7. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

7. Klasse

Mathematik

Drei Lernbausteine für garantiert bessere Noten!

Zusätzliche digitale Lernkartensets auf www.lernhelfer.de

So lernst du mit diesem Buch:

WISSEN

Hier wiederholst du Schritt für Schritt, was du zu jedem Lernthema wissen musst, um richtig vorbereitet zu sein!

In der linken Spalte: Regeln und Arbeitsanleitungen
In der rechten Spalte: Beispiele und Veranschaulichungen

ÜBEN

Hier wendest du das Gelernte auf typische Übungsaufgaben an!

Damit du deinen Lernfortschritt selbst überwachen kannst, gibt es verschiedene Schwierigkeitsstufen:

- Übungen zum Wiederholen des Lernstoffs
- Übungen zu Standardaufgaben und für die nötige Sicherheit vor der Klassenarbeit
- Übungen zu besonderen und anspruchsvolleren Problemen

WISSEN+

Diese Kästen geben dir zusätzliche Informationen, Tipps und Arbeitshinweise für das Bearbeiten der Übungen.

TESTEN

Hier testest du dein Wissen mit vermischten und übergreifenden Aufgaben eines Kapitels.

KLASSENARBEIT 1

Alle Lernthemen eines Kapitels werden wie in einer echten Klassenarbeit abgefragt.

60 Minuten

Die Minutenangabe sagt dir, wie viel Zeit du für die Bearbeitung einer Klassenarbeit hast.

Topthema im Schnellcheck:
Hier findest du wichtige Lernthemen zum schnellen Nachschlagen und Wiederholen.

Schlaue Schnipsel

Schlaue Schnipsel

Man kennt 3×10^{12} Nachkommastellen von π. Ist jede Ziffer 2 mm breit, ergibt das insgesamt 6 Mio. km – fast 8-mal zum Mond und zurück.

Dein Herz pumpt pro Tag ca. 7000 l Blut durch deinen Körper – das 3,5-Fache von dem, was ein Löschfahrzeug an Wasser dabei hat!

Eine Flasche und der Korken dazu kosten zusammen 1 € 10 ct.
Dabei kostet die Flasche 1 € mehr als der Korken.
Was kostet demnach der Korken?

Hast du auch spontan geantwortet: „10 ct."? Aber überlege dir, was dann die Flasche kosten würde, nämlich 1 € + 10 ct, also 1,10 €. Richtig ist: 5 ct; dann kostet die Flasche 1,05 € und beides zusammen 1,10 €.

Seit wann gibt es Mathe-Unterricht?

Vor 500 Jahren hätte dich niemand mit Mathe-Aufgaben genervt – im Mittelalter lernte man in der Schule hauptsächlich Lesen und Schreiben.

Erst als im Handel nicht mehr getauscht, sondern mit Geld bezahlt wurde, mussten Kaufleute Buch führen und damit Rechnen lernen.

Deshalb entstanden im 16. Jahrhundert spezielle Rechenschulen für das praktische Rechnen.

Triskaidekaphobie

Dieses Furcht einflößende Wort bezeichnet die Furcht vor der 13 als „Unglückszahl".

Aus Rücksicht auf Menschen, die ernsthaft darunter leiden, gibt es in vielen Flugzeugen keine Sitzreihen mit der Nummer 13.

Glück brachte die Zahl 13 aber auch schon: Die erste überhaupt gezogene Zahl beim Lotto „6 aus 49" war eine 13, und 6 Richtige wurden erstmals am 13. 11. 1955 getippt.

Sprechende Zahlen

ein Buch mit 7 Siegeln sein = unverständlich sein

seine 7 Sachen packen = aus- oder wegziehen

LERNTIPP

Formelsprache verstehen

Beschreiben

- Formeln beschreiben Zusammenhänge. Überlege den genauen (mathematischen, physikalischen, ökonomischen) Sachverhalt, der durch die verkürzte Formelsprache wiedergegeben wird.
- Welcher Zusammenhang wird beschrieben? Welche Information lässt sich aus ihr ableiten? Welche Zahlengrößen kannst du mit der Formel berechnen?

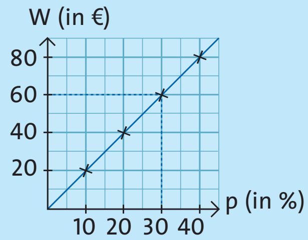
Beispielaufgabe: Hannah kauft neue Skier für 200 € und erhält auf diesen Preis 30 % Rabatt. Wie viel spart sie?

$$W = \frac{p \cdot G}{100} = \frac{30 \cdot 200\,€}{100} = 60\,€$$

Mit der Formel lässt sich der Prozentwert W (Ersparnis) berechnen, d. h. der Anteil vom Grundwert G (Preis), den der Prozentsatz p % (Rabatt) festlegt.

