

Karsten Webel

**Intermittierendes deterministisches Chaos als mögliche Erklärung für ein langes Gedächtnis in Finanzmarktdaten**

# GABLER EDITION WISSENSCHAFT

Karsten Webel

**Intermittierendes  
deterministisches Chaos  
als mögliche Erklärung  
für ein langes Gedächtnis  
in Finanzmarktdaten**

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Walter Krämer

GABLER EDITION WISSENSCHAFT

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Dissertation Technische Universität Dortmund, 2008

1. Auflage 2009

Alle Rechte vorbehalten

© Gabler | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2009

Lektorat: Frauke Schindler / Nicole Schweitzer

Gabler ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.gabler.de](http://www.gabler.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: Regine Zimmer, Dipl.-Designerin, Frankfurt/Main

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Printed in Germany

ISBN 978-3-8349-1549-8

*Für meine Eltern*

# Geleitwort

Im Zentrum dieser Arbeit stehen zwei Reizwörter der modernen zeitreihenorientierten Finanzmarktökonomie, nämlich Chaos und langes Gedächtnis. Letzteres hat mit dem in vielen ökonomischen Kontexten beobachtbaren Phänomen zu tun, dass empirische Autokorrelationen stationärer Zeitreihen entgegen aller einschlägigen Theorien nicht exponentiell, sondern polynomial abzufallen scheinen. Dieses Phänomen wurde erstmals schon vor über 50 Jahren bei der Modellierung der Abflussmengen des Nils entdeckt, tritt aber auch bei Finanzzeitreihen, speziell bei quadrierten Renditen von Dividendenpapieren häufig auf.

Bislang wurden als Gründe für langes Gedächtnis in empirischen Daten einmal langes Gedächtnis in den theoretischen Modellen unterstellt, erstmals etwa von Granger (1980) modelliert, oder aber langes Gedächtnis in den empirischen Daten wurde als ein Artefakt von Strukturbrüchen in theoretischen Modellen modelliert, wie in Dutzenden von Aufsätzen seit den 90er Jahren auf unterschiedliche Weise versucht.

Ein Mauerblümchendasein fristet dagegen eine dritte Erklärung für langes Gedächtnis in Wirtschaftsdaten, nämlich eine deterministisch-chaotische Komponente. Diese wird hier am Beispiel des intermittierenden Chaos als weiterer Generator von empirischem langes Gedächtnis vorgeführt. Dieses wird zunächst definiert und an zahlreichen Beispielen vorgestellt, wobei vor allem dem zentralen Begriff der invarianten Dichte großer Raum gegeben wird. Dann wird für ausgewählte erzeugende Funktionen untersucht, ob oder ob nicht diese bei stochastischen Anfangswerten langes Gedächtnis erzeugen können. Allein der Überblick über diese große und in der Ökonometrie bislang eher ignorierte Literatur ist sehr lobenswert. Als eigener Beitrag schließlich gelingt es Herrn Webel nachzuweisen,

dass für eine spezielle Klasse erzeugender Funktionen, nämlich punktsymmetrischer Cusp Funktionen, für die man bisher noch nichts über die theoretischen Autokorrelationen wusste, tatsächlich langes Gedächtnis vorliegt. Abgeschlossen wird die Arbeit durch einige Monte Carlo Simulationen, in denen nachgewiesen wird, dass die zuvor abgeleiteten theoretischen Resultate für empirische Autokorrelationen tatsächlich maßgebend sind.

Prof. Dr. Walter Krämer

# Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei allen bedanken, die mich während der Arbeit an meiner Dissertation auf unterschiedlichste Weise unterstützt haben.

