ als übergeordnete Funktion eingeführt, deren Gradient ganz allgemein der Schnellevektor $\vec{v}$ des Feldes ist. Im vorliegenden Falle des linearen Feldes ist

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (2.11)$$

Der Zusammenhang zwischen p und ϕ ist durch die Gl. (2.3) gegeben.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} \\ p &= -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Mit den Gln. (2.11) und (2.12) folgt aus Gl. (2.8)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (2.13)$$

Die Gl. (2.13) stellt die Wellengleichung des linearen Wellenfeldes für das Geschwindigkeitspotential ϕ dar.

2.2.2 Ebenes Wellenfeld

Entfällt die Rohrwand, so erfolgt die Schallausbreitung im Freien. Man gelangt zur räumlichen Schallausbreitung, wenn man das Geschwindigkeitspotential

$\phi = \phi(x, y, z, t)$ mit dem Laplace-Operator $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ anstelle $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ nach Gl.

(2.13) verbindet.

Wegen des Vektorcharakters der Schnelle $\vec{v}$ ergeben sich anstelle der Gln. (2.3) und (2.8) die folgenden Gleichungen

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\text{grad } p \quad (2.14)$$

$$\rho \operatorname{div} \vec{v} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.15)$$

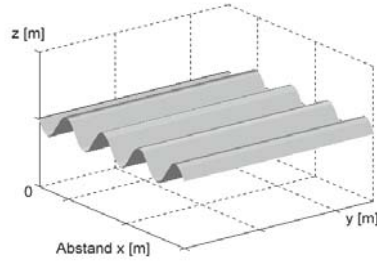


Bild 2.3 Ebenes Wellenfeld

Aus den Gln. (2.14) und (2.15) erhält man die räumliche Wellengleichung für das Geschwindigkeitspotential

$$\Delta \phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}. \quad (2.16)$$

Für den Wechseldruck $p = p(x, y, z, t)$ lautet die Wellengleichung entsprechend

$$\Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (2.17)$$

Die ungehinderte Schallausbreitung im freien Raum kann für den Sonderfall der ebenen, nach einer Störung in einer bestimmten Richtung x verlaufenden Welle unmittelbar auf die einachsige Ausbreitung im Rohr zurückgeführt werden. Die Wellengleichungen für ϕ , p , v bleiben die gleichen, die Schallwellen sind jetzt ebene, in der x -Richtung fortschreitende Längswellen (Bild 2.3). Die Feldgrößen p und v bleiben invariant gegen die Raumkoordinaten y und z .

Im Folgenden wird eine Lösung für die in der Akustik sehr wichtige lineare und ebene Ausbreitung des Schalls gesucht. Dabei wird von den partiellen Differentialgleichungen des Geschwindigkeitspotentials (Gl. (2.13)) ausgegangen. Da für den in x -Richtung unendlich ausgedehnten Raum keine Randbedingungen zu erfüllen sind, wird hier der allgemeine Ansatz für eine freie fortschreitende und ebene Welle mit einer beliebigen Kreisfrequenz ω eingeführt [23]:

$$\phi = \hat{\phi} \cdot \cos \left(\omega t \pm \frac{\omega}{c} x \right) \quad (2.18)$$

mit c nach Gl. (2.7).

Das Minuszeichen in Gl. (2.18) bedeutet Fortschreiten der Welle in positiver, das Pluszeichen Fortschreiten in negativer x -Richtung.

Durch Einsetzen der Gl. (2.18) in Gl. (2.13) kann leicht nachgewiesen werden, dass dieser Ansatz zulässig ist. Mit Hilfe der Gln. (2.11) und (2.12) lässt sich der Lösungsansatz für ϕ auch auf die Schnelle v und auf den Wechseldruck p übertragen.

$$v = \hat{v} \cdot \sin\left(\omega t \pm \frac{\omega}{c} x\right), \quad (2.19)$$

$$p = \hat{p} \cdot \sin\left(\omega t \pm \frac{\omega}{c} x\right). \quad (2.20)$$

Hierin sind $\hat{p} = \hat{\phi} \cdot \rho \cdot \omega$ die Amplitude des Wechseldrucks und $\hat{v} = \hat{\phi} \cdot \omega / c$ die Amplitude der Schnelle. Man erkennt hieraus, dass sich eine Störung des Schallfeldes auch in den Feldgrößen p und v in fortschreitenden ebenen Wellen ausbreiten kann. Beide Wellen sind genau in Phase.

