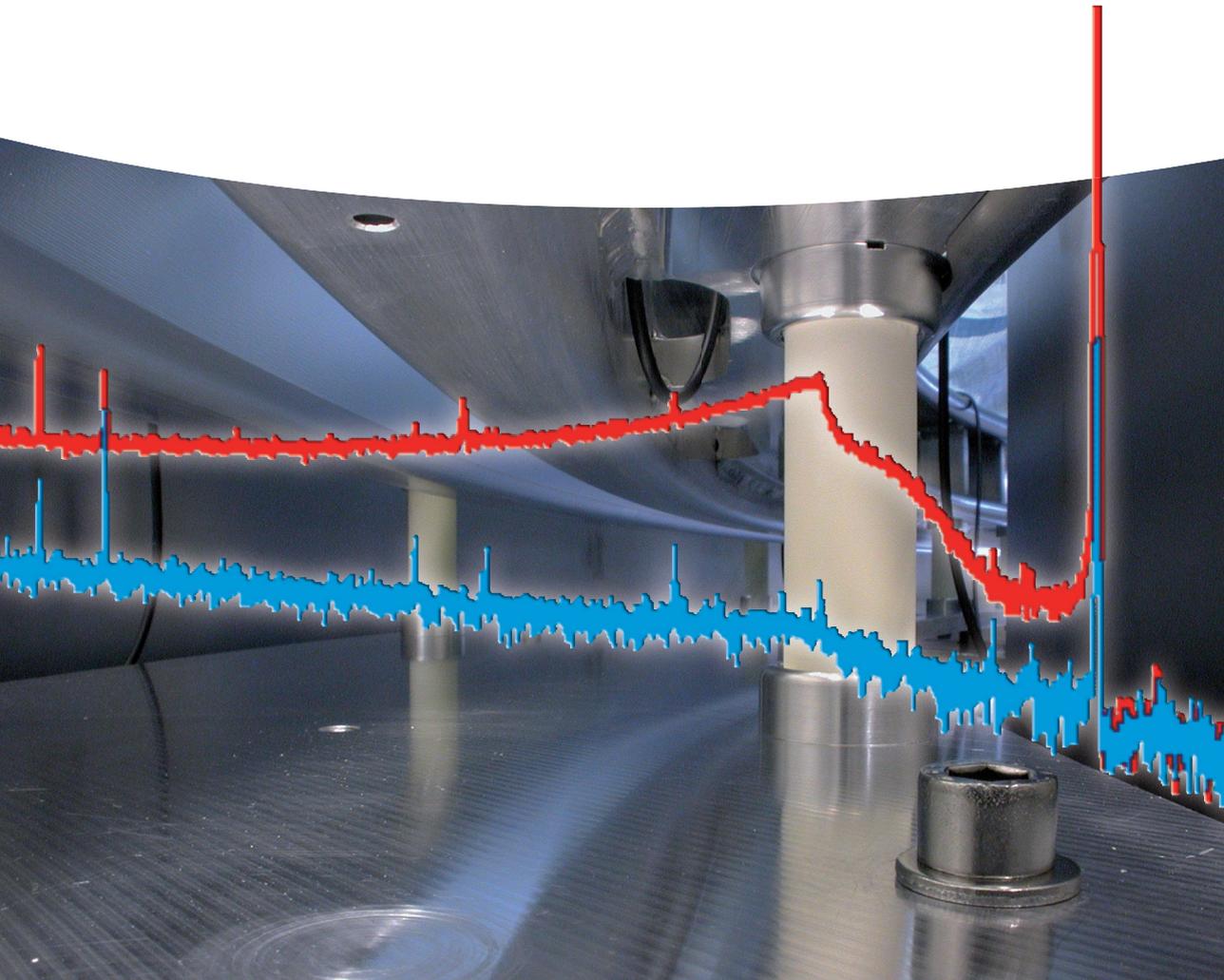


Harry Friedmann

# Einführung in die Kernphysik





*Harry Friedmann*

**Einführung in die Kernphysik**

***Beachten Sie bitte auch weitere interessante Titel zu diesem Thema***

Bethge, K., Gruber, G., Stöhlker, T.

**Physik der Atome und Moleküle**  
**Eine Einführung**

2004

Print ISBN: 978-3-527-40463-6,

ISBN: 978-3-527-66253-1,

eMobi ISBN: 978-3-527-66254-8,

ePub ISBN: 978-3-527-66255-5,

Adobe PDF ISBN: 978-3-527-66256-2

Machner, H.

**Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik**

2005

Print ISBN: 978-3-527-40528-2,

ISBN: 978-3-527-66237-1,

eMobi ISBN: 978-3-527-66238-8,

ePub ISBN: 978-3-527-66239-5,

Adobe PDF ISBN: 978-3-527-66240-1

Griffiths, D.

**Introduction to Elementary Particles**

2008

Print ISBN: 978-3-527-40601-2

*Harry Friedmann*

# **Einführung in die Kernphysik**

**WILEY-VCH**  
Verlag GmbH & Co. KGaA

**Autor****Harry Friedmann**

Universität Wien, Fakultät für Physik,  
Kernphysik  
Währingerstr. 17  
1090 Wien  
Österreich

**Titelbild**

Blick in eine elektrostatische Ablenkungseinheit von  
VERA (Vienna Environmental Research  
Accelerator).

■ Alle Bücher von Wiley-VCH werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung

**Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2014 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Boschstr. 12, 69469 Weinheim, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

**Umschlaggestaltung** Grafik-Design Schulz, Fußgönheim

**Typesetting** le-tex publishing services GmbH, Leipzig, Germany

**Printing and Binding** Markono Print Media Pte Ltd, Singapore

**Print ISBN** 978-3-527-41248-8

**ePDF ISBN** 978-3-527-67740-5

**ePub ISBN** 978-3-527-67741-2

**Mobi ISBN** 978-3-527-67742-9

Gedruckt auf säurefreiem Papier

## Inhaltsverzeichnis

### Vorwort *XI*

<b>1</b>	<b>Entdeckung der Radioaktivität, natürliche Radioaktivität</b>	<b>1</b>
1.1	Entdeckung	1
1.2	Natürliche Radioaktivität	2
1.3	Die kosmische Strahlung	3
1.4	Strahlenarten und natürliche Zerfallsreihen	5
1.5	Zerfallsgesetze, radioaktives Gleichgewicht	10
1.6	Die Entdeckung des Atomkerns (Rutherford-Streuung)	14
1.7	Wirkungsquerschnitt und Massenbelegung	17
1.8	Übungsaufgaben	19
<b>2</b>	<b>Die statistische Natur des radioaktiven Zerfalls</b>	<b>21</b>
2.1	Übungsaufgaben	25
<b>3</b>	<b>Wechselwirkung von Strahlung mit Materie</b>	<b>27</b>
3.1	Wechselwirkung geladener Teilchen mit Materie	27
3.1.1	Wechselwirkung schwerer, geladener Teilchen mit Materie	28
3.1.2	Wechselwirkung von Elektronen mit Materie	36
3.1.3	Wechselwirkung von Positronen mit Materie	41
3.2	Wechselwirkung von Neutronen mit Materie	42
3.3	Wechselwirkung von Photonenstrahlung mit Materie	44
3.3.1	Compton-Streuung	45
3.3.2	Photoeffekt	48
3.3.3	Paarbildung	50
3.3.4	Totaler Absorptionsquerschnitt	51
3.4	Sekundärprozesse	54
3.5	Übungsaufgaben	54
<b>4</b>	<b>Strahlungsdetektoren</b>	<b>57</b>
4.1	Prinzipien	57
4.1.1	Kalorimeter	57

4.1.2	Gas-Ionisationsdetektoren	58
4.1.3	Festkörper-Ionisationsdetektoren	66
4.1.4	Szintillationsdetektoren	69
4.1.5	Cerenkov-Detektor	72
4.1.6	Teilchenspurdetektoren	73
4.1.7	Thermolumineszenzdetektoren	76
4.1.8	Spezialdetektoren	77
4.2	Elektronische Impulsverarbeitung	78
4.3	Übungsaufgaben	81
<b>5</b>	<b>Neue Teilchen und künstliche Radioaktivität</b>	<b>85</b>
5.1	Isotope	85
5.2	Die Entdeckung des Neutrons	86
5.3	Die Entdeckung des Positrons	86
5.4	Künstliche Radioaktivität	88
5.5	Übungsaufgaben	89
<b>6</b>	<b>Aufbau der Atomkerne</b>	<b>91</b>
6.1	Kernmassen	91
6.1.1	Statische elektrische und magnetische Felder	91
6.1.2	Massenspektrometer	94
6.1.3	Massenbestimmung über Kernumwandlungen	96
6.2	Die Größe des Atomkerns	99
6.3	Übungsaufgaben	105
<b>7</b>	<b>Das Tröpfchenmodell des Atomkerns</b>	<b>107</b>
7.1	Isotopentafel	107
7.2	Das Tröpfchenmodell	109
7.3	Stabilität gegen $\beta$ -Zerfall	113
7.4	Stabilität gegen Nukleonenemission	115
7.5	Stabilität gegen Spaltung	115
7.6	Übungsaufgaben	117
<b>8</b>	<b>Die quantenmechanische Behandlung des Atomkerns</b>	<b>119</b>
8.1	Grundlagen	119
8.2	Zur Lösung der Schrödinger-Gleichung	122
8.3	Das Schalenmodell, Einzelteilchenniveaus	125
8.4	Kollektive Anregungen	130
8.5	Kernmomente	132
8.5.1	Elektrische Momente	132
8.5.2	Magnetische Momente	135
8.6	Experimentelle Bestimmung von Kernspin und -momenten	138
8.6.1	Kernspin	138
8.6.2	Kernmomente	139
8.7	Niveauübergänge	142

