



**ARTHUR
SCHOENFLIES**

**EINFÜHRUNG
IN DIE HAUPTGESETZE
DER ZEICHNERISCHEN
DARSTELLUNGSMETHODEN**

Arthur Schoenflies

Einführung in die Hauptgesetze der Zeichnerischen Darstellungsmethoden

EAN 8596547072539

DigiCat, 2022

Contact: DigiCat@okpublishing.info



INHALTSVERZEICHNIS

[Cover](#)

[Titelblatt](#)

[Text](#)

§1. Die Grundgesetze.

I. Das physiologische Grundgesetz. Der Entstehung unserer Gesichtswahrnehmungen liegt folgende Tatsache zugrunde. Das Auge besitzt die Fähigkeit, die Richtung zu empfinden, aus der die auf der Netzhaut einen Sehreiz auslösenden Lichtstrahlen kommen. Diese Fähigkeit ist die wesentlichste Grundlage aller zeichnerischen Darstellung. Physiologisch ist sie folgendermaßen bedingt.¹

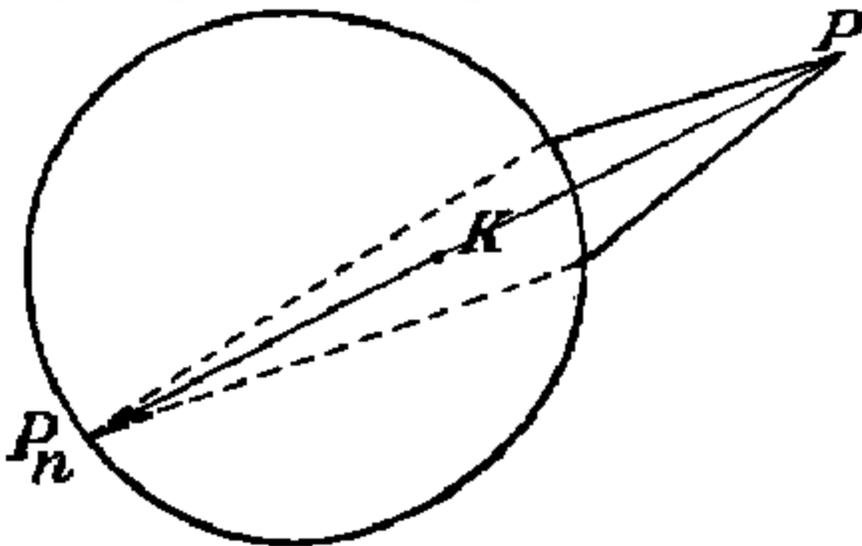


Fig1

1. Alle von einem Punkt P in das Auge eintretenden Lichtstrahlen vereinigen sich, nachdem sie durch die lichtbrechenden Medien hindurchgegangen sind, in einem Punkt P_n der Netzhaut (Fig.1)², und zwar geht der Strahl PP_n ungebrochen durch das Auge hindurch. Dieser Strahl kann daher als geometrischer Repräsentant aller übrigen Strahlen gelten; seine Richtung ist es, die das Auge empfindet. Man bezeichnet ihn auch als den von P kommenden Sehstrahl.

