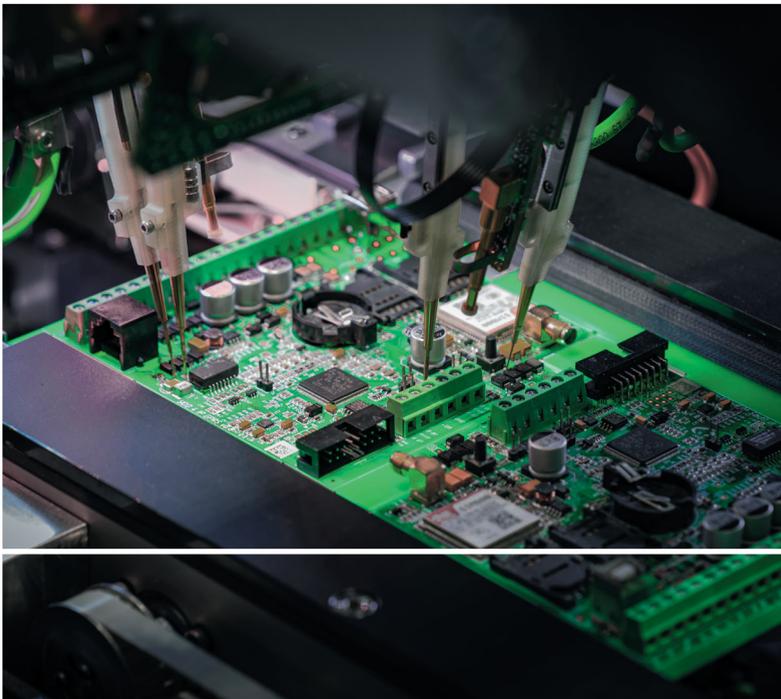


Elmar Schrüfer
Leonhard M. Reindl
Bernhard Zagar



Elektrische Messtechnik

Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen



13., vollständig überarbeitete Auflage

HANSER



Ihr Plus – digitale Zusatzinhalte!

Auf unserem Download-Portal finden Sie zu diesem Titel kostenloses Zusatzmaterial. Geben Sie dazu einfach diesen Code ein:

p l u s - x k y a m - 3 w t 4 x

plus.hanser-fachbuch.de



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Elmar Schrüfer/Leonhard M. Reindl/Bernhard Zagar

Elektrische Messtechnik

Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen

13., vollständig überarbeitete Auflage

Mit 347 Bildern, 42 Tabellen und 34 Beispielen

HANSER

Die Autoren:

Prof. em. Dr.rer.nat. Dr.h.c.mult. Elmar Schrüfer †
Lehrstuhl für Messsystem- und Sensortechnik, Technische Universität München

Prof. Dr. techn. Leonhard M. Reindl
Institut für Mikrosystemtechnik, Lehrstuhl für Elektrische Mess- und Prüfverfahren,
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. techn. Bernhard Zagar
Institut für Elektrische Messtechnik, Johannes Kepler Universität Linz



Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor(en, Herausgeber) und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autor(en, Herausgeber) und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2022 Carl Hanser Verlag München

Internet: www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg

Herstellung: Frauke Schafft

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Titelbild: shutterstock.com/SibFilm

Satz: Dr. Steffen Naake, Limbach-Oberfrohna

Druck und Bindung: Friedrich Pustet GmbH & Co. KG, Regensburg

Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-47164-1

E-Book-ISBN 978-3-446-47443-7

Vorwort zur 13. Auflage

Am 20. Mai 2019 gab es aus Sicht der Metrologie eine entscheidende Änderung bei der Festlegung der sieben SI-Basiseinheiten, die seitdem nicht mehr als Artefakte (das Urkilogramm), idealisierte Messvorschriften (das Ampere), Materialeigenschaften (das Kelvin, das Mol), festgelegte Faktoren (die Candela) oder Naturkonstanten (die Sekunde, der Meter), sondern über sogenannte definierende Konstanten festgelegt sind. Das erste Kapitel der vorliegenden Auflage wurde also gründlich überarbeitet um diese Neudefinition zu berücksichtigen.

Ebenso wurde das neunte Kapitel vollständig überarbeitet und an die moderne Messpraxis angepasst. Die Behandlung der Computer-Schnittstellen wurde gestrafft, dafür wurden Programmierbeispiele für Mikroprozessoren in eingebetteten Anwendungen zusätzlich aufgenommen.

Die Autoren bedanken sich bei den Studierenden für Hinweise auf die in der vorigen Auflage bedauerlicherweise immer noch vorhandene Unklarheiten, Fehler und teilweise auch falsche Referenzierungen, die korrigiert bzw. präzisiert wurden.

Wir würden uns freuen, wenn auch die aktualisierte 13. Auflage freundlich aufgenommen werden würde.

Übungsaufgaben mit Lösungen zu den Kapiteln aus dem Buch finden Sie als Zusatzmaterial auf www.plus.hanser-fachbuch.de. Auf den Webseiten www.schruefer-messtechnik.de und www.jku.at/emt sind weitere Informationen und Übungsaufgaben zur Elektrischen Messtechnik verfügbar.

Die Herstellung des Buches lag auf Seiten des Carl Hanser Verlags in den bewährten Händen von Frau Natalia Silakova. Die Autoren sind ihr zu großem Dank verpflichtet.

