

Ulrich Ellwanger

Vom Universum zu den Elementarteilchen

Eine erste Einführung
in die Kosmologie
und die fundamentalen
Wechselwirkungen

 Springer

Vom Universum zu den Elementarteilchen

Ulrich Ellwanger

Vom Universum zu den Elementarteilchen

Eine erste Einführung in die Kosmologie
und die fundamentalen Wechselwirkungen

 Springer

Dr. Ulrich Ellwanger
Université Paris-Sud
Laboratoire de Physique Théorique
Campus d'Orsay
Bât. 210
91405 Orsay, Frankreich
ulrich.ellwanger@th.u-psud.fr

ISBN 978-3-540-76752-7

e-ISBN 978-3-540-76753-4

DOI 10.1007/978-3-540-76753-4

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2008 Springer-Verlag Berlin Heidelberg

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten waren und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandgestaltung: eStudioCalamar S.L., F. Steinen-Broo, Girona, Spain
Satz und Herstellung: LE- \TeX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig

Gedruckt auf säurefreiem Papier

9 8 7 6 5 4 3 2 1

springer.com

Vorwort

Es ist eine bemerkenswerte Tatsache, dass die Grundgesetze der Natur einfach sind. Die Komplexität der Vorgänge in unserer Umgebung ist darauf zurückzuführen, dass die Materie – Gase, Flüssigkeiten und Körper – aus einer immensen Zahl von Bausteinen (Atomen und Molekülen) besteht.

Nur in Ausnahmefällen spiegeln die Vorgänge in unserer Umgebung die Einfachheit der Naturgesetze wieder. Das relativ einfache Gesetz der Schwerkraft erlaubt die Beschreibung der Bewegungen der Planeten, oder den Fall eines schweren Körpers unter dem Einfluss der Schwerkraft – aber nur, falls Reibungskräfte vernachlässigt werden können. Bereits die Beschreibung der Flugbahn eines Blattes Papier, wo Reibungs- und andere Kräfte wichtig sind, wird extrem kompliziert.

Zudem scheinen die Naturgesetze umso einfacher zu werden, je tiefer man in die Welt der elementaren Bausteine – von den Atomen zu den Elementarteilchen – eindringt. So lassen sich die zahlreichen elektrischen und magnetischen Phänomene auf eine einfache Theorie des Elektromagnetismus zurückführen.

Die Einfachheit einer derartigen Theorie erschließt sich jedoch nur, wenn man mathematische Formulierungen verwendet, deren sich die Natur anscheinend bedient. Auch diese Tatsache ist in sich bemerkenswert. Sie macht es jedoch notwendig, ein gewisses mathematisches Rüstzeug zu erwerben, um die Naturgesetze zu verstehen.

Dieses Verständnis hat in den letzten Jahrzehnten enorme Fortschritte gemacht. Wir verstehen die meisten Vorgänge in der Elementarteilchenphysik und in der Kosmologie, und können sie mit einfachen Formeln – unter der Verwendung entsprechender mathematischer Konzepte – beschreiben.

Das Ziel dieses Textes ist es, den gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse der Naturgesetze von der Kosmologie bis zu den Elementarteilchen darzustellen. Es wird jedoch auch auf die zahlreichen noch

offenen Fragen hingewiesen, die interessanterweise oft Phänomene der Kosmologie mit Phänomenen der Elementarteilchenphysik verknüpfen.

Der gegenwärtige Stand unserer Kenntnisse der Naturgesetze umfasst vier Grundkräfte, die Schwerkraft, den Elektromagnetismus, die starke und die schwache Wechselwirkung, sowie einen „Bausatz“ von bisher bekannten Elementarteilchen. Mögliche Antworten auf offene Fragen sind Theorien, die bisher durch experimentelle Ergebnisse weder bestätigt noch widerlegt werden konnten; unter anderen Theorien der Vereinheitlichung von drei der vier Grundkräfte (bis auf die Schwerkraft), die Supersymmetrie, und die Stringtheorie. Auch diese Theorien werden in diesem Text kurz beschrieben. Die Elementarteilchenphysiker und Kosmologen hoffen, in den nächsten Jahren durch weitere experimentelle Ergebnisse zu erfahren, ob und welche der zur Zeit noch spekulativen Theorien tatsächlich die Natur beschreiben.

An mathematischem Rüstzeug setzen wir in diesem Text die Kenntnisse eines Studenten der Naturwissenschaften zu Beginn des Studiums voraus: Vektorrechnung, Ableitungen, einfache Differentialgleichungen und Integrale. Es ist außerdem notwendig, mehrere Konzepte einzuführen, die in der Kosmologie und der Elementarteilchenphysik eine wichtige Rolle spielen: die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, sowie die klassische und die Quantenfeldtheorie. Selbstverständlich können nicht alle Einzelheiten dieser Konzepte beschrieben werden, was wesentlich kompliziertere mathematische Methoden sowie eine ganze Buchreihe notwendig machen würde. Es werden jedoch die wesentlichen Aspekte dieser Konzepte dargelegt, und viele Phänomene können mit Hilfe von Rechnungen verstanden werden, die mit dem obigen mathematischen Rüstzeug durchführbar sind. Insofern geht dieser Text aber über eine rein populärwissenschaftliche Darstellung hinaus.

Der Text beginnt mit einem Überblick, angefangen von der größtmöglichen Struktur – dem Universum – über Atome, ihren Kernen bis zu den Elementarteilchen, den Quarks und Leptonen. Anschließend werden die entsprechenden Konzepte und physikalischen Phänomene detailliert besprochen. Am Ende werden die oben genannten zur Zeit noch spekulativen Theorien kurz skizziert.