- 8.8    Übungsaufgaben   149
  
- 9       Der Mößbauer-Effekt   153**
- 9.1    Nukleare Resonanzabsorption   153
- 9.2    Natürliche Linienbreiten   157
- 9.3    Anwendungen der Mößbauer-Spektrometrie   158
- 9.4    Übungsaufgaben   161
  
- 10      Die Theorie des  $\alpha$ -Zerfalls   163**
- 10.1   Modell des  $\alpha$ -Teilchens im Potential des Restkerns   163
- 10.2   Ergänzende Bemerkungen zum  $\alpha$ -Zerfall   165
- 10.3   Übungsaufgaben   167
  
- 11      Der  $\beta$ -Zerfall   169**
- 11.1   Das  $\beta$ -Spektrum   169
- 11.2   Fermis Theorie des  $\beta$ -Zerfalls   171
- 11.3   Der experimentelle Nachweis des Neutrinos   176
- 11.4   Die Neutrinomassen   177
- 11.5   Die schwache Wechselwirkung   180
- 11.6    $\beta$ -Übergänge: Drehimpulse, Matricelemente, Kopplungskonstante   181
- 11.7   Die Paritätsverletzung   183
- 11.8   Übungsaufgaben   189
  
- 12      Kernreaktionen   191**
- 12.1   Grundlagen   191
- 12.2   Erhaltungssätze und Kinematik   194
- 12.3   Qualitativer Verlauf von Anregungsfunktionen   198
- 12.4   Die quantenmechanische Behandlung der Streuung   200
- 12.5   Kernpotentiale und das optische Modell   209
- 12.6   Die R-Matrix-Theorie   211
- 12.7   Reaktionsmodelle   215
- 12.7.1   Compoundkernreaktionen   216
- 12.7.2   Direkte Kernreaktionen   222
- 12.8   Übungsaufgaben   225
  
- 13      Kernspaltung   227**
- 13.1   Zur Geschichte der Kernspaltung   227
- 13.2   Physikalische Grundlagen, Kettenreaktion   229
- 13.3   Die Atombombe   233
- 13.4   Physik der Kernreaktoren   244
- 13.5   Typen von Kernreaktoren   248
- 13.5.1   Leichtwasserreaktor: Siedewasserreaktor (BWR – Boiling Water Reactor),  
Druckwasserreaktor (PWR – Pressurized Water Reactor)   249
- 13.5.2   Natururanreaktor (CANDU-Reaktor)   253
- 13.5.3   Graphitmoderierte Reaktoren   254

13.5.4	Schneller Brüter	257
13.6	Sicherheitsbewertung und Risiko	258
13.7	Reaktorunfälle	262
13.8	Beitrag der Kernenergie zur weltweiten Energiegewinnung	266
13.9	Ein natürlicher Kernreaktor	267
13.10	Übungsaufgaben	271
<b>14</b>	<b>Kernfusion</b>	<b>273</b>
14.1	Physikalische Grundlagen	273
14.2	Die Fusionsbombe	278
14.3	Fusionsreaktoren	281
14.3.1	Trägheitseinschluss	282
14.3.2	Magnetfeldeinschluss	287
14.3.3	Probleme und potentielle Gefahren von Fusionsreaktoren	298
14.4	Übungsaufgaben	302
<b>15</b>	<b>Elementsynthese</b>	<b>303</b>
15.1	Übungsaufgaben	309
<b>16</b>	<b>Dosimetrie und die biologische Wirkung von Strahlung</b>	<b>311</b>
16.1	Das Dosiskonzept	311
16.1.1	Grundlagen und grundlegende Größen	311
16.1.2	Angewandte Dosiskonzepte und Dosisgrößen	317
16.2	Die biologische Wirkung der Strahlung	318
16.2.1	Wirkung radioaktiver Strahlung	318
16.2.2	Deterministische Schäden	321
16.2.3	Stochastische Schäden	323
16.2.4	Individuelle Unterschiede der Strahlenempfindlichkeit	325
16.2.5	Hormesis	329
16.3	Die Strahlenbelastung des Menschen	331
16.3.1	Externe Strahlenbelastung	332
16.3.2	Interne Strahlenbelastung	335
16.3.3	Belastung durch Radon	338
16.4	Strahlentherapie	341
16.5	Übungsaufgaben	346
<b>17</b>	<b>Beschleuniger</b>	<b>347</b>
17.1	Elektrostatische Beschleuniger	347
17.1.1	Cockcroft-Walton-Beschleuniger	348
17.1.2	Van de Graaff-Beschleuniger	349
17.1.3	Tandembeschleuniger	350
17.2	Elektrodynamische Beschleuniger	351
17.2.1	Linearbeschleuniger [200	352
17.2.2	Ringbeschleuniger	357
17.3	Übungsaufgaben	374

<b>18</b>	<b>Elementarteilchen</b>	377
18.1	Die Idee der Elementarteilchen	377
18.2	Entdeckungen der Hochenergiephysik	378
18.3	Austauschkräfte und Wechselwirkungsteilchen	382
18.4	Der Weg zum Standardmodell	384
18.5	Das Standardmodell	388
18.5.1	Erhaltungssätze und Symmetrie	389
18.5.2	Leptonen	392
18.5.3	Hadronen	397
18.5.4	Der Higgs-Mechanismus	400
18.6	Vereinheitlichte Theorie	403
18.7	Übungsaufgaben	407
<b>Anhang A Wellen und ihre mathematische Darstellung</b>		409
<b>Anhang B Die <math>\delta</math>-Distribution (Dirac'sche <math>\delta</math>-Funktion)</b>		413
<b>Anhang C Vektoren und Differentialoperatoren</b>		415
<b>Anhang D Einige formale Grundlagen der Quantenmechanik</b>		425
<b>Anhang E Störungsrechnung und Fermis Goldene Regel</b>		435
<b>Anhang F Die Born'schen Näherungen</b>		439
<b>Anhang G Feynman-Diagramme</b>		443
	Literaturverzeichnis	447
	Personenverzeichnis	459
	Sachverzeichnis	467



## Vorwort

Dieses Buch entstand aus einem Vorlesungsskriptum, unter Hinzunahme einiger Abschnitte, die in anderen Vorlesungen vorgetragen wurden. Um eine möglichst umfassende Darstellung der vielen Aspekte der Kernphysik zu geben, musste an vielen Stellen auf eine tiefere Ausführung verzichtet werden. Auch sind Ableitungen und Beweise nicht immer lückenlos und mathematisch exakt formuliert. Der Leser soll einen Überblick gewinnen und muss gegebenenfalls entsprechende Spezialliteratur zu Rate ziehen.

Das Buch soll allen jenen, die erstmalig mit dem Gebiet der Kernphysik in Kontakt treten, einen Überblick geben, von der Entdeckung der Radioaktivität bis zur Postulierung der Quarks und dem Nachweis des Higgs. Im Wesentlichen folgt das Buch der historischen Entwicklung der Kernphysik und damit gewissermaßen auch der logischen Abfolge von Entdeckungen und der daraus folgenden Entwicklungen.

Die Übungsaufgaben haben sich über mehrere Jahre angesammelt und sind möglicherweise auch teilweise aus anderen Quellen übernommen. Es ist mir jedoch nicht mehr möglich, festzustellen ob, und im Fall dass dies zutrifft, aus welchen anderen Quellen sie stammen. Für den Fall, dass tatsächlich Beispiele anderer Autoren verwendet wurden, möchte ich mich diesbezüglich entschuldigen. Lösungen für Dozenten sind auf der Homepage [www.wiley-vch.de](http://www.wiley-vch.de) abrufbar.

Da die Vorlesung nicht verpflichtend für alle Studierenden war, hatten die Besucher oft sehr unterschiedliche physikalische Vorbildung. Aus diesem Grund sind in den Anhängen einige für das Verständnis der Vorlesung wichtige Aspekte zusammengefasst.

Bei den Registern sind zu den Stichworten zumeist nur die wichtigsten Seiten angeführt, wobei jedoch Übungsbeispiele und Anhänge nicht beschlagwortet wurden.

Ich hoffe, dass sich nicht allzu viele Fehler, Ungenauigkeiten und Unsinn eingeschlichen haben und ersuche alle jene, denen etwas Derartiges aufgefallen ist, dies mir mitzuteilen.

Die Diskussion mit Kollegen und Studierenden hat wesentlich zur Gestaltung dieses Buches beigetragen. Insbesondere möchte ich mich für die konstruktive Kritik bei (in alphabetischer Reihenfolge) Herrn Prof. Ecker, Herrn Prof. Grimus, Herrn Prof. Hille, Herrn Prof. Püschl und Frau Prof. Strohmaier bedanken.