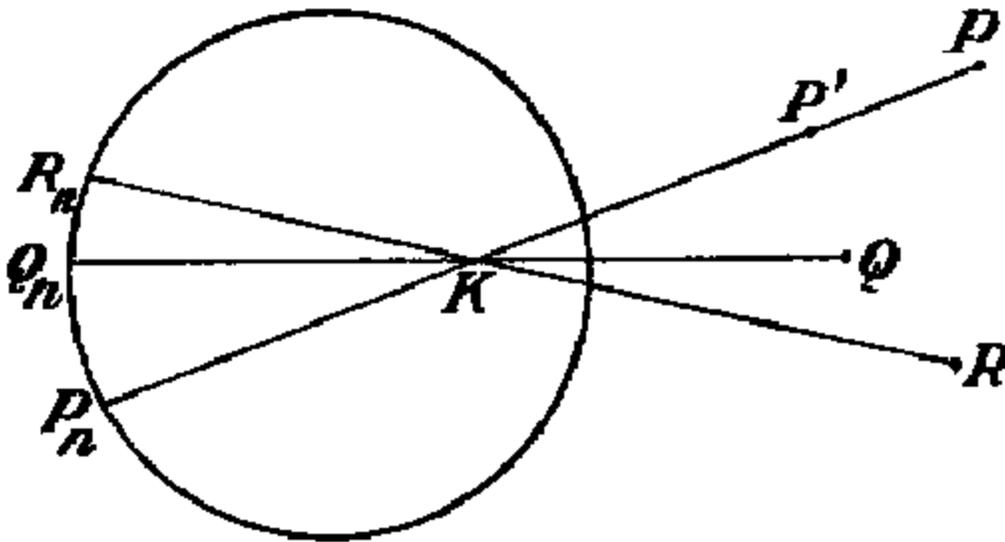


Fig2

2. Alle Sehstrahlen, die von irgendwelchen Punkten P, Q, R, \dots eines Körpers Σ ins Auge gelangen, gehen durch einen festen Punkt K des Auges, der auf seiner optischen Achse liegt und Knotenpunkt heißt (Fig. 2). Sie bilden also einen Teil eines Strahlenbündels mit dem Mittelpunkt K . Das auf der Netzhaut erzeugte, aus den Punkten P_n, Q_n, R_n, \dots bestehende Netzhautbild Σ_n des Körpers Σ ist daher geometrisch als Schnitt der Netzhaut mit den Strahlen dieses Bündels zu bezeichnen.

Hieraus ergibt sich bereits diejenige grundlegende geometrische Tatsache, der jede zeichnerische oder räumliche Abbildung Σ' eines Gegenstandes Σ zu genügen hat, wenn sie im Auge dasselbe Netzhautbild entstehen lassen soll, wie der Körper Σ selbst. Aus 1. folgt nämlich (Fig. 2), daß wenn P' ein lichtaussendender Punkt auf dem Sehstrahl PP_n ist, der zu P' gehörige Sehstrahl mit PP_n identisch ist. Um also ein Abbild Σ' herzustellen, das im Auge die gleichen Lichtempfindungen erzeugt, wie der Gegenstand Σ selbst, würde es an sich genügen, jeden

Punkt P von Σ durch irgend einen Punkt P' des von P ausgehenden Sehstrahls PP_n zu ersetzen. Handelt es sich insbesondere um ein ebenes Bild, was hier zunächst allein in Frage kommt, so ist der Bildpunkt P' als Schnittpunkt des Sehstrahles PP_n mit der Bildebene zu wählen. Da nun gemäß 2. alle Sehstrahlen einem Strahlenbündel mit dem Mittelpunkt K angehören, so ist das in der Bildebene entstehende Abbild Σ' genauer als ihr Schnitt mit den Strahlen des eben genannten Strahlenbündels zu definieren. Also folgt:

I. Das Netzhautbild Σ_n und das ebene Bild Σ' sind als Schnitte eines und desselben Strahlenbündels mit der Netzhaut und der Bildebene anzusehen; der Mittelpunkt dieses Strahlenbündels liegt im Knotenpunkt des Auges.

Die eben genannten physiologischen Tatsachen stellen allerdings nur eine Annäherung an den wirklichen Sachverhalt dar; überdies sind sie für die Beurteilung und die richtige Deutung der Gesichtseindrücke nicht allein maßgebend. 4 Die zeichnerischen Abbilder werden daher nur solche Sinneswahrnehmungen auslösen können, die den durch die Gegenstände selbst vermittelten mehr oder weniger nahe kommen. Das Auge ist aber ein höchst akkommodationsfähiges Organ. Wenn es auch den Unterschied zwischen Bild und Gegenstand jederzeit erkennt, ist doch seine Kunst, aus einem Bild die wirklichen Eigenschaften des dargestellten Gegenstandes zu entnehmen, erstaunlich. 5 Andererseits ist das Auge für gewisse Dinge auch ein strenger Richter. Abweichungen von der Symmetrie und der Gesetzmäßigkeit einfacher Formen wie Kreis, Ellipse usw. wird es sofort störend empfinden.

überhaupt soll man das Auge als den obersten Richter für die Beurteilung eines Bildes ansehen, und Korrekturen, die von ihm verlangt werden, auch dann ausführen, wenn man eine den geometrischen Vorschriften entsprechende Zeichnung hergestellt hat.