Der Text sollte es einem naturwissenschaftlich interessiertem Leser ermöglichen, die Faszination nachzuvollziehen, die mit dem Eindringen in die Grundgesetze der Natur – und möglicherweise in die alle Grundkräfte vereinheitlichende Theorie – einhergeht.

Inhaltsverzeichnis

1	Überblick	1
1.1	Das Universum	1
1.2	Der Aufbau der Materie	3
1.2.1	Der Aufbau der Atome	4
1.3	Der Aufbau der Kerne	7
1.3.1	Radioaktivität	8
1.3.2	Die α -Strahlung	9
1.3.3	Die β -Strahlung	9
1.3.4	Die γ -Strahlung	11
1.4	Der Aufbau der Baryonen	11
1.5	Vorläufige Zusammenfassung	14
2	Die Entwicklung des Universums	17
2.1	Die Ausdehnung des Universums in der allgemeinen Relativitätstheorie	17
2.2	Die Geschichte des Universums	21
2.3	Die dunkle Materie und die dunkle Energie	25
2.4	Inflation	28
2.5	Zusammenfassung und offene Fragen	30
3	Elemente der Relativitätstheorie	33
3.1	Die spezielle Relativitätstheorie	33
3.1.1	Energie und Impuls	42
3.2	Die allgemeine Relativitätstheorie: gekrümmte Räume ..	44
3.2.1	Das schwarze Loch	49
4	Die Feldtheorie	53
4.1	Die Klein–Gordon–Gleichung	53
4.2	Die Wellenlösung	54

4.3	Die Coulomb-Lösung	59
4.4	Gravitationswellen	59
5	Die Elektrodynamik	65
5.1	Die klassische Elektrodynamik	65
5.2	Die Elektron-Elektron-Streuung	68
5.3	Die Quantenelektrodynamik	71
5.4	Der innere Drehimpuls	81
5.5	Das Bohr'sche Atommodell	84
6	Die starke Wechselwirkung	89
7	Die schwache Wechselwirkung	99
7.1	W- und Z-Bosonen	99
7.2	Die Paritätsverletzung	106
7.3	Das Higgs-Boson	108
7.4	Die CP-Verletzung	116
7.5	Neutrino-Oszillationen	118
8	Die Produktion von Elementarteilchen	125
9	Symmetrien	141
9.1	Äußere Symmetrien	141
9.2	Innere Symmetrien	143
9.3	Eichsymmetrien und Eichfelder	148
10	Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik	161
11	Quantenkorrekturen und die Renormierungsgruppengleichungen	165
12	Jenseits des Standardmodells	177
12.1	Die große Vereinheitlichung	177
12.2	Das Hierarchieproblem und die Supersymmetrie	181
12.3	Quantengravitation, Stringtheorie und zusätzliche Dimensionen	188
A	Anhang	207
A.1	Wichtige Konstanten und Abkürzungen	207
A.2	Nützliche Internetadressen	208

Lösungen der Übungsaufgaben	209
Literaturverzeichnis	217
Sachverzeichnis	219

Überblick

1.1 Das Universum

Das größtmögliche physikalische Objekt ist das Universum. Da sein Ausmaß und seine Dynamik unseren alltäglichen Erfahrungsschatz und damit unsere Vorstellungskraft bei weitem übersteigen, ist es für uns nur durch Zahlen und Formeln erfassbar. Hohe Zehnerpotenzen – und die Fähigkeit, damit korrekt zu rechnen – sind in der Kosmologie unumgänglich.

Der sichtbare Teil des Universums besteht aus einigen zehn Millionen Galaxien. Eine Galaxie besteht normalerweise aus 10^9 bis 10^{12} Sternen ähnlich unserer Sonne. Unsere Milchstrasse gehört zu den größeren Galaxien und enthält ca. 3×10^{11} Sterne.

Die Galaxien sind im Universum näherungsweise gleichmäßig verteilt; es gibt jedoch Voids genannte dünn besiedelte Gebiete, die durch filamentartige dichter besiedelte Regionen getrennt sind.

Die Entfernungen innerhalb und zwischen Galaxien werden in *Lichtjahren* (Ly) angegeben: Die Lichtgeschwindigkeit beträgt

$$c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} , \quad (1.1)$$

dementsprechend ist ein Lichtjahr (1 Jahr hat etwa $3,1536 \times 10^7$ s)

$$1 \text{ Ly} \simeq 0,9461 \times 10^{16} \text{ m} \simeq 10^{13} \text{ km} . \quad (1.2)$$

(Man verwendet auch 1 parsec = 1 pc \simeq 3,262 Ly, 1 kpc \simeq $3,262 \times 10^3$ Ly und 1 Mpc \simeq $3,262 \times 10^6$ Ly.)

Die typische Ausdehnung einer Galaxie beträgt 5 bis 50 kpc oder 1,5 bis 15×10^4 Ly; der Durchmesser unserer Milchstrasse beträgt etwa

10^5 Ly. Die Abstände zwischen den Galaxien sind von der Größenordnung 10^6 Ly; die nächsten Galaxie Andromeda ist etwa $2,9 \times 10^6$ Ly entfernt.

Die größte bisher beobachtete Entfernung (einer Supernova, eine lichtstarke Explosion eines Sternes) beträgt etwa 10^{10} Ly.