Veranschaulichen

- Versuche jetzt, die Formel zu veranschaulichen: Wie verändern sich die Zahlengrößen in Abhängigkeit voneinander?
- Stelle die Veränderung von Zahlengrößen in einem Graphen anschaulich dar. Eine Wertetabelle hilft dir beim Zeichnen.



p	W
10	20
20	40
30	60
40	80

Systematisch verändern

- Welche Beziehung zwischen den Zahlengrößen kannst du erkennen?
- Setze für dieselbe Variable nacheinander verschiedene Zahlen ein und beobachte, wie sich die anderen Variablen verändern. Bei drei Variablen lässt du eine unverändert, variierst die zweite systematisch und beobachtest, wie die dritte sich verändert.

Der Grundwert G bleibt unverändert, der Prozentsatz p % wird größer. Was passiert mit dem Prozentwert W?

Der Prozentsatz p % bleibt unverändert, der Grundwert G wird kleiner. Wie verändert sich der Prozentwert W?

Wann würde der Prozentwert W größer als der Grundwert G werden?

Anwenden

- Suche Beispiele, in denen du die Formel anwenden kannst, und erkläre sie wie bei einem Vortrag.
- Wobei hilft dir die Formel nicht?

Praktische Beispiele: Preiserhöhung, Verzinsung von Kapital, Anteil an Wählerstimmen, Gehaltserhöhung …
Kann die Formel bei der Flächenberechnung helfen? – Nein.

Erläutern

- Wie lässt sich die Aussage der Formel zusammenfassend erläutern? Verwende die mathematischen Fachausdrücke.

Der Prozentwert W berechnet sich als Produkt von Prozentzahl p % und Grundwert G geteilt durch 100.

Duden

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

7. Klasse

Mathematik

4., aktualisierte Auflage

Dudenverlag
Berlin

Bildnachweis:
Mariano Gockel, La Palma, Spanien: S. 77

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

D C B A
Bibliographisches Institut GmbH
Mecklenburgische Straße 53, 14197 Berlin

Redaktionelle Leitung Constanze Schöder
Redaktion Dr. Wiebke Salzmann
Autoren Rolf Hermes, Katja Roth, Lutz Schreiner, Manuela Stein, Timo Witschaß, Dr. Wiebke Salzmann (Klappe)

Herstellung Uwe Pahnke
Layout Bachmann Design, Weinheim
Illustration Carmen Strzelecki
Umschlaggestaltung Büroecco, Augsburg; Bachmann Design, Weinheim
Umschlagabbildung iStock (Aldo Murillo); Fotolia (ag-visuell, blankstock, jfhp)
Umschlagillustration Selina Bauer, Berlin

Satz LemmeDESIGN, Berlin
Grafik pro.grafik, Ostfildern

ISBN 978-3-411-91193-6 (E-Book)
ISBN 978-3-411-72434-5 (Buch)

www.duden.de

Inhaltsverzeichnis

1 Rationale Zahlen

1.1 Rechnen mit rationalen Zahlen 5
1.2 Rechengesetze und Klammerregeln 9
1.3 Potenzen und Quadratwurzeln 12

Klassenarbeit 1 – 4 15

2 Terme und Gleichungen

2.1 Terme mit Variablen 20
2.2 Gleichungen und Ungleichungen 23
2.3 Systematisches Lösen von Problemen 26

Klassenarbeit 1 – 3 29

3 Prozent- und Zinsrechnung

3.1 Der Prozentbegriff 32
3.2 Prozentsatz – Prozentwert – Grundwert 35
3.3 Zinsen und Zinseszinsen 39

Klassenarbeit 1 – 4 41

4 Zuordnungen und lineare Funktionen

4.1 Zuordnungen und ihre Graphen 46
4.2 Proportional und indirekt proportional 49
4.3 Lineare Funktionen und Gleichungen 53
4.4 Systeme linearer Gleichungen 56
4.5 Lineare Gleichungssysteme lösen 59

Klassenarbeit 1 – 3 62

5 Grundkonstruktionen

5.1 Geraden, Kreise, Winkel und Abstände 68
5.2 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal 71
5.3 Kongruenzabbildungen 74
5.4 Winkel an Geraden und Parallelen 78
5.5 Geraden und Winkel am Kreis 81