Zur weiteren Einsicht in das Wellenfeld gelangt man, wenn man in den Gln. (2.19) und (2.20) nacheinander x und t konstant hält.

$x = konst.$

Es wird eine am Ort x des Schallfeldes stattfindende Schwingung beschrieben. Sie besitzt die Amplitude p bzw. v , die Kreisfrequenz ω , den Phasenwinkel $\varphi = \omega x / c$ bzw. die Zeit der Phasenverschiebung $t_\varphi = \varphi / \omega = x / c$ für den Ort x . Daraus gewinnt man sofort die Phasengeschwindigkeit oder die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Störung. Sie ist gleich x / t_φ . Setzt man hierin t_φ ein, so erhält man die Größe c . Diese stellt also physikalisch die Schallgeschwindigkeit des Mediums dar. Andererseits wurde das Quadrat von c als Abkürzung für den Ausdruck $\kappa \cdot p / \rho$ nach Gl. (2.7) eingeführt. Damit ist also die Schallgeschwindigkeit eines gasförmigen Mediums

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}. \quad (2.21)$$

$t = konst.$

Das Momentanbild der Ausbreitungswelle für p und v ist eine geometrische Sinuskurve über x mit der Periodenlänge $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$. Ersetzt man hierin noch ω durch $2\pi f$, so wird die wichtige Wellenbeziehung

$$c = \lambda \cdot f \quad (2.22)$$

gewonnen. Sie verknüpft Schallgeschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz in der Weise, dass im Schallfeld das Produkt Wellenlänge mal Frequenz gleich der Schallgeschwindigkeit ist und somit stets konstant bleibt.

Im Folgenden werden die bisher gewonnenen Ergebnisse für die fortschreitenden Wellen in Zeiger- bzw. komplexer Schreibweise (unterstrichene Größen !) angegeben.

$$\underline{\phi} = -\hat{\phi} \cdot e^{j(\omega t \pm k x)}, \quad (2.23)$$

$$\underline{v} = \frac{\partial \underline{\phi}}{\partial x} = \pm j k \hat{\phi} \cdot e^{j(\omega t \pm k x)} = \pm \hat{v} \cdot e^{j(\omega t \pm k x)} = \mp j k \underline{\phi}, \quad (2.24)$$

$$\underline{p} = -\rho \frac{\partial \underline{\phi}}{\partial t} = \pm j \rho \omega \hat{\phi} \cdot e^{j(\omega t \pm k x)} = \hat{p} \cdot e^{j(\omega t \pm k x)} = \mp j \rho \omega \underline{\phi}. \quad (2.25)$$

Zusätzlich lässt sich eine geometrische Phasenverschiebung berücksichtigen. So kann beispielsweise für die Schnelle einer um $\pm \lambda_x$ phasenverschobenen Welle folgende Gleichung angegeben werden

$$\underline{v} = \hat{v} \cdot e^{\mp j k x} \cdot e^{j k \lambda_x} \cdot e^{j \omega t}. \quad (2.26)$$

In den Gln. (2.23) bis (2.26) ist k die sog. Wellenzahl:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2.27)$$

Das Minuszeichen in den Gln. (2.23) bis (2.26) bedeutet wieder Fortschreiten der Welle in positiver, das Pluszeichen Fortschreiten in negativer x -Richtung.

Zu einer weiteren möglichen Lösung gelangt man im ebenen Wellenfeld für den Fall der gedämpften Ausbreitung. Setzt man exponentielle Dämpfung voraus und führt den Dämpfungskoeffizienten α_L^* ein, so erhält man

$$\underline{v} = \hat{v} \cdot e^{j(\omega t \pm k x)} \cdot e^{-\alpha_L^* \cdot x}, \quad (2.28)$$

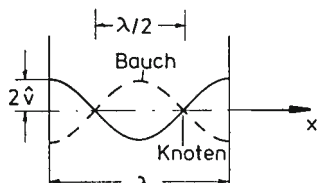
$$\underline{p} = \hat{p} \cdot e^{j(\omega t \pm k x)} \cdot e^{-\alpha_L^* \cdot x}. \quad (2.29)$$

Überlagert man eine in positiver und eine in negativer Richtung fortschreitende ebene Welle gleicher Wellenlängen und annähernd gleicher Amplituden, so erhält man als Überlagerungsergebnis eine stehende Welle.

