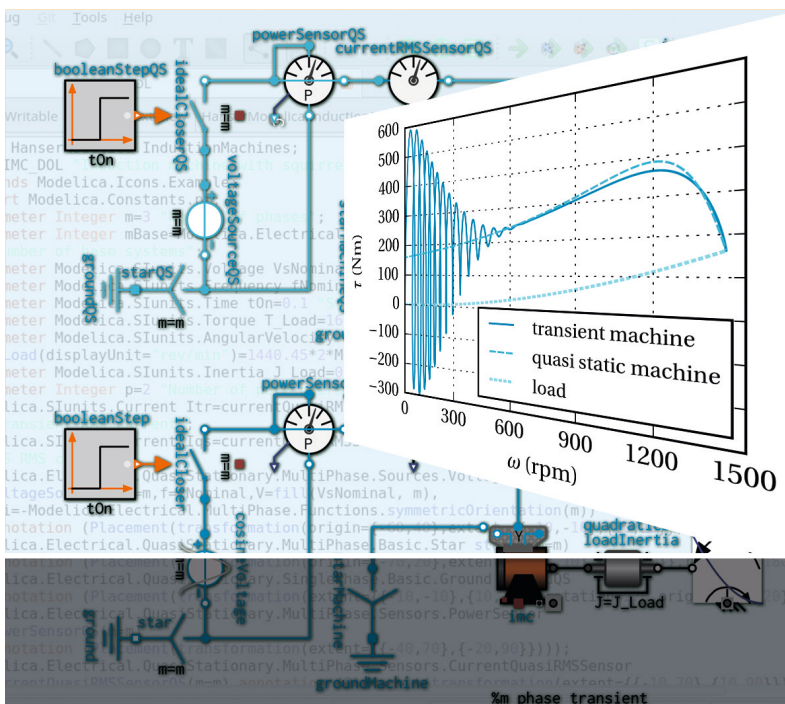


Christian Kral

Mit
GitHub-
Tutorial

Modelica

Objektorientierte Modellbildung von Drehfeldmaschinen





bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Christian Kral

Modelica

Objektorientierte Modellbildung
von Drehfeldmaschinen

Mit 162 Bildern und 28 Tabellen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Dipl.-Ing. Dr. Christian Kral

Technologisches Gewerbemuseum Wien



Alle in diesem Buch enthaltenen Programme, Verfahren und elektronischen Schaltungen wurden nach bestem Wissen erstellt und mit Sorgfalt getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund ist das im vorliegenden Buch enthaltene Programm-Material mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieses Programm-Materials oder Teilen davon entsteht.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN: 978-3-446-45551-1

E-Book-ISBN: 978-3-446-45733-1

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2019 Carl Hanser Verlag München

Internet: <http://www.hanser-fachbuch.de>

Lektorat: Manuel Leppert, M.A.

Herstellung: Dipl.-Ing. (FH) Franziska Kaufmann

Coverconcept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Coverrealisierung: Stephan Rönigk

Druck und Bindung: Pustet, Regensburg

Printed in Germany

Vorwort

Das vorliegende Buch behandelt die objektorientierte Modellbildung elektrischer Maschinen mit Modelica. Dazu gehören viele unterschiedliche Aspekte: Einmal geht es um die zugrunde liegende Physik und die Gleichungen der elektrischen Maschinen, also um ein elektrotechnisches Verständnis. Dann geht es um Modelica, eine Modellierungssprache, mit der man physikalische Gleichungen auf akausale Weise formulieren kann. Weiters geht es um die verwendete Software, OpenModelica, die quelloffen zur Verfügung steht. Hier gilt es zu lernen, wie man Modelle entwickelt, simuliert und analysiert, wobei alle in diesem Buch verwendeten Modelica-Beispiele quelloffen und kostenfrei verfügbar sind. Zusätzlich geht es um die Organisation der Entwicklung von Modelica-Code. Dafür wird auf die Online-Plattform GitHub und die Software GitKraken zurückgegriffen, die bei nicht kommerzieller Nutzung ebenfalls kostenfrei sind. Dieses Buch ist damit nicht nur ein Buch über die Modellbildung elektrischer Maschinen, sondern eines, indem sehr unterschiedliche Themen ineinandergreifen und voneinander abhängig sind. Damit trägt dieses Buch auch dem Umstand Rechnung, dass es zunehmend wichtiger wird, ein systemisches Verständnis zu erlangen; dies beinhaltet das technische Fachverständnis ebenso wie das Verständnis für die Organisation der verwendeten Daten und der zugrunde liegenden Software.

Die Verwobenheit der Themen dieses Buchs spiegelt sich auch in seiner Sprache wider, in der viele englische Fachbegriffe aus der Informationstechnologie und der Semantik von Modelica Einzug gefunden haben. Diese Fachbegriffe wurden absichtlich nicht eingedeutscht, um möglichst unmissverständlich die originale Bedeutung wiederzugeben.

Dieses Buch richtet sich an Studierende, Ingenieure und Lehrende der Elektrotechnik, die an einer über das klassische Lehrbuchwissen hinausgehenden Modellierung elektrischer Maschinen interessiert sind. Es ist so strukturiert, dass es den Leserinnen und Lesern die Möglichkeit bietet, sich bezüglich unterschiedlicher Aspekte zu vertiefen oder sich stärker an den Anwendungen zu orientieren. Im Buch sind entsprechende Markierungen gesetzt, die zum Weiterlesen an unterschiedlichen Stellen einladen.

Leserinnen und Leser, die mit ihren elektrotechnischen Grundkenntnissen etwas über die Modellbildung und Simulation elektrotechnischer Systeme lernen wollen, erhalten in Kapitel 2 eine Einführung in die Modellierungssprache Modelica und die Software OpenModelica. Optional sind in Kapitel 1 die dafür erforderlichen physikalischen Grundlagen knapp zusammengefasst. Kapitel 3 vertieft das Basiswissen zu Modelica anhand konkreter Anwendungen. Theoretisches Hintergrundwissen und praktische Anwendungen werden dabei abwechselnd vermittelt. Hinsichtlich elektrischer Systeme werden transiente als auch eingeschwungene Modelle untersucht. Selbst einfache leistungselektronische Modelle werden präsentiert. Weiters werden auch physikalische Kopplungen elektrischer Systeme mit magnetischen, thermischen und mechanischen Teilsystemen entwickelt, erläutert und simuliert.

Wer sich in die objektorientierte, physikalische Modellierung elektrischer Maschinen vertiefen möchte, findet in den Kapiteln 4–6 das zugehörige Material. In diesen Kapiteln werden die Modelle der elektromagnetischen Kopplungen der Wicklungen, der unterschiedlichen Verlus-

te, des Luftspalts und der Besonderheiten der untersuchten Drehfeldmaschinen erläutert. Dabei werden Asynchronmaschinen mit Käfig- oder Schleifringläufer sowie Synchronmaschinen mit elektrischer oder Permanentmagneterregung als auch Synchronreluktanzmaschinen detailliert behandelt. Weiters wird die Verbindung zur klassischen Theorie der Raumzeiger hergestellt und die Parametrierung der Maschinenmodelle aufgezeigt. Für die Vertiefung in Kapitel 4 sind Grundkenntnisse elektrischer Maschinen erforderlich.

Für all jene, die das Betriebsverhalten elektrischer Drehfeldmaschinen anhand von konkreten Anwendungen besser verstehen wollen, bieten die Abschnitte 5.4 und 5.5 für Asynchronmaschinen sowie die Abschnitte 6.4–6.6 für Synchronmaschinen viele Simulationsbeispiele. In diesen Abschnitten werden sowohl industrielle Anwendungsfälle als auch Laborexperimente virtuell nachgestellt und analysiert. Damit lassen sich viele aus der klassischen Literatur elektrischer Maschinen bekannte Kennlinien in Simulationsmodellen generieren und nachvollziehen. Aufgrund der Objektorientierung von Modelica können die Leserinnen und Leser die zugrunde liegenden physikalischen Zusammenhänge und Variablen einfach visualisieren und analysieren.