Klassenarbeit 1–2 83

6 Dreiecke und Vierecke

6.1 Dreiecke 87
6.2 Punkte und Linien im Dreieck 90
6.3 Kongruente Dreiecke 93
6.4 Vierecke 97
6.5 Spezielle Vierecke 99

Klassenarbeit 1–4 103

7 Darstellen räumlicher Objekte

7.1 Projektionsarten 107
7.2 Pyramiden und Prismen 112

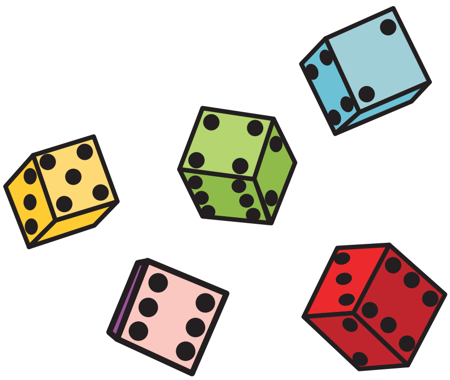
Klassenarbeit 1–3 115

8 Zufall und Wahrscheinlichkeit

8.1 Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit 119
8.2 Summen- und Pfadregel 122

Klassenarbeit 1–2 125

Stichwortfinder 128



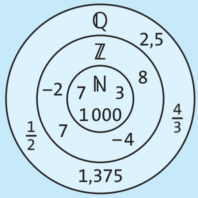
1 Rationale Zahlen

1.1 Rechnen mit rationalen Zahlen

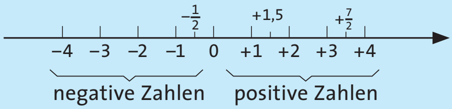
Die negativen und die positiven Bruchzahlen bilden zusammen mit der Null die Menge der **rationalen Zahlen** $\mathbb{Q}$.

Die **rationalen Zahlen** kann man auf der **Zahlengeraden** veranschaulichen:

- Die **negativen Zahlen** liegen links von der Null und haben ein **negatives Vorzeichen** (minus: –).
- Die **positiven Zahlen** liegen rechts von der Null und können durch ein **positives Vorzeichen** (plus: +) gekennzeichnet werden.
- Die Null ist weder positiv noch negativ.



$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{Z}, \text{ aber } q \neq 0\right\}$

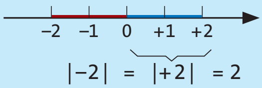


Beispiele für rationale Zahlen: -1; $-\frac{1}{2}$; 1,5; 2

Der Abstand einer Zahl zur Null heißt **Betrag der Zahl.** Haben zwei Zahlen denselben Betrag, ist jede der Zahlen die **Gegenzahl (entgegengesetzte Zahl)** der anderen.

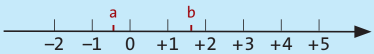
$$|a| = \begin{cases} a, & \text{wenn } a \geq 0 \\ -a, & \text{wenn } a < 0 \end{cases}$$

Der Betrag von −2 ist 2: $|-2| = 2$.
−2 ist die Gegenzahl von +2 und
+2 ist die Gegenzahl von −2.



Liegt eine Zahl a auf der Zahlengeraden links von einer Zahl b, so sagt man

- a ist **kleiner als** b und man schreibt **a < b.**
- Man sagt auch b ist **größer als** a und schreibt **b > a.**

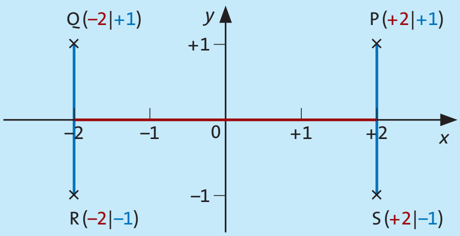


$+3 < +5$ bzw. $+5 > +3$
$-2 < -1$ bzw. $-1 > -2$
$-4 < +3$ bzw. $+3 > -4$

Das **Koordinatensystem (Achsenkreuz)** wird ebenfalls in den negativen Bereich fortgesetzt. Die Pfeilspitzen an den Achsen zeigen an, in welcher Richtung die Zahlen größer werden.

Koordinaten eines Punktes P schreibt man in der Form P(x|y).

Den **x-Wert** nennt man auch **Abszisse,** den **y-Wert** auch **Ordinate** eines Punktes.



R(−2|−1) bedeutet: von der Null aus 2 Einheiten nach links und 1 nach unten;
P(+2|+1) bedeutet: von der Null aus 2 Einheiten nach rechts und 1 nach oben.