Im Falle der Phasengleichheit ergibt sich mit Hilfe der Gl. (2.24) folgende Beziehung für die Schnelle der überlagerten Welle

$$\left. \begin{aligned} \sum \underline{v} &= 2\hat{v} \cdot \frac{e^{+jkx} + e^{-jkx}}{2} \cdot e^{j\omega t} \\ &= 2\hat{v} \cdot \cosh(jkx) \cdot e^{j\omega t} \\ &= 2\hat{v} \cdot \cos(kx) \cdot e^{j\omega t}. \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Das Ergebnis der Überlagerung (Bild 2.4) ist also eine stehende Welle mit Knoten und Bäuchen, wobei die Knoten- bzw. Bauchabstände gerade $\lambda/2$ betragen. Die Amplitude der stehenden Welle ist doppelt so groß wie die der einfachen fortschreitenden Welle. Im Falle der Überlagerung mit einer Phasenverschiebung von $\lambda/2$ erhält man ebenfalls eine stehende Welle mit adäquaten Eigenschaften



$$\left. \begin{aligned} \sum \underline{v} &= 2\hat{v} \cdot \frac{e^{-jkx} + e^{+jk(x+\lambda/2)}}{2} \cdot e^{j\omega t} \\ &= -2\hat{v} \cdot \frac{e^{+jkx} - e^{-jkx}}{2} \cdot e^{j\omega t} \\ &= -2\hat{v} \cdot \sinh(jkx) \cdot e^{j\omega t} \\ &= (-j) \cdot 2\hat{v} \cdot \sin(kx) \cdot e^{j\omega t}. \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Bild 2.4 Überlagerung zweier Wellen bei Phasengleichheit

Die überlagerte Welle ist in Bild 2.5 dargestellt.

Für die stehende Welle einer allgemeinen Größe $s = s(x, t)$ (Bild 2.6) lassen sich folgende Beziehungen mit $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ und $\lambda = 2 \cdot l$ angeben:

$$s = \hat{s} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right) \cdot \sin(\omega t), \quad (2.32)$$

$$\underline{s} = \frac{\hat{s}}{2} \left(e^{-j\frac{\pi}{l}x} - e^{+j\frac{\pi}{l}x} \right) \cdot e^{j\omega t}. \quad (2.33)$$

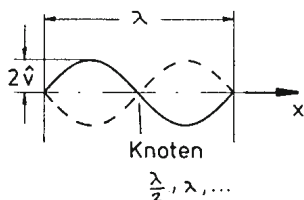


Bild 2.5 Überlagerung zweier Wellen mit der Phasenverschiebung $\lambda/2$

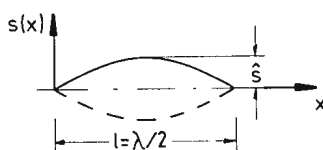


Bild 2.6 Stehende Welle

Solche Überlagerungen positiv und negativ fortschreitender Wellen der Phasenlage 0 und $\lambda/2$ können infolge Reflektionen beim Auftreffen auf die Grenze zweier Medien mit unterschiedlicher Schallgeschwindigkeit zustande kommen.

Erfolgt die Reflexion an einer vollkommen nachgiebigen (schallweichen) Grenze, z. B. an der Grenze zwischen Wasser und Luft, so entsteht bei der Überlagerung für die Schnelle eine stehende Welle mit dem Phasensprung 0. An der Grenze wird die Schnelleamplitude verdoppelt, der Wechseldruck dagegen beträgt 0. Das bedeutet, dass an der Übergangsstelle ein Schnellebauch und ein Druckknoten vorliegen. An der Stelle $\lambda/4$ von der Grenze entfernt stellen sich ein Schnelleknoten und ein Druckbauch ein (Bild 2.7).