Dieses Buch enthält außerdem ein Tutorial, das die versionierte Organisation, Entwicklung und Wartung von Modelica-Libraries mit GitHub erläutert. Da quelloffene Software auf GitHub kostenfrei verwaltet werden kann, bietet sich diese Plattform auch für quelloffene Modelica-Libraries an, wie sie auch in diesem Buch verwendet werden. Mit der für nicht kommerzielle Nutzung kostenfreien Software GitKraken lassen sich GitHub-Projekte auf dem eigenen Rechner einfach und übersichtlich verwalten. Das dafür erforderliche Handwerkszeug wird in seinen Grundzügen in Kapitel 7 vermittelt.

Mein ganz besonderes Augenmerk liegt auf der quelloffenen und kostenfreien Nutzung der verwendeten Modelica-Libraries und der dafür erforderlichen Simulationssoftware OpenModelica. In diesem Sinne sind alle in diesem Buch verwendeten Software-Programme und Simulationsmodelle kostenfrei nutzbar. So wie ich von quelloffenen Projekten profitiert habe, werden hoffentlich auch die Leserinnen und Leser profitieren. Mit etwas Glück liefert dieses Buch neue Ideen, neue Ansätze und neue Zugänge und ermöglicht vielleicht auch den Aufbau neuer Modelica-Libraries.

Mein großer Dank gilt Anton Haumer. Er hat die Ideen und Gedanken zu diesem Buch bis zur Fertigstellung begleitet. Gemeinsam haben wir viel diskutiert und viele Zeilen Modelica-Code entwickelt und durchdacht. Von ihm stammen auch viele der ursprünglich entwickelten Simulationsmodelle über elektrische Maschinen. Er ist mein bester Kritiker und guter Freund. Ich freue mich außerdem über die Beiträge von Michael Hochstöger und Beatrix Mastal, die zum guten Gelingen dieses Buches beigetragen haben. Bei allen, für die ich während der Entstehung dieses Buchs zu wenig Zeit hatte, bedanke ich mich für ihre Nachsicht. Meinem Lektor Manuel Leppert und Franziska Kaufmann von der Herstellung des Carl Hanser Verlags danke ich für die stets gute und konstruktive Zusammenarbeit.

Lichtenegg, im August 2018

Christian Kral

URL der Internetseite mit den Modelica-Beispielen zum Buch:

<https://github.com/christiankral/HanserModelica>

Gewidmet meinem Lehrer, Förderer und Freund Karl Haidinger, 16.04.1949 bis 21.09.1997.
Durch seine Inspiration und Begeisterung lebt fort sein guter Geist in diesem Buch.

Inhalt

Nomenklatur	15
1 Grundlagen	19
1.1 Elektrische Kreise	19
1.1.1 Kirchhoffsche Maschenregel	20
1.1.2 Kirchhoffsche Knotenregel	21
1.1.3 Zusammenschaltung von Komponenten	21
1.1.4 Elektrischer Widerstand	22
1.1.5 Spule	22
1.1.6 Kondensator	23
1.2 Magnetische Kreise	23
1.2.1 Magnetische Spannung	23
1.2.2 Magnetischer Fluss	24
1.2.3 Flussverkettung	24
1.2.4 Induktionsgesetz	25
1.2.5 Durchflutungssatz	26
1.2.6 Satz vom magnetischen Hüllenfluss	26
1.2.7 Magnetische Ersatzschaltbilder	27
1.2.8 Magnetischer Widerstand	27
1.2.9 Induktivität	27
1.2.10 Ideal gekoppelter Transformator	28
1.2.11 Permanentmagnet	29
1.2.12 Eisenverluste	30
1.3 Thermische Systeme	31
1.3.1 Wärmestrom und Temperatur	31
1.3.2 Thermischer Widerstand	31
1.3.3 Thermischer Kondensator	32
1.3.4 Aufbau thermischer Ersatzschaltbilder	32
1.4 Rotatorische mechanische Systeme	33
1.4.1 Verdrehwinkel und Drehmoment	33
1.4.2 Elektromagnetisches Drehmoment	33
1.4.3 Massenträgheitsmoment	34













2	Modelica	35
2.1	Simulationstools	38
2.1.1	Verfügbare Software	38
2.1.2	Simulation von Modellen	39
2.1.3	Kompatibilität und FMI	39
2.1.4	OpenModelica	40
2.2	Erste Schritte	41
2.2.1	Erste Implementierung	43
2.2.2	Datei-Handling	46
2.2.3	Zweite Implementierung	48
2.2.4	Simulationsergebnisse	49
2.2.5	Dritte Implementierung	51
2.2.6	Grafische Implementierung	51
2.2.7	Implementierung über Vererbung	57
2.3	Variablen und Datentypen	59
2.3.1	Instantiierung von Variablen	59
2.3.2	Konstante und Parameter	59
2.3.3	Komplexe Zahlen	62
2.3.4	Vektoren und Matrizen	62
2.3.5	Attribute von Variablen	66
2.3.6	Initialisierung von Parametern	68
2.4	Klassen und Konzepte	70
2.4.1	Aufbau von Klassen	70
2.4.2	Öffentliche und private Klassen	71
2.4.3	Initialisierung von Variablen	72
2.4.4	Dokumentation	73
2.4.5	partial	73
2.4.6	class	73
2.4.7	type	74
2.4.8	package	75
2.4.9	model	77
2.4.10	connector	78
2.4.11	Vererbung	80
2.4.12	Grafische Verbindungen	83
2.4.13	function	84
2.4.14	block	85
2.4.15	record	87

3	Modellierungskonzepte	89
3.1	Allgemeine Konzepte	89
3.1.1	Signale	89
3.1.2	Tables	91
3.1.3	Erstellung eigener Komponenten	95
3.1.4	Parameter-Records	98
3.1.5	Konditionale Gleichungen	101
3.1.6	Zusammengesetzte funktionale Zusammenhänge	104
3.1.7	Konditionale Komponenten und Verbindungen	105
3.2	Elektrische Systeme	107
3.2.1	Dioden	108
3.2.2	Drei- und mehrphasige Systeme in Stern- und Polygonschaltung	110
3.2.3	Dioden-Gleichrichter	115
3.2.4	Einphasige, quasistationäre Systeme	116
3.2.5	Ortskurve und Bodediagramm	120
3.2.6	Mehrphasige, quasistationäre Systeme	122
3.3	Magnetische Systeme	123
3.3.1	Magnetischer Konnektor	124
3.3.2	Elektromagnetische Kopplung	125
3.3.3	Transformator	126
3.4	Thermische Systeme	132
3.4.1	Thermischer Konnektor	132
3.4.2	Thermisches Netzwerk	133
3.4.3	Diskretisierte Wärmeleitung	134
3.4.4	Temperaturabhängiger Widerstand	137
3.4.5	Elektrisch-thermische Kopplung	140
3.5	Rotierende mechanische Systeme	140
3.5.1	Rotatorischer Konnektor	140
3.5.2	Einfacher mechanischer Antrieb	142
3.5.3	Elektromechanische Kopplung	143
3.5.4	Einfache Gleichstrommaschine	145
4	Drehfeldmaschinen	149
4.1	Voraussetzungen und Bezugssysteme	149
4.1.1	Zählpeilsysteme	150
4.1.2	Bezugsrichtungen	150
4.1.3	Grundwelle, Pole und Polpaarzahl	151
4.1.4	Räumliche und elektrische Winkel	152