WISSEN

WISSEN

Addition und Subtraktion

Rationale **Zahlen mit demselben Vorzeichen** werden addiert, indem man ■ die Beträge addiert und ■ dem Ergebnis das gemeinsame Vorzeichen gibt.	$(+3) + (+2{,}1) = +(3 + 2{,}1) = +5{,}1$ $(-3) + (-2{,}1) = -(3 + 2{,}1) = -5{,}1$
Rationale **Zahlen mit unterschiedlichen Vorzeichen** werden addiert, indem man ■ den kleineren Betrag vom größeren subtrahiert und ■ dem Ergebnis das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag gibt.	$(+7) + (-6{,}5) = +(7 - 6{,}5) = +0{,}5$ $(-7) + (+6{,}5) = -(7 - 6{,}5) = -0{,}5$
Man **subtrahiert** eine rationale Zahl, indem man ihre Gegenzahl addiert: $a - b = a + (-b)$ $a - (-b) = a + (+b)$	$3{,}4 - 2{,}1 = 3{,}4 + (-2{,}1) = +1{,}3$ $\left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) = +\frac{2}{4} = +\frac{1}{2}$

Multiplikation

Zwei rationale Zahlen werden multipliziert, indem man die Beträge multipliziert. Das Produkt ist	$(-2) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = +\frac{2}{3}$	$(+3) \cdot (-1{,}2) = -3{,}6$
■ positiv, wenn beide Faktoren dasselbe Vorzeichen haben;	$+ \cdot + = +$	$- \cdot - = +$
■ negativ, wenn die Faktoren unterschiedliche Vorzeichen haben.	$+ \cdot - = -$	$- \cdot + = -$
Merke: Die Multiplikation einer Zahl mit –1 bewirkt, dass sich das Vorzeichen ändert.	$-1 \cdot (+13) = -13$	$-1 \cdot (-112) = +112$

Division

Zwei rationale Zahlen werden dividiert, indem man ihre Beträge dividiert. Der Quotient ist	$(+4) : (+0{,}2) = +20$ $(+2) : (-3) = -\frac{2}{3}$	$(-16) : (-4) = +4$ $(-12) : (+3) = -4$
■ positiv, wenn Dividend und Divisor dasselbe Vorzeichen haben;	$+ : + = +$	$- : - = +$
■ negativ, wenn sie unterschiedliche Vorzeichen haben.	$+ : - = -$	$- : + = -$
Achtung: Durch null darf man nicht teilen!	$-3 : 0$ und $\frac{-3}{0}$ sind nicht definiert und deshalb nicht möglich!	
Division einer rationalen Zahl durch eine andere bedeutet das Gleiche wie **Multiplikation** mit dem Kehrwert: $a : b = a \cdot \frac{1}{b}$.	$-\frac{3}{7} : (+3) = -\frac{3}{7} \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = -\frac{\cancel{3}^{1}}{7} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = -\frac{1}{7}$	

ÜBUNG 1 **Ordne die Zahlen in der Form a < b < c < … Beginne mit der kleinsten Zahl. (Tipp: Verdeutliche dir in deinem Übungsheft die Lage der Zahlen auf der Zahlengeraden.)**

$-3;\ +2;\ -3{,}5;\ -2{,}5;\ +0{,}3;\ +3{,}2;\ -\frac{1}{2};\ -\frac{1}{4};\ +4{,}7;\ -1{,}5;\ +\frac{3}{2};\ -\frac{3}{2}$

WISSEN

Zur Erinnerung: Brüche vergleichen

1. Bei **gleichnamigen Brüchen** musst du die Zähler vergleichen.
2. **Ungleichnamige Brüche** musst du zuerst gleichnamig machen (auf einen gemeinsamen Nenner erweitern) und anschließend die Zähler vergleichen.

Achtung: Berücksichtige die Vorzeichen!

Tipp: Um eine Dezimalzahl mit einem Bruch zu vergleichen, wandelst du sie zuerst in einen Bruch um.

Vergleiche $-\frac{1}{3}$ und $-\frac{1}{4}$.

$-\frac{1}{3} = -\frac{4}{12}$ und $-\frac{1}{4} = -\frac{3}{12}$.

Also: $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{4}$, denn

$-\frac{4}{12} < -\frac{3}{12}$ bzw. $-4 < -3$.