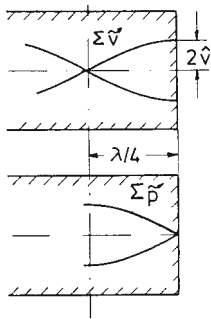


Bild 2.7 Reflexion einer Welle an einer schallweichen Begrenzung

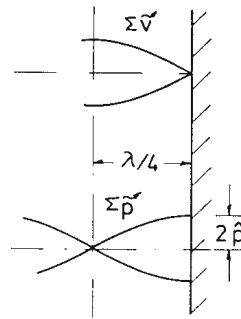


Bild 2.8 Reflexion einer Welle an einer schallharten Wand

Erfolgt dagegen die Reflexion an einer vollkommen unnachgiebigen (schallharten) Wand, so entsteht für die Schnelle eine stehende Welle mit dem Phasensprung $\lambda/2$, wobei sich die Verhältnisse gegenüber denen in Bild 2.6 umkehren. An der Wand liegen ein Schnelleknoten und ein Druckbauch, im Abstand $\lambda/4$ von der Wand ein Schnellebauch und ein Druckknoten vor (Bild 2.8).

Für die Reflexion an wirklichen Wänden gelten im Gegensatz zu den theoretischen Ergebnissen bei der Überlagerung folgende Einschränkungen:

Beim Auftreffen der Wellen auf tatsächliche Wände dissipiert ein Teil der Energie, wodurch die Amplituden der reflektierten Wellen geringere Werte annehmen. Dadurch bedingt sind die Amplituden der Wellenbäuche auch nicht mehr doppelt so groß, und in den Wellenknoten gehen die Amplituden nicht ganz auf Null zurück. Die Lage der Knoten und Bäuche ist nicht genau im $\lambda/4$ -Punkt vor der Wand bzw. direkt an der Wand zu finden.

2.2.3 Kugelwellenfeld

Neben den ebenen Wellen sind vor allem noch die Kugelwellen von Interesse (Bild 2.9). Sie entstehen durch radialsymmetrisches Oszillieren der Oberfläche einer Kugel in einem sonst ungestörten, unendlich ausgedehnten Medium. Die Ausdehnung der Kugel wird als klein gegen die abgestrahlten Wellenlängen vorausgesetzt.

Zur Lösung des Problems der Ausbreitung der Störung wird die kartesische Wellengleichung (2.16) des allgemeinen räumlichen Wellenfeldes in Kugelkoordinaten r , φ und ϑ transformiert.

Für den kugelsymmetrischen Fall reduziert sich der Laplace-Operator auf

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}.$$

Damit erhält man die Wellengleichung für das Geschwindigkeitspotential in folgender Form [23]:

$$\frac{\partial^2(r \cdot \phi)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(r \cdot \phi)}{\partial t^2}. \quad (2.34)$$

Eine dem ebenen Wellenfeld entsprechende periodische Lösung in komplexer Schreibweise lautet

$$\underline{\phi} = -\frac{\hat{\phi}'}{r} \cdot e^{-jk r} \cdot e^{j\omega t}. \quad (2.35)$$

Sie erfüllt, wie man durch Einsetzen nachweisen kann, die zugehörige Differentialgleichung (2.34). Aus dem Geschwindigkeitspotential $\underline{\phi}$ gewinnt man die Feldgrößen $\underline{p} = p(r, t)$ und $\underline{v} = v(r, t)$ [20]

$$\underline{p} = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = j\hat{\phi}' \frac{\omega \rho}{r} \cdot e^{-jk r} \cdot e^{j\omega t}, \quad (2.36)$$

$$\underline{v} = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\hat{\phi}'}{r^2} (1 + j k r) \cdot e^{-jk r} \cdot e^{j\omega t}. \quad (2.37)$$

Die Gleichungen beschreiben ein in radialer Richtung sich ausbreitendes divergentes Kugelwellenfeld. Druck und Schnelle haben jeweils auf Kugelflächen um das Zentrum konstante Amplituden und gleiche Phasenlagen. Jedoch sind Druck und Schnelle zueinander grundsätzlich nicht mehr in Phase. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist wieder die Wellengeschwindigkeit c .