Wien, Januar 2014

Harry Friedmann

# 1

## Entdeckung der Radioaktivität, natürliche Radioaktivität

### 1.1

#### Entdeckung

Die Entdeckung der natürlichen Radioaktivität erfolgte 1896 durch Henri Becquerel, als er im Anschluss an die von Röntgen entdeckte Strahlung, bei der von Poincaré als Ausgangspunkt der Strahlung fälschlicherweise der grüne Phosphoreszenzleck der Geißleröhre vermutet wurde, Untersuchungen an phosphoreszierenden Stoffen durchführte. Als glücklicher Umstand erwies sich, dass er im Besitz von (phosphoreszierenden) Uransalzen war und sehr bald feststellen konnte, dass diese Substanzen durch Papier und Aluminium hindurch fotografische Platten schwärzen konnten. Die ersten Ergebnisse wurden am 24. Februar 1896 veröffentlicht (Sitzung der franz. Akademie d. Wissenschaften), aber schon am 5. März 1896 erkannte er, dass keine Vorbelichtung der verwendeten Uransalze notwendig war, um die fotografische Wirkung zu erzielen. Außerdem konnte er zeigen, dass andere phosphoreszierende Substanzen diese Wirkung nicht besaßen. Schließlich folgerte er, dass die Strahlung eine Eigenschaft des Uranatoms war und in keinem Zusammenhang mit der Phosphoreszenz der ursprünglich untersuchten Substanzen stand. Die ausgesandten Strahlen hatten große Ähnlichkeit mit Röntgenstrahlen und wurden später als Becquerel-Strahlen bezeichnet.

Wir wissen heute, dass neben Uran noch viele andere Elemente radioaktive Strahlung emittieren, ohne dass dem eine durch den Menschen verursachte Aktivierung (Kernumwandlung) vorangeht. Man bezeichnet solche, ohne menschliches Zutun bestehende, Radioaktivität als natürliche Radioaktivität. Durch Messung, z. B. mittels eines Geigerzählers, kann man sich leicht überzeugen, dass dies kein selten auftretendes Phänomen ist, sondern vielmehr als allgegenwärtig angesehen werden kann. So ist Uran in Spurenelementen nahezu überall in der anorganischen Natur vorhanden, und auch in der Biosphäre werden verschiedene radioaktive Substanzen in alle Körper eingebaut, so dass es keine Lebewesen gibt, die nicht auch von sich aus radioaktiv sind.

Schon sehr früh erkannte man, dass mit der Radioaktivität eine Elementumwandlung verbunden ist, wobei sich die Menge des Ausgangselements (und auch

die Strahlenintensität) exponentiell verringert. Es waren der neuseeländische Physiker Ernest Rutherford (Nobelpreis für Chemie 1908) und der englische Chemiker Frederick Soddy, die an der McGill Universität in Montreal die Theorie der Elementumwandlung entwickelten [1–6]. Der Nachweis erfolgte durch chemisches Abtrennen der Elemente. Für die Intensität  $I$  der Strahlung oder die Anzahl  $N$  der Atome eines Elementes ergab sich als Funktion der Zeit  $t$  folgendes Verhalten:

$$I = I_0 e^{-\lambda t} \quad \text{bzw.} \quad N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.1)$$

mit  $I_0$  der Intensität,  $N_0$  der Atomzahl zum Zeitpunkt  $t = 0$  und  $\lambda$ , einer für das untersuchte Element charakteristischen Konstante. Man bezeichnet  $\lambda$  als Zerfallskonstante und – wie man leicht einsieht –  $T_{1/2} = \ln(2)/\lambda$  als Halbwertszeit und  $\tau = 1/\lambda$  als mittlere Lebensdauer. Aufgrund von Ablenkungsversuchen im Magnetfeld konnten verschiedene Strahlenarten und Energien nachgewiesen werden, die schließlich durch Ernest Rutherford [7, 8] in drei Arten von Strahlung eingeteilt wurden, und zwar die  $\alpha$ -Strahlung, die, wie man heute weiß, aus Heliumkernen besteht, die  $\beta$ -Strahlung, die aus Elektronen besteht, und die  $\gamma$ -Strahlung, die hochenergetische, elektromagnetische Strahlung ist.

## 1.2

### Natürliche Radioaktivität

Aus der Tatsache, dass die Radioaktivität exponentiell abnimmt, sollte man schließen können, dass nach genügend langer Zeit keine Radioaktivität mehr vorhanden sein dürfte. Es stellt sich also die Frage, wieso eine natürliche Radioaktivität überhaupt nachweisbar ist bzw. wie sie entstanden ist. Zwei Mechanismen der Entstehung radioaktiver Substanzen sind denkbar, und beide tragen zur natürlichen Radioaktivität bei.

Die erste Möglichkeit der Entstehung natürlicher Radionuklide ist deren Erzeugung bei der Bildung der chemischen Elemente im Zug der Sternentwicklung. Damit sie auch heute noch vorhanden sind, muss ihre Halbwertszeit in der Größenordnung von mindestens  $10^8$  Jahren liegen. Man nennt diese Radionuklide primordial. Man kann zu dieser Gruppe auch jene zählen, die durch den Zerfall primordialer Radionuklide entstehen und selbst radioaktiv sind (natürliche Zerfallsreihen). Letztere werden auch als radiogene Radionuklide bezeichnet. Typische Beispiele für primordiale Nuklide sind  $^{235}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 7 \cdot 10^8$  a),  $^{238}\text{U}$  ( $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$  a),  $^{232}\text{Th}$  ( $T_{1/2} = 14 \cdot 10^9$  a),  $^{40}\text{K}$  ( $T_{1/2} = 1,3 \cdot 10^9$  a) usw.

Da eine Reihe von natürlich vorkommenden Radionukliden Halbwertszeiten aufweisen, die zu gering sind, als dass diese Nuklide bei der Sternentwicklung entstanden sein können, muss geschlossen werden, dass auch andere Mechanismen die Entstehung von Radionukliden ermöglichen. Diese Mechanismen müssen zu einer dauernden Bildung von Radionukliden führen, wie etwa die Existenz einer natürlichen Tritiumkonzentration (überschwerer Wasserstoff:  $^3\text{H}$ ) mit einer Halbwertszeit von 12,3 Jahren oder die in allen Lebewesen sowie in der Atmosphäre vorhandene Konzentration an Radiokohlenstoff ( $^{14}\text{C}$ ,  $T_{1/2} = 5730$  a) zeigt.

### 1.3

#### Die kosmische Strahlung

Als Ursache für diese dauernde Neubildung ist die kosmische Strahlung anzusehen, deren Entdeckung u. a. auf Victor Hess zurückgeht (siehe später in diesem Abschnitt). Es treffen etwa 1000 Kerne pro Quadratmeter und Sekunde auf die Erdatmosphäre, wobei Protonen mit etwa 90 %,  $\alpha$ -Teilchen mit 9 % und schwere Kerne sowie Elektronen mit etwa je 1 % zur kosmischen Strahlung beitragen. Ein Teil dieser Teilchen weist sehr hohe Energien auf, manchmal bis zu  $10^{20}$  eV (ultrarelativistisch), was 11 Größenordnungen über der Ruhemasse der Protonen liegt. Aufgrund des Magnetfeldes der Erde kommt es zu einer Abhängigkeit der Intensität der kosmischen Strahlung von der geographischen Breite. Zumeist werden in der Literatur Werte für mittlere Breiten angegeben. Kommt es zur Bildung von Radionukliden in der Atmosphäre, so ist die Breitenabhängigkeit von nicht allzu großer Bedeutung, da in der Atmosphäre stets eine relativ rasche Durchmischung stattfindet. Im Fall von Radionukliden, die an der Erdoberfläche gebildet werden, ist jedoch die Abhängigkeit der kosmischen Strahlung von der geographischen Breite sehr wohl zu berücksichtigen. Natürlich werden durch die kosmische Strahlung auch in der interstellaren Materie Radionuklide gebildet, jedoch ist dieser Beitrag für die auf der Erde relevanten natürlichen Radionuklide als vernachlässigbar anzusehen.

Man unterscheidet in der kosmischen Strahlung aufgrund ihrer Herkunft eine solare Komponente, eine galaktische Komponente (Entstehung außerhalb unseres Sonnensystems, aber innerhalb unserer Galaxie) und eine außergalaktische (extragalaktische) Komponente.

Als Ursache der beobachteten hohen Energien in der sogenannten primären Komponente der kosmischen Strahlung können Supernova-Explosionen angenommen werden („Supernovadruckwelle“), wobei die Übertragung von kinetischer Energie eines Plasmas auf individuelle Teilchen zu einer nichtthermischen Energieverteilung mit einer Überhöhung der Intensität im hochenergetischen Bereich führt. Der Mechanismus beruht einerseits auf der wiederholten Wechselwirkung geladener Teilchen mit dem Magnetfeld von Schockwellen (Fermi-Mechanismus 1. Ordnung), andererseits auf der Diffusion geladener Teilchen in bewegten, inhomogenen Magnetfeldern (Irregularitäten in einer „Magnetfeldwolke“), die sich mit dem Plasma mitbewegen (Fermi-Mechanismus 2. Ordnung). Der ursprünglich von Fermi angenommene Effekt skaliert mit  $\beta^2$  ( $\beta = v/c$  mit  $v$  Geschwindigkeit des bewegten Magnetfeldes) daher auch Fermi-Mechanismus 2. Ordnung. Der später gefundene Fermi-Mechanismus 1. Ordnung hingegen skaliert mit  $\beta$  und kann zu noch höheren Energien führen. Beide Mechanismen beruhen auf dem Effekt, dass geladene Teilchen beim Durchlaufen von bewegten, magnetischen Gradientenfeldern eine Energieänderung erfahren.