Auffällig ist, dass sich die Galaxien mit einer Geschwindigkeit v von uns entfernen, die proportional zu ihrer Entfernung d anwächst:

$$v \simeq H_0 d, \quad (1.3)$$

wobei H_0 als *Hubblekonstante* bezeichnet wird. Dieses Verhalten ist in Abb. 1.1 schematisch dargestellt, wo wir uns im Mittelpunkt befinden, und die Pfeile die Geschwindigkeitsvektoren der beobachteten Galaxien darstellen.

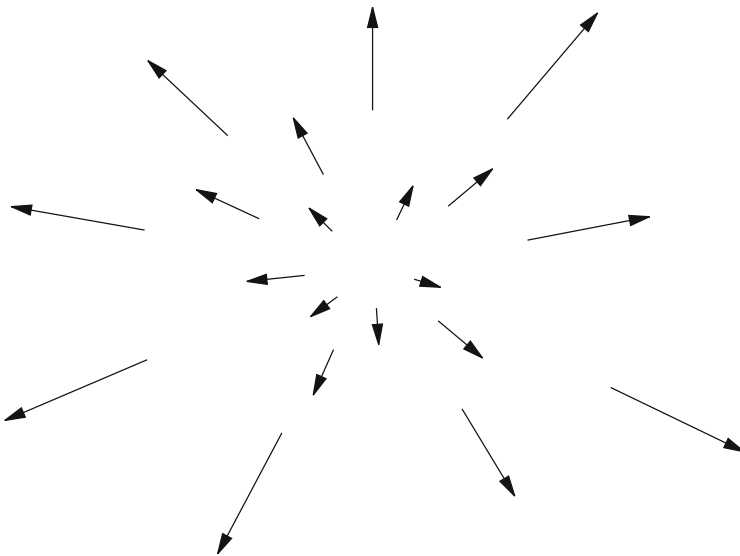


Abb. 1.1. Schematisches Bild des expandierenden Universums

Die Geschwindigkeiten v von Galaxien werden traditionell in km/s angegeben, und Entfernungen d – aus historischen Gründen – in Mpc. Für die Hubblekonstante findet man

$$H_0 \simeq 70 \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{1}{\text{Mpc}}. \quad (1.4)$$

Die Formel (1.3) ist jedoch nur auf genügend weit entfernte Galaxien (mit entsprechend großen Geschwindigkeiten) anwendbar, wo „lokale“ Schwankungen der Geschwindigkeiten von bis zu ~ 600 km/s vernachlässigbar sind.

In der Praxis werden oft die Entfernungen von Galaxien (oder Supernovae) unter der Annahme der Gültigkeit der Formel (1.3) aus ihren Radialgeschwindigkeiten relativ zur Erde hergeleitet. Diese Radialgeschwindigkeiten werden mit Hilfe des Dopplereffektes bestimmt: Die Wellenlänge des Lichtes eines Objektes, das sich von uns entfernt, erscheint größer als die Wellenlänge des von einem ruhenden Objekt ausgestrahlten Lichtes. Diese Zunahme der Wellenlänge ist messbar und erlaubt es, die Radialgeschwindigkeit des Objektes bezüglich zur Erde zu bestimmen.

Praktisch alle anderen Methoden der Entfernungsbestimmung (im Wesentlichen durch die auf der Erde gemessenen Lichtstärken von Galaxien von bekannter Leuchtkraft) stimmen mit (1.3) überein und erlauben die Bestimmung der Hubblekonstanten. Das wichtigste Ergebnis ist in allen Fällen, dass das Universum sich ausdehnt.

Wie sieht die Geschichte des Universums aus? Wenn man zurückschaut, war das Universum vor $\sim 10^{10}$ Jahren *komprimiert* und *heiss*. Zu dieser Zeit hatten sich weder Galaxien noch Sterne gebildet, und das Universum war ein explodierendes dichtes und heißes Gas. Dieser Vorgang wird der *Big Bang* oder *Urknall* genannt. Die Sterne und Galaxien entstanden erst im Laufe der anschließenden Ausdehnung, Verdünnung und Abkühlung.

Das genaue Studium der Expansionsrate des Universums in Abhängigkeit von der Zeit, den verschiedenen Formen von Materie, der Temperatur, der Krümmung des Raumes und der Raum-Zeit usw. ist das Forschungsobjekt der Kosmologie. Der verwendete Formalismus ist die allgemeine Relativitätstheorie, aus der auch die Schwerkraft hergeleitet werden kann (siehe Kap. 3).

1.2 Der Aufbau der Materie

Machen wir einen Sprung von kosmologischen zu atomaren Dimensionen. Die Größenordnungen der dazwischenliegenden Objekte, die wir hier nicht behandeln werden, sind wie folgt:

Planetensysteme: der Abstand Erde–Sonne beträgt $\sim 1,5 \times 10^{11}$ m

Sterne: der Radius der Sonne beträgt $\sim 7 \times 10^8$ m

Planeten: der Radius der Erde beträgt $\sim 6,4 \times 10^6$ m

Felsen, Menschen ... : ~ 1 m

Sandkörner: $\sim 10^{-3}$ m

Viren: $\sim 10^{-7}$ m

Einfache Moleküle: $\sim 10^{-9}$ m

Atome: $\sim 10^{-10}$ m

Im Alltag beobachtbare Kräfte sind

- a) die Schwer- oder Gravitationskraft,
- b) Kräfte zwischen Körpern, die Kraft des Windes, des Wassers, Verbrennungsmotoren, Reibungskräfte ...

Sämtliche unter b) genannten Kräfte lassen sich auf Kräfte zwischen Atomen und Molekülen zurückführen, und sind letztendlich elektrischer Natur.