Laut Gl. (2.36) ist der Wechseldruck eine rein imaginäre Größe. Die Schnelle v besitzt für kleine Werte r/λ , bei denen also der Abstand klein gegen die Wellenlänge ist, einen

überwiegend reellen Teil, d. h., die Schnelle liegt in der Phase hinter dem Druck. Für extrem kleine Werte r/λ ergibt sich eine Phasenverschiebung von 90° .

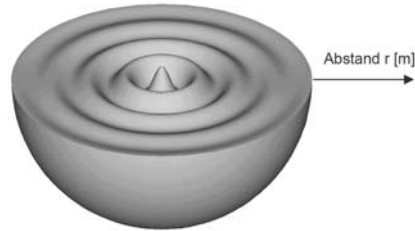


Bild 2.9 Schnitt durch eine Kugelwelle [1]

Für größer werdende Werte von r/λ , bei denen also der Abstand größer wird gegenüber der Wellenlänge, nimmt der imaginäre Anteil der Schnelle nach Gl. (2.37) zu. Ist r/λ sehr viel größer als 1, ist auch die Schnelle rein imaginär. Für diesen Fall gelten folgende Gleichungen

$$\begin{aligned}\underline{p} &= j\hat{\phi}' \frac{\omega}{r} \rho \cdot e^{-jk r} \cdot e^{j\omega t} \\ &= j \cdot \hat{p}(r) \cdot e^{-jk r} \cdot e^{j\omega t},\end{aligned}\quad (2.38)$$

$$\begin{aligned}\underline{v} &\approx j\hat{\phi}' \frac{\omega}{r} \frac{1}{c} \cdot e^{-jk r} \cdot e^{j\omega t} \\ &= j \cdot \hat{v}(r) \cdot e^{-jk r} \cdot e^{j\omega t}.\end{aligned}\quad (2.39)$$

Hiermit sind Druck und Schnelle in Phase. Damit liegt ein quasi-ebenes Wellenfeld vor. Die Amplituden der beiden Größen sind proportional $1/r$.

Der Phasenwinkel φ zwischen Schalldruck und Schallschnelle lässt sich allgemein wie folgt angeben:

$$\varphi = \arctan \frac{\operatorname{Im}\{\underline{p}/\underline{v}\}}{\operatorname{Re}\{\underline{p}/\underline{v}\}} = \frac{\pi}{2} - \arctan(k \cdot r) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(2\pi \frac{r}{\lambda}\right) \quad (2.40)$$

mit

$$\frac{\underline{p}}{\underline{v}} = \frac{\hat{p}}{\hat{v}} \cdot \frac{j}{1+jkr} = \frac{\hat{p}}{\hat{v}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+k^2 r^2}} \cdot e^{j\varphi} \quad (\text{s. Abschnitt 2.4.1})$$

Hieraus folgt, dass der Übergang von $\varphi = 90^\circ$ zu annähernder Phasengleichheit $\varphi \approx 0$ sich auf verhältnismäßig kurzem Abstand vollzieht.

$$r = 0 \quad \varphi = 90^\circ$$

$$r = \lambda \quad \varphi = 9^\circ$$

$$r = 3\lambda \quad \varphi = 3^\circ$$

Für die praktische Anwendung bedeutet dies, dass man bei einer Entfernung von einer Wellenlänge $r \approx \lambda$ das Schallfeld als quasi-eben betrachten kann, d. h. Schalldruck und Schallschnelle sind annähernd in Phase. Für Industrielärm und Geräusche, deren dominierende Frequenzen im Bereich von $f > 300$ Hz liegen, ergibt sich bereits bei einer Entfernung $r \approx 1$ m die Phasengleichheit, was auch in vielen Messvorschriften und Normen, z. B. DIN EN ISO 3744 [3], als Messabstand für Schalldruckmessungen vorgeschrieben bzw. empfohlen wird.

2.3 Geschwindigkeit der Schallausbreitung

Bei den bisher behandelten Schallfeldern wurde die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bzw. Phasengeschwindigkeit einer Störung eingeführt. Diese Geschwindigkeit besitzt für gasförmige, flüssige und feste Medien eine außerordentliche Bedeutung. Sie ist für das jeweilige Medium charakteristisch und wesentlich von dessen elastischen Eigenschaften abhängig.