4.2	Magnetische Größen des Grundwellenmodells	153
4.3	Spulen und Wicklungen	157
4.3.1	Spulenindizes im gültigen Wertebereich abbilden.....	161
4.3.2	Beschreibung einer Spulengruppe in Modelica	162
4.4	Elektromagnetische Kopplung	164
4.4.1	Magnetische Spannung der Spulen	164
4.4.2	Magnetische Spannung und Strangstrom.....	165
4.4.3	Berechnung komplexer Windungszahlen in Modelica	167
4.4.4	Magnetische Flussverkettung und induzierte Spannung	169
4.4.5	Elektromagnetisches Kopplungsmodell in Modelica.....	171
4.5	Koordinatensysteme	174
4.6	Luftspaltmodell	175
4.6.1	Magnetische Feldstärke und Flussdichte.....	175
4.6.2	Kehrwert der Luftspaltfunktion.....	176
4.6.3	Rotorfestes Luftspaltmodell bezüglich der Grundwelle	177
4.6.4	Reluktanzen des Luftspaltmodells	178
4.6.5	Drehmomentbildung im Luftspaltmodell.....	180
4.6.6	Luftspaltmodell in Modelica	181
4.7	Eisenverlustmodell	184
4.7.1	Magnetisches Modell der Wirbelstromverluste	184
4.7.2	Vergleich von elektrischem und magnetischem Verlustmodell	186
4.8	Wicklungsmodell	188
4.8.1	Phasenzahlen und Phasensymmetrie	188
4.8.2	Nullinduktivität	189
4.8.3	Wicklungsmodell in Modelica	190
4.9	Käfigmodell.....	193
4.9.1	Symmetrisches Käfigmodell	193
4.9.2	Achsiges Käfigmodell.....	194
4.10	Reibungsmodell	195
4.11	Zusatzverluste	196
4.11.1	Zusatzverluste in Anlehnung an DIN EN 60034-2:1998	197
4.11.2	Zusatzverluste in Anlehnung an IEEE Std 112-2004	198
4.11.3	Effektivwert des Zuleitungsstroms	199
4.11.4	Zusatzverluste in Modelica.....	199
4.12	Permanentmagnet.....	201
4.13	Bürstenübergangsverluste	203
4.14	Maschinenmodelle	204

5	Asynchronmaschinen	211
5.1	Objektorientierte Modelle	211
5.1.1	Asynchronmaschine mit Schleifringläufer	212
5.1.2	Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer	215
5.2	Raumzeigergleichungen	216
5.2.1	Raumzeiger der magnetischen Spannungen und Flüsse	217
5.2.2	Raumzeiger der elektrischen Spannungen und Ströme	219
5.2.3	Rücktransformation von Raumzeigern auf Stranggrößen	221
5.2.4	Induktivitäten	221
5.2.5	Äquivalente Wicklung des Rotors	222
5.2.6	Drehmoment	223
5.2.7	Quasistationäre Gleichungen bei sinusförmigem Betrieb	224
5.3	Parametrierung	224
5.3.1	Parametrierung des Schleifringläufers	225
5.3.2	Parametrierung des Kurzschlussläufers	225
5.4	Simulation von Asynchronmaschinen mit Kurzschlussläufern	226
5.4.1	Quasistationärer Betrieb am Netz	226
5.4.2	Direktanlauf am Netz	230
5.4.3	Stern-Dreieck-Anlauf am Netz	232
5.4.4	Anlauf mit Transformator am Netz	235
5.4.5	Hochlauf am Inverter	235
5.4.6	Vergleich von Simulations- mit Messdaten	238
5.4.7	Einphasiger Betrieb mit Steinmetz-Schaltung	240
5.5	Simulation von Asynchronmaschinen mit Schleifringläufern	243
5.5.1	Quasistationärer Betrieb am Netz	244
5.5.2	Direktanlauf am Netz mit externen Rotorwiderständen	246
6	Synchronmaschinen	249
6.1	Objektorientierte Modelle	250
6.1.1	Synchronmaschine mit elektrischer Erregung	250
6.1.2	Synchronmaschine mit Permanentmagneten	254
6.1.3	Synchronreluktanzmaschine	256
6.2	Raumzeigergleichungen	256
6.2.1	Herleitung	257
6.2.2	Äquivalenter Dämpferkäfig und äquivalenter Erregerkreis	258
6.2.3	Maschine mit Permanentmagneten	260
6.2.4	Quasistationäre Gleichungen bei sinusförmigem Betrieb	260
6.3	Parametrierung	261

6.3.1	Parametrierung der Hauptfeldinduktivität	262
6.3.2	Parametrierung des Dämpferkäfigs	262
6.3.3	Parametrierung der Erregerwicklung	262
6.3.4	Parametrierung der Permanentmagnet-Erregung	263
6.3.5	Parametrierung aus Kenngrößen eines Datenblatts	263
6.4	Simulation von Synchronmaschinen mit elektrischer Erregung.....	267
6.4.1	Direktanlauf am Netz	267
6.4.2	Synchronisation mit dem Netz	270
6.4.3	Variabler Polradwinkel am Netz	271
6.4.4	Regulierkennlinien am Netz	276
6.4.5	Belastungskennlinien im Inselbetrieb	278
6.4.6	Lastabwurf im Inselbetrieb mit Spannungsregelung	279
6.4.7	Inselbetrieb mit Gleichrichter und Spannungsregelung	279
6.4.8	Stoßkurzschluss	283
6.5	Simulation von Synchronmaschinen mit Permanentmagneten	284
6.5.1	Betrieb bei variablem Stromwinkel	285
6.5.2	Ideale Speisung mit Stromquelle	289
6.6	Simulation von Synchronreluktanzmaschinen	290
6.6.1	Hochlauf am Umrichter mit Dämpferkäfig	291
6.6.2	Betrieb bei variablem Stromwinkel	294
7	GitHub-Tutorial	295
7.1	Erstellung eines Repositories	296
7.2	GitKraken	300
7.3	Klonen eines Repositories	301
7.4	Entwicklung und Wartung einer Modelica-Library	303
7.4.1	Hinzufügen von Dateien	303
7.4.2	Push und Pull	306
7.4.3	Löschen von Dateien	307
7.4.4	Löschen von Verzeichnissen	308
7.4.5	Wiederherstellen von versehentlich gelöschten Dateien	308
7.4.6	Konsistenz der Commitments	309
7.5	Arbeiten mit Branches	309
7.5.1	Branch erstellen und zusammenführen	310
7.5.2	Entwicklungsstand wiederherstellen	311
7.6	Issue-Tracking.....	311
7.7	Erstellung einer Release-Version	313
7.7.1	Anpassung der Modelica-Library.....	314

7.7.2	Version im Repository.....	315
7.8	Zusammenarbeit und Weiterentwicklung	316
7.8.1	Einladung zur Zusammenarbeit.....	316
7.8.2	Fork	317
7.8.3	Pull-Request	317
A	Modelica Standard Library	319
A.1	 Modelica.Blocks	319
A.2	 Modelica.Electrical.Analog.....	320
A.3	 Modelica.Electrical.Machines	321
A.4	 Modelica.Electrical.MultiPhase	322
A.5	 Modelica.Electrical.QuasiStationary	322
A.6	 Modelica.Magnetic.FluxTubes	323
A.7	 Modelica.Magnetic.FundamentalWave	323
A.8	 Modelica.Magnetic.QuasiStatic.FundamentalWave	324
A.9	 Modelica.Mechanics.Rotational	324
A.10	 Modelica.Mechanics.Translational	325
A.11	 Modelica.Thermal.FluidHeatFlow	325
A.12	 Modelica.Thermal.HeatTransfer	326
B	Formelzeichen	327
B.1	Variablen.....	327
B.2	Erster Index.....	329
B.3	Zweiter und dritter Index	330
B.4	Hochgestellte Symbole	331
	Literatur	333
	Glossar	337
	Index	341

Nomenklatur

Wichtige und englische Begriffe werden *kursiv* hervorgehoben.

Formelzeichen werden kursiv gesetzt; um eine möglichst konsistente Darstellung von Formelzeichen in den theoretischen Abhandlungen und in Modelica zu gewährleisten, werden englischsprachige Formelzeichen verwendet.

Beispiel: v für die elektrische Spannung

Gleichungen werden über ein Gleichheitszeichen ausgedrückt.

Beispiel: $v_1 = v_2 + v_3$

Physikalische Größen bestehen aus einem Zahlenwert und einer Einheit. Die Einheit wird gerade gesetzt, als Dezimaltrennzeichen wird in Rechnungen einheitlich der Beistrich verwendet. In grafischen Simulationsergebnissen und in Modelica-Code ist ausschließlich der Punkt das Dezimaltrennzeichen, unabhängig davon, ob eine deutsche Benutzereinstellung vorgenommen wurde.