Ich danke meinem Doktorvater Prof. Dr. Walter Krämer, der nach meinen anfänglichen Ausflügen in die Behavioral Finance mein Interesse für das lange Gedächtnis weckte, der mir im Anschluss mit zahlreichen wertvollen Anregungen stets zur Seite stand und der mich dank seiner schier endlosen Geduld immer wieder auf den „ökonomischen“ Weg zurückführte, sobald ich mich im Dickicht der Chaostheorie zu verlaufen drohte. Ich danke Prof. Dr. Philipp Sibbertsen, der durch viele aufschlussreiche Gespräche mein Verständnis für fraktional integrierte stochastische Prozesse förderte und der mir gleichzeitig brillante Hinweise auf benötigte Fachliteratur lieferte. Außerdem danke ich PD Dr. Rafael Weißbach, der als allseits interessierter Diskussionspartner immer ein offenes Ohr für meine Gedanken und Fragen (nicht nur) über chaotische deterministische Prozesse hatte und der einen nachhaltig positiven Einfluss auf das didaktische Konzept der vorliegenden Arbeit ausübte.

Überhaupt möchte ich allen aktuellen wie ehemaligen Kolleginnen und Kollegen am Institut für Wirtschafts- und Sozialstatistik der Technischen Universität Dortmund meinen Dank für die jahrelange zumeist reibungslose Zusammenarbeit und das damit einhergehende ausgezeichnete Betriebsklima aussprechen. Die sich in dieser Atmosphäre automatisch ergebenden zeitlichen Freiräume erleichterten mir erheblich die Fertigstellung meiner Dissertation neben dem üblichen Tagesgeschäft. Insbesondere danke ich Dr. Matthias Arnold, Dr. Pavel Stoimenov und Dr. Thorsten Ziebach, die mir nicht nur durch viele anregende Gespräche und wichtige Hinweise



neue Sichtweisen eröffneten, sondern mir auch bei einigen organisatorischen Fragen „kurz vor Toresschluss“ Rede und Antwort standen.

Des Weiteren danke ich Dipl.-Stat. Meike Gebel, die mich bei der Lösung diverser logistischer Probleme, insbesondere bei der Beschaffung wichtiger Fachliteratur, unterstützte. Ferner danke ich Dipl.-Stat. Tina Müller, die sich allem eigenem beruflichem Stress zum Trotz die Zeit für eine ebenso gründliche wie kritische Durchsicht meines Manuskripts nahm.

Für die zweijährige finanzielle Förderung im Rahmen des Graduiertenkollegs „Statistische Modellbildung“ danke ich der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

Nicht zuletzt gilt mein Dank auch meiner Familie und zahlreichen (bisher noch nicht genannten) Freunden. Vor allem danke ich mich meinen Eltern und Großeltern, die mir seit Beginn meines Studiums einen steten Rückhalt boten, mich sowohl moralisch als auch finanziell bedingungslos unterstützten, dadurch erst das Fundament für meine späteren wissenschaftlichen Tätigkeiten schufen und die mich in den emotional schwierig zu verarbeitenden Phasen der jüngeren Vergangenheit immer wieder aufbauten. Ebenso danke ich Gülten Ağaç, Mark Dreihahn, Daniel Fischer, Holger Kirchberg und Johannes Rademacher, die insbesondere während der „heißen Endphase“ viel Verständnis für meine zunehmende Zerstreutheit zeigten, gleichzeitig aber immer dann für Ablenkung in meinem Leben sorgten, wenn es ihrer (und im Nachhinein auch meiner) Ansicht nach dringend notwendig war. Sie alle erinnerten mich immer wieder daran, dass es im Leben wichtigere Dinge gibt als Arbeit und beruflichen Erfolg.