Untersuchungen (AGASA Experiment) [9, 10] haben gezeigt, dass jenseits jener Energien, die durch den Fermi-Mechanismus 1. Ordnung erreichbar sind (Abschätzung beruht auf möglichen Magnetfeldstärken und deren maximalen Ausdehnungen), immer noch Teilchen nachweisbar sind. Bis vor Kurzem konnte man

sich keine Quelle für diese extrem hochenergetischen Teilchen vorstellen [11], wobei noch zusätzlich das Problem der Greisen-Zatsepin-Kuzmin-Schwelle (GZK-cut-off) besteht. Man kann nämlich zeigen, dass bei sehr hohen Protonenenergien die kosmische Hintergrundstrahlung eine signifikante Absorption verursacht. Der Effekt beruht auf der Pionenproduktion ( $p + \gamma \rightarrow p + \pi^0$  und  $p + \gamma \rightarrow n + \pi^+$ ), die bei einer Schwellenenergie von etwa  $6 \cdot 10^{19}$  eV einsetzt (Photonendichte der kosmischen Hintergrundstrahlung ca. 412 Quanten/cm<sup>3</sup>) und zu einer mittleren freien Weglänge von etwa 6 Mpc (1 Parsec = 1 Pc  $\approx$  3,26 Lichtjahre  $\approx$   $3,1 \cdot 10^{16}$  m, entspricht jener Entfernung, aus der der Erdbahnradius unter einer Bogensekunde gesehen wird) führt. Das bedeutet, dass die Quelle der beobachteten extrem hochenergetischen Strahlung näher als etwa 50 Mpc liegen sollte. Es gibt derzeit die starke Vermutung, dass die Quelle supermassive schwarze Löcher in den Zentren der Galaxien sind [12]. (Zum Vergleich: Durchmesser der Milchstraße ca. 30 kpc, Abstand zum nächsten Galaxienhaufen (Virgo) ca. 20 Mpc, Abstand zur entferntesten beobachteten Galaxie ca. 1 Gpc.)

Die kosmische Strahlung wurde von Victor Franz Hess [13] bei seinen Arbeiten über radioaktive Stoffe in der Atmosphäre entdeckt. Victor Hess war damals „Erster Assistent“ unter Stefan Meyer am neu gegründeten Institut für Radiumforschung in Wien. Da damals bereits die Verteilung natürlicher radioaktiver Substanzen in der Erde und Atmosphäre im Großen und Ganzen bekannt war, konnte erwartet werden, dass mit zunehmendem Abstand von der Erdoberfläche die „durchdringende Strahlung“ abnahm. In den Jahren 1909 und 1910 untersuchten auch andere Forscher (Wulf, Bergwitz, Gockel) die Radioaktivität in größeren Höhen und unternahmen sogar Ballonfahrten, jedoch konnten keine eindeutigen Ergebnisse erzielt werden. In den Jahren 1911 und 1912 unternahm Hess mehrere Ballonfahrten (siehe Abb. 1.1) und konnte dabei eindeutig eine Zunahme der Strahlenintensität mit der Höhe feststellen [14, 15].

Es wurden 1913–1914 auch von W. Kollhörster Ballonaufstiege bis 9 km Höhe unternommen, jedoch wurden die Experimente durch den 1. Weltkrieg unterbrochen. Hess errichtete noch 1913 eine Station zur Dauerbeobachtung auf dem Hochobir. In den Dreißigerjahren erfolgte schließlich die endgültige Identifikation der „Höhenstrahlung“ als kosmische Strahlung mit Hilfe von Arbeiten von Piccard, Cosyns, Regener, Pfozter, Bothe und Kollhörster. Schließlich erhielt Victor Hess 1936 den Nobelpreis für Physik für die Entdeckung der kosmischen Strahlung.

Treffen die hochenergetischen Protonen der kosmischen Strahlung auf die Atomkerne der Elemente in der Atmosphäre, so kommt es einerseits zu einer Zertrümmerung der Targetkerne, andererseits vor allem zur Erzeugung von Pionen ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ ), Protonen, Antiprotonen und sogenannten „strange particles“. Es werden dabei zumeist mehrere hochenergetische Teilchen pro Stoß erzeugt, die aufgrund der hohen Energie des einfallenden Teilchens parallel zur Einfallsrichtung gebündelt emittiert werden. Diese können mit anderen Kernen neuerlich eine Kernreaktion eingehen, und es entsteht ein Schauer von sekundären Teilchen, die teilweise die Erdoberfläche erreichen können. Mittels Koinzidenzmessungen an der Erdoberfläche kann auf die ursprüngliche Quelle eines Schauers zurück-



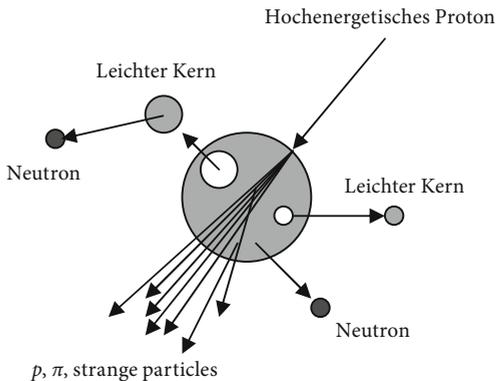
Abb. 1.1 Victor Hess bei einem seiner Ballonaufstiege.

geschlossen werden. Die verwendeten Detektoren können dabei über Flächen von mehreren hundert Quadratmetern verteilt sein. Getroffene Kerne verbleiben meist in hoch angeregten Zuständen, wobei die Anregungsenergie durch „Abdampfen“ von Kernfragmenten, insbesondere Neutronen, abgegeben wird. Diese „Abdampfung“ ist im Massennmittelpunktsystem isotrop (kein Winkel bevorzugt). Für die Produktion von radioaktiven Nukliden ist das Entstehen von Neutronen von entscheidender Bedeutung. Da Neutronen keine elektrische Ladung besitzen, können sie leicht in den Kern eindringen und Kernreaktionen auslösen. Daneben kann ein Teil der Anregungsenergie natürlich auch über  $\gamma$ -Emission abgegeben werden. Diese Art von nuklearer Wechselwirkung hochenergetischer Projektile mit Atomkernen wird als Spallationsreaktion bezeichnet (siehe Abb. 1.2).

#### 1.4

#### Strahlenarten und natürliche Zerfallsreihen

Nach der Entdeckung der Becquerel-Strahlen 1898 untersuchten unabhängig voneinander G.C. Schmidt und Maria Curie (geb. Sklodowska) ob noch andere Elemente die Eigenschaft der Becquerel-Strahlung aufweisen. (Pierre Curie hatte mit seinem Bruder Jacques die piezoelektrischen Eigenschaften von Quarz entdeckt



**Abb. 1.2** Symbolische Darstellung der Wechselwirkung hochenergetischer Protonen aus der kosmischen Strahlung mit Nukliden der Atmosphäre.

und damit Luftionisationsmessungen durchgeführt. Er schlug infolgedessen seiner Frau Marie, unmittelbar nach der Geburt ihrer Tochter Irène, die genaue Messung der Uranstrahlen als Dissertationsthema vor.) Sie fanden, dass auch Thorium eine solche Strahlung emittiert. Es fiel sofort auf, dass diese beiden Elemente unter den damals bekannten Elementen jene mit den größten Atomgewichten (238 und 232) waren, und dass diese relativ weit von den nächsten bekannten schweren Elementen Wismut (AG = 208) und Blei (AG = 207) entfernt lagen. Marie Curie untersuchte systematisch alle ihr zugänglichen Mineralien, fand jedoch, dass nur jene strahlten, die uran- oder thoriumhaltig waren. Die Messmethoden wurden nach der Erkenntnis über die ionisierende Wirkung der Strahlen bald verbessert, und Marie Curie bediente sich bei ihren grundlegenden Versuchen bereits elektrischer Messmethoden (Elektroskope). Dank der damit erzielten Messgenauigkeit konnte sie feststellen, dass einige Mineralien eine höhere Aktivität aufwiesen, als es dem Urangehalt entsprach. Insbesondere zeigte ein künstlich hergestellter Chalkolith (Tobernit,  $\text{Cu}(\text{UO}_2)_2(\text{PO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ ) eine signifikant geringere Aktivität als ein natürlicher Chalkolith. Es war bereits damals einigermaßen gesichert, dass die Strahlung eine Atomeigenschaft ist und nicht von der chemischen Bindung abhängt. Marie Curie zog daher den Schluss, dass ein noch stärker strahlendes Element dem natürlichen Uran in ganz geringer Konzentration beigemischt sein müsste. Zusammen mit ihrem Mann Pierre Curie versuchte sie nun die Uranmineralien chemisch aufzuarbeiten und zu trennen, wobei die Radioaktivität als Indikator verwendet wurde. In ihren Trenngängen fand sie in der Fraktion, in der sich Wismut abschied, einen Stoff, der etwa 400-mal so stark strahlte wie Uran. Zu Ehren ihrer Heimat nannte sie dieses neue Element Polonium. Schon am 26. Dezember 1898 konnte das Ehepaar Curie gemeinsam mit dem Chemiker Gustave Bémont berichten, dass in der Bariumfraktion ein weiteres radioaktives Element gefunden wurde, das sie Radium nannten. Diese Elemente wurden aus der Uranpechblende gewonnen, nachdem das Uran bereits abgeschieden worden war. Sie nahmen daher an, dass die gefundenen radioaktiven Substanzen in den Rückständen der Uranverar-