München, Freiburg, Linz, Mai 2022 Elmar Schrüfer†, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar

Vorwort zur 12. Auflage

In der Neubearbeitung für die 12. Auflage wurden neben einige Korrekturen und Präzisierungen auch neue Inhalte aufgenommen wie zum Beispiel im Kapitel Messverstärker die Ableitung der Kennlinie einer Differenzeingangsstufe eines Operationsverstärkers oder die Darlegung der Kalibrierung bei einem Wechselstrom-Gleichstrom-Komparator. Die von der Generalkonferenz und des Internationalen Komitees für Maß und Gewicht vorgegebene Schreibweise der Einheiten, nach der bei der Angabe von Einheiten nur ein SI-Vorsatz für die Bildung von dezimalen Vielfachen verwendet werden soll, wurde durchgehend berücksichtigt, auch wenn dadurch an manchen Stellen die bei ungekürzter Schreibweise oft ersichtliche Information wegfällt (Beispiel Beweglichkeit von Ladungsträgern in m^2/Vs vs. $(\text{m/s})/(\text{V/m})$, also Geschwindigkeit bezogen auf die vorherrschende Feldstärke).

Die Autoren bedanken sich ferner bei den Studierenden für die zahlreichen Rückmeldungen zum Inhalt und für Hinweise auf typografische wie auch sonstige Fehler, die in der Neuauflage gerne berücksichtigt wurden.

Die Autoren würden sich freuen, wenn auch die aktualisierte 12. Auflage freundlich aufgenommen werden würde.

Hingewiesen sei neben der Hanser-Fachbuch-Homepage noch auf die folgenden Webseiten mit weiteren Informationen und Übungsaufgaben zur Elektrischen Messtechnik:

www.schruefer-messtechnik.de

www.jku.at/emt

Die Herstellung des Buches lag auf Seiten des Carl Hanser Verlags in den bewährten Händen von Frau Franziska Kaufmann und Herrn Manuel Leppert. Die Autoren sind ihnen zu großem Dank verpflichtet.

München, Freiburg, Linz, Mai 2018 Elmar Schrüfer, Leonhard M. Reindl, Bernhard Zagar

Inhalt

1	Grundlagen	15
1.1	Umfang und Bedeutung der elektrischen Messtechnik	15
1.2	Naturkonstanten und Maßeinheiten	17
1.2.1	Naturkonstanten	17
1.2.2	Internationales Einheitensystem, SI-Einheiten	18
1.2.3	Die neuen SI-Einheiten	20
1.2.4	Definition und Darstellung der Sekunde	21
1.2.5	Definition und Darstellung des Meters	23
1.2.6	Definition und Darstellung des Kilogramms	23
1.2.7	Definition und Darstellung der elektrischen Einheiten	25
1.2.8	Die SI-Einheiten der Temperatur, der Stoffmenge und der Lichtstärke	28
1.2.9	Größen- und Zahlenwertgleichungen	30
1.3	Statisches Verhalten der Messgeräte; Kennlinie und Empfindlichkeit	31
1.4	Messfehler und Messunsicherheiten	32
1.4.1	Bekannte Einflüsse; Korrektur des bekannten Messfehlers	33
1.4.2	Unbekannte, normalverteilte Unsicherheiten; eine einzige Messgröße X	35
1.4.3	Unbekannte, normalverteilte Unsicherheiten; verknüpfte Messgrößen $Y = f(X_i)$	39
1.4.4	Student'sche t -Verteilung	43
1.4.5	Unbekannte, systematische Unsicherheiten	43
1.4.6	Korrelierte Messgrößen	44
1.4.7	Zusammenfassung	48
1.5	Dynamisches Verhalten der Messgeräte	49
1.5.1	Verzögerungsglied 1. Ordnung	50
1.5.2	Verzögerungsglied 2. Ordnung	57
1.5.3	Weitere Beispiele für das Zeitverhalten	65
1.6	Dynamische Messfehler	67
1.6.1	Fehlermöglichkeiten	67
1.6.2	Korrektur des dynamischen Fehlers	69
1.7	Strukturen von Messeinrichtungen	71
1.7.1	Kettenstruktur	71
1.7.2	Parallelstruktur	72
1.7.3	Kreisstruktur	74
1.8	Die informationstragenden Parameter der Messsignale	75
1.9	Elektrisches Messen nichtelektrischer Größen	78
1.9.1	Physikalische Effekte zum elektrischen Messen nichtelektrischer Größen	78
1.9.2	Sensornahe Signalverarbeitung	78