Beispiel: $v = 1,5V$

Physikalische Vektoren werden mit einem Pfeil ($\vec{}$) über der physikalischen Größe gekennzeichnet; wenn eine vektorielle Größe nur eine Orientierung in oder gegen die Richtung des Einheitsvektors \vec{e} aufweist, so bezeichnet die physikalische Größe ohne Pfeil die Projektion des Vektors der physikalischen Größe auf den Einheitsvektor.

Beispiel: $B = \vec{B} \cdot \vec{e}$

Komplexe Zeiger werden unterstrichen; das betrifft sowohl die Zeitzeiger als auch die Raumzeiger, wobei Zeitzeiger (kurz Zeiger) mit einem Kleinbuchstaben und Raumzeiger mit einem Großbuchstaben gekennzeichnet sind; wird der Zeitzeiger einer mehrsträngigen Maschine betrachtet, so ist in der Regel der Zeitzeiger des Strangs mit dem Index 1 gemeint; ist der Betrag eines komplexen Zeigers gemeint, so wird der Unterstrich fortgelassen.

Beispiel: \underline{i} für den komplexen Zeitzeiger des Stroms

Beispiel: $I_s = |\underline{I}_s^r|$ für den Betrag des komplexen Raumzeigers des Statorstroms bezüglich des rotorfesten Koordinatensystems

Räumliche Objekte wie Punkte, Kurven, Flächen und Volumina werden mit kalligrafischen Buchstaben bezeichnet. Anders als den physikalischen Größen ist ihnen kein Zahlenwert und keine Einheit zugeordnet und dementsprechend werden sie durch die kalligrafische Schreibweise von den physikalischen Größen unterschieden.

Beispiel: \mathcal{P} für einen Punkt im Raum

Beispiel: \mathcal{C} für eine Kurve im Raum

Mengen werden für die Beschreibung der Indizes von Spulen verwendet. Dafür wird das Symbol \mathbb{S} verwendet.

Beispiel: \mathbb{S}_1 für die Menge der Spulenindizes einer Spulengruppe der Phase 1

Modelica-Code wird in Schreibmaschinen-Schrift dargestellt; alle Kommentare und Variablen werden in englischer Schreibweise und Sprache geschrieben.

Beispiel: `x = cos(x)`

Unvollständig angegebener Code wird durch drei aufeinander folgende Punkte gekennzeichnet.


Beispiel: `annotation(...)`







Zuweisungen werden über das Zuweisungszeichen `:=` ausgedrückt; der rechts vom Zuweisungszeichen stehende Ausdruck muss dabei bekannt sein und wird der links vom Zuweisungszeichen stehenden Variable zugewiesen; Zuweisungen werden in sogenannten Algorithmen in Modelica verwendet.


Beispiel: `c := sqrt(a^2+b^2)`


Gleichwertigkeiten werden über das Symbol $\hat{=}$ ausgedrückt; damit soll die Gleichwertigkeit bzw. Entsprechung zwischen einem Ausdruck in Modelica und einem mathematischen Ausdruck hergestellt werden.


Beispiel: $\{1, 5\} \hat{=} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$

Modelica-Links auf Modelica-Klassen werden über das Symbol  referenziert; in diesem Buch wird auf Klassen von insgesamt fünf Libraries Bezug genommen, die allesamt auf GitHub verfügbar und in der Software OpenModelica als System-Libraries integriert sind:

-  `Modelica` ist die Modelica Standard Library, die Teil der Installation von OpenModelica ist; der zugehörige Modelica-Code kann daher entweder direkt in OpenModelica oder auf <https://github.com/modelica/ModelicaStandardLibrary> eingesehen werden; die zugehörige Dokumentation ist außerdem unter <http://doc.modelica.org/om/Modelica.html> zugänglich.
-  `Complex` ist die Library, die komplexe Zahlen in Modelica zur Verfügung stellt; diese Library wird nach dem Start von OpenModelica automatisch geladen und ist ebenfalls unter <https://github.com/modelica/ModelicaStandardLibrary> verfügbar.
-  `ModelicaReference` ist eine Befehlsreferenz und Kurzreferenz der Syntax von Modelica entsprechend der *Modelica-Spezifikation*, die als Dokumentation in OpenModelica und auf <https://github.com/modelica/ModelicaStandardLibrary> zur Verfügung steht; zusätzlich kann diese Dokumentation unter <http://doc.modelica.org/om/ModelicaReference.html> eingesehen werden.
-  `ModelicaHanser` ist eine für dieses Buchs bereitgestellte Library, die quelloffen unter <https://github.com/christiankral/HanserModelica> verfügbar ist; Leserinnen und Leser können über dieses Portal außerdem Feedback zu dieser Library geben sowie weiterführende Anfragen an den Autor stellen.
-  `FirstSteps` enthält einige Modelle, die auch in der Library  `HanserModelica` enthalten sind; die Arbeitsschritte des GitHub-Tutorials in Kapitel 7 leiten die Leserinnen und Leser an, eine eigene Library wie auf <https://github.com/christiankral/FirstSteps> zu erstellen und zu warten.

Auf einzelne Modelle und Klassen einer Library wird ebenfalls mit dem Symbol  Bezug genommen:

Beispiel:  `Modelica.Electrical.Analog.Basic.Ground`




Beispiel:  [HanserModelica.FirstSteps.Electrical1](#)

Ein gültiger Modelica-Link darf keinen Bindestrich (-) enthalten. Wann immer zum Zwecke des Zeilenumbruchs ein Bindestrich angegeben ist, handelt es sich dabei um einen Abteilungsstrich, der nicht Teil des Modelica-Links ist.

Listings beinhalten entweder Fragmente von Modelica-Code oder auch ganze Modelle, die auf eine Library Bezug nehmen. In letzterem Fall ist das Modell, auf das Bezug genommen wird, in der Regel nie identisch zum Original dargestellt. Nicht relevante Teile werden meist fortgelassen oder sinngemäß gekürzt. Andere Teile werden des besseren Verständnisses wegen mitunter ergänzt. Ein abgedrucktes Listing selbst enthält unabhängig davon keinen expliziten Hinweis auf durchgeführte Modifikationen.

Beispiel: Implementierung von  [Modelica.Electrical.Analog.Basic.Ground](#)


```
model Ground "Ground node"
  Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin p "Pin";
equation
  p.v = 0;
end Ground;
```

Softwarespezifische Beschreibungen von Bildschirmbereichen, Tastaturkürzeln sowie Eingaben der Programme OpenModelica und GitKraken werden in serifenfreier Schrift gesetzt; einzelne Software-Befehle aus einem Menü werden zusätzlich mit dem Symbol  gekennzeichnet; wenn es sich um eine Abfolge von Menübefehlen handelt, wird als Trennzeichen zwischen den einzelnen Menüpunkten gleichfalls das Symbol  verwendet; sämtliche Menübefehle sind auf die englischsprachige Einstellung des Programms bezogen. Soll eine Schaltfläche durch einen Mausklick betätigt werden, so wird das Symbol  ebenso verwendet. Wird nur ein Feld oder Bildschirmbereich beschrieben, wird kein Symbol mit angegeben.

Beispiel: Im Variables Browser werden die Variablen samt Einheiten angezeigt

Beispiel: Mit Esc wird der Vorgang abgebrochen

Beispiel: Über die Menüpunkte  New  New Modelica Class wird eine neue Modelica-Klasse erstellt

Beispiel: Durch einen Klick auf die Schaltfläche  Simulate startet die Simulation



Wichtige Eigenschaften oder Erkenntnisse werden in einer Box mit Ausrufezeichen zusammengefasst.



Verweise auf mögliche Kapitel und Abschnitte des Buchs, an denen alternativ weitergelesen werden kann, werden durch eine Box mit Pfeil gekennzeichnet.

1

Grundlagen



Wer die Zusammenfassung zu den physikalischen Grundlagen der Modellbildung überspringen möchte, kann in Kapitel 2 direkt mit der Einführung in Modelica fortsetzen.