Karsten Webel

# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xiii
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Langes Gedächtnis in Finanzmarktdaten</b>	<b>7</b>
2.1 Definition von langem Gedächtnis . . . . .	14
2.2 Modellierung von langem Gedächtnis . . . . .	17
2.2.1 ARFIMA-Prozesse . . . . .	17
2.2.2 Die fraktionale Brownsche Bewegung . . . . .	21
2.3 Scheinbar langes Gedächtnis . . . . .	25
2.4 Strukturbruchmodelle . . . . .	28
2.4.1 Strukturbrüche im Mittelwert . . . . .	28
2.4.2 Strukturbrüche in der bedingten Varianz . . . . .	32
<b>3 Intermittierendes deterministisches Chaos</b>	<b>37</b>
3.1 Definition von deterministischem Chaos . . . . .	38
3.2 Definition von intermittierendem deterministischem Chaos . . . . .	43
3.3 Die invariante Dichte . . . . .	51
3.4 Reguläre Funktionen . . . . .	55
3.4.1 Polynomiale Funktionen . . . . .	56
3.4.2 Logarithmische Funktionen . . . . .	59
3.5 Cusp Funktionen . . . . .	63
3.5.1 Die achsensymmetrische Cusp Funktion . . . . .	63
3.5.2 Punktsymmetrische Cusp Funktionen . . . . .	66
<b>4 Simulation von intermittierendem deterministischem Chaos</b>	<b>77</b>
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>87</b>
<b>Literatur</b>	<b>91</b>

## Abbildungsverzeichnis

2.1	Tägliche BMW Renditen . . . . .	9
2.2	Empirische Autokorrelationen der täglichen BMW Renditen . . . . .	10
2.3	Normierte Periodogramme der täglichen BMW Renditen . . . . .	16
2.4	Ein Prozess mit kurzem Gedächtnis und Strukturbruch im Mittelwert . . . . .	26
2.5	Empirische Autokorrelationen eines Prozesses mit kurzem Gedächtnis und Strukturbruch im Mittelwert . . . . .	26
2.6	Ein Prozess mit kurzem Gedächtnis und monotonem Trend im Mittelwert . . . . .	27
2.7	Empirische Autokorrelationen eines Prozesses mit kurzem Gedächtnis und monotonem Trend im Mittelwert . . . . .	27
3.1	Bifurkationsdiagramm der logistischen Funktion . . . . .	39
3.2	Ein stabiler 2-Zyklus der logistischen Funktion . . . . .	40
3.3	Chaotisches Verhalten der logistischen Funktion . . . . .	41
3.4	Vier durch die logistische Funktion erzeugte deterministische Prozesse . . . . .	44
3.5	Ausgesuchte polynomiale Funktionen . . . . .	57
3.6	Ein deterministischer Prozess mit polynomialer erzeugender Funktion mit $\alpha = 0.75$ . . . . .	57
3.7	Ausgesuchte logarithmische Funktionen . . . . .	60
3.8	Ein deterministischer Prozess mit logarithmischer erzeugender Funktion mit $\beta = 0.1$ . . . . .	61
3.9	Ausgesuchte Funktionen $f_{\theta,A}(\cdot)$ . . . . .	64
3.10	Ein deterministischer Prozess mit der achsensymmetrischen Cusp Funktion als erzeugende Funktion . . . . .	65

3.11 Ausgesuchte punktsymmetrische Cusp Funktionen . . . . .	66
3.12 Ein deterministischer Prozess mit der punktsymmetrischen Cusp Funktion als erzeugende Funktion . . . . .	67
3.13 Die Dynamik der punktsymmetrischen Cusp Funktion . . . . .	73
4.1 Mittlere empirische Autokorrelationen von deterministischen Pro- zessen mit einer polynomialen erzeugenden Funktion . . . . .	80
4.2 Mittlere empirische Autokorrelationen von deterministischen Pro- zessen mit einer logarithmischen erzeugenden Funktion . . . . .	84
4.3 Mittlere empirische Autokorrelationen von deterministischen Pro- zessen mit der achsensymmetrischen Cusp Funktion als erzeugende Funktion . . . . .	85
4.4 Mittlere empirische Autokorrelationen von deterministischen Pro- zessen mit einer punktsymmetrischen Cusp Funktion als erzeugende Funktion . . . . .	86