1.2.1 Der Aufbau der Atome

Ein Atom besteht aus einer Wolke von *Elektronen*; Elektronen sind elektrisch negativ geladene Teilchen. Der Durchmesser dieser Wolke beträgt $\sim 10^{-10}$ m, was dem Durchmesser des Atoms entspricht. Im Mittelpunkt befindet sich ein positiv geladener *Kern*, dessen Durchmesser einige 10^{-15} m beträgt (siehe Abb. 1.2). Man definiert 1 Ångström, $1 \text{ \AA} = 10^{-10}$ m (in etwa die Größe eines Atoms), und 1 Fermi, $1 \text{ fm} = 10^{-15}$ m (in etwa die Größe eines Kerns).

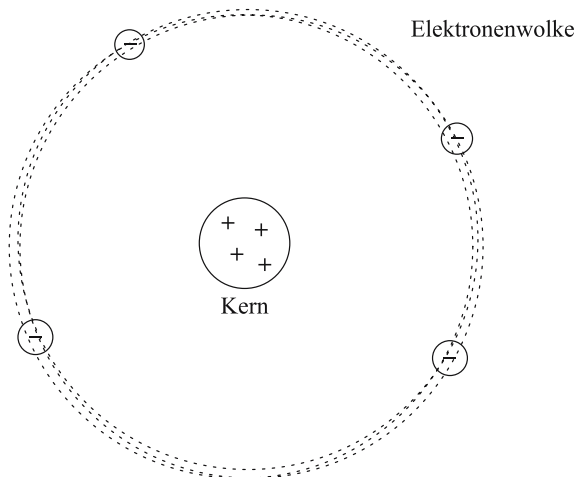


Abb. 1.2. Schema eines Atoms (das Größenverhältnis von Kern zur Elektronenwolke ist *nicht* maßstabsgerecht)

Die (negative) Ladung q_e eines Elektrons wird mit $q_e = -e$ bezeichnet; der Wert der Elementarladung e beträgt $e \simeq 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ (C steht für Coulomb). Die elektrische Ladung des Kernes ist immer positiv und ein Vielfaches von e :

$$q_{\text{Kern}} = +Ze, \quad Z = \text{ganze Zahl} \quad (1.5)$$

Die Zahl der Elektronen eines Atomes ist gleich Z (abgesehen von ionisierten Atomen, denen eines oder mehrere Elektronen entrissen wurden). Demnach ist ein intaktes Atom neutral:

$$q_{\text{Atom}} = q_{\text{Kern}} + Z q_e = Z e + Z (-e) = 0 \quad (1.6)$$

Die Elektronen sind durch die elektrische Kraft an den Kern gebunden, da sich Objekte entgegengesetzter Ladungen anziehen. Die durch die Ladung des Kernes bestimmte Zahl der Elektronen legt die chemischen Eigenschaften des Elementes fest. Demzufolge definiert die Ladung des Kernes das Element:

Wasserstoff: $q_{\text{Kern}} = 1 e$

Helium: $q_{\text{Kern}} = 2 e$

Lithium: $q_{\text{Kern}} = 3 e$

...

Uran: $q_{\text{Kern}} = 92 e$

Plutonium: $q_{\text{Kern}} = 94 e$

...

Ein genaues Verständnis der Struktur der Elektronenwolke und der daraus folgenden chemischen Eigenschaften der Atome ist nur im Rahmen der Quantenmechanik möglich.

Wenn sich zwei Atome nahekommen (siehe Abb. 1.3), wirken abstoßende Kräfte zwischen den Elektronen des Atoms (1) und den Elektronen des Atoms (2) sowie zwischen dem Kern des Atoms (1) und dem Kern des Atoms (2), aber anziehende Kräfte zwischen den Elektronen des Atoms (1) und dem Kern des Atoms (2) sowie zwischen den Elektronen des Atoms (2) und dem Kern des Atoms (1).

Diese Kräfte heben sich bei großen Abständen (verglichen mit den Durchmessern der Atome) gegenseitig auf. Bei kleineren Abständen von einigen 10^{-10} m ist die Balance zwischen den Kräften nicht mehr exakt, und in Abhängigkeit von der Form der Elektronenwolken sind folgende Fälle möglich:

- a) Die Abstoßung zwischen den Elektronen dominiert, was zu einem kleinstmöglichen Abstand führt. Dies ist der Grund, weshalb ein

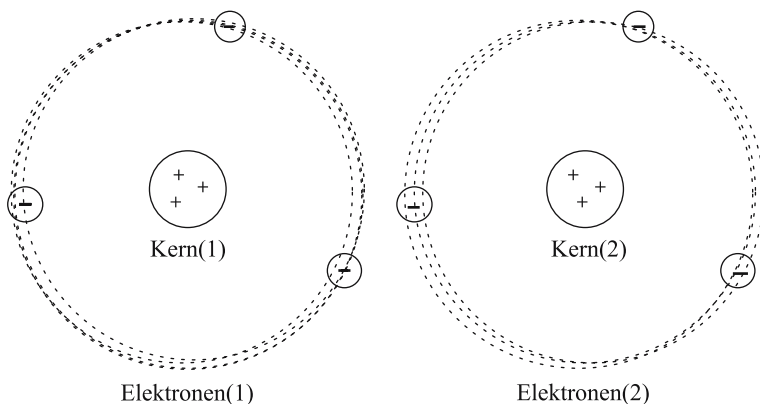


Abb. 1.3. Schema zweier sich nähernden Atome

Körper einen anderen nicht durchdringen kann, und weshalb z. B. eine Hand eine Wand spürt.