2.3.1 Ausbreitung in Gasen

In Gasen breitet sich der Schall nur in reinen Längswellen, den sog. Dilatationswellen, aus. Für die zugehörige Schallgeschwindigkeit wurde bereits die Gl. (2.7) $c = \sqrt{\kappa p / \rho}$ gefunden. Mit Hilfe der thermischen Zustandsgleichung für ideale Gase $p / \rho = R \cdot T$ gewinnt man daraus

$$c_{\text{Gas}} = \sqrt{\kappa_{\text{Gas}} R_{\text{Gas}} \cdot T}. \quad (2.41)$$

Die Schallgeschwindigkeit in einem bestimmten Gas hängt also nur noch von der absoluten Temperatur T ab, sofern die Störung klein ist und isentrop verläuft. Der Einfluss des Mediums wird durch dessen Gaskonstante R_{Gas} und Isentropenexponent κ_{Gas} berücksichtigt. Für Gasgemische, z. B. Rauchgas, lassen sich R_{Gas} und κ_{Gas} wie folgt bestimmen [26]:

$$R_{\text{Gas}} = \sum_i y_i \cdot R_i \quad (2.42)$$

$$\kappa_{\text{Gas}} = \sum_i y_i \cdot \kappa_i \quad (2.43)$$

mit

$$y_i = \frac{m_i}{m_{\text{Gas}}} \quad \text{Massenmischungsverhältnis (Konzentration) des } i\text{-ten Gases}$$

$$R_i = \frac{R_m}{M_i} \quad \text{Gaskonstante des } i\text{-ten Gases}$$

$$R_m = 8314,51 \frac{\text{Nm}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$$

universelle Gaskonstante

$$M_i \text{ in } \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Molmasse des i-ten Gases

Oft werden bei idealen Gasgemischen anstelle der Massenanteile die Volumenanteile einzelner Gaskomponenten r_i angegeben. Der Zusammenhang zwischen Massenanteil und Volumenanteil ist wie folgt definiert [27]:

$$r_i = \frac{V_i}{V_{\text{Gas}}} = \frac{n_i \cdot R_m \cdot T}{p_{\text{Gas}} \cdot V_{\text{Gas}}} = \frac{p_i}{p_{\text{Gas}}} = \frac{n_i}{n_{\text{Gas}}} = y_i \cdot \frac{M_{\text{Gas}}}{M_i} \quad \text{mit} \quad M_{\text{Gas}} = \sum r_i \cdot M_i$$

mit

$$p_i = r_i \cdot p_{\text{Gas}}$$

Partialdruck

$$r_i, n_i$$

Volumen-, Molanteil

Beispiel: Rauchgas; $\vartheta = 295 \text{ }^\circ\text{C}$, $m_{\text{Gas}} = 33.000 \text{ kg/h}$

Komponente	Massenstrom $m_i \text{ [kg/h]}$	Massenanteil $y_i = m_i/m_{\text{ges}}$	Molmasse $M_i \text{ [kg/kmol]}$	R_i $[\text{Nm/kgK}]$	κ_i	Volumenanteil $r_i=V_i/V_{\text{Gas}}$
H ₂ O	10.200	0,31	18	462	1,33	0,428
O ₂	2.400	0,07	32	260	1,4	0,054
N ₂	17.200	0,52	28	297	1,4	0,461
CO ₂	3.150	0,10	44	189	1,33	0,056
Rest	50	<0,01	—	—	—	
	$m_{\text{Gas}} \text{ 33.000}$	$\Sigma \text{ 1,00}$				$\Sigma \text{ 1,00}$

(Rest: SO₂, CO, NO₂, Staub)

Somit berechnen sich die Gaskonstante, der Isentropenexponent und die Schallgeschwindigkeit für das Rauchgas in diesem Beispiel zu:

$$R_{\text{Gas}} = 334,8 \frac{\text{Nm}}{\text{kg K}} \quad \kappa_{\text{Gas}} = 1,37 \quad M_{\text{Gas}} = 24,8 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad c_{\text{Gas}} = 511 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

In der Tab. 2.1 sind die Schallgeschwindigkeiten bei 0 °C für einige Gase zusammengestellt [26].