Dieses Kapitel dient der Formulierung einiger ausgewählter Begriffe und Grundgesetze der Elektrotechnik, Wärmelehre und Mechanik, wie sie im weiteren Verlauf des Buchs angewandt werden. Wo erforderlich wird zwischen lokalen physikalischen Größen, die in Form von Vektoren repräsentiert werden, und globalen, skalaren physikalischen Größen unterschieden. Für die Modellierung elektromagnetischer Komponenten wird in der Regel von lokalen physikalischen Größen ausgegangen. In Ersatzschaltbildern und in Modelica kommen jedoch globale physikalische Größen zum Einsatz. Die globalen Größen werden durch Integration der lokalen Größen über bestimmte Kurven oder Flächen gewonnen. Die entsprechenden Zusammenhänge werden in diesem Kapitel knapp zusammengefasst und erläutert.

Hinsichtlich der Verwendung von Ersatzschaltbildern sei vorausgesetzt, dass diese ausschließlich aus sogenannten konzentrierten Elementen bzw. Komponenten aufgebaut sind. Das bedeutet, dass magnetische oder elektrische Felder konzentriert über eine Komponente repräsentiert sind und keinerlei Felder mit der Umgebung im Ersatzschaltbild oder anderen Komponenten des Ersatzschaltbilds interagieren – außer es ist explizit angegeben, wie beim Ersatzschaltbild eines idealen Transformators.

1.1 Elektrische Kreise

Elektrische Kreise werden durch Ersatzschaltbilder beschrieben. Ein solches Ersatzschaltbild ist exemplarisch in Bild 1.1a dargestellt. Jede Komponente des Ersatzschaltbilds wird durch einen elektrischen Spannungsabfall an der Komponente und einen elektrischen Strom durch

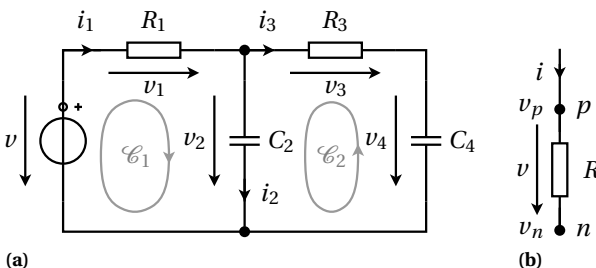


Bild 1.1 (a) Ersatzschaltbild eines elektrischen Kreises; (b) Verbraucherzählpfeilsystem an einer Komponente

die Komponente charakterisiert. Dabei muss eine Übereinkunft bezüglich der Zählrichtung des Spannungsabfalls und des Stroms getroffen werden. In diesem Buch wie auch in Modelica wird einheitlich das Verbraucherzählpfeilsystem verwendet, wie es in Bild 1.1b gezeigt ist. Zwecks eindeutiger Formulierung werden die beiden Anschlüsse der Komponente mit p (positiv) und n (negativ) gekennzeichnet.

Die elektrische Spannung an der Komponente wird dabei, wie im deutschen Sprachraum üblich, von p nach n eingezeichnet. Modelica ist einheitlich in Englisch dokumentiert und basiert auf englischsprachiger Nomenklatur. Als Formelzeichen der elektrischen Spannung wird daher in diesem Buch der Buchstabe v verwendet. Dass nicht die Formelzeichen u oder U verwendet werden, ist also einer konsistenten Bezeichnungsweise von Gleichungen geschuldet. Zusätzlich zu den Zeitverläufen elektrischer Spannungen werden deren Kenngrößen oft mit dem Großbuchstaben V sowie einem Index angegeben. Komplexe Zeiger werden unterstrichen. Komplexe Zeitzeiger sind dabei mit einem Kleinbuchstaben, etwa \underline{v} , bezeichnet, während Raumzeiger einen Großbuchstaben, etwa \underline{V}_s^r , erhalten. Die elektrische Spannung v in Bild 1.1b wird aus der Differenz des elektrischen Potentials des positiven Anschlusses, v_p , und des elektrischen Potentials des negativen Anschlusses, v_n , gebildet,

$$v = v_p - v_n. \quad (1.1)$$

Die elektrischen Potentiale sind dabei ebenso wie die elektrische Spannung mit v bezeichnet, und zusätzlich mit einem Index versehen. Hier wird für das elektrische Potential in Anlehnung an Modelica dasselbe Formelzeichen wie für die elektrische Spannung verwendet und nicht das Formelzeichen φ , wie sonst in deutschsprachigen Publikationen. Der elektrische Strom, der in den positiven Anschluss hineinfließt, wird mit i bezeichnet. Sowohl die elektrische Spannung als auch der elektrische Strom sind *globale* physikalische Größen; sie werden also durch die Integration von Vektoren gewonnen. Der elektrische Strom ist eine *Flussgröße*, das bedeutet, er fließt durch eine Komponente hindurch. Im Gegensatz dazu ist das elektrische Potential eine *Potentialgröße*, da das Potential an einem Anschluss gegenüber einem Bezugspunkt auftritt.

1.1.1 Kirchhoffsche Maschenregel

Die Kirchhoffsche Maschenregel besagt, dass die Summe aller vorzeichenrichtig addierten Spannungen entlang eines geschlossenen Umlaufs gleich null ist. In Bild 1.1a sind zwei willkürlich orientierte Kurven \mathcal{C}_1 und \mathcal{C}_2 festgelegt. Spannungen, die entlang eines geschlossenen Umlaufs von \mathcal{C}_1 in dieselbe Richtung wie \mathcal{C}_1 orientiert sind, werden positiv gezählt; Spannungen, die in die zu \mathcal{C}_1 entgegengesetzte Richtung orientiert sind, werden negativ gezählt. In gleicher Weise verfährt man mit den Spannungen entlang der Kurve \mathcal{C}_2 . Damit ergeben sich für Bild 1.1a die beiden Maschengleichungen $v_1 + v_2 - v = 0$ und $v_2 - v_4 - v_3 = 0$.

Nachdem die Summe aller vorzeichenrichtig addierten Spannungen sich in der Kirchhoffschen Maschenregel letztlich auch über die Potentialdifferenzen ausdrücken lässt, und die Potentiale zweier zusammengeschalteter Elemente gleich sind, ist die Kirchhoffsche Maschenregel letztlich eine triviale Gleichung – als Konsequenz der Betrachtung von konzentrierten Elementen.

1.1.2 Kirchhoffsche Knotenregel

Der Kirchhoffschen Knotenregel zufolge ist die Summe aller zufließenden Ströme minus der Summe aller abfließenden Ströme in einem Knoten gleich null. Diese Regel resultiert daraus, dass in einem Knoten keine Ladungen gespeichert werden. Für Bild 1.1a ergibt sich konkret $i_1 = i_2 + i_3$.

1.1.3 Zusammenschaltung von Komponenten

Bei der Zusammenschaltung von Komponenten zu einem elektrischen Kreis sind die elektrischen Potenziale und Ströme der betreffenden Anschlüsse unterschiedlich zu behandeln. Deren Behandlung ist im Wesentlichen eine Konsequenz aus der Kirchhoffschen Maschen- und Knotenregel.



Bei der elektrischen Zusammenschaltung von Komponenten werden zwei Regeln angewandt:

Potenzialgrößen. Die elektrischen Potenziale der Anschlüsse von zwei oder mehreren zusammengeschalteten Komponenten werden jeweils gleichgesetzt.

Flussgrößen. Die Summe aller aus einem Knoten abfließenden (oder zufließenden) Ströme ist gleich null.

Am Beispiel von Bild 1.2 ergeben sich damit die drei Gleichungen $v_{1,p} = v_{2,p} = v_{3,p}$ sowie $i_1 + i_2 + i_3 = 0$. Potenzialgrößen und Flussgrößen sind bei der Zusammenschaltung von Komponenten hinsichtlich der anzuwendenden Gleichungen also unterschiedlich zu behandeln.