- b) Die Anziehung zwischen den Elektronen(1) – Kern(2) und Elektronen(2) – Kern(1) dominiert. In diesem Fall bleiben die Atome verbunden, teilen sich ihre Elektronenwolken und bilden ein Molekül (siehe Abb. 1.4).

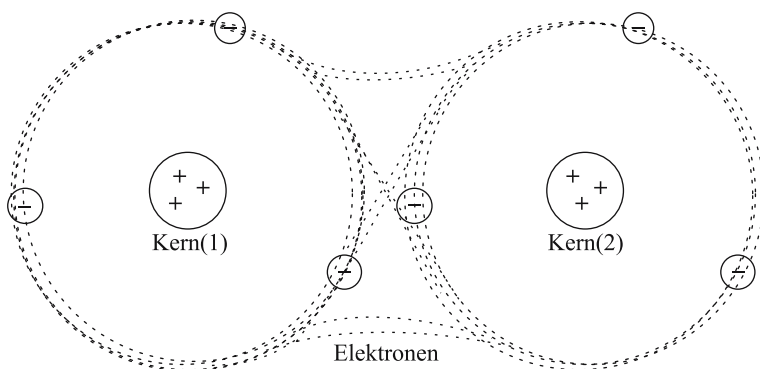


Abb. 1.4. Schema zweier zu einem Molekül verbundenen Atome

Die Kräfte zwischen Atomen (oder Molekülen) werden Van der Waals-Kräfte genannt. Sie sind kompliziert, können aber aus den (elektrischen) Kräften zwischen Elektronen und Kernen abgeleitet werden.

Daraus folgt, dass nur zwei Kräfte für in unserem Alltag beobachtbare physikalische Phänomene eine Rolle spielen: die elektrische (oder elektromagnetische) Kraft und die Schwerkraft.

1.3 Der Aufbau der Kerne

Kerne bestehen aus *Protonen* (mit elektrischer Ladung $q_p = +e$) und *Neutronen* ($q_n = 0$). (Neutronen wurden 1932 von J. Chadwick entdeckt, wofür er 1935 den Nobelpreis erhielt.) Protonen und Neutronen werden *Baryonen* genannt. Man gibt die Zusammensetzung eines Kernes in der Form X_Z^A an, wobei X das chemische Symbol des Elementes ist, Z die Zahl der Protonen, und A die *Atomzahl* gleich der Zahl der Baryonen (gleich der Summe von Protonen und Neutronen), wie zum Beispiel

Wasserstoff: H_1^1 (1 Proton),
 Deuterium (chemisch identisch!): H_1^2 (1 Proton, 1 Neutron),
 Helium : He_2^4 (2 Protonen, 2 Neutronen),
 Eisen: Fe_{26}^{56} (26 Protonen, 30 Neutronen),
 Uran: U_{92}^{238} (92 Protonen, 146 Neutronen).

Kerne, die sich nur durch ihre Zahl von Neutronen unterscheiden, werden *Isotope* eines Elements genannt.

Wir wissen, dass sich Protonen derselben positiven Ladung unter dem Einfluss der elektrischen Kraft gegenseitig abstoßen. Was hält dann die Protonen (und Neutronen) im Kern zusammen? Hier kommt eine neue Kraft (oder „Wechselwirkung“) ins Spiel, die die *starke Wechselwirkung* genannt wird. Die starke Wechselwirkung zwischen Baryonen wirkt immer anziehend. Bei kleinen Abständen von einigen Fermi ist sie stärker als die elektrische Abstoßung, sie wird jedoch bei größeren Abständen rasch kleiner. Die starke Wechselwirkung ist näherungsweise unabhängig von der Natur der Baryonen, das heißt näherungsweise identisch zwischen zwei Protonen, einem Proton und einem Neutron, und zwischen zwei Neutronen.

Die Masse eines Protons beträgt $m_p \sim 1,67 \times 10^{-24}$ g, die Masse m_n eines Neutrons ist beinahe dieselbe; ein Neutron ist nur um etwa 0,17% schwerer. Ein Elektron ist etwa 2000 mal leichter: $m_e \sim 9,1 \times 10^{-28}$ g. Die Masse eines Atoms ist demnach im Wesentlichen gleich der Masse seines Kerns.

Die Masse des Kerns unterscheidet sich von der Summe der Massen der Protonen und Neutronen durch die *Bindungsenergie*, die nach Einstein ($E = mc^2$) zur Gesamtmasse beiträgt:

$$m_{\text{Kern}} = Z m_{\text{p}} + (A - Z) m_{\text{n}} - \frac{1}{c^2} E_{\text{Bindung}} . \quad (1.7)$$

Der Beitrag der Bindungsenergie ist immer negativ, und von der Größenordnung von einigen $10^{-2} m_{\text{p}} c^2$. Die Berechnungen der Bindungsenergien verschiedener Kerne, die die Massen der Kerne erklären, sind eine der Aufgaben der Kernphysik (siehe die Übungsaufgabe am Ende des Kapitels).

1.3.1 Radioaktivität

Je nach seiner Zusammensetzung ist ein Kern mehr oder weniger stabil. Ein instabiler Kern kann Teilchen emittieren und sich in einen anderen Kern verwandeln, der immer leichter als der Ausgangskern ist. Dies folgt aus dem Energieerhaltungsgesetz, das hier einschließlich der Beiträge der Massen zur Gesamtenergie zu formulieren ist. Der Zerfall eines Atomkerns, und die damit zusammenhängende Emission von Teilchen, wird als *Radioaktivität* bezeichnet, für deren Entdeckung und Studium A.H. Becquerel, Marie und Pierre Curie 1903 den Nobelpreis erhielten.