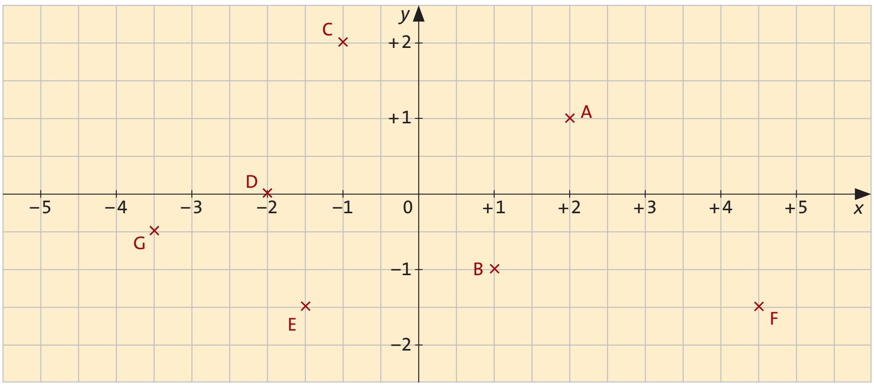
$0{,}7 = \frac{7}{10} = \frac{49}{70}$ und $\frac{5}{7} = \frac{50}{70}$,

also $0{,}7 < \frac{5}{7}$

ÜBUNG 2 **Betrachte das unten stehende Koordinatensystem.**

a) Gib die Koordinaten (x|y) der eingezeichneten Punkte an.

b) Markiere die folgenden Punkte im Koordinatensystem:
H (+2,5|+0,5); I (–2|–1); J (0|+1,7); K (–2,4|0); L (–4,5|–2,2); M (–4,5|+1,2).



ÜBUNG 3 **Setze das richtige Relationszeichen ein (<, > oder =).**

a) $+2$ ☐ $+2{,}2$ b) -4 ☐ $-3{,}5$ c) $-\frac{2}{7}$ ☐ $-\frac{1}{3}$

d) $-22{,}2$ ☐ $-22{,}3$ e) $|-17|$ ☐ $+17$

ÜBUNG 4 **Ergänze die Tabelle.**

Zahl	$+7$	$-1{,}5$		0	$-0{,}16$	$-\frac{3}{97}$	$-$	$+$	
Gegenzahl			$+3{,}4$				$+$	$-$	$-0{,}007$
Betrag							$6{,}7$	$\frac{2}{3}$	

WISSEN

Zur Erinnerung: Bruchrechnung

Brüche addieren und subtrahieren

1. Mache die Brüche gleichnamig.
2. Addiere bzw. subtrahiere die Zähler.
   Achtung: Beachte die Vorzeichen!
3. Kürze das Ergebnis.

$$-\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=-\frac{3}{15}+\frac{10}{15}=\frac{-3+10}{15}=\frac{7}{15}$$

$$\frac{4}{3}-\frac{7}{4}=\frac{16}{12}-\frac{21}{12}=\frac{16-21}{12}=-\frac{5}{12}$$

Brüche multiplizieren

Multipliziere Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

$$\frac{4}{15}\cdot\frac{21}{8}=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}\cdot\overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{15}}\cdot\underset{2}{\cancel{8}}}=\frac{1\cdot 7}{5\cdot 2}=\frac{7}{10}$$

Brüche dividieren

Multipliziere den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

$$\frac{16}{13}:\frac{8}{39}=\frac{16}{13}\cdot\frac{39}{8}=\frac{\overset{2}{\cancel{16}}\cdot\overset{3}{\cancel{39}}}{\underset{1}{\cancel{13}}\cdot\underset{1}{\cancel{8}}}=\frac{2\cdot 3}{1\cdot 1}=6$$

Tipp: Gemischte Zahlen musst du in Brüche umwandeln.
Kürze wenn möglich und multipliziere die gekürzten Zahlen.

ÜBUNG 5 **Berechne die Aufgaben in deinem Übungsheft.**

a) $-2+3{,}5$ b) $9+(-17)$ c) $23{,}3-(-11{,}7)$ d) $-1{,}3+(-1{,}7)$ e) $-55{,}5+(-45{,}1)$

f) $\frac{2}{7}+\left(-\frac{3}{7}\right)$ g) $-1{,}4-1{,}6$ h) $-8{,}27+(-3{,}73)$ i) $-\frac{3}{8}+\left(-\frac{1}{6}\right)$ j) $-\frac{3}{5}-(-0{,}6)$