Das Auge stellt sich besonders leicht auf unendliche Sehweite ein, also so, als ob sich der Gegenstand in unendlicher Entfernung befindet. Physiologisch beruht dies darauf, daß diese Einstellung der Ruhelage des Auges entspricht. Andererseits nähern sich die von einem Gegenstand Σ ausgehenden Lichtstrahlen um so mehr dem Parallelismus, je weiter er vom Auge entfernt ist. Dies bewirkt, daß Bilder, die man auf Grund der Annahme paralleler Sehstrahlen herstellt, vom Auge ebenfalls leicht aufgefaßt werden. Diese Darstellung zeichnet sich überdies durch Einfachheit aus und ist daher von besonderer Wichtigkeit.

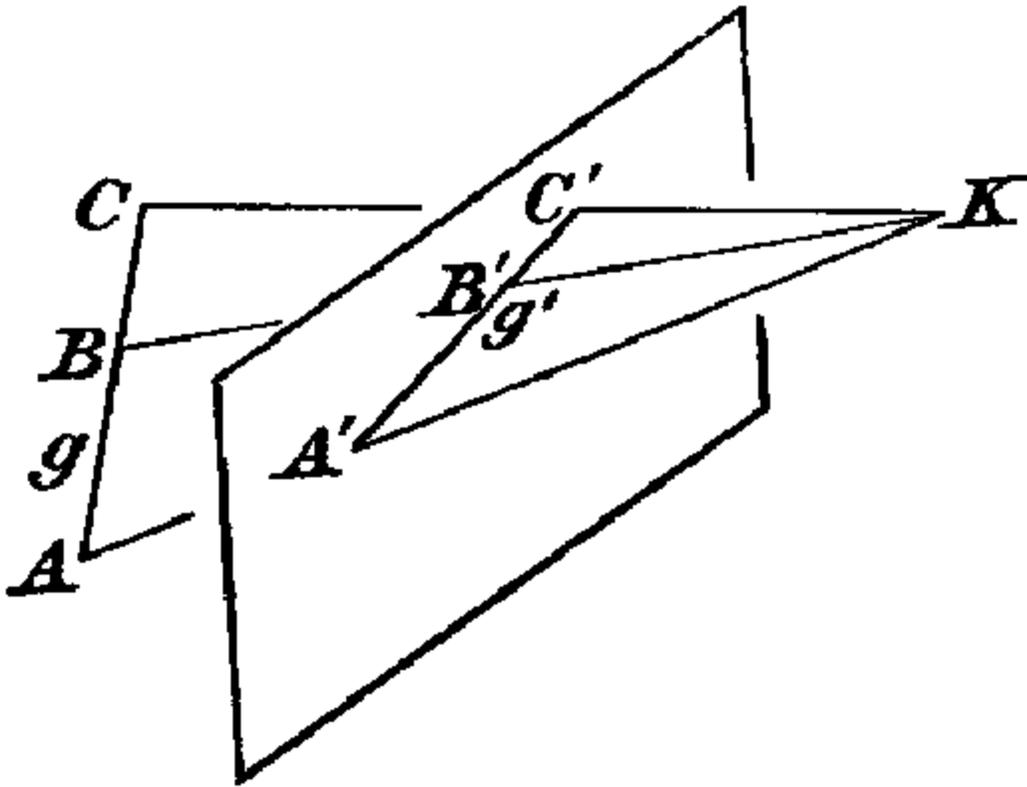


Fig3

II. Das geometrische Grundgesetz. Wir nehmen jetzt an, daß auf einer Ebene β , die wir uns vertikal denken wollen, auf die vorstehend genannte Art ein Bild hergestellt werden soll. Wir haben dazu jeden Sehstrahl, der von einem Punkt P des Körpers Σ ins Auge eintritt, mit der Bildebene β zum Schnitt zu bringen, und wollen den so entstehenden Schnittpunkt wieder durch P' bezeichnen. Das geometrische Grundgesetz besagt nun, daß jeder Geraden g des Gegenstandes Σ eine Bildgerade g' des Bildes Σ' entspricht; genauer allen Punkten A, B, C, \dots von Σ , die auf einer Geraden g enthalten sind, solche Bildpunkte A', B', C', \dots , die auf einer Geraden g' enthalten sind (Fig. 3). Die Sehstrahlen, die von den Punkten A, B, C, \dots der Geraden g ins Auge gelangen, liegen nämlich sämtlich in einer Ebene, und zwar in

derjenigen, die g mit dem Punkt K verbindet; ihr Schnitt mit der Ebene β liefert die Bildgerade g' . Auf ihr liegen also auch die Punkte $A', B', C' \dots$