Messung von Strom und Spannung;

spannungs- und stromliefernde Aufnehmer	81
2.1 Elektromechanische Messgeräte und ihre Anwendung	81
2.1.1 Messwerke	81
2.1.2 Messung von Gleichstrom und Gleichspannung	84
2.1.3 Messung von Wechselstrom und Wechselspannung	90
2.1.4 Messung der Leistung	95
2.1.5 Messung der elektrischen Arbeit	100
2.2 Elektronenstrahl-Oszilloskop	101
2.2.1 Elektronenstrahl-Röhre	101
2.2.2 Baugruppen	103
2.2.3 Betriebsarten des Elektronenstrahl-Oszilloskops	108
2.3 Messverstärker	109
2.3.1 Einführung	109
2.3.2 Nicht invertierender Spannungsverstärker	116
2.3.3 Invertierender Stromverstärker	122
2.3.4 Anwendungen des Spannungsverstärkers	127
2.3.5 Anwendungen des Stromverstärkers	129
2.3.6 Nullpunktfehler des realen Operationsverstärkers	134
2.4 Elektrodynamische spannungsliefernde Aufnehmer	139
2.4.1 Weg- und Winkelmessung	140
2.4.2 Drehzahlaufnehmer – Generatoren	141
2.4.3 Hall-Sonde	142
2.4.4 Induktions-Durchflussmesser	146
2.5 Thermische spannungsliefernde Aufnehmer	148
2.5.1 Thermoelement	148
2.5.2 Integrierter Sperrschicht-Temperatur-Sensor	155
2.6 Chemische spannungsliefernde Aufnehmer und Sensoren	156
2.6.1 Galvanisches Element	156
2.6.2 pH-Messkette mit Glaselektrode	156
2.6.3 Sauerstoffmessung mit Festkörper-Ionenleiter	159
2.7 Piezo- und pyroelektrische ladungsliefernde Aufnehmer	161
2.7.1 Wirkungsweise und Werkstoffe	161
2.7.2 Piezoelektrischer Kraftaufnehmer	164
2.7.3 Pyroelektrischer Infrarot-Sensor	167
2.8 Optische Aufnehmer und Sensoren	169
2.8.1 Fotoelement und Fotodiode	171
2.8.2 Fotosensoren für Positionsmessungen und zur Bilderzeugung ...	174
2.8.3 Fozelle	175
2.8.4 Fotovervielfacher und Mikrokanalplatte	176
2.9 Aufnehmer für ionisierende Strahlung	177
2.9.1 Ionisationskammer	177
2.9.2 Halbleiter-Strahlungsdetektor	179

Messung von ohmschen Widerständen;

Widerstandsaufnehmer	182
3.1 Strom- und Spannungsmessung	182
3.1.1 Gleichzeitige Messung von Spannung und Strom	182
3.1.2 Vergleich mit einem Referenzwiderstand	183
3.2 Anwendung einer Konstantstromquelle	184
3.3 Brückenschaltungen	186
3.3.1 Abgleich-Widerstandsmessbrücke	186
3.3.2 Ausschlag-Widerstandsmessbrücke	188
3.4 Verstärker für Brückenschaltungen	193
3.4.1 Subtrahierer mit invertierendem Verstärker	193
3.4.2 Subtrahierer mit Elektrometer-Verstärkern	194
3.4.3 Trägerfrequenz-Brücke und -Messverstärker	197
3.5 Widerstandsaufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	200
3.6 Widerstandstemperaturfühler	201
3.6.1 Metall-Widerstandsthermometer	201
3.6.2 Heißeleiter	205
3.6.3 Kaltleiter	207
3.6.4 Silizium-Widerstandstemperatursensor	209
3.6.5 Fehlermöglichkeiten bei der Anwendung von elektrischen Berührungsthermometern	210
3.7 Ermittlung verfahrenstechnischer Größen durch Temperaturmessungen ..	211
3.7.1 Füllstandswächter	211
3.7.2 Thermischer Massenstrommesser	212
3.7.3 Messung der Luftfeuchte; Messung von Gaskonzentrationen	215
3.8 Gassensoren mit halbleitenden Metalloxiden	216
3.9 Lichtempfindlicher Widerstand	217
3.10 Magnetisch steuerbarer Widerstand	218
3.10.1 Feldplatte	218
3.10.2 Anisotroper magnetoresistiver Effekt (AMR)	219
3.10.3 Spinventil, Riesenmagnetowiderstand und kolossaler Magnetowiderstand	220
3.11 Dehnungsmessstreifen	220
3.11.1 Prinzip	220
3.11.2 Metall-Dehnungsmessstreifen	221
3.11.3 Störgrößen	223
3.11.4 Anwendung der DMS zur Spannungsanalyse	224
3.11.5 Halbleiter-Dehnungsmessstreifen	227
3.12 Linearisieren der Widerstandsaufnehmer-Kennlinien	228
3.12.1 Linearisieren durch einen Vor- und/oder Parallelwiderstand	229
3.12.2 Messung der Spannungsdifferenz bei Differenzial-Widerstands- aufnehmern	231
3.12.3 Differenzial-Widerstandsaufnehmer in einer Halbbrücke	232