ÜBUNG 6 **Berechne. Beachte dabei die Vorzeichenregeln.**

a) $-7\cdot(+3)$ b) $-6\cdot(+1{,}5)$ c) $-4\cdot 1{,}2$ d) $-5\cdot(-117)$ e) $220:(-11)$

f) $\frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)$ g) $(-1{,}6):(-0{,}4)$ h) $-\frac{3}{4}:\left(-\frac{9}{28}\right)$ i) $-\frac{3}{5}:\left(-\frac{25}{2}\right)$ j) $-1\frac{3}{7}:2\frac{1}{3}$

1.2 Rechengesetze und Klammerregeln

Kommutativgesetz (KG)

Beim **Addieren** darfst du die Summanden vertauschen: $a + b = b + a$

$(-2) + (-5) = (-5) + (-2) = -7$

Merke: $a - b = a + (-b)$.

$3{,}2 - 0{,}2 = 3{,}2 + (-0{,}2) = -0{,}2 + 3{,}2 = 3$

Beim **Multiplizieren** darfst du die Faktoren vertauschen: $a \cdot b = b \cdot a$

$-5 \cdot 2 = 2 \cdot (-5) = -10$

Assoziativgesetz (AG)

In einer **Summe** aus mehreren Summanden darfst du die Klammern umsetzen, d. h. die Reihenfolge der Rechenschritte vertauschen:
$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

$-1{,}7 + (-0{,}3) + 1{,}3 = [-1{,}7 + (-0{,}3)] + 1{,}3$
$= -2 + 1{,}3 = -0{,}7$
oder:
$-1{,}7 + (-0{,}3) + 1{,}3 = -1{,}7 + [(-0{,}3) + 1{,}3]$
$= -1{,}7 + 1 = -0{,}7$

In einem **Produkt** aus mehreren Faktoren darfst du die Klammern umsetzen, d. h. die Reihenfolge der Rechenschritte vertauschen:
$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{7} = -1 \cdot \frac{2}{7} = -\frac{2}{7}$

$-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = -\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7}\right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{21} = -\frac{2}{7}$

Distributivgesetz (DG)

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
Dies nennt man **ausmultiplizieren.**

Ausmultiplizieren:
$3 \cdot (10 + 7) = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 7 = 30 + 21 = 51$

Die umgekehrte Anwendung dieses Gesetzes nennt man **ausklammern:**
$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$
$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$

Ausklammern:
$7 \cdot 12 + 7 \cdot 8 = 7 \cdot (12 + 8) = 7 \cdot 20 = 140$

Tipp: Nach dem KG gilt auch:
$a \cdot (b + c) = (b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$
$a \cdot (b - c) = (b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a$

Bei der **Division** gilt das **Distributivgesetz** nur in der Form
$(a + b) : c = a : c + b : c$ bzw.
$(a - b) : c = a : c - b : c$

$(36 - 9) : 3 = 36 : 3 - 9 : 3 = 12 - 3 = 9$

Nutze das **Distributivgesetz,** um Terme zu vereinfachen.
Oft gibt es mehrere Möglichkeiten!

$-19 \cdot 12 = -19 \cdot (10 + 2)$
$= -19 \cdot 10 + (-19) \cdot 2$
$= -190 + (-38) = -228$

WISSEN

ÜBUNG 7 **Stelle die Terme mithilfe der Rechengesetze so um, dass du Rechenvorteile nutzen kannst. Notiere die angewendeten Gesetze jeweils neben den Schritten. Führe die Rechnungen zu Ende. (Tipp: Klammern kannst du auch „in Gedanken" umsetzen (Assoziativgesetz).)**

a) $\frac{317}{30} - 2 - \frac{17}{30}$ Rechengesetz:

$= \frac{317}{30} - \frac{17}{30} - 2$ ______

$= \left(\frac{317}{30} - \frac{17}{30}\right) - 2$ ______

= ______

= ______

b) $-13{,}4 + 3{,}1 - 6{,}6$ Rechengesetz:

$= -13{,}4 - 6{,}6 + 3{,}1$ ______

$= (-13{,}4 - 6{,}6) + 3{,}1$ ______

= ______

= ______

WISSEN

Vorzeichen und Rechenzeichen
Zur Vereinfachung darfst du bei Addition und Subtraktion **Vorzeichen und Rechenzeichen zusammenfassen.**