Wir treffen noch einige Festsetzungen. Zunächst kann die Tatsache außer Betracht bleiben, daß wir es mit Sehstrahlen zu tun haben; wir fassen also diese Strahlen in ihrer geometrischen Bedeutung als gerade Linien auf und stellen sie uns überdies als unbegrenzt vor. Ebenso ersetzen wir auch die Bildebene β für die Ableitung der weiteren geometrischen Gesetze durch eine unbegrenzte Ebene. Den im Auge liegenden Knotenpunkt K , also den Scheitel unseres Strahlenbündels, nennen wir von nun an S_0 , bezeichnen die auf der Ebene β entstehende Figur Σ' auch als Projektion des Gegenstandes Σ auf β , und nennen den Strahl PS_0 , der durch seinen Schnitt mit β die Projektion P' des Punktes P liefert, den projizierenden Strahl des Punktes P . Der Punkt S_0 , durch den alle projizierenden Strahlen gehen, heißt Zentrum der Projektion, und Σ' deshalb auch Zentralprojektion.⁶

Wird die Zeichnung insbesondere so angefertigt, als ob sich das Auge in unendlicher Entfernung befindet, so daß also alle Sehstrahlen einander parallel werden, so sprechen wir von einer Parallelprojektion. Sie heißt orthogonal, wenn die projizierenden Strahlen auf der Bildebene senkrecht stehen, sonst schief.

III. Das zeichnerische Grundgesetz. Dieses Gesetz stellt eine Art allgemeiner Vorschrift auf, nach der man das Bild eines Punktes oder einer Geraden von Σ in der Ebene β herzustellen pflegt. Sie zerfällt in zwei Teile.

1. Das Bild einer Geraden g , die zwei Punkte A und B enthält, bestimmen wir so, daß wir die Bildpunkte A' und B' zeichnen und die Gerade g' ziehen, die beide verbindet. 2. Analog bestimmen wir das Bild P' eines Punktes P in der Weise, daß wir uns durch P zwei Geraden a und b legen und ihre Bildgeraden a' und b' zeichnen. Deren Schnittpunkt ist der Bildpunkt P' von P .

Wir bestimmen also die Gerade als Verbindungslinie zweier Punkte und den Punkt als Schnittpunkt zweier Geraden.

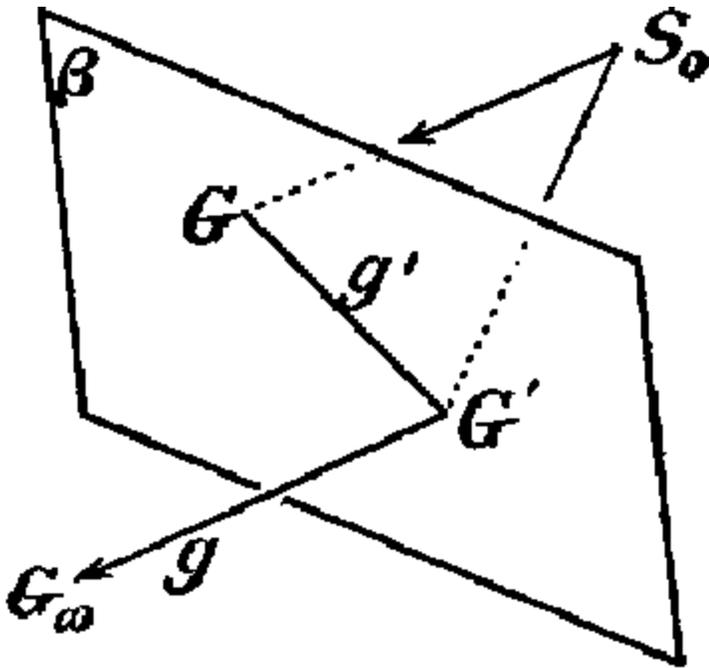


Fig4

Freilich liegt in der vorstehenden Vorschrift zunächst ein Zirkel. Praktisch schwindet er dadurch, daß wir lernen werden, die Punkte A und B und die Geraden a und b in bestimmter geeigneter Weise so anzunehmen, daß die Vorschrift ausführbar wird. Hier beschränke ich mich auf folgende vorläufige Bemerkungen:

Unter den Punkten, durch die wir eine Gerade g räumlich bestimmen können, gibt es zwei, die sich am natürlichsten darbieten, und die wir deshalb als ausgezeichnete Punkte ansehen können. Der eine ist der Punkt, in dem sie die Bildebene durchdringt, der andere ist ihr sogenannter unendlichferner Punkt⁷ (Fig.4). Der erste Punkt wird auch Spur oder Spurpunkt der Geraden g genannt; wir bezeichnen ihn durch G' . Offenbar fällt er mit seinem Bildpunkt zusammen. Man sieht zugleich, daß hierin eine Eigenschaft aller Punkte der Bildebene zutage tritt. Es besteht also der Satz:

II. Jeder Punkt der Bildebene fällt mit seinem Bildpunkt zusammen.

Um den Bildpunkt des unendlichfernen Punktes G_∞ von g zu konstruieren, haben wir zunächst die Gerade S_0G_∞ zu ziehen, also durch S_0 eine Parallele zu g zu legen, und dann ihren Schnitt mit der Bildebene β zu bestimmen. Dieser Schnittpunkt ist der Bildpunkt G'_∞ . Wir wollen ihn kürzer durch G bezeichnen und ihn den Fluchtpunkt der Geraden g nennen.⁸ Der Fluchtpunkt einer Geraden ist also derjenige Punkt der Bildebene β , der dem unendlichfernen Punkt dieser Geraden entspricht. Auf seine zeichnerische Bestimmung kommen wir noch näher zurück.

Ich schließe mit einer Bemerkung, die die Herstellung der Figuren betrifft.

Um die räumliche Wirkung zu erhöhen, zeichnet man die Bilder zweier windschiefer Geraden am besten so, daß sie sich nicht schneiden. Vielmehr soll die hintere Gerade (vom beschauenden Auge aus gedacht) an der Stelle des geometrischen Schnittpunktes etwas unterbrochen sein.

Gerade dies bewirkt, daß das Auge sie als eine zusammenhängende, aber hinter der anderen liegende Gerade auffaßt. Diese Zeichnungsart trägt außerordentlich zur körperlichen Wirkung der Bilder bei, wie man an den einzelnen Figuren erkennt.⁹

§2. Die allgemeinen Gesetze für die zeichnerische Darstellung ebener Gebilde.

Wir behandeln zunächst die Herstellung der Bilder von ebenen Figuren. Insbesondere wollen wir uns die gegebene Figur Σ in einer horizontalen Ebene γ liegend denken, die wir zur Fixierung der Begriffe mit dem Fußboden zusammenfallen lassen und Grundebene nennen. Die Bildebene, die wir uns, wie bereits erwähnt, vertikal denken, heiße wieder β . Endlich denken wir uns das Auge S_0 vor der Bildebene β befindlich; die Figur Σ , von der auf β ein Bild zu zeichnen ist, befindet sich dann naturgemäß hinter der Bildebene.

Die Schnittlinie von γ und β soll Achse oder Grundlinie heißen; wir bezeichnen sie durch a . Da sie eine Gerade von β ist, so fällt sie (§1, II) mit ihrer Bildgeraden Punkt für Punkt zusammen.

Wir beweisen nun zunächst den folgenden Satz:

I. Die Fluchtpunkte aller Geraden von γ liegen auf einer zur Grundlinie parallelen Geraden, dem sogenannten Horizont.

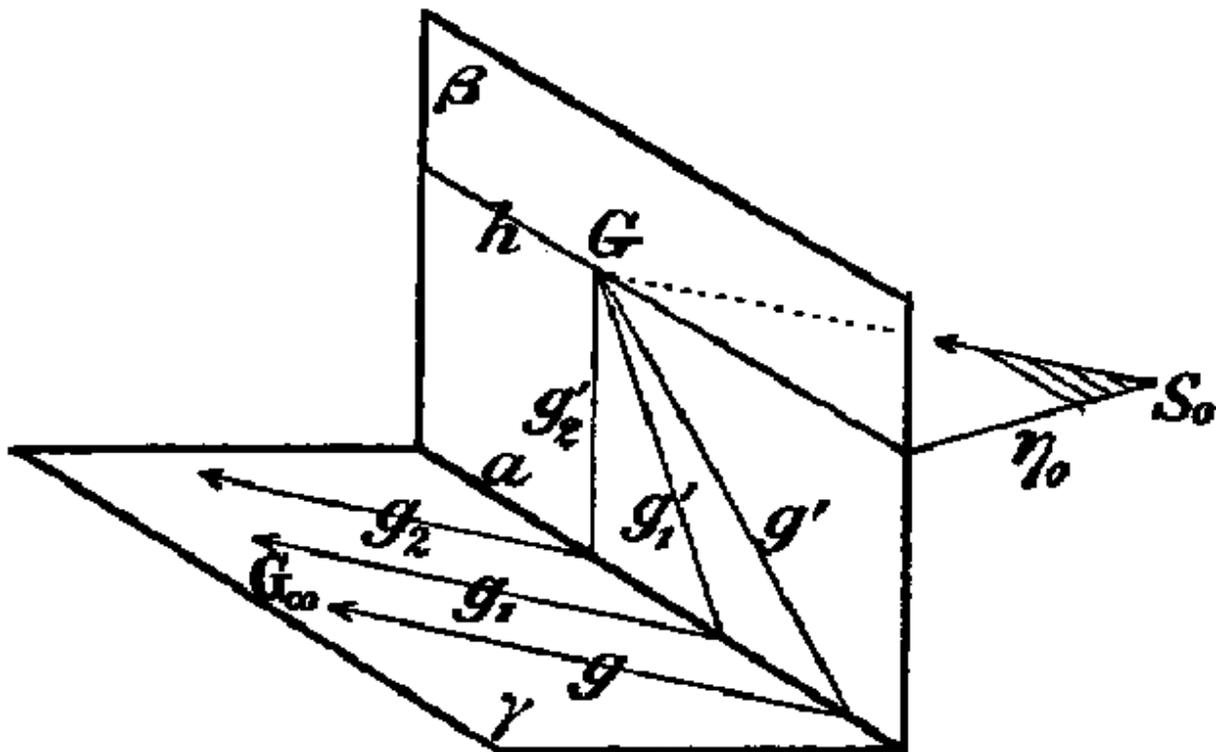


Fig5

Zum Beweise ziehen wir in der Ebene γ irgendeine Gerade g und konstruieren ihren Fluchtpunkt.¹⁰ Gemäß §1 erhalten wir ihn, indem wir durch S_0 die Parallele zu g legen und deren Schnitt G mit der Bildebene β bestimmen. (Fig.5) Diese Parallele liegt, welches auch die Gerade g sein mag, in derjenigen Ebene η_0 die durch S_0 parallel zur Grundebene γ geht, und die wir Augenebene nennen. Daher liegt G auf der Schnittlinie dieser Ebene η_0 mit β , womit der Satz bewiesen ist.

Die so bestimmte Gerade nennen wir den Horizont und bezeichnen ihn durch h . Seiner Definition gemäß ist er Ort der Bildpunkte aller unendlichfernen Punkte von γ . Deren Gesamtheit bezeichnet die Sprache als Horizont; als dessen Bildgerade heißt h ebenfalls Horizont.

Aus der Definition des Fluchtpunktes folgt unmittelbar, daß alle parallelen Geraden g, g_1, g_2, \dots denselben Fluchtpunkt haben; für jede von ihnen ergibt er sich als Schnittpunkt von β mit dem nämlichen durch S_0 gezogenen Strahl. Also folgt:

II. Jeder Schar paralleler Geraden g, g_1, g_2, \dots der Grundebene entsprechen in der Bildebene Geraden g', g'_1, g'_2, \dots , die durch einen und denselben Punkt des Horizontes gehen.