4

**Messung von Blind- und Scheinwiderständen;
induktive und kapazitive Aufnehmer 233**

4.1	Strom- und Spannungsmessung	234
4.1.1	Messung der Effektivwerte	234
4.1.2	Vergleich mit Referenzelement	235
4.1.3	Getrennte Ermittlung des Blind- und Wirkwiderstandes	236
4.1.4	Messung eines Phasenwinkels	237
4.1.5	Strommessung in einem fremderregten Schwingkreis	239
4.2	Wechselstrom-Abgleichbrücke	240
4.2.1	Prinzip	240
4.2.2	Kapazität-Messbrücke nach Wien	241
4.2.3	Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell	242
4.2.4	Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell-Wien	242
4.2.5	Phasenschieber-Brücke	243
4.3	Wechselspannungs-Ausschlagbrücke	243
4.4	Induktive Aufnehmer	244
4.4.1	Tauchanker-Aufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	245
4.4.2	Queranker-Aufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	247
4.4.3	Kurzschlussring-Sensor	249
4.4.4	Anwendung der induktiven Längen- und Winkelgeber	249
4.4.5	Induktiver Schleifendetektor zur Erfassung von Fahrzeugen	250
4.4.6	Magnetoelastische Kraftmessdose	251
4.5	Kapazitive Aufnehmer	252
4.5.1	Änderung des Plattenabstands	252
4.5.2	Änderung der Plattenfläche	253
4.5.3	Geometrische Änderung des Dielektrikums	254
4.5.4	Änderung der Permittivitätszahl durch Feuchtigkeit oder Temperatur	256
4.6	Einsatz der induktiven und kapazitiven Abgriffe in Differenzdruck-Messumformern	256
4.7	Vergleich der induktiven und der kapazitiven Längenaufnehmer	258
4.7.1	Energie des magnetischen und des elektrischen Feldes	259
4.7.2	Größe der Brückenschaltung entnehmbare Leistung	260
4.7.3	Steuerleistung zum Verstellen der Aufnehmer	261

5

Digitale Grundschaltungen; Zeit- und Frequenzmesstechnik . 263

5.1	Darstellung, Anzeige und Ausgabe numerischer Messwerte	263
5.1.1	Duales Zahlensystem	263
5.1.2	Binärcodes für Dezimalzahlen	264
5.1.3	Ziffernanzeige; Vergleich mit Skalenanzeige	266
5.1.4	Umsetzung eines digitalen Signals in eine Spannung; Digital/Analog-Umsetzer; digital steuerbare Spannungsquelle	266
5.2	Bistabile Kippstufen	268
5.2.1	Asynchrones RS-Speicherglied	268
5.2.2	Taktgesteuertes RS-Speicherglied	269
5.2.3	Taktflankengesteuertes D-Speicherglied	270

5.2.4	Taktflankengesteuertes JK -Speicherglied	271
5.2.5	Taktflankengesteuertes T -Speicherglied	271
5.3	Zähler	272
5.4	Register	273
5.4.1	Parallelregister	273
5.4.2	Schieberegister zur Parallel/Serien-Umsetzung	274
5.4.3	Schieberegister zur Serien/Parallel-Umsetzung	275
5.4.4	Multiplexer als Parallel/Serien-Umsetzer	276
5.5	Digitale Zeitmessung	277
5.5.1	Einführung	277
5.5.2	Digitale Messung eines Zeitintervalls	278
5.5.3	Messung einer Periodendauer	278
5.5.4	Messung eines Phasenwinkels	279
5.6	Digitale Frequenzmessung	280
5.6.1	Digitale Messung einer Frequenz oder einer Impulsrate	280
5.6.2	Messung des Verhältnisses zweier Frequenzen oder Drehzahlen ..	281
5.6.3	Messung der Differenz zweier Frequenzen oder Drehzahlen	281
5.6.4	Universalzähler	281
5.7	Analoge Messung eines Zeitintervalls oder einer Frequenz	283
5.7.1	Analoge Messung eines Zeitintervalls; t/u -Umformung	283
5.7.2	Analoge Messung einer Frequenz oder Impulsrate; f/u -Umformung	283

6

Analog/Digital-Umsetzer für elektrische und mechanische Größen	286	
6.1	Abtast- und Halteglied	286
6.2	Direkt vergleichende A/D-Umsetzer	288
6.2.1	Komparator	288
6.2.2	Komparator mit Hysterese	289
6.2.3	A/D-Umsetzer mit parallelen Komparatoren	290
6.2.4	Kaskaden-Parallel-Umsetzer	291
6.2.5	A/D-Umsetzer mit sukzessiver Annäherung an den Messwert	292
6.3	Spannung/Zeit- und Spannung/Frequenz-Umsetzer	294
6.3.1	u/t -Zweirampen-Umsetzer	294
6.3.2	u/f -Umsetzer nach dem Ladungsbilanzverfahren	296
6.3.3	Delta-Sigma-Umsetzer	298
6.4	Kenngrößen der Analog/Digital-Umsetzer	301
6.4.1	Kennlinie	301
6.4.2	Abtasttheorem	302
6.4.3	Umsetzrate und Auflösung	303
6.4.4	Quantisierungsrauschen, Zahl der effektiven Bit	304
6.5	Analog/Digital-Umsetzer in Messgeräten	306
6.5.1	Digital-Multimeter	306
6.5.2	Digitales Speicher-Oszilloskop	307
6.6	A/D-Umsetzer für mechanische Größen	310
6.6.1	Endlagenschalter	310
6.6.2	Codierte Längen- und Winkelgeber	311