$a + (+b) = a + b$ $a + (-b) = a - b$

$a - (-b) = a + b$ $a - (+b) = a - b$

$(-10) - (+3) = -10 - 3 = -13$

ÜBUNG 8 **Überlege, wie du bei diesen Rechnungen am geschicktesten vorgehst. Notiere die einzelnen Schritte und die angewendeten Rechengesetze in deinem Heft. (Tipp: Denke daran, dass du eine Differenz immer als Summe schreiben kannst: a − b = a + (−b).)**

a) $733{,}3 + 18{,}2 - 13{,}3$ b) $-33{,}7 - 2{,}3 + 3{,}5$

c) $133{,}1 - 122{,}2 - 13{,}1$ d) $-44{,}7 + \frac{2}{5} - 12{,}3$

e) $-14{,}4 + 12{,}8 - 13{,}6$ f) $\frac{3}{4} - 1\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3}$

g) $-\frac{7}{9} + \frac{7}{6} - \frac{11}{9} - \frac{11}{6}$ h) $-999{,}01 - 9{,}9 - 0{,}09$

ÜBUNG 9 **Berechne folgende Aufgaben im Kopf und nutze dabei Rechenvorteile.**

a) $167 - 88 + 33$ b) $3{,}6 - 2{,}3 + 0{,}4$ c) $2{,}3 - 0{,}7 - 3{,}3$

d) $223{,}4 - 0{,}1 - 13{,}4$ e) $\frac{7}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$ f) $-\frac{4}{11} + 2\frac{2}{3} - 2\frac{7}{11}$

g) $\frac{1}{17} + \frac{6}{7} - \frac{13}{7}$ h) $0{,}4 + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} + 1{,}1$

WISSEN

Tipps für das Kopfrechnen

- Stelle **Multiplikationsaufgaben** mit Brüchen immer so um, dass man leicht kürzen kann!
- **Negative Vorzeichen** kannst du beim Multiplizieren im Kopf zunächst ignorieren, beim Ergebnis musst du aber das richtige Vorzeichen notieren!

Merke:

- *Gerade* Anzahl negativer Vorzeichen: *positives* Ergebnis
- *Ungerade* Anzahl negativer Vorzeichen: *negatives* Ergebnis

ÜBUNG 10 Rechne vorteilhaft. Welche Aufgaben kannst du im Kopf rechnen?

a) $-2 \cdot (-13) \cdot (-5)$ b) $-5 \cdot 27 \cdot (-0{,}2)$ c) $\frac{2}{19} \cdot (-17) \cdot \left(-\frac{19}{3}\right)$ d) $40 \cdot (-4{,}4) \cdot \frac{1}{4}$

ÜBUNG 11 Berechne durch Ausmultiplizieren in deinem Übungsheft.

a) $-5 \cdot (-20 + 3)$ b) $-13 \cdot (-1 + 10)$ c) $-\frac{2}{3} \cdot (-30 + 3)$ d) $\left(\frac{1}{5} - 3\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$

e) $(-7) \cdot \left(-\frac{2}{7} - 0{,}2\right)$ f) $-28 \cdot \left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{14}\right)$ g) $(333 - 9) : (-3)$ h) $\left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{15}$

ÜBUNG 12 Berechne durch Ausklammern. (Tipp: $-a \cdot b + a \cdot c = -a \cdot b - (-a) \cdot c$.)

a) $-13 \cdot 22 + (-13) \cdot 8$ b) $25 \cdot 13 - 15 \cdot 25$

c) $-6{,}5 \cdot 13 + 6{,}5 \cdot (-7)$ d) $-7{,}3 \cdot 172 - 28 \cdot 7{,}3$

WISSEN

Klammern auflösen (weglassen)

Wird eine **Plusklammer** aufgelöst, so lässt man die Klammer einfach weg:

$a + (b + c) = a + b + c$

Wird eine **Minusklammer** aufgelöst, so muss man alle Vorzeichen in der Klammer ändern.

$a - (b + c) = a - b - c$

$-1 + (2 + 3) = -1 + 2 + 3 = 4$

$1{,}2 + [(-0{,}7) + 7] = 1{,}2 - 0{,}7 + 7 = 7{,}5$

$\frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

$-11 - (-3 + 0{,}2) = -11 + 3 - 0{,}2 = -8{,}2$

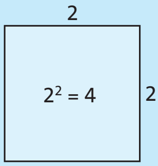
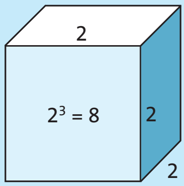
ÜBUNG 13 Berechne die Terme, indem du zuerst die Klammern auflöst.

a) $-27 + (17 - 6)$ b) $-26 - (24 - 51)$

c) $\frac{2}{5} - \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right)$ d) $-(211{,}5 + 13{,}5) - 16{,}5$