Das Prinzip der Behandlung von Potenzial- und Flussgrößen beim Zusammenschalten von Komponenten lässt sich auch auf Ersatzschaltbilder anderer physikalischer Bereiche übertragen, also beispielsweise auf magnetische, thermische und mechanische Ersatzschaltbilder.

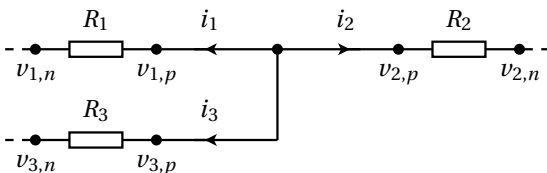


Bild 1.2 Zusammenschaltung von drei Komponenten in einer elektrischen Schaltung; dadurch werden die Potenziale $v_{1,p} = v_{2,p} = v_{3,p}$ gleichgesetzt und die Stromsumme beträgt $i_1 + i_2 + i_3 = 0$

1.1.4 Elektrischer Widerstand

Für einen elektrischen Widerstand R lässt sich der Zusammenhang zwischen der elektrischen Spannung v und dem elektrischen Strom i über die Beziehung

$$v = R \cdot i \quad (1.2)$$

herstellen. Falls der elektrische Widerstand unabhängig von der Spannung und dem Strom ist, spricht man von einem ohmschen Widerstand. In diesem Fall wird Gl. (1.2) als *ohmsches Gesetz* bezeichnet. In vielen technischen Anwendungen kommen Leitermaterialien zum Einsatz, die im Wesentlichen dem ohmschen Gesetz genügen. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands bezeichnet man als elektrischen Leitwert

$$G = \frac{1}{R}. \quad (1.3)$$

Betrachtet man einen homogenen elektrischen Leiter mit der Leiterlänge l , dem Querschnitt A und der elektrischen Leitfähigkeit γ , so errechnet sich der elektrische Widerstand gemäß

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot A}. \quad (1.4)$$

Ändert sich die Temperatur eines ohmschen Widerstands von der Temperatur T_A auf die Temperatur T_B , so ändert sich auch der Widerstandswert von R_A auf R_B . In erster Näherung lässt sich dieses Verhalten über den linearen Zusammenhang

$$R_B = R_A \cdot (1 + \alpha_A \cdot (T_B - T_A)) \quad (1.5)$$

beschreiben, wobei α_A der lineare Temperaturkoeffizient bei der Temperatur T_A ist. Das Vorzeichen von α_A bestimmt, ob man von Widerständen mit positiven oder negativen Temperaturkoeffizienten spricht.

1.1.5 Spule

Konzentriert man einen magnetischen Kreis auf einen Bereich, der keiner zusätzlichen magnetischen Wechselwirkung mit seiner Umgebung ausgesetzt ist, so kann man diesen magnetischen Kreis durch das konzentrierte Element einer Spule repräsentieren. Unter Anwendung des Induktionsgesetzes in Abschnitt 1.2.4 erhält man im Verbraucherzählpfeilsystem die Gleichung

$$v = \frac{d(L \cdot i)}{dt}. \quad (1.6)$$

Falls die Induktivität L in einem linearen Kreis konstant ist, erhält man

$$v = L \cdot \frac{di}{dt}. \quad (1.7)$$

1.1.6 Kondensator

Wenn der Bereich eines elektrischen Felds als abgeschlossen betrachtet werden kann und keine Wechselwirkung mit seiner Umgebung auftritt, so lässt sich dieser Bereich über das konzentrierte Element eines elektrischen Kondensators repräsentieren. An einem solchen Kondensator gilt

$$i = C \cdot \frac{dv}{dt} \quad (1.8)$$

unter der Voraussetzung linearen Verhaltens, wobei C die Kapazität bezeichnet.

■ 1.2 Magnetische Kreise

Magnetische Kreise lassen sich aus formaler Sicht ebenso wie elektrische Kreise behandeln. Dementsprechend werden auch die Begriffe der magnetischen Spannung und des magnetischen Flusses äquivalent zur elektrischen Spannung und zum elektrischen Strom verwendet.

Die im Zusammenhang mit der Modellbildung elektrischer Maschinen auftretenden lokalen Feldgrößen sind die magnetische Feldstärke \vec{H} und die magnetische Flussdichte \vec{B} . Diese lokalen Feldgrößen sind räumliche Vektoren, die jeweils einem Punkt im Raum zugeordnet sind. Im Zusammenhang mit der Modellierung in Modelica, bei der immer bestimmte räumliche Bereiche zu einem Objekt zusammengefasst werden, werden Zusammenhänge zwischen globalen Feldgrößen hergestellt. Es sind diese globalen Feldgrößen: die magnetische Spannung V_m und der magnetische Fluss Φ . Eine weitere vom magnetischen Fluss abgeleitete Größe ist die magnetische Flussverkettung Ψ . Die globalen Feldgrößen, welche sich aus den lokalen Feldgrößen durch Integration bestimmen lassen, werden nachfolgend kurz erläutert. Die im Zusammenhang mit den globalen Feldgrößen erforderlichen Maxwell'schen Gleichungen werden in integraler Form behandelt. Es handelt sich dabei um das Induktionsgesetz, den Durchflutungssatz und den Satz vom magnetischen Hüllenfluss [Pre95].

1.2.1 Magnetische Spannung

Betrachtet man die orientierte Kurve \mathcal{C} aus Bild 1.3a, so ergibt sich die magnetische Spannung $V_m(\mathcal{C})$, die dieser Kurve zugeordnet ist, aus dem zugehörigen Kurvenintegral über die magnetische Feldstärke,

$$V_m(\mathcal{C}) = \int_{\mathcal{C}} \vec{H} \cdot \vec{e}_s ds. \quad (1.9)$$

In dieser Gleichung bezeichnet \vec{e}_s den lokalen Einheitsvektor entlang der Kurve \mathcal{C} (Tangentenvektor). Der Ausdruck $\vec{H} \cdot \vec{e}_s$ entspricht damit dem Skalarprodukt des Vektors der magnetischen Feldstärke mit dem lokalen Einheitsvektor der Kurve \mathcal{C} . Die Integration erfolgt entlang der gesamten Kurve \mathcal{C} , wobei das skalare Weg-Differenzial mit ds bezeichnet ist. In einem

homogenen magnetischen Abschnitt der Länge l errechnet sich die magnetische Spannung vereinfacht zu

$$V_m = H \cdot l, \quad (1.10)$$

wobei

$$H = \vec{H} \cdot \vec{e}_s \quad (1.11)$$

ist.

1.2.2 Magnetischer Fluss

Man betrachte eine beliebige, zusammenhängende Fläche \mathcal{A} im Raum, wie sie in Bild 1.3b dargestellt ist. Dieser Fläche ist lokal der Normalvektor \vec{e}_A zugeordnet. Der magnetische Fluss $\Phi(\mathcal{A})$ berechnet sich damit aus dem Flächenintegral der Normalkomponente der magnetischen Flussdichte über die Fläche \mathcal{A} .

$$\Phi(\mathcal{A}) = \int_{\mathcal{A}} \vec{B} \cdot \vec{e}_A dA \quad (1.12)$$

In dieser Gleichung bezeichnet dA den Flächenintegranden.

In einem homogenen Abschnitt mit der Fläche A hängen Flussdichte und Fluss über

$$\Phi = B \cdot A \quad (1.13)$$

zusammen, wobei

$$B = \vec{B} \cdot \vec{e}_A \quad (1.14)$$

ist.