6.6.3	Inkrementale Längen- und Winkelgeber	312
6.6.4	Vergleich der codierten und inkrementalen Längengeber	316

7 Schwingungsmessungen

7.1	Astabile Kippschaltungen als Frequenzumsetzer	317
7.1.1	Kippschaltung mit Verstärker und Komparator	317
7.1.2	Kippschaltung mit stabilisierten Hilfsspannungen	320
7.2	Harmonische Oszillatoren	322
7.2.1	Erzeugung ungedämpfter Schwingungen, Prinzip	322
7.2.2	LC-Oszillator	323
7.2.3	RC-Oszillator	326
7.3	Piezoelektrische Resonatoren	328
7.3.1	Volumenschwingende Quarze	328
7.3.2	Oberflächenwellen OFW in Quarzen	335
7.3.3	Funkabfragbare Sensoren	338
7.3.4	Ultraschall-Durchflussmesser	340
7.4	Mechanische Schwingungen	343
7.4.1	Charakteristische Größen	343
7.4.2	Relative Schwingungsmessung	344
7.4.3	Absolute Schwingungsmessung	346
7.4.4	Monolithisch integrierter Beschleunigungssensor	349
7.4.5	Stimmgabel-Frequenzumsetzer	350
7.4.6	Coriolis-Massendurchflussmesser	351

8 Spektralanalyse

8.1	Aufgabenstellung	354
8.2	FTC eines zeitkontinuierlichen Signals	354
8.3	FTD eines zeitdiskreten Signals	355
8.3.1	Übergang vom zeitkontinuierlichen zum zeitdiskreten Signal	355
8.3.2	Unterschiede bei der Transformation eines zeitkontinuierlichen und eines zeitdiskreten Signals	356
8.3.3	Abtasttheorem	357
8.4	DFT eines abgetasteten, zeitbegrenzten Signals	358
8.4.1	Datensatz mit endlich vielen Werten; diskrete Spektralfunktion ..	358
8.4.2	Zusammenhang zwischen FTD und DFT; Anhängen von Nullen ..	362
8.4.3	Wahl der Abtastfrequenz	365
8.4.4	Inverse Diskrete Fouriertransformation IDFT	366
8.5	DFT eines abgetasteten, nicht zeitbegrenzten Signals	368
8.5.1	Konstantes Signal	368
8.5.2	Periodisches Signal	371
8.5.3	Anhängen von Nullen, Abtastfrequenz und Messzeit	376
8.5.4	Inverse Diskrete Fouriertransformation IDFT	376
8.6	Fensterfunktionen	378
8.6.1	Kriterien zur Beurteilung	378
8.6.2	Fensterfunktionen und ihre Spektren	379
8.6.3	Fensterung bei transienten Signalen	386

8.7	Anwendungen der DFT	387
8.8	Leistungsmessung im Zeit- und Frequenzbereich	388
9	Rechnerunterstützte Messsysteme	393
9.1	Bussysteme	393
9.1.1	Kenngößen von Bussystemen	393
9.1.2	Universal Serial Bus USB	395
9.2	Steuerung eines Messaufbaus	395
9.2.1	Gerätesteuerung	396
9.2.2	Aufgaben der Messprogramme	397
9.2.3	Ablauf eines rechnergestützten Messprozesses	398
9.2.4	Virtuelles Messgerät	404
9.2.5	Steuerung eines Messaufbaus mit LabVIEW	405
9.3	Eingebettetes System	410
9.3.1	Mikrocontroller	411
9.3.2	Programmierung von Mikrocontrollern	414
	Literatur	419
	Index	427

Übungsaufgaben mit Lösungen zu den Kapiteln aus dem Buch finden Sie als Zusatzmaterial auf plus.hanser-fachbuch.de.

1

Grundlagen

Das Messen ist das quantitative Erfassen einer Größe. Die Messgeräte erweitern dabei in einem fast unvorstellbaren Ausmaß die über unsere Sinne wahrnehmbare Umwelt. Sie erschließen uns Bereiche, in denen wir blind oder taub sind. So sieht unser Auge z. B. von den elektromagnetischen Schwingungen nur die Strahlung mit Wellenlängen zwischen 0,38 und 0,78 μm , während den Messgeräten ein Wellenlängenbereich von über 18 Zehnerpotenzen zugänglich ist. Gemessen und berechnet werden Größen, die weit außerhalb unserer direkten Erfahrung liegen, wie etwa der Durchmesser von Atomkernen oder die Ausdehnung des Weltalls.

Das objektive, quantitative Beobachten bildet zusammen mit dem logischen Denken die Quelle jeder naturwissenschaftlichen Erkenntnis¹⁾. Diese von Galilei konsequent angewandte Methode führte zur Entwicklung der Naturwissenschaften und diese wiederum bilden die Grundlage unserer durch die Technik geprägten Zivilisation. Hier ist das Messen wichtig für Forschung, Entwicklung, Fertigung, Produktion und Prüffeld in der Industrie, für den Austausch von Gütern im Handel und für die Zuverlässigkeit und Sicherheit der Transportsysteme. Darüber hinaus hilft die Messtechnik auf den Gebieten des Umweltschutzes und der Medizin unsere Lebensbedingungen zu verbessern. Aus diesem breiten Einsatz resultiert, dass nicht nur die mit Entwicklung, Fertigung und Vertrieb der Messgeräte befassten Ingenieure, sondern praktisch alle in der Naturwissenschaft oder Technik Tätigen als potenzielle Anwender der Messtechnik entsprechende Kenntnisse benötigen.