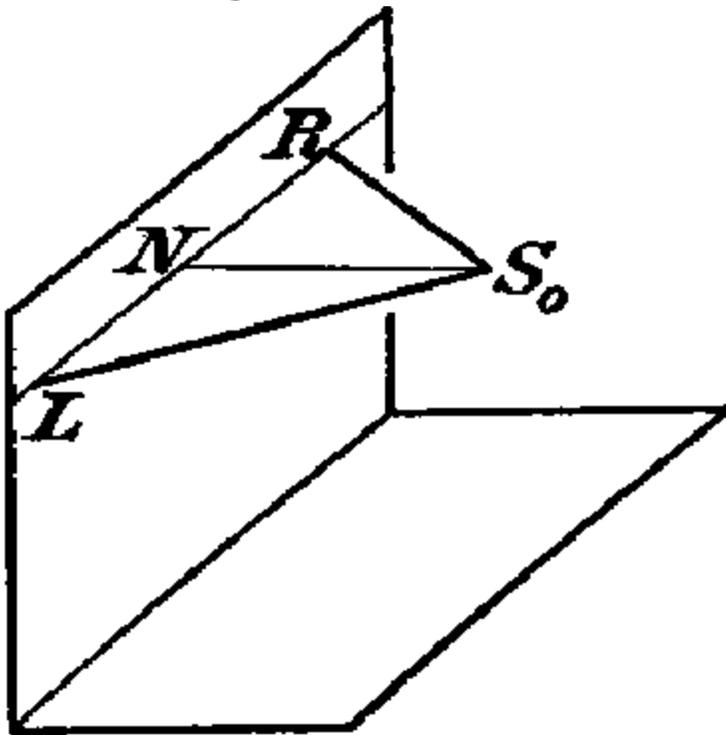


Fig6

Unter den Scharen paralleler Geraden von γ nehmen vier eine bevorzugte Stellung ein; die zur Bildebene normalen Geraden, die beiden Scharen, die mit ihr einen Winkel von 45° einschließen, und die zu ihr parallelen Geraden.

Für die zu β normalen Geraden n erhalten wir den Fluchtpunkt, indem wir von S_0 ein Lot auf β fällen. (Fig.6) Der Fußpunkt N ist der Fluchtpunkt; er heißt Augenpunkt.

Die Fluchpunkte der gegen β unter 45° geneigten Geraden l und r seien L und R . Sie heißen Distanzpunkte. Ihrer Definition gemäß bilden nämlich S_0L und S_0R mit β je einen Winkel von 45° , folglich ist

$$S_0N = NL = NR. \quad (1)$$

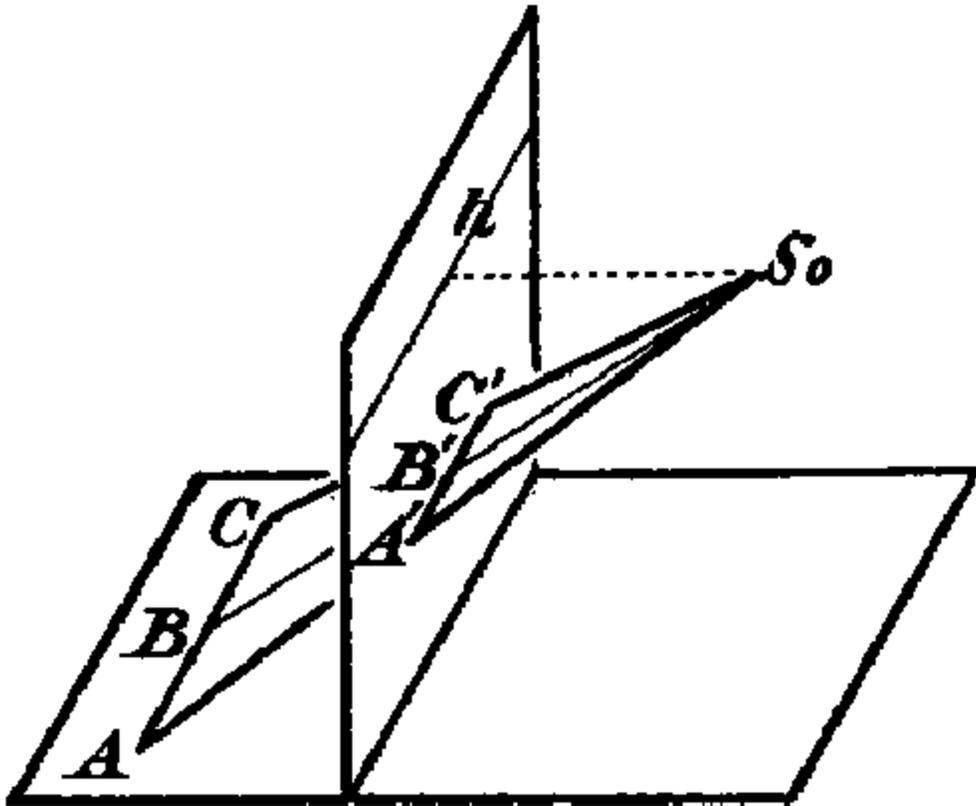


Fig7

Die beiden Punkte L und R bestimmen daher die Entfernung des Auges von der Bildebene; hierauf beruht es, daß die Richtungen l und r praktisch wie theoretisch als bevorzugte Richtungen aufzufassen sind.

Ist endlich p eine Gerade von γ , die zur Bildebene, also auch zur Grundlinie a parallel ist, so gilt dies auch für die Bildgerade p' . Für diese Geraden besteht deshalb eine

einfache metrische Eigenschaft, die sich in folgenden Sätzen ausdrückt (Fig.7).