beitung angereichert sein müssten. Da um die Jahrhundertwende das bedeutendste Uranbergwerk in Österreich-Ungarn lag, wandten sie sich an den damaligen Präsidenten der Wiener Akademie der Wissenschaften, Eduard Suez, mit der Bitte um Überlassung von Rückständen aus der Uranaufbereitung von St. Joachimsthal. (Uran wurde damals vorwiegend zur Herstellung von Farben und Emailglasuren verwendet.) Dem Bergwerk St. Joachimsthal ging es damals wirtschaftlich nicht besonders gut, denn der Uranabbau war nicht allzu ertragreich und das früher vorhandene Silber- und Bleierz bereits abgebaut. Der zuständige Bergrat überlegte, ob aus den Rückständen der Uranverarbeitung nicht später nochmals Silber extrahiert werden könnte und ließ einen großen Teil davon lagern, so dass zur Zeit der Anfrage aus Frankreich eine große Menge dieser Rückstände vorhanden war. Das österreichische Ackerbauministerium stellte den Curies unentgeltlich bzw. zum Selbstkostenpreis zwei Waggonladungen davon zur Verfügung, aus denen dann größere Mengen der strahlenden Substanzen gewonnen werden konnten (aus 11 t Material wurden ca. 85 mg Radium gewonnen) und die schließlich zur Aufklärung der Zusammenhänge dienten. (Das war übrigens der erste und wahrscheinlich wichtigste Transport radioaktiver Abfälle.)

Es war sehr bald klar geworden, dass verschiedene Arten von Strahlung zu unterscheiden waren, denn Absorptionsversuche zeigten, dass es eine Art der Strahlung gab, die sehr leicht zu absorbieren war, eine andere, die schon dickere Schichten durchdrang, und schließlich eine weitere Art der Strahlung, die nur durch massive Abschirmmaterialien zu schwächen war. 1899/1900 zeigten unabhängig voneinander F. Giesel, St. Meyer und E. von Schweidler sowie H. Becquerel, dass sich „Radiumstrahlen“ im Magnetfeld ablenken lassen. Nicht ablenken ließen sich aber „Poloniumstrahlen“. Man fand eine Fülle von Kombinationen von weichen, harten, ablenkbaren und nichtablenkbaren Strahlen. Schließlich war es E. Rutherford, dem die richtige Deutung all dieser Strahlungserscheinungen gelang. Man unterscheidet zwischen:

- $\alpha$ -Strahlen: das sind  ${}^4\text{He}$ -Kerne (Nachweis aufgrund der Messung des Funkenspektrums des gebildeten Gases durch Rutherford [16]), die im Magnetfeld aufgrund ihrer positiven Ladung abgelenkt werden;
- $\beta$ -Strahlen: das sind Elektronen, die aufgrund ihrer negativen Ladung im Magnetfeld in die andere Richtung abgelenkt werden und, da ihre Masse viel geringer ist als die der He-Kerne, auch eine viel stärkere Ablenkung erfahren. (*Da die ablenkende Kraft proportional  $\vec{v} \times \vec{B}$  ist und da  $v = (2E/m)^{1/2}$ , wird bei gleicher Energie der Teilchen ein Magnetfeld als Massenseparator wirken.*) Anders als  $\alpha$ - und  $\gamma$ -Strahlen werden  $\beta$ -Strahlen mit keiner festen Energie emittiert, sondern zeigen eine kontinuierliche Energieverteilung;
- $\gamma$ -Strahlen: das sind elektromagnetische Strahlen, die im Magnetfeld keine Ablenkung erfahren. Historisch war man sich über diese Art der Strahlung lange Zeit nicht sicher; so wurde auch vermutet, dass es sich um neutrale Teilchen handeln könnte.

Die meisten Forscher vermuteten bereits damals, dass alle diese unterschiedlichen Effekte auf sukzessiven Zerfällen radioaktiver Substanzen beruhen. Es waren wie-

der E. Rutherford und F. Soddy, die diese Zerfallshypothese im Einzelnen systematisch untersucht haben.

Heute weiß man, dass im Prinzip maximal vier natürliche Zerfallsreihen existieren können, da bei  $\beta$ -Zerfall die Massenzahl nicht geändert wird und bei  $\alpha$ -Zerfall sich die Massenzahl stets um 4 ändert. Tatsächlich existieren nur drei natürliche Zerfallsreihen, ausgehend von den langlebigen Nukliden  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{238}\text{U}$  und  $^{235}\text{U}$  mit den historischen Bezeichnungen Thorium-Reihe, Uran-Radium-Reihe und Actinium-Reihe. Die vierte mögliche Zerfallsreihe ( $4n + 1$  Reihe) sollte von  $^{237}\text{Np}$  ausgehen, welches aber mit einer Halbwertszeit von „nur“ 2,14 Millionen Jahren viel zu kurzlebig ist, als dass noch ausreichend Material vorhanden wäre, diese Zerfallsreihe zu speisen. In Abb. 1.3 sind die natürlichen Zerfallsketten (wie heute bekannt) schematisch dargestellt (auf die historischen Namen wurde verzichtet).

Man sieht, dass innerhalb dieser Zerfallsreihen die Halbwertszeiten sehr unterschiedlich sind. Einerseits gibt es sehr lange Halbwertszeiten (z. B.  $^{234}\text{U}$ :  $T_{1/2} = 2,5 \cdot 10^5$  a), andererseits auch extrem kurze (z. B.  $^{212}\text{Po}$ :  $T_{1/2} = 0,3 \mu\text{s}$ ). Außerdem kommt es innerhalb der Zerfallsreihen zu Verzweigungen, d. h. einige Nuklide zerfallen auf mehr als eine Art, nämlich sowohl über  $\alpha$ -Emission als auch über  $\beta$ -Radioaktivität. Schließlich muss noch erklärt werden, wieso es außerdem noch zur Emission von  $\gamma$ -Strahlung kommt. Der Zerfall eines „Mutternuklids“ in ein „Tochternuklid“ muss nicht in den energetisch tiefsten Zustand des „Tochternuklids“ führen. Dieses Folgeprodukt kann also in einem „angeregten“ Zustand gebildet werden. Der Übergang in den energetisch tiefsten Zustand kann somit durch Emission eines  $\gamma$ -Quants erfolgen. In Abb. 1.4 ist ein Ausschnitt aus der  $^{238}\text{U}$ -Reihe dargestellt, der dieses Verhalten in einem Energiediagramm zeigt.

Die radioaktiven Substanzen können also aus sich selbst heraus Energie freisetzen, was zu einer Krise der klassischen Physik geführt hat, die ja eine Erhaltung der Energie verlangt. Die Lösung dieses Problems ergab sich erst durch Einsteins spezielle Relativitätstheorie.

Schon damals hat sich etwa Soddy die Frage gestellt, ob diese Energie in Zukunft zu Gutem oder zu Bösem genutzt werden könnte. Die unbegrenzte und billige Energie der Kerne könnte zu einem Paradies auf Erden oder aber zu gewaltigen Zerstörungen bis zur Auslöschung der menschlichen Zivilisation durch „radioaktive“ Bomben führen. Auch H.G. Wells [17] wurde durch solche Szenarien zu einer 1913 geschriebenen Science-Fiction-Novelle inspiriert. Wells spricht darin erstmalig von einer „atomic bomb“, die in einem europäischen Konflikt („The Last War“) 1956 eingesetzt und später dieser Krieg durch eine Friedenskonferenz am Lago Maggiore beendet wird. Diese Konferenz sichert der Welt den immerwährenden Frieden und durch die Atomenergie kann eine glückliche Zukunft garantiert werden. Am Beginn dieses Buches erklärt ein Universitätsprofessor seinen Schülern folgendes: *This little box contains about a pint of uranium-oxide; that is to say about fourteen ounces of elementary uranium. It is worth a pound. And in this bottle, ladies and gentlemen, in the atoms in this bottle there slumbers at least as much energy as we could get by burning a hundred and sixty tons of coal. If at a word, in one instant, I could suddenly release that energy here and now, it would blow us and everything about*