1.2.3 Flussverkettung

Die gleichwertigen Begriffe Flussverkettung, verketteter Fluss oder Verkettungsfluss werden häufig im Zusammenhang mit Spulen und Wicklungen in technischen Systemen verwendet. Im Prinzip ist die Flussverkettung Ψ nichts anderes als der gesamte magnetische Fluss einer Spule oder Wicklung, der über Gl. (1.12) durch Integration der magnetischen Flussdichte über die gesamte aufgespannte Fläche bestimmt wird. Die Besonderheit der Flussverkettung liegt jedoch darin, dass man sich die von einer Spule mit N Windungen aufgespannte Fläche gerne als die Fläche einer einzelnen Windung, insgesamt N -mal räumlich angeordnet, vorstellt, wie das in Bild 1.4a angedeutet ist. Man kann sich die von der Wicklung aufgespannte Fläche \mathcal{A} wie die Haut einer Seifenblase vorstellen. Die Flussverkettung ist dann der gesamte Fluss, der die Oberfläche der Seifenblase durchdringt. Die Fläche \mathcal{A} besitzt eine Orientierung, die der Orientierung des Rands $\partial\mathcal{A}$ rechtswendig¹ zugeordnet ist. Als Symbol für die Flussverkettung

¹ Wenn der Daumen der rechten Hand in Richtung der Orientierung der Fläche \mathcal{A} zeigt, dann zeigen die Finger der rechten Hand in Richtung der Orientierung des rechtswendig zugeordneten Rands $\partial\mathcal{A}$.

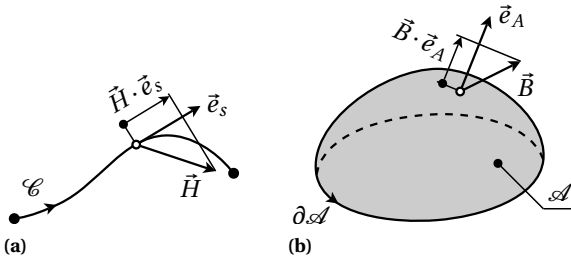


Bild 1.3 (a) Berechnung der magnetischen Spannung entlang einer Kurve \mathcal{C} aus dem Linienintegral des Skalarprodukts aus magnetischer Feldstärke \vec{H} und dem Tangentialvektor zur Kurve \vec{e}_s ; (b) Berechnung des magnetischen Flusses bezüglich einer Fläche \mathcal{A} über das Skalarprodukts aus magnetischer Flussdichte \vec{B} und dem Normalvektor zur Fläche \vec{e}_A

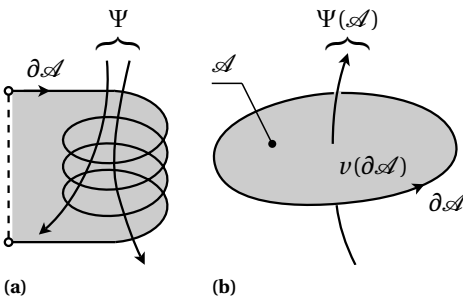


Bild 1.4 (a) Der mit einer Spule verkettete Fluss Ψ ; (b) Induktionsgesetz: rechtwändige Zuordnung der Flussverketzung und des Randes $\partial\mathcal{A}$ der dargestellten Fläche \mathcal{A}

wird gerne $\Psi(\mathcal{A})$ – anstelle von $\Phi(\mathcal{A})$ – verwendet, wemngleich beide Größen dasselbe meinen. Tritt im Bereich der Spulen kein nennenswerter Fluss als Streufluss auf, so ist der Fluss Φ_1 durch jede einzelne Windung im Wesentlichen gleich groß. Der mit der gesamten Wicklung verkettete Fluss

$$\Psi = N \cdot \Phi_1 \tag{1.15}$$

ist damit praktisch N -mal größer als der Fluss, der eine einzelne Windung durchsetzt.

Die in Bild 1.4a dargestellten Pfeile sind ausgewählte Feldlinien. Das bedeutet, dass diese Feldlinien lokal immer in Richtung der magnetischen Flussdichte orientiert sind. Die Flussverketzung selbst ist jedoch eine skalare Größe und daher symbolisch über die geschwungene Klammer gestellt, welche die Summe der Feldlinien – also das Flächenintegral – symbolisiert.

1.2.4 Induktionsgesetz

Das Induktionsgesetz setzt zeitlich veränderliche Magnetfelder und induzierte Spannungen in Beziehung. Man betrachte dazu das Bild 1.4b. Eine Fläche \mathcal{A} besitze eine Orientierung, die mit dem eingezeichneten Pfeil der Flussverketzung $\Psi(\mathcal{A})$ übereinstimmt. Der Rand der Fläche $\partial\mathcal{A}$ sei der Fläche rechtwändig zugeordnet. Das Induktionsgesetz besagt nun, dass die zeitliche Änderung der Flussverketzung $\Psi(\mathcal{A})$, welche der Fläche \mathcal{A} zugeordnet ist, gleich der negativen

Umlaufspannung ist, welche dem vollständigen Rand der Fläche, $\partial\mathcal{A}$, zugeordnet ist,

$$\frac{d\Psi(\mathcal{A})}{dt} = -v(\partial\mathcal{A}). \quad (1.16)$$

Der Pfeil der Orientierung des Randes $\partial\mathcal{A}$ in Bild 1.4b entspricht dabei der Bezugsrichtung der Umlaufspannung $v(\partial\mathcal{A})$. Unter der Umlaufspannung versteht man die gesamte Spannung entlang $\partial\mathcal{A}$.

1.2.5 Durchflutungssatz

Der Durchflutungssatz beschreibt den Zusammenhang zwischen magnetischer Spannung und Durchflutung. In diesem Zusammenhang sei auf Bild 1.5 verwiesen. Eine Fläche \mathcal{A} besitze eine Orientierung, die aus der Bildebene herauszeigt. Dieser Fläche sei eine Durchflutung $I(\mathcal{A})$ zugeordnet, die sich aus der Summe aller diese Fläche durchdringenden Ströme zusammensetzt. Dieser Fläche sei außerdem der Rand $\partial\mathcal{A}$ rechtswendig zugeordnet. Unter diesen Voraussetzungen besagt der Durchflutungssatz

$$I(\mathcal{A}) = V_m(\partial\mathcal{A}), \quad (1.17)$$

dass die gesamte der Fläche \mathcal{A} zugeordnete Durchflutung $I(\mathcal{A})$ gleich der magnetischen Umlaufspannung $V_m(\partial\mathcal{A})$ ist, die dem vollständigen Rand $\partial\mathcal{A}$ zugeordnet ist.

1.2.6 Satz vom magnetischen Hüllenfluss

Man betrachte die Oberfläche \mathcal{A} eines bestimmten zusammenhängenden Volumens \mathcal{V} . Der Satz vom Hüllenfluss besagt, dass der gesamte in diese Oberfläche eintretende magnetische Fluss auch wieder an anderer Stelle austreten muss. Oder anders ausgedrückt, der magnetische Fluss ist quellenfrei; damit ist der vorzeichenrichtig integrierte Gesamtfluss, der durch die Oberfläche \mathcal{A} austritt, gleich null,

$$\Phi(\mathcal{A}) = 0. \quad (1.18)$$

In technischen Systemen wird der magnetische Fluss häufig über Eisenkreise geführt. In diesem Zusammenhang wird die Vorstellung von magnetischen Flussröhren gebraucht. Eine Flussröhre kann man sich als eine Röhre vorstellen, aus deren Mantelflächen kein Fluss ein- oder austritt. Aufgrund des Satzes vom magnetischen Hüllenfluss gilt, dass der über eine der Stirnflächen der Flussröhren eintretende magnetische Fluss über die andere Stirnfläche wieder austritt.

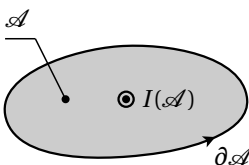


Bild 1.5 Durchflutungssatz: rechtswendige Zuordnung zwischen Durchflutung $I(\mathcal{A})$ und der magnetischen Umlaufspannung $V_m(\partial\mathcal{A})$

1.2.7 Magnetische Ersatzschaltbilder

Ein einfacher, verzweigter magnetischer Kreis wie in Bild 1.6a weist einen zu einem elektrischen Kreis gleichwertigen Aufbau mit gleichen Rechenregeln auf. Anstelle des Stroms i , der Spannung v und des elektrischen Widerstands R treten der magnetische Fluss Φ , die magnetische Spannung V_m und der magnetische Widerstand R_m . Der Kirchhoffschen Knotenregel entspricht der Satz vom magnetischen Hüllenfluss aus Abschnitt 1.2.6, und die Kirchhoffsche Maschenregel wird aufgrund der Verwendung von konzentrierten Bauelementen im Ersatzschaltbild letztlich ein Sonderfall des Induktionsgesetzes gemäß Abschnitt 1.2.4.