Betrachten wir folgende Situation: Ein Kern mit Masse M , ursprünglich in Ruhe, zerfällt in n Zerfallsprodukte mit Massen M_i , $i = 1 \dots n$. Nach dem Zerfall fliegen die Zerfallsprodukte mit verschiedenen Geschwindigkeiten \vec{v}_i auseinander, und besitzen deshalb *kinetische Energien* $E_{i \text{ kin}} = \frac{1}{2} M_i \vec{v}_i^2$. (Wir vernachlässigen hier relativistische Korrekturen, die nur für $|\vec{v}| \sim c$ wichtig werden, siehe Ende des Kap. 3.1.) Die Summe aller kinetischen Energien bezeichnen wir mit E_{kin} . Dann lautet das Energieerhaltungsgesetz

$$M = \sum_{i=1}^n M_i + \frac{1}{c^2} E_{\text{kin}} . \quad (1.8)$$

Da E_{kin} immer positiv ist, ergibt (1.8) sofort eine Ungleichung die besagt, dass die Summe der Massen der n Zerfallsprodukte kleiner als M sein muss. Für M sowie für M_i gilt die obige Gleichung (1.7) einschließlich der entsprechenden Bindungsenergien.

Die Nomenklatur der Radioaktivitäten ist (aus historischen Gründen) wie folgt:

1.3.2 Die α -Strahlung

α steht hier für einen Helium-Kern, $\alpha = 2p2n$. Die Bindungsenergie dieses Kerns ist besonders groß, deshalb ist er relativ leicht und kann besonders häufig als Zerfallsprodukt auftreten. Es sind hauptsächlich schwere Kerne, die unter der Emission von α -Strahlen zerfallen können (siehe Abb. 1.5).

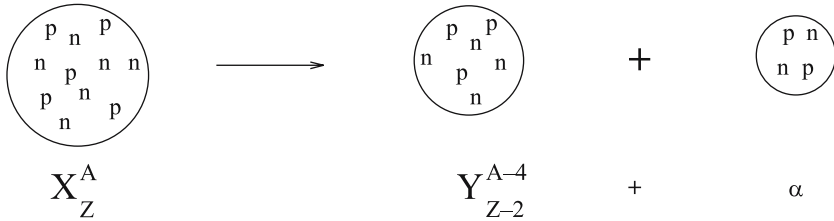


Abb. 1.5. Der α -Zerfall eines Kernes X_Z^A

Im Allgemeinen kann man den α -Zerfall eines Kernes X, bestehend aus A Baryonen (davon Z Protonen) in einen Kern Y als

$$X_Z^A \rightarrow Y_{Z-2}^{A-4} + \alpha \tag{1.9}$$

schreiben. Wenn man (1.7) für die Massen der Kerne X, Y und α in das Energieerhaltungsgesetz (1.8) einsetzt, sieht man, dass sich die Massen der Protonen und Neutronen auf beiden Seiten wegheben. Aus der Positivität von E_{kin} kann man jetzt eine Bedingung an die Bindungsenergien der Kerne X, Y und α herleiten, die erfüllt sein muss, damit der Zerfall möglich ist:

$$E_{\text{Bindung}}(X) < E_{\text{Bindung}}(Y) + E_{\text{Bindung}}(\alpha) . \tag{1.10}$$

Der ursprüngliche Kern X ist immer instabil, wenn diese Bedingung erfüllt ist. Man kann jedoch auf Grund der Gesetze der Quantenmechanik nicht genau vorhersagen, wann der Kern zerfallen wird – man kann nur eine mittlere Halbwertszeit $\tau_{1/2}$ messen (und versuchen zu berechnen), nach der im Schnitt die Hälfte aller Kerne zerfallen ist.

1.3.3 Die β -Strahlung

β steht für ein Elektron. Die Emission eines Elektrons kommt hauptsächlich bei Kernen mit mehr Neutronen als Protonen vor (siehe Abb. 1.6). Die Emission eines Elektrons wird immer von der Emission

eines (Anti-)Neutrinos $\bar{\nu}$ begleitet. Das Neutrino ist ein sehr leichtes neutrales Teilchen, das sehr schwer nachzuweisen ist. Ein abgestrahltes Neutrino besitzt jedoch Energie und Impuls, wodurch die Emission von Neutrinos unter der Annahme der Erhaltung der Gesamtenergie und des Gesamtimpulses bewiesen werden kann. (Zunächst hatte W. Pauli 1930 aus der Erhaltung der Gesamtenergie und des Gesamtimpulses auf die Existenz von Neutrinos geschlossen. Ihre Existenz wurde jedoch erst 1956 bewiesen, wofür F. Reines 1995 den Nobelpreis erhielt.)