Tabelle 2.1 Schallgeschwindigkeit in einigen Gasen

Gas	Schallgeschwindigkeit bei 0 °C c	Gas	Schallgeschwindigkeit bei 0 °C c
	m/s		m/s
Ammoniak	415	Luft	332
Äthylen	322	Methan	427
Azetylen	330	Propylen	252
Chlor	209	Sauerstoff	312
Erdgas	Niederlande 399	Schwefeldioxid	210
	GUS-Staaten 405	Stickoxid	324
Gichtgas	337	Stickstoff	335
Helium	964	Wasserstoff	1258
Kohlendioxid	260	Wasserdampf bei 100 °C	478
Kohlenoxid	336		

2.3.2 Ausbreitung in Flüssigkeiten

Flüssigkeiten haben mit Gasen gemeinsam, dass sie nur sehr kleine Schubkräfte im Vergleich zu festen Körpern übertragen können. Damit treten in Flüssigkeiten bei Störungen nur reine Längs- oder Dilatationswellen auf. Die charakteristischen Feldgrößen des Flüssigkeitsschalls (Hydroschall) sind wieder Wechseldruck p und Schnelle v .

Für die Ermittlung der Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten kann von der Gl. (2.7) $c^2 = \partial p / \partial \rho$ ausgegangen werden. Die Größe $\partial p / \partial \rho$ kommt in einer kompressiblen Flüssigkeit dadurch zustande, dass sich durch eine kleine Druckänderung ∂p das Ausgangsvolumen V_0 der Flüssigkeit um ∂V und damit ihre Dichte um $\partial \rho$ ändern. Die Volumenänderung und die relative Volumenänderung sind durch die folgenden Gleichungen gegeben

$$\partial V = -\beta_{FI} \cdot V_0 \cdot \partial p, \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial V}{V_0} = -\beta_{FI} \cdot \partial p. \quad (2.45)$$

Hierin ist β_{FI} die Kompressibilitätszahl der Flüssigkeit. Sie beträgt z. B. für Wasser

$$\beta_W = 4,8 \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{N}}.$$

Die Bedingung für die Massenerhaltung eines geschlossenen Volumens $\rho \cdot V = \text{konst.}$ führt nach logarithmischem Differenzieren zu

$$\frac{\partial V}{V_0} = -\frac{\partial \rho}{\rho_0} . \quad (2.46)$$

Mit Gl. (2.45) ergibt sich

$$\frac{\partial \rho}{\rho_0} = \beta_{\text{Fl}} \cdot \partial p \quad (2.47)$$

oder

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{1}{\beta_{\text{Fl}} \rho_0} . \quad (2.48)$$

Damit erhält man für die Schallgeschwindigkeit einer Flüssigkeit

$$c_{\text{Fl}} = \sqrt{\frac{1}{\beta_{\text{Fl}} \rho_0}} . \quad (2.49)$$

Führt man hierin anstelle der Kompressibilitätszahl den reziproken Wert, den sog. Kompressionsmodul

$$K_{\text{Fl}} = \frac{1}{\beta_{\text{Fl}}} \quad (2.50)$$

ein, so gewinnt man für die Schallgeschwindigkeit die allgemeine Beziehung

$$c_{\text{Fl}} = \sqrt{\frac{K_{\text{Fl}}}{\rho_0}} . \quad (2.51)$$

Für Wasser mit $K_{\text{W}} = 0,208 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ und $\rho_{\text{W}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit $c_{\text{W}} \approx 1440 \text{ m/s}$. Die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von Wasser ist in Bild 2.10 dargestellt [26].

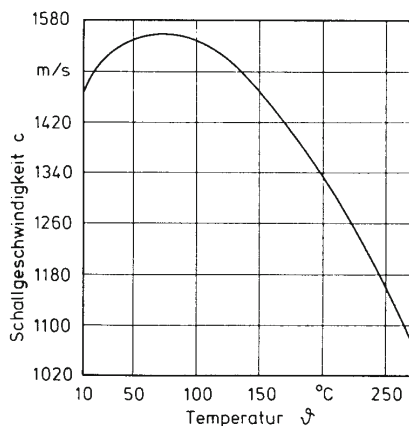


Bild 2.10 Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit in Wasser