ÜBEN

1.3 Potenzen und Quadratwurzeln

Die Multiplikation gleicher Faktoren kann als **Potenz** geschrieben werden: $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n-mal der Faktor a}} = a^n$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$ $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^3 = -27$
In der Potenz a^n heißt a die **Basis** und n der **Exponent.** Das Ergebnis der Rechnung heißt Wert der Potenz (Potenzwert). a kann eine beliebige rationale Zahl und n jede natürliche Zahl größer als 1 sein. Zusätzlich wird festgelegt: $a^0 = 1$; $a^1 = a$; $1^n = 1$	Basis $\longrightarrow 2^4 \longleftarrow$ Exponent Der *Wert* dieser Potenz ist 16, denn $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ $7^0 = 1$ $18^1 = 18$ $1^{765} = 1$
Ist die Basis eine negative Zahl oder ein Bruch, muss sie in Klammern stehen und der Exponent steht außerhalb der Klammern.	$\left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = \left(-\frac{1}{7}\right)^2$
Vorzeichenregeln: 1. Ist die **Basis positiv,** so ist auch der Wert jeder Potenz positiv. 2. Ist die **Basis negativ,** so ist der Wert der Potenz ■ *positiv,* wenn der Exponent *gerade* ist; ■ *negativ,* wenn der Exponent *ungerade* ist.	*positive Basis:* $5^2 = 5 \cdot 5 = 25 > 0$ $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 > 0$ *negative Basis:* $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16 > 0$ $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64 < 0$ $(-4)^4 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = 256 > 0$
Eine Potenz a^2 ($a \in \mathbb{N}$) mit dem Exponenten 2 heißt **Quadratzahl.** Das **Quadrieren** setzt man z. B. bei der Berechnung von Flächen ein. Eine Potenz a^3 ($a \in \mathbb{N}$) mit dem Exponenten 3 heißt **Kubikzahl.** Mit Kubikzahlen berechnet man z. B. Volumen.	Quadratzahl Kubikzahl  
Die **Quadratwurzel** (Wurzel) einer positiven rationalen Zahl a ist diejenige positive Zahl, die mit sich selbst multipliziert a ergibt. Man schreibt: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$ *Merke:* Quadratwurzeln sind immer positiv. **Wurzelziehen (Radizieren)** ist die Umkehrung des **Quadrierens.** Man kann die Wurzel nur aus einer positiven Zahl oder aus 0 ziehen.	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$, also ist 3 die Quadratwurzel aus 9: $\sqrt{9} = 3$. $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$, denn $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$. Für alle $a > 0$ gilt: $\sqrt{a} > 0$. Es ist: $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{0} = 0$ $\sqrt{-4}$ *geht nicht,* denn -4 ist negativ!

WISSEN

ÜBUNG 14 **Fülle die Lücken aus.**

a) In der Potenz 5^2 nennt man 5 ______ und 2 ______.

b) Der ______ der Potenz 11^2 ist 121.

c) Ist die Basis einer Potenz positiv, dann ist der Wert ______.

d) Hat eine Potenz eine negative Basis und einen ungeraden Exponenten, dann ist der Wert der Potenz ______; ist der Exponent gerade, dann ist der Wert der Potenz ______.

e) Wenn $11^2 = 121$ gilt, dann ist 11 die ______ von 121.

f) $\sqrt{64} =$ ______, denn ______ $= 64$.

WISSEN

Brüche potenzieren
Um einen **Bruch** zu potenzieren, musst du seinen Zähler *und* seinen Nenner mit dem Exponenten potenzieren.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$$

Beim Potenzieren von Dezimalzahlen musst du auf das Komma achten!

$$0{,}07^2 = 0{,}07 \cdot 0{,}07 = 0{,}0049$$

Eine **Dezimalzahl** kannst du leicht potenzieren, wenn du sie als Bruch schreibst.

$$0{,}07^2 = \left(\frac{7}{100}\right)^2 = \frac{7^2}{100^2} = \frac{49}{10\,000} = 0{,}0049$$

ÜBUNG 15 **Überlege dir zunächst das Vorzeichen, potenziere dann den Betrag der Basis und bestimme den Wert der Potenz.**

	a^n	+/−	$\lvert a\rvert^n = \ldots$	$a^n = \ldots$
a)	$(-3)^3$	-	$\lvert -3\rvert^3 = 3^3 = 27$	-27
b)	$(-1)^8$			
c)	$(-2)^7$			
d)	$\left(+\frac{2}{3}\right)^3$			
e)	$(-0{,}2)^2$			

ÜBEN