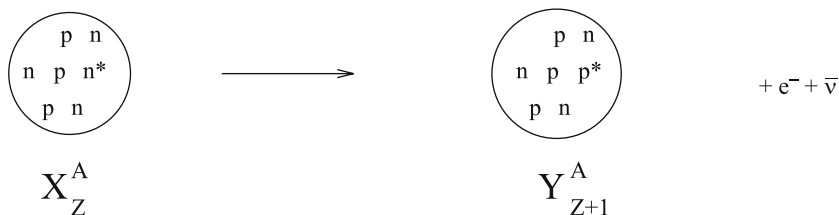


Abb. 1.6. Der β -Zerfall eines Kernes X_Z^A

Nach Einsetzen von (1.7) in (1.8) ist die Energiebilanz von folgender Form:

$$\begin{aligned} Z m_p + (A - Z) m_n - \frac{1}{c^2} E_{\text{Bindung}}(X) \\ = (Z + 1) m_p + (A - Z - 1) m_n \\ - \frac{1}{c^2} E_{\text{Bindung}}(Y) + m_e + \frac{1}{c^2} E_{\text{kin}} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Man sieht, dass sich die Proton- und Neutronmassen nicht mehr wegheben. Die Bedingung an die Bindungsenergien für die Möglichkeit eines β -Zerfalls ist jetzt

$$E_{\text{Bindung}}(X) - E_{\text{Bindung}}(Y) < (m_n - m_p - m_e) c^2. \quad (1.12)$$

Im Innern eines Kerns entspricht die β -Strahlung der Umwandlung eines Neutrons in ein Proton, ein Elektron und ein (Anti-)Neutrino (das Neutron im ursprünglichen Kern, und das Proton im neu entstandenen Kern sind in Abb. 1.6 durch einen Stern gekennzeichnet):

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}. \quad (1.13)$$

Dieser Prozess hat nichts mit der starken Wechselwirkung zu tun, die die Natur von Neutronen (oder Protonen) nicht verändern kann,

ebensowenig wie die elektrische Kraft (oder elektrische Wechselwirkung). Es handelt sich demzufolge um ein neues Phänomen, die *schwache Wechselwirkung*. („Schwach“ bedeutet „relativ selten“.) Ein freies Neutron zerfällt auf diese Art und Weise im Mittel nach ca. 15 Minuten (887 Sekunden).

1.3.4 Die γ -Strahlung

γ steht für ein *Photon*. Photonen sind die Bestandteile der elektromagnetischen Strahlung, d. h. der Röntgenstrahlung, des Lichts, der Wärmestrahlung, der Mikrowellen, der Radiowellen usw. Die Teilchenatur der elektromagnetischen Strahlung kann durch den photoelektrischen Effekt (besonders für energiereiche Strahlen wie die Röntgenstrahlung) experimentell bewiesen werden. Dies hat, unter anderem, zur Entwicklung der Quantenmechanik beigetragen: Nach der Quantenmechanik sind die Wellen eines Feldes (wie des elektromagnetischen Feldes) gleichbedeutend mit einem Strahl entsprechender Teilchen (wie den Photonen). Für die entsprechende Interpretation des Photoeffektes – und nicht für die Entwicklung der Relativitätstheorie – erhielt A. Einstein 1921 den Nobelpreis.

Die Emission von Photonen kommt bei „angeregten“ Kernen vor. Man spricht von angeregten Kernen, wenn die Bindungsenergie kleiner als ihr maximal möglicher Wert ist. Dann kann die Bindungsenergie sprunghaft zunehmen, und die so gewonnene Energie wird in der Form eines Photons abgestrahlt. Die Zusammensetzung des Kernes aus Protonen und Neutronen ändert sich hierbei nicht.

Es gibt noch weitere Formen der Radioaktivität wie die β^+ -Strahlung, die der Emission eines Positrons entspricht; ein Positron ist das Antiteilchen eines Elektrons mit positiver elektrischer Ladung. Die Existenz des Positrons wurde 1928 von P. Dirac (Nobelpreis 1933) postuliert, und 1932 von C.D. Anderson (Nobelpreis 1936) bewiesen.

Die Bestandteile der Kerne, die Protonen und Neutronen, sind immer noch keine unteilbaren „Elementarteilchen“:

1.4 Der Aufbau der Baryonen

Man weiß heute, dass die Baryonen gebundene Zustände von drei *Quarks* sind. Es gibt – unter anderen – das u-Quark mit elektrischer Ladung $q_u = +\frac{2}{3}e$, und das d-Quark mit Ladung $q_d = -\frac{1}{3}e$. Ein Proton

besteht aus zwei u-Quarks und einem d-Quark, und ein Neutron aus zwei d-Quarks und einem u-Quark, siehe Abb. 1.7.



Abb. 1.7. Der Quark-Inhalt eines Protons und eines Neutrons

Dies stimmt mit den entsprechenden elektrischen Ladungen überein:

$$q_p = 2 \times q_u + q_d = 2 \times \frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e = e, \quad (1.14)$$

und

$$q_n = q_u + 2 \times q_d = \frac{2}{3}e + 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)e = 0. \quad (1.15)$$

Welche Kraft ist für die Bindung der Quarks verantwortlich? Dies ist – wieder – die *starke Wechselwirkung*. Die anziehende Kraft zwischen Baryonen kann aus der „fundamentalen“ Kraft zwischen Quarks hergeleitet werden, ähnlich wie die Van der Waals-Kraft zwischen Atomen und Molekülen aus der elektrischen Kraft zwischen Elektronen und Kernen. Später werden wir sehen, dass es weitere (instabile) Quarks gibt, sowie weitere Baryonen.

Diese innere Struktur der Baryonen macht es notwendig, die Natur der schwachen Wechselwirkung noch einmal zu betrachten: Wenn man die Bestandteile (Quarks) eines Neutrons mit denen eines Protons vergleicht, sieht man, dass sich beim Zerfall eines Neutrons ein d-Quark in ein u-Quark umgewandelt hat:

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}. \quad (1.16)$$

Dies ist der Effekt der schwachen Wechselwirkung auf dem Niveau der Quarks, die als einzige Wechselwirkung in der Lage ist, die Natur der Quarks zu verändern.