<b><math>^{238}\text{U}</math> Zerfallskette (<math>A = 4n + 2</math>)</b>											$^{234}\text{Th}$	100%	$^{238}\text{U}$
											24.1 d	← $\alpha$	$4.5 \cdot 10^4$ a
													$^{234}\text{Pa}$
													1.2 m
		$^{214}\text{Pb}$	99.98%	$^{218}\text{Po}$	100%	$^{222}\text{Rn}$	100%	$^{226}\text{Ra}$	100%	$^{230}\text{Th}$	100%	← $\alpha$	$2.5 \cdot 10^4$ a
		26.8 m	← $\alpha$	3.05 m	← $\alpha$	3.825 d	← $\alpha$	1600 a	← $\alpha$	$7.5 \cdot 10^4$ a	← $\alpha$		
													$^{234}\text{U}$
													$2.5 \cdot 10^5$ a
		$^{210}\text{Tl}$	0.4%	$^{214}\text{Bi}$	100%	$^{218}\text{At}$							
		1.30 m	← $\alpha$	19.9 m	← $\alpha$	2 s							
$^{206}\text{Hg}$	$75 \cdot 10^{-6}\%$	$^{210}\text{Pb}$	100%	$^{214}\text{Po}$									
8.15 m	← $\alpha$	22.3 a	← $\alpha$	0.16 ms									
		$^{206}\text{Tl}$	$5 \cdot 10^{-5}\%$	$^{210}\text{Bi}$									
		4.2 m	← $\alpha$	5.0 d									
		$^{206}\text{Pb}$	100%	$^{210}\text{Po}$									
		stable	← $\alpha$	138.4 d									

<b><math>^{232}\text{Th}</math> Zerfallskette (<math>A = 4n</math>)</b>											$^{228}\text{Ra}$	100%	$^{232}\text{Th}$
											5.75 a	← $\alpha$	$14 \cdot 10^4$ a
													$^{228}\text{Ac}$
													6.13 h
		$^{212}\text{Pb}$	100%	$^{216}\text{Po}$	100%	$^{220}\text{Rn}$	100%	$^{224}\text{Ra}$	100%	$^{228}\text{Th}$			
		10.6 h	← $\alpha$	0.15 s	← $\alpha$	55.6 s	← $\alpha$	3.66 d	← $\alpha$	1.91 a			
		$^{208}\text{Tl}$	36.2%	$^{212}\text{Bi}$									
		3.1 m	← $\alpha$	60.6 m									
		$^{208}\text{Pb}$	100%	$^{212}\text{Po}$									
		stable	← $\alpha$	$0.3 \cdot 10^{-6}$ s									

<b><math>^{235}\text{U}</math> Zerfallskette (<math>A = 4n + 3</math>)</b>											$^{231}\text{Th}$	100%	$^{235}\text{U}$
											25.5 h	← $\alpha$	$7 \cdot 10^8$ a
													$^{231}\text{Pa}$
													$3.3 \cdot 10^4$ a
		$^{215}\text{Bi}$	97%	$^{219}\text{At}$	$4 \cdot 10^{-3}\%$	$^{223}\text{Fr}$	1.2%	$^{227}\text{Ac}$	100%	$^{231}\text{Pa}$			
		7.4 m	← $\alpha$	0.9 m	← $\alpha$	21.8 m	← $\alpha$	21.8 a	← $\alpha$	$3.3 \cdot 10^4$ a			
		$^{211}\text{Pb}$	>99.9%	$^{215}\text{Po}$	100%	$^{219}\text{Rn}$	100%	$^{223}\text{Ra}$	100%	$^{227}\text{Th}$			
		36.1 m	← $\alpha$	1.8 ms	← $\alpha$	3.96 s	← $\alpha$	11.4 d	← $\alpha$	18.7 d			
		$^{207}\text{Tl}$	99.68%	$^{211}\text{Bi}$	100%	$^{215}\text{At}$							
		4.8 m	← $\alpha$	2.13 m	← $\alpha$	0.1 ms							
		$^{207}\text{Pb}$	100%	$^{211}\text{Po}$									
		stable	← $\alpha$	0.52 s									

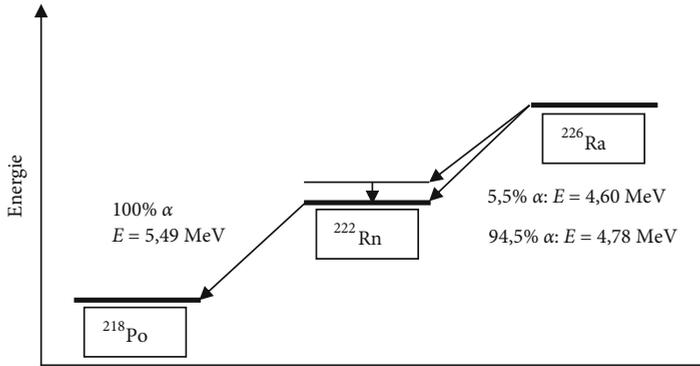
Z = 80    81    82    83    84    85    86    87    88    89    90    91    92

**Abb. 1.3** Die natürlichen Zerfallsreihen: Pfeile nach links bedeuten  $\alpha$ -Zerfälle mit in Prozent angegebenen Häufigkeiten, Pfeile nach rechts unten stellen  $\beta$ -Zerfälle dar. Die Halbwerts-

zeiten der Nuklide sind unter ihren Symbolen notiert. Dicke Pfeile symbolisieren die bevorzugten Zerfallsverläufe.

*us to fragments; if I could turn it into a machinery that lights this city, it would keep Edinburgh brightly lit for a week. But at present no man has an inkling of how this little lump of stuff can be made to hasten the release of its store!*

Die Einschätzung vieler Wissenschaftler war damals wesentlich skeptischer. Als Beispiel sei hier ein Zitat aus dem Buch Radioaktivität von St. Meyer und E. von Schweidler [18] angeführt: *Die großtechnische Anwendung der in den radioaktiven Substanzen aufgespeicherten Energien in der Form irgendwelcher „Atom-*



**Abb. 1.4** Der Zerfall von  $^{226}\text{Ra}$  in  $^{222}\text{Rn}$  erfolgt zu 94,5 % durch  $\alpha$ -Emission mit einer Energie von 4,78 MeV in den Grundzustand von  $^{222}\text{Rn}$  und zu 5,5 % mit einer Energie von 4,60 MeV in den angeregten Zustand von  $^{222}\text{Rn}$  (Anre-

gungsenergie 0,18 MeV). Der Übergang in den Grundzustand erfolgt über Emission eines (z. T. konvertierten<sup>1)</sup>)  $\gamma$ -Quants der Energie 0,18 MeV (Rückstoß vernachlässigt).

*Explosions-Motoren' gehört jedoch in das Reich der Fabel, da hierzu die vorhandenen auf kleinem Raum konzentrierbaren Mengen nicht hinreichen können.*

## 1.5

### Zerfallsgesetze, radioaktives Gleichgewicht

Der zeitliche Verlauf der Bildung und des Zerfalls von Aktivitäten soll nun genauer untersucht werden. Die Aktivität  $A$  ist die Anzahl der pro Zeiteinheit zerfallenden Atome einer Substanz (entspricht der zeitlichen Abnahme der Atomzahl). Die Einheit der Aktivität ist 1 Bq (1 Becquerel), was einen Zerfall pro Sekunde bedeutet. Da der radioaktive Zerfall ein stochastischer Prozess ist, ist die Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit, also die Aktivität, zur Gesamtzahl  $N$  der vorhandenen Atome proportional:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N. \quad (1.2)$$

Diese Differentialgleichung lässt sich mit dem Ansatz

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.3)$$

lösen, mit der Konstanten  $N_0$  der Atomzahl zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Entsprechend ergibt sich für die Aktivität

$$A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}. \quad (1.4)$$

1) Die  $\gamma$ -Übergangsenergie wird auf ein Hüllenelektron übertragen und dieses wird aus dem Atom emittiert. Damit ergibt sich die Energie der Konversionselektronen als Differenz von  $\gamma$ -Energie und atomarer Bindungsenergie des Elektrons.

Die Konstante  $\lambda$  ist die Zerfallskonstante und hängt mit der Halbwertszeit folgendermaßen zusammen:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (1.5)$$

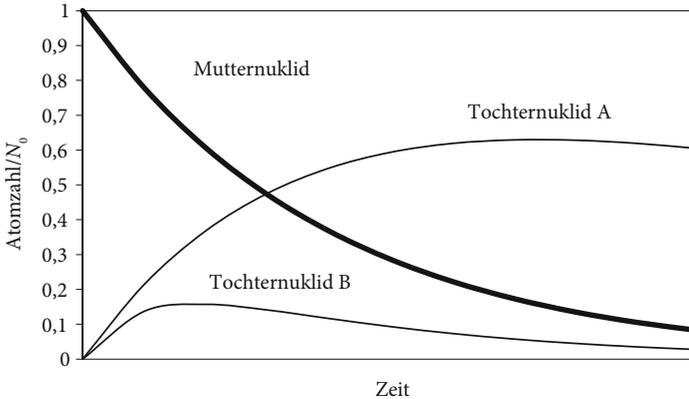
Betrachten wir nun den Fall, dass ein Nuklid einerseits von einer Muttersubstanz gebildet wird, andererseits selbst mit einer gewissen Halbwertszeit zerfällt. Die zugehörige Differentialgleichung muss also folgendermaßen lauten ( $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ):

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 - \frac{dN_1}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t}. \quad (1.6)$$

Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung bedeutet den Zerfall des Tochterprodukts, der proportional der Atomzahl des Tochterprodukts ( $N_2$ ) ist, und der zweite Teil bedeutet die Nachbildung des Tochterprodukts aus dem Zerfall der Muttersubstanz ( $dN_1/dt$ ). Das negative Vorzeichen stammt daher, dass  $N_1$  mit der Zeit weniger wird, also ( $dN_1/dt$ ) negativ ist, jedoch jeder zerfallende Kern der Muttersubstanz einen zusätzlichen Tochterkern erzeugt, also einen positiven Beitrag zu ( $dN_2/dt$ ) liefern muss. Für diesen Beitrag kann bereits der vorher berechnete exponentielle Abfall eingesetzt werden. Obige Differentialgleichung ist eine gewöhnliche, inhomogene Differentialgleichung 1. Ordnung. Die allgemeine Lösung ergibt sich als Summe aus den Lösungen der homogenen Differentialgleichung und einer speziellen Lösung der inhomogenen Differentialgleichung, die man aus der allgemeinen Lösung der homogenen Differentialgleichung durch Variation der Konstanten erhält. Für die spezielle Anfangsbedingung  $N_1 = N_0$  und  $N_2 = 0$  für  $t = 0$  ergibt sich für die Anzahl der Tochterkerne zur Zeit  $t$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (1.7)$$

Abbildung 1.5 zeigt die Teilchenzahlen als Funktion der Zeit von Mutter- und von Tochternuklid in den Fällen, dass das Tochternuklid größere bzw. kleinere Halbwertszeit als die Mutter aufweist. Man erkennt aus dieser Abbildung, dass bei Zeiten viel größer als die Halbwertszeit der Mutter das Folgeprodukt mit längerer Halbwertszeit zuerst gebildet wird (Anstieg) und auch nach nahezu vollständigem Zerfall der Muttersubstanz noch immer vorhanden ist und danach mit der eigenen Halbwertszeit abnimmt. Bei einem Folgeprodukt, das eine kürzere Halbwertszeit als die Mutter hat, steigt am Anfang natürlich auch die Teilchenzahl, jedoch wird sie nie die der Mutter übersteigen. Vielmehr stellt sich asymptotisch das sogenannte *radioaktive Gleichgewicht* ein, d. h. es werden gerade so viele Tochterkerne pro Zeiteinheit zerfallen wie durch den Zerfall der Muttersubstanz nachgebildet werden. In diesem Fall ist die Aktivität der Mutter gleich jener der Tochter, d. h. die Aktivität der Tochtersubstanz fällt mit der Halbwertszeit der Muttersubstanz ab (laufendes radioaktives Gleichgewicht). Ist die Muttersubstanz sehr langlebig (Aktivität nahezu konstant), nähert sich die Aktivität der Tochtersubstanz dieser konstanten Aktivität stetig an, was auch als säkulares radioaktives Gleichgewicht



**Abb. 1.5** Auf  $N_0$  normierte Teilchenzahlen von Mutternuklid (dicke Linie) und eines Tochternuklides mit vierfacher Halbwertszeit (Kurve A) und eines mit nur einem Viertel der Halbwertszeit der Mutter (Kurve B) unter der Voraussetzung, dass zur Zeit  $t = 0$  die Tochtersubstanz vollständig abgetrennt war.

(Dauergleichgewicht) bezeichnet wird.

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} \Leftrightarrow A_1 = A_2 \quad \text{radioaktives Gleichgewicht} \quad (1.8)$$

Rechnerisch ergibt sich für  $t \gg T_{1/2}(2)$  und  $T_{1/2}(1) > T_{1/2}(2)$  ( $\lambda_1 < \lambda_2$ )

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} \frac{1}{1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}} \rightarrow \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} \quad (1.9)$$

und für  $T_{1/2}(1) \gg T_{1/2}(2)$  ( $\lambda_1 \ll \lambda_2$ )

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{T_{1/2}(1)}{T_{1/2}(2)} \quad (1.10)$$

was natürlich auch gleich aus  $A_1 = \lambda_1 N_1 = A_2 = \lambda_2 N_2$  folgt.

Eine Anwendung, die sich aus dem Wissen über den radioaktiven Zerfall ergibt, ist z. B. die Altersbestimmung von kohlenstoffhaltigen Materialien über den darin enthaltenen Radiokohlenstoff ( $^{14}\text{C}$ -Datierungsmethode): Die Bildung von  $^{14}\text{C}$  erfolgt primär in der durch die kosmische Strahlung induzierten Reaktion Neutron +  $^{14}\text{N} \rightarrow ^{14}\text{C} + \text{Proton}$  (heutige Schreibweise:  $^{14}\text{N}(n,p)^{14}\text{C}$ ) in den oberen Schichten der Troposphäre mit weitgehend konstanter Rate. In der Atmosphäre wird der Kohlenstoff zu  $\text{CO}_2$  oxidiert. Die Halbwertszeit von  $^{14}\text{C}$  beträgt 5730 Jahre. Da der Radiokohlenstoff chemisch dem stabilen Kohlenstoff gleicht, wird er in gleicher Weise dessen Umsetzungen mitmachen. Insbesondere gelangt Kohlenstoff über die Assimilation in den Biokreislauf. Es stellt sich daher in allen biologischen Materialien, sieht man von speziellen Fraktionierungseffekten ab, ein Gleichgewicht zwischen  $^{14}\text{C}$  und  $^{12}\text{C}$  ein, das dem in der Atmosphäre entspricht („Rezentkonzentration“). Im (Norm-)Menschen sind etwa  $10^{15}$  Atome  $^{14}\text{C}$  vorhanden, was

zu einer  $^{14}\text{C}$ -Aktivität von 3,7 kBq führt.  $^{14}\text{C}$  gelangt aber auch in Karbonsinter (z. B. Tropfsteine), indem das im Wasser gelöste Bikarbonat ausgeschieden wird und dieser „biogene“ Kohlenstoff im Karbonatanteil des Kalks verbleibt. Stirbt ein Organismus ab, so nimmt er nicht mehr am biologischen Kreislauf teil und der radioaktive Kohlenstoff zerfällt durch  $\beta$ -Zerfall wieder in  $^{14}\text{N}$ . Das Verhältnis von  $^{14}\text{C}$  zu  $^{12}\text{C}$  wird daher mit der Zeit immer kleiner. Gelingt es nun dieses Verhältnis zu bestimmen, so kann man auf den Zeitpunkt zurückschließen, zu welchem die Probe aus dem Biokreislauf ausgeschieden ist. Voraussetzung dafür ist, dass die natürliche  $^{14}\text{C}$ -Konzentration in der Atmosphäre über die Zeit konstant geblieben ist. Für die Entwicklung dieser Radiokohlenstoffdatierungsmethode hat W.F. Libby [19, 20] den Nobelpreis erhalten. Aufgrund der weit gestreuten Anwendungsmöglichkeiten überragt die Radiokohlenstoffmethode alle anderen Datierungsmethoden. Die weite Verbreitung von Kohlenstoff in der Natur erlaubt die Verwendung dieser Datierungsmethode in vielen wissenschaftlichen Disziplinen, wie etwa Archäologie, Ur- und Frühgeschichte, Geographie, Glaziologie, Limnologie, Klimatologie, Geologie, Mineralogie, Hydrologie, Ozeanographie, Botanik, Bodenkunde, Bergbau, Waldbau, Holzforschung u. a.

Nach der  $^{14}\text{C}$ -Methode kann organisches Material und anorganisches Material organischer Genese bis zu einem Alter von etwa 30 000 bis 40 000 Jahren datiert werden. Typische geeignete pflanzliche Materialien sind: Holz, Holzkohle, Borke, Blätter, Samen, Harz, Wurzeln, Stroh, Humus, Torf, Torfkohle, Gytija (Faulschlamm), Sumpfgas, Algen usw. Auch tierische Materialien wie Knochen, Haut, Fleisch, Fett, Haare, Horn, Elfenbein, Schneckengehäuse, Muschelschalen, Korallen, Seesedimente usw. können mit der  $^{14}\text{C}$ -Methode datiert werden. Darüber hinaus eignet sich auch anorganisches Material, in das atmosphärischer (biogener) Kohlenstoff eingebaut ist, wie Karbonatsinter (Tropfsteine, Travertin). Ferner konnten archäologische Eisenartefakte über den beim Verhüttungsprozeß eingebrachten biogenen Kohlenstoff datiert werden.

Es hat sich jedoch gezeigt, dass der  $^{14}\text{C}$ -Gehalt der Atmosphäre in der Vergangenheit zeitlich nicht konstant war (deVries-Effekt). Ursachen dafür sind in Intensitätsänderungen der kosmischen Strahlung durch Variation von Sonnenaktivität und geomagnetischem Feld sowie in Klimaschwankungen zu suchen. Um nun aus dem Radiokohlenstoffalter das wahre Alter einer Probe zu berechnen, bedarf es einer Kalibrierung, die den atmosphärischen  $^{14}\text{C}$ -Gehalt in der Vergangenheit berücksichtigt. Das Problem wurde mit Hilfe der Dendrochronologie gelöst. Durch systematische Untersuchungen der  $^{14}\text{C}$ -Konzentrationen in Baumringen konnte der atmosphärische  $^{14}\text{C}$ -Gehalt mehrere Jahrtausende zurückverfolgt werden. Natürlich kann nicht aus einem Baum die gesamte Kalibrierkurve abgeleitet werden, jedoch fand man immer wieder Bäume, bei denen charakteristische Abfolgen von Jahresringen so übereinstimmten, dass eine zeitliche Überlappung der Lebenszeiträume der Bäume bestand und damit eine Kalibrierung bis etwa 10 000 v. Chr. durchgeführt werden konnte. Für weiter zurückliegende Alter greift man auf eine Kalibrierung über Korallen zurück. Um also aus dem „rein physikalischen“ Radiokohlenstoffalter das wahre Alter abzuleiten, verwendet man entsprechende Kalibrierkurven bzw. Kalibrierprogramme (z. B. OxCal oder CALIB).