■ 1.1 Umfang und Bedeutung der elektrischen Messtechnik

Die elektrische Messtechnik befasst sich zunächst mit der Messung elektrischer Größen wie z. B.

- Spannung,
- Ladung, Strom,
- Widerstand, Induktivität, Kapazität,
- Phasenwinkel,
- Frequenz.

¹⁾ Plato (427–347 v. Chr.): „Das beste Mittel gegen Sinnestäuschungen ist das Messen, Zählen und Wägen. Dadurch wird die Herrschaft der Sinne über uns beseitigt. Wir richten uns nicht mehr nach dem sinnlichen Eindruck der Größe, der Zahl, des Gewichts der Gegenstände, sondern berechnen, messen und wägen sie. Und das ist Sache der Denkkraft, Sache des Geistes in uns.“ [Der Staat, Kröner Stuttgart 1973]

- die bequeme Übertragbarkeit über weite Entfernungen,
 - die leichte Verarbeitung der Messdaten
- und hat sich so weitgehend durchgesetzt.

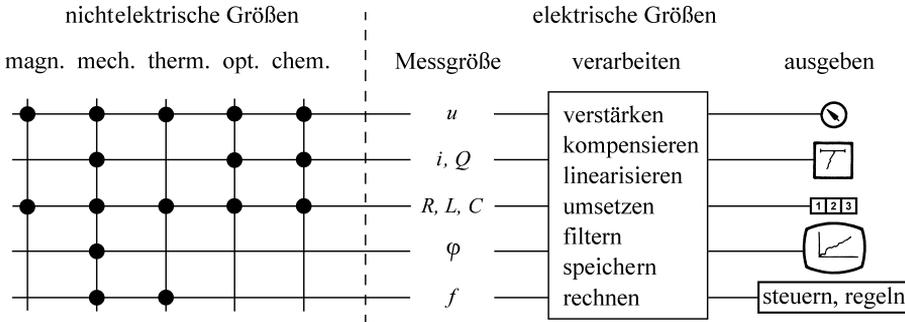


Bild 1.2 Mit Hilfe von Sensoren oder Aufnehmern werden nichtelektrische Größen in elektrische umgeformt und damit der elektrischen Messung zugänglich

1.2 Naturkonstanten und Maßeinheiten

Eine physikalische Größe ist die messbare Eigenschaft eines Objekts, Zustands oder Vorgangs. Die Messung der physikalischen Größe erfolgt durch einen Vergleich mit einer Maßeinheit. Die Zahl, die angibt, wie oft die Einheit in der zu messenden Größe enthalten ist, wird als Zahlenwert der physikalischen Größe bezeichnet:

$$\text{Physikalische Größe} = \text{Zahlenwert} \cdot \text{Einheit.} \quad (1.1)$$

Um messen zu können, müssen also vorher die Einheiten definiert sein. Diese orientierten sich zunächst am Menschen (Elle, Fuß) oder an den Abmessungen und der Umdrehungszeit unserer Erde (Meile, mittlerer Sonntag). Sie werden teilweise von Ort zu Ort unterschiedlich gehandhabt und erschwerten damit sowohl den Austausch von Gütern des täglichen Bedarfs als auch den von wissenschaftlichen Erkenntnissen. So werden seit über hundert Jahren große Anstrengungen unternommen, die Einheiten allgemein verbindlich, genau und zeitlich beständig zu definieren.

1.2.1 Naturkonstanten

Schon 1889 hat Max Planck vorgeschlagen, das System der Einheiten nicht auf Materie zu gründen, sondern auf die Fundamentalkonstanten, die Naturkonstanten, selbst. Diese sind unabhängig von den spezifischen Eigenschaften der Stoffe. So sind die Naturkonstanten von besonderem Interesse für die Messtechnik, da sie die Basis der Einheiten bilden können. Das Ziel ist, die Einheiten weniger durch Maßverkörperungen zu definieren, sondern mehr durch Experimente, die überall und immer wieder nachvollzogen werden können. Dabei werden die Einheiten gleichzeitig auf Fundamentalkonstanten zurückgeführt. [1.3]–[1.5]. In

folgender Tabelle sind die von CODATA (Committee on Data for Science and Technology) 2022 empfohlenen physikalischen Fundamentalkonstanten zusammengestellt.

Tabelle 1.1 Physikalische Fundamentalkonstanten [1.3]

	Zahlenwert	Einheit	rel. Unsicherheit
Avogadro-Konstante N_A	$6,02214076 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}	null
Boltzmann-Konstante k	$1,380649 \cdot 10^{-23}$	J K^{-1}	null
elektrische Elementarladung e	$1,602176634 \cdot 10^{-19}$	A s	null
elektrische Feldkonstante ϵ_0	$8,8541878128 \cdot 10^{-12}$	$\text{A s V}^{-1} \text{m}^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{-10}$
Faraday-Konstante $F = e N_A$	96485,33212...	A s mol^{-1}	null
Gravitationskonstante G	$6,67430 \cdot 10^{-11}$	$\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$
Josephson-Konstante $K_J = 2e/h$	$4,835978484... \cdot 10^{14}$	Hz V^{-1}	null
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0	299792458	m s^{-1}	null
magnetische Feldkonstante μ_0	$1,25663706212 \cdot 10^{-6}$	$\text{V s A}^{-1} \text{m}^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{-10}$
Ruhemasse des Elektrons m_0	$9,1093837015 \cdot 10^{-31}$	kg	$3,0 \cdot 10^{-10}$
Planck'sches Wirkungsquantum h	$6,62607015 \cdot 10^{-34}$	J s	null
universelle Gaskonstante $R = k N_A$	8,314462618...	$\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$	null
Von-Klitzing-Konstante $R_K = h/e^2$	$2,581280745... \cdot 10^4$	Ω	null