1.2.8 Magnetischer Widerstand

Sofern ein bestimmter Abschnitt eines magnetischen Kreises abgeschlossen ist und nicht mit seiner Umgebung interagiert, kann man diesen Abschnitt durch das konzentrierte Element eines magnetischen Widerstands wie in Bild 1.6b ersetzen. Den magnetischen Widerstand R_m bezeichnet man auch als *Reluktanz*. An einem magnetischen Widerstand gilt der Zusammenhang

$$V_m = R_m \cdot \Phi. \quad (1.19)$$

Den Kehrwert eines magnetischen Widerstands bezeichnet man als magnetischen Leitwert

$$G_m = \frac{1}{R_m} \quad (1.20)$$

oder *Permeanz*.

In einem homogenen Feldbereich mit der Länge l , dem Querschnitt A und der Permeabilität μ lässt sich die Reluktanz gemäß Gln. (1.10) und (1.13) zu

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot A} \quad (1.21)$$

bestimmen.

1.2.9 Induktivität

Bild 1.7a zeigt einen elektrischen Kreis, der über eine Spule mit N Windungen mit einem magnetischen Kreis gekoppelt ist. Um den Magnetkreis gegenüber dem elektrischen Kreis vollständig beschreiben zu können, definiert man die Induktivität des magnetischen Kreises

$$L = \frac{\Psi}{i} \quad (1.22)$$

als Verhältnis der Flussverkettung Ψ der eingezeichneten Spule zum Strom i durch diese Spule. Weist der magnetische Kreis die Permeanz G_m auf, so errechnet sich die Induktivität schließlich zu

$$L = N^2 \cdot G_m. \quad (1.23)$$

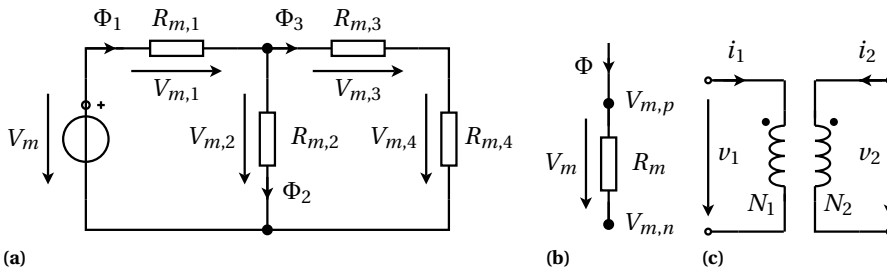


Bild 1.6 (a) Verzweigter magnetischer Kreis, (b) magnetischer Widerstand im Verbraucherzählpfeilsystem, (c) idealer Transformator

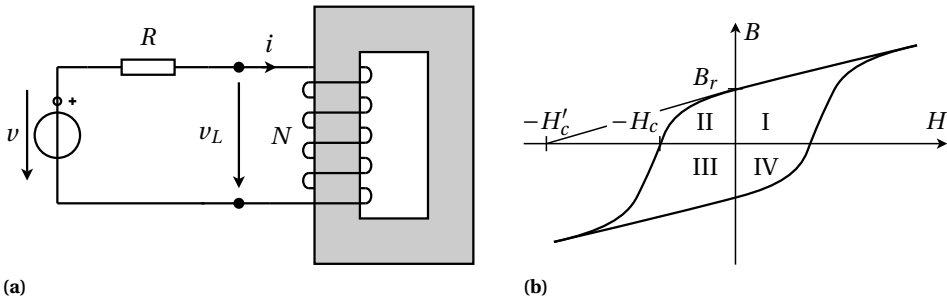


Bild 1.7 (a) Einfacher magnetischer Kreis bestehend aus einer Spannungsquelle, einem ohmschen Widerstand und einem Magnetkreis; (b) Hysterese eines hartmagnetischen Permanentmagneten

1.2.10 Ideal gekoppelter Transformator

In einem Transformator wird die Primärseite mit dem Index 1 und die Sekundärseite mit dem Index 2 versehen. Das Modell eines ideal gekoppelten Transformators gemäß Bild 1.6c impliziert folgende Voraussetzungen, wobei N_1 und N_2 die primäre und die sekundäre Windungszahl des Transformators repräsentieren:

- Vollständige magnetische Kopplung der Spulen der Primär- und Sekundärseite
- Vernachlässigung der Streufelder
- Vernachlässigung des Magnetisierungsbedarfs des Transformators
- Vernachlässigung der ohmschen Widerstände der Wicklungen
- Vernachlässigung der Eisenverluste

Unter diesen Bedingungen folgt aus dem Induktionsgesetz das Transformationsgesetz der Spannungen,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}. \tag{1.24}$$

Als weitere Konsequenz dieser Voraussetzungen ergibt sich aus dem Durchflutungssatz das Transformationsgesetz der Ströme,

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1}. \tag{1.25}$$

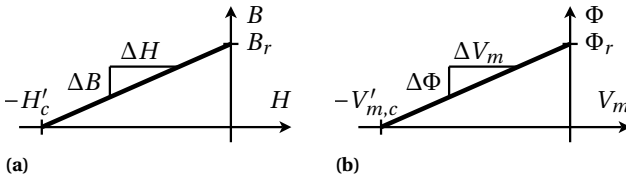


Bild 1.8 Linearisierte Kennlinie eines Permanentmagneten von (a) Flussdichte B und Feldstärke H und (b) Fluss Φ und magnetische Spannung V_m

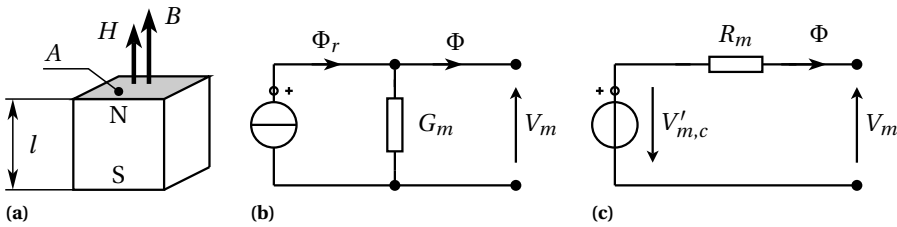


Bild 1.9 (a) Homogener Permanentmagnet mit den Bezugsrichtungen von B und H ; (b) magnetisches Ersatzschaltbild mit magnetischer Flussquelle; (c) magnetisches Ersatzschaltbild mit magnetischer Spannungsquelle

1.2.11 Permanentmagnet

Die Quellen von magnetischen Feldern sind elektrische Ströme und Permanentmagnete. In Bild 1.7b ist die magnetische Charakteristik eines Permanentmagneten dargestellt. Dabei bezeichnen B_r die Remanenzflussdichte und H_c die Koerzitivfeldstärke. Permanentmagnete arbeiten in den Quadranten II und IV. Die Gleichung

$$B = B_r + \mu \cdot H \quad (1.26)$$

der linearisierten Kennlinie des Quadranten II ist in Bild 1.8a nochmals grafisch dargestellt, wobei der Schnittpunkt der linearisierten Kennlinie mit der horizontalen Achse als Größe $-H'_c$ bezeichnet ist. Betrachtet man einen homogenen Permanentmagneten mit der Länge l und der Fläche A , wie in Bild 1.9a, so lässt sich die linearisierte Kennlinie gemäß Gln. (1.10) und (1.13) auch über die magnetische Spannung als Funktion des magnetischen Flusses darstellen. Die Steigungen der linearisierten Geraden betragen

$$\frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu \quad (1.27)$$

bzw.

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta V_m} = G_m = \frac{\mu \cdot A}{l}. \quad (1.28)$$

Die Permeabilität μ des Permanentmagneten ist in der Größenordnung von μ_0 . Die linearisierte Gleichung in Bild 1.8b kann in der Form

$$\Phi = \Phi_r + G_m \cdot V_m \quad (1.29)$$