## 1.6

**Die Entdeckung des Atomkerns (Rutherford-Streuung)**

Schon in den ersten Jahren nach der Entdeckung der  $\alpha$ -Strahlung wurden Streuversuche an dünnen Folien vorgenommen. Eine der wichtigsten Erkenntnisse, die aus solchen gewonnen wurde, ist das Wissen um die Größe des Atomkerns (Rutherford'sches Atommodell [21]). Aufgrund von Streuexperimenten von  $\alpha$ -Teilchen an ganz dünnen Goldfolien (Rutherford-Streuung), konnte gezeigt werden, dass der positiv geladene Atomkern wesentlich kleiner als ein Atom ist und die Elektronen den Kern als Hülle umgeben.

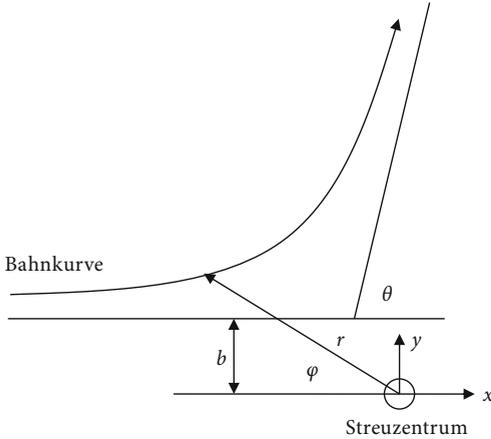
Die Experimente, die von Hans Geiger und Ernest Marsden [22, 23] unter der Leitung von Ernest Rutherford gemacht wurden, zeigten, dass neben einer relativ großen Anzahl von um nur kleine Winkel ( $< 1^\circ$ ) gestreuten  $\alpha$ -Teilchen auch Streuungen um große Winkel ( $> 10^\circ$ ) erfolgten, wobei die Intensität der gestreuten Teilchen mit  $1/\sin^4(\theta/2)$  ( $\theta$  Streuwinkel) abnimmt. Dieses Ergebnis kann nur dadurch erklärt werden, dass die positiv geladenen  $\alpha$ -Teilchen von einem elektrisch geladenen, (kleinen) massiven Zentrum abgelenkt werden. Damit konnte das Atommodell von Thomson [24] als nicht richtig erkannt werden. Thomson hatte das Atom als elektrisch neutral modelliert, wobei die positive Ladung gleichmäßig über das Atom verteilt sein und darinnen punktförmige negative Ladungen (Elektronen) schwimmen sollten (*Plumpudding-* oder *Rosinenkuchen-Modell*). Die beiden Modelle unterscheiden sich für die Berechnung der Streuintensitäten durch die Form des wirksamen Potentials, und es zeigt sich, dass nur ein nahezu punktförmiges Streuzentrum die beobachtete Intensitätsverteilung erklären kann.

Die folgende Rechnung wird unter Annahme eines schweren, punktförmigen Streuzentrums (Atomkern) und eines dagegen verhältnismäßig leichten, punktförmigen gestreuten Teilchens ( $\alpha$ -Teilchens) durchgeführt. Ist dies nicht der Fall, muss anstelle der Masse des kleinen Teilchens die reduzierte Masse verwendet werden. Bei einem Vergleich mit Messergebnissen müsste die Formel dann auf das Laborsystem umgerechnet werden. Außerdem werden Strahlungseffekte und relativistische Effekte nicht berücksichtigt (nichtrelativistische Näherung).

Die Kraft  $F$ , die auf das Teilchen mit der Masse  $m$  und der Geschwindigkeit  $v$  wirkt, ist die Coulomb-Kraft. Es gilt also

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (1.11)$$

Da näherungsweise das Streuzentrum vor und nach der Streuung in Ruhe betrachtet wird, kann man zur weiteren Rechnung nicht den Impulserhaltungssatz verwenden. Man kann jedoch die Erhaltung des Drehimpulses  $L$  um das Streuzentrum nutzen. Einerseits verwendet man die Definition des Drehimpulses als Funktion des Abstandes  $r$  und der zeitlichen Änderung des Drehwinkels  $\phi$  um das Streuzentrum, andererseits kennt man den Drehimpuls in großer Entfernung vom Streuzentrum durch Impuls ( $v_0$  ist die Geschwindigkeit weit weg vom Streu-



**Abb. 1.6** Zur Berechnung der Rutherford-Streuung: Bahnkurvenpunkt mit Radiusvektor  $r$  vom Streuzentrum und Winkel  $\varphi$  zur Einschussrichtung, Streuwinkel  $\theta$  und Stoßparameter  $b$ .

zentrum) und Stoßparameter  $b$  (siehe Abb. 1.6):

$$|\vec{L}| = mr^2 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = mv_0 b \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{v_0 b} \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (1.12)$$

Betrachtet man die  $y$ -Komponente der wirkenden Kraft und setzt für  $1/r^2$  das Ergebnis von (1.12) ein, erhält man

$$m \frac{dv_y}{dt} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 v_0 b} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cdot \sin \varphi. \quad (1.13)$$

Das wird nun zuerst auf beiden Seiten über die Zeit integriert

$$dv_y = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 m v_0 b} \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \quad (1.14)$$

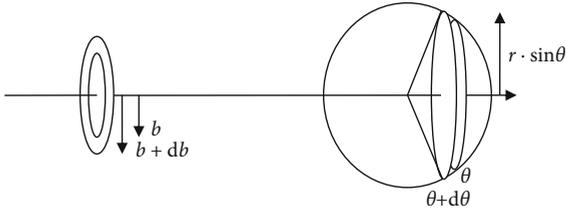
und danach über die jeweiligen Differentiale, wobei im Prinzip 2 Konstanten hinzuzufügen sind (unbestimmte Integrale).

$$v_y + C_1 = -\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 m v_0 b} \cdot (\cos \varphi + C_2) \quad (1.15)$$

Diese Konstanten (eigentlich ist es nur eine) werden durch Anpassung an die Randbedingungen bestimmt. Als eine Randbedingungen wird die  $y$ -Komponente der Geschwindigkeit ( $v_y = 0$ ) weit vor dem Stoß ( $\varphi = 0$ ) verwendet

$$C_1 = -\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 m v_0 b} \cdot (1 + C_2) \quad (1.16)$$

und als zweite Randbedingung die  $y$ -Komponente der Geschwindigkeit ( $v_y = v_0 \cdot \sin \theta$ ) weit nach dem Stoß ( $\varphi = \pi - \theta$ ) verwendet. Dabei geht ein, dass das



**Abb. 1.7** Zur Berechnung des Rutherford-Streuquerschnitts: Einfallende Teilchen mit einem Stoßparameter zwischen  $b$  und  $b + db$  werden um Winkel von  $\theta$  bis  $\theta + d\theta$  gestreut.

gestreute Teilchen durch die Streuung keine Energie verliert (Streuzentrum mit „unendlicher“ Masse) und daher  $|v_0|$  erhalten bleibt.

$$v_0 \sin \theta + C_1 = -\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 m v_0 b} \cdot (-\cos \theta + C_2) . \quad (1.17)$$

Subtrahiert man (1.16) von (1.17), erhält man

$$v_0 \sin \theta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 m v_0 b} \cdot (\cos \theta + 1) \quad (1.18)$$

oder umgeformt

$$\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 m v_0^2 b} = \frac{\sin \theta}{(\cos \theta + 1)} = \tan \frac{\theta}{2} . \quad (1.19)$$

Woraus sich der Zusammenhang zwischen Streuwinkel  $\theta$  und Stoßparameter  $b$  ergibt:

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi \epsilon_0 E} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} . \quad (1.20)$$

Als Nächstes soll der winkeldifferentielle Streuquerschnitt berechnet werden, der grob als Wahrscheinlichkeit für die Streuung eines Teilchens in einen Raumwinkel  $d\Omega$  angesehen werden kann (eine genauere Definition folgt in Abschn. 1.7). Es wird also gefragt, wie viele Teilchen von einem einfallenden Strahl in einen Bereich zwischen  $\theta$  und  $\theta + d\theta$  hinein gestreut werden (siehe Abb. 1.7). Der Raumwinkel, der dabei aufgespannt wird – das ist die Fläche des Ringes um die Einheitskugel zwischen  $\theta$  und  $\theta + d\theta$  – ist

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta . \quad (1.21)$$

Wir wissen, dass bei gegebener Einschussenergie alle Teilchen, die einen Stoßparameter zwischen  $b$  und  $b + db$  aufweisen, in diesen Raumwinkel gestreut werden – das sind  $2\pi b \cdot db$  (Fläche des Kreisringes) Teilchen – wenn man die Flussdichte der einfallenden Teilchen auf eins setzt (normiert).

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{2\pi \sin \theta \cdot d\theta} = \frac{2\pi b \cdot db}{2\pi \sin \theta \cdot d\theta} . \quad (1.22)$$