Die Lichtgeschwindigkeit c_0 ist als Konstante festgelegt zu

$$c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s}. \quad (1.2)$$

Auch die elektrische Feldkonstante ϵ_0 (Permittivität des Vakuums) und die magnetische Feldkonstante μ_0 (Permeabilität des Vakuums) sind mit Zahlenwert und Einheit definiert. Sie sind mit der Lichtgeschwindigkeit verknüpft über

$$c_0^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}. \quad (1.3)$$

Durch diese Festlegung wird erreicht, dass die mechanisch und elektrisch gemessenen Werte für Kraft, Energie und Leistung übereinstimmen.

1.2.2 Internationales Einheitensystem, SI-Einheiten

Die Generalkonferenz für Maß und Gewicht hat 1960 das „Système International d’Unités“ empfohlen, das inzwischen weltweit eingeführt und auch in der Bundesrepublik Deutschland gesetzlich vorgeschrieben ist [1.6]–[1.8]. Das System definiert die sogenannten SI-Einheiten (Tabelle 1.2), denen die Basiseinheiten zugrunde liegen (Tabelle 1.3). Durch Multiplikation und/oder Division der Basiseinheiten werden die für die anderen physikalischen Größen benötigten Einheiten abgeleitet, wie z. B. die Einheit m/s für die Geschwindigkeit oder m/s^2 für die Beschleunigung. Wird die Ableitung so vorgenommen, dass bei der Umrechnung nur der Zahlenfaktor 1 auftritt, so sind die dabei entstandenen Einheiten **kohärent**. Sie bilden zusammen mit den Basiseinheiten ein kohärentes System. Einige der abgeleiteten SI-Einheiten haben dabei selbstständige Namen mit eigenen Kurzzeichen bekommen.

Tabelle 1.2 Abgeleitete SI-Einheiten; die in Klammern stehenden Einheiten sind veraltet

Größe und Formelzeichen	SI-Einheit	Beziehung	Weitere und zum Teil veraltete Einheiten
ebener Winkel α	Radian rad	1 rad = 1 m/m	Grad: $1^\circ = \pi/180$ rad
räumlicher Winkel Ω	Steradian sr	1 sr = 1 m ² /m ²	
Frequenz f, ν	Hertz Hz	1 Hz = 1/s	
Kraft F	Newton N	1 N = 1 kg m/s ²	1 kp \approx 9,81 N (1 dyn \approx 10 ⁻⁵ N)
Druck p	Pascal Pa	1 Pa = 1 N/m ²	Bar: 1 bar = 10 ⁵ Pa (1 kp/m ² \approx 0,98 bar)
Energie E	Joule J	1 J = 1 N m = 1 W s = 1 kg m ² /s ²	1 kWh = 3,6 · 10 ⁶ J 1 eV = 1,60 · 10 ⁻¹⁹ J (1 cal \approx 4,19 J) (1 erg = 10 ⁻⁷ J)
Leistung P	Watt W	1 W = 1 J/s = 1 N m/s = 1 kg m ² /s ³	(Pferdestärke) (1 PS \approx 735,499 W)
elektr. Ladung Q	Coulomb C	1 C = 1 A s	
elektr. Spannung U	Volt V	1 V = 1 W/A	
elektr. Feldstärke E	V/m		
elektr. Widerstand R	Ohm Ω		
Leitwert G	Siemens S	1 S = 1/ Ω	
Induktivität L	Henry H	1 H = 1 Wb/A = 1 Vs/A	
elektr. Kapazität C	Farad F	1 F = 1 C/V = 1 A s/V	
magn. Feldstärke H	A/m		(Oersted Oe: 1 Oe \approx 80 A/m)
magn. Fluss Φ	Weber Wb	1 Wb = 1 V s	(Maxwell M: 1 M = 10 ⁻⁸ V s)
magn. Flussdichte B	Tesla T	1 T = 1 V s/m ²	(Gauß G: 1 G = 10 ⁻⁴ V s/m ²)
Lichtstrom Φ	Lumen lm	1 lm = 1 cd sr	
Beleuchtungsstärke E	Lux lx	1 lx = 1 lm/m ²	
Aktivität A einer radioaktiven Substanz	Becquerel Bq	1 Bq = 1/s	(Curie Ci: 1 Ci = 3,7 · 10 ¹⁰ s ⁻¹ = 3,7 · 10 ⁻¹⁰ Bq)
Energiedosis D	Gray Gy	1 Gy = 1 J/kg	(Rad rd: 1 rd = 10 ⁻² J/kg)
Ionendosis J	C/kg		(Röntgen R: 1 R = 2,58 · 10 ⁻⁴ C/kg)
Äquivalentdosis	Sievert Sv	1 Sv = 1 J/kg	(Rem rem: 1 rem = 10 ⁻² J/kg)