1. Ist B der Halbierungspunkt der Strecke AC, so ist auch B' der Halbierungspunkt von A'C'.

2. Sind A, B, C irgend drei Punkte von p, und A', B', C' deren Bildpunkte, so ist

$$AB : BC : CA = A'B' : B'C' : C'A'. \quad (2)$$

Beides folgt unmittelbar aus dem bekannten Satz, daß irgend drei durch denselben Punkt gehende Geraden von zwei sie kreuzenden Parallelen nach demselben Verhältnis geschnitten werden. Der Satz 1.ist übrigens nur ein Spezialfall von 2.

Ist in der Bildebene außer den Distanzpunkten L und R auch die Grundlinie a gegeben, so ist damit nicht allein die Entfernung des Auges von der Bildebene, sondern auch seine Höhe über der Grundebene bestimmt, und zwar können a, L und R beliebig angenommen werden. Damit ist alsdann die Lage des Auges im Raume durch zeichnerische Bestimmungsstücke festgelegt.

Um die Entfernung des Auges von der Bildebene zu bestimmen, kann man übrigens statt L und R die Fluchtpunkte E und F irgend zweier Geraden e und f von bekannter Richtung auf dem Horizont h beliebig annehmen. Zieht man nämlich in der Augenebene η_0 durch E die Parallele zu e und durch F die Parallele zu f, so gehen beide Parallelen durch S_0 und bestimmen damit wieder die Lage des Auges zur Bildebene.[11](#)

§3. Die praktischen Regeln der zeichnerischen Darstellung.

Eine Figur von γ , von der wir in β ein Bild herstellen sollen, muß geometrisch oder zeichnerisch gegeben sein; am besten auf demjenigen Blatt, auf dem wir die Zeichnung wirklich ausführen. Hierzu drehen wir die Ebene γ um die Grundlinie a als Achse so lange, bis sie in die Ebene β hineinfällt, und zwar unter dasjenige Stück von β , auf dem das Bild entstehen soll. Beide Ebenen sind so auf demselben Zeichnungsblatt vereinigt.

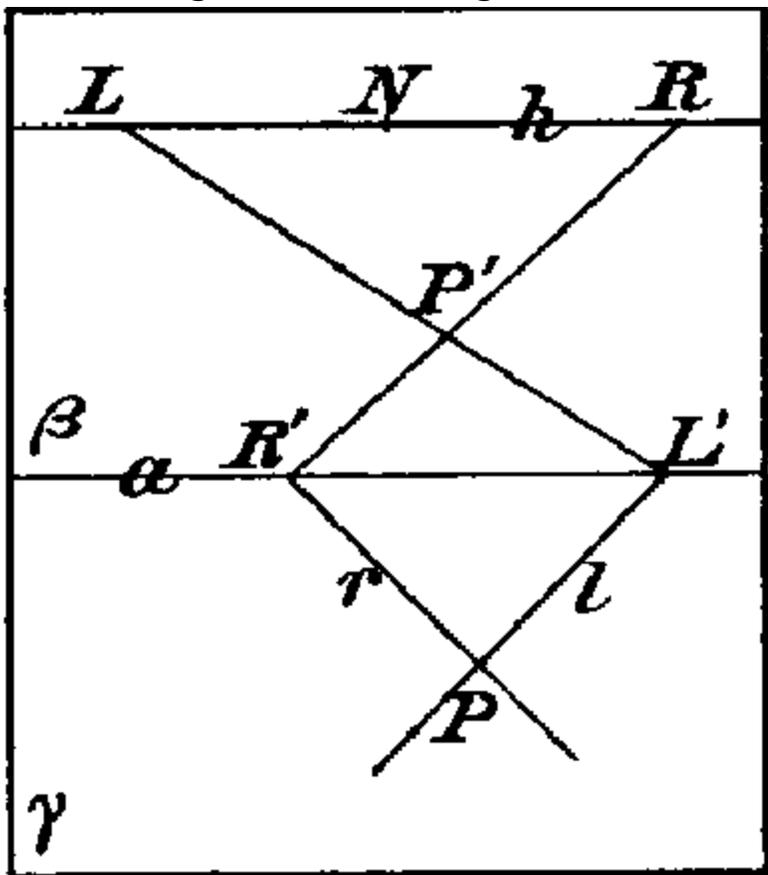


Fig8