Sind Quarks (und das Elektron und das Neutrino) letztendlich Elementarteilchen?

Wahrscheinlich ja, bis heute hat man weder weitere Bestandteile dieser Teilchen gefunden, noch eine endliche Ausdehnung gemessen:

Man weiß, dass sie kleiner als $\sim 10^{-18}$ m sind. Auf Grund der Gesetze der Quantenmechanik ist jedoch die Genauigkeit Δ , mit der man die Ausdehnung eines Objektes messen kann, durch die Energie E der Teilchen beschränkt, mit denen das Objekt zum Zweck seines Studiums beschossen wird; am Ende des Kapitels 4.2 werden wir die Beziehung $\Delta \gtrsim \hbar c/E$ für das Auflösungsvermögen Δ herleiten.

Ein grobes klassisches Bild dieses Phänomens ist das Folgende: Stellen wir uns einen (kugelförmigen) Kuchen vor, in dessen Inneren sich harte Kerne befinden. Um das Innere des Kuchens zu untersuchen, beschließen wir den Kuchen mit anderen Objekten wie in Abb. 1.8.

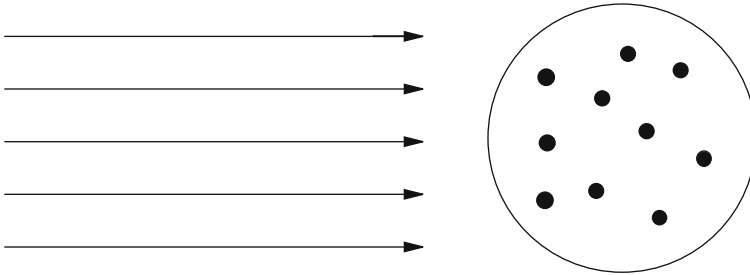


Abb. 1.8. Schema eines Teilchenstrahls, der auf einen Kuchen mit harten Kernen trifft

Wenn es sich bei diesen Objekten nur um energiearme Objekte (leicht und/oder langsam) handelt, können sie nicht in den Kuchen eindringen, sein Inneres bleibt uns verborgen, und er erscheint als ein „elementares“ Teilchen. Nur wenn wir den Kuchen mit energiereichen Objekten (schwer und/oder schnell) beschießen, können sie in das Innere des Kuchens eindringen, sich an den harten Kernen stoßen, und die Informationen über die Anwesenheit der harten Kerne durch eine Veränderung ihrer Flugrichtung nach außen tragen. (Hierdurch wird der Kuchen allerdings normalerweise zerstört.)

Auf ähnliche Art und Weise kann man die innere Struktur von Atomen durch einen Beschuss mit, z. B., α -Teilchen erkunden (so entdeckte E. Rutherford den Atomkern, wofür ihm 1908 der Nobelpreis für Chemie zuerkannt wurde), und die innere Struktur von Baryonen durch einen Beschuss mit Elektronen mit höherer Energie, so dass sie sich an ihren Bestandteilen, den Quarks, stoßen. Für den Nachweis von Quarks innerhalb von Baryonen durch den Beschuss mit hochenergetischen Elektronen erhielten J.I. Friedmann, H.W. Kendall und R.R. Taylor 1990 den Nobelpreis. Man kann aber einen möglichen inneren Aufbau

von Teilchen nicht beliebig genau studieren, da man immer nur Teilchenstrahlen mit einer bestimmten endlichen Energie zur Verfügung hat. Deshalb kann man nur eine obere Schranke für den Durchmesser von Quarks und Elektronen angeben, die mit Hilfe der energiereichsten heute zur Verfügung stehenden Teilchenstrahlen gefunden wurde.

1.5 Vorläufige Zusammenfassung

Folgenden Kräften und Teilchen sind wir bis jetzt begegnet:
Den vier fundamentalen Kräften (oder Wechselwirkungen):

- die Schwerkraft,
- die elektrische bzw. elektromagnetische Kraft,
- die starke Wechselwirkung,
- die schwache Wechselwirkung.

Vier Elementarteilchen:

- die Quarks u und d , die sämtlichen vier Wechselwirkungen unterliegen (oder sämtliche vier Kräfte spüren);
- das Elektron, das der Schwerkraft, der elektrischen Kraft und der schwachen (aber nicht der starken) Wechselwirkung unterliegt;
- das Neutrino, das ebenfalls der Schwerkraft unterliegt (durch die Raumkrümmung, siehe Kap. 3) sowie der schwachen Wechselwirkung, aber weder der elektrischen Kraft (wegen seiner fehlenden elektrischen Ladung) noch der starken Wechselwirkung.

Elementarteilchen, die der starken Wechselwirkung *nicht* unterliegen (wie das Elektron und das Neutrino), nennt man *Leptonen*.

Diese Liste von Elementarteilchen ist unvollständig: Zusätzlich gibt es

- a) für jedes Teilchen ein Antiteilchen, das dieselbe Masse, aber entgegengesetzte Ladung besitzt. Teilchen–Antiteilchen–Paare sind das Elektron e^- und das Positron e^+ , sowie die Quarks u , d und Anti-quarks \bar{u} , \bar{d} .
- b) vier weitere Quarks (im Ganzen gibt es sechs Quarks),
- c) vier weitere Leptonen (im Ganzen gibt es ebenfalls sechs Leptonen).

Die drei Elementarteilchen u , d und e^- reichen jedoch aus, um alle Atome aufzubauen, aus denen die Materie um uns herum besteht.