Tabelle 1.3 Basisgrößen und Basiseinheiten

Gebiet	Basisgröße	Formelzeichen	Basiseinheiten	Einheitenzeichen
Mechanik	Länge	l	Meter	m
	Masse	m	Kilogramm	kg
	Zeit	t	Sekunde	s
Elektrotechnik	Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamik	Temperatur	T	Kelvin	K
Optik	Lichtstärke	I_v	Candela	cd
Chemie	Stoffmenge	n	Mol	mol

Um bei den SI-Einheiten unter Umständen recht unhandliche Zahlenwerte zu vermeiden, dürfen durch dezimale Vorsätze neue vergrößerte oder verkleinerte Einheiten gebildet werden (Tabelle 1.4). Die so entstandenen Einheiten, wie z. B. MW, cm, mV, μ A sind dann allerdings nicht mehr kohärent.

Tabelle 1.4 Vorsätze zur Kennzeichnung dezimaler Vielfacher und Teile von Einheiten

Vorsatz	Zeichen	Zahlenwert	Vorsatz	Zeichen	Zahlenwert
Exa-	E	10^{18}	Dezi-	d	10^{-1}
Peta-	P	10^{15}	Zenti-	c	10^{-2}
Tera-	T	10^{12}	Milli-	m	10^{-3}
Giga-	G	10^9	Mikro-	μ	10^{-6}
Mega-	M	10^6	Nano-	n	10^{-9}
Kilo-	k	10^3	Piko-	p	10^{-12}
Hekto-	h	10^2	Femto-	f	10^{-15}
Deka-	da	10	Atto-	a	10^{-18}

1.2.3 Die neuen SI-Einheiten

Die folgende Diskussion des Internationalen Einheitensystems bzw. der Definition der SI-Basiseinheiten sowie der sie realisierenden Experimente wurde [1.42] auszugsweise entnommen.

Das Internationale Einheitensystem SI wurde in der Zeit von 1948 bis 1960 etabliert und 1960 *Système international d'unités*, kurz SI, getauft. Von den Organen der Meterkonvention entwickelt und eingerichtet, baut das SI auf dem metrischen System auf. Die Grundidee ist, alle SI-Einheiten nur durch Multiplikation oder Division aus wenigen Basiseinheiten (zuerst sechs, heute sieben) zu bilden. Dabei sollen lediglich dezimale Faktoren Verwendung finden, die durch entsprechende Präfixe wie ‚k‘ für ‚kilo‘, also 1000, bezeichnet werden. Die sieben Basiseinheiten sind: die Sekunde (s), der Meter (m), das Kilogramm (kg), das Ampere (A), das Kelvin (K), die Candela (cd) und das Mol (mol). Jede der Basiseinheiten bringt eine weitere ‚Dimension‘, d. h. ein weiteres physikalisch-messtechnisches Gebiet in das Einheitensystem ein.

Bis zum 20. Mai 2019 waren die Basiseinheiten auf unterschiedliche Weise definiert. Als Bezugsgrößen wurden teils Artefakte (wie das Urkilogramm), idealisierte Messvorschriften

(Ampere), Materialeigenschaften (Kelvin, Mol), festgelegte Faktoren (Candela) oder Naturkonstanten (Sekunde, Meter) verwendet. Hätte sich eine dieser Größen geändert (wie das etwa beim ‚Urkilogramm‘, dem internationalen Kilogrammprototyp, tatsächlich der Fall war), so mussten konsequenterweise die durch die Naturkonstanten gegebenen Zusammenhänge scheinbar ebenfalls geändert werden – mit teils absurden Konsequenzen. Deshalb erschien es sinnvoller, feststehende Zusammenhänge zwischen verschiedenen (Natur-) Konstanten zur Definition der Bezugsgrößen zu nutzen. Nachdem die Sekunde, der Meter und auch die Candela bereits über festgelegte (Natur-) Konstanten definiert waren, wollte man im neuen SI auch das Kilogramm, das Ampere, das Kelvin und das Mol dadurch definieren, dass man sie über solche Konstanten miteinander verbindet.

Im neuen SI definiert man die sieben Basiseinheiten dadurch, dass man sieben ‚definierende Konstanten‘ festlegt, die diese Einheiten enthalten. Statt Artefakte zu verwenden, wie heute noch in der Definition des Kilogramms, ‚verankern‘ diese Konstanten das SI und werden zur neuen Basis. Die dimensional Bezüge der SI-Einheiten untereinander bleiben erhalten und alle Einheiten können durch Multiplikation oder Division der ‚Basiskonstanten‘ mit einem Vorfaktor gebildet werden. Der jeweilige Vorfaktor ergibt sich aus den festgelegten Zahlenwerten der beteiligten Basiskonstanten. Natürlich können weiterhin alle Einheiten auch aus den Basiseinheiten gebildet werden, aber die dahinterstehenden Basiskonstanten sind die tatsächlichen Bezugspunkte.

Sieben Naturkonstanten, sogenannte **definierende Konstanten**, erhalten im neuen SI festgelegte Werte; die Zahlenwerte entstammen den Ausgleichsrechnungen von CODATA im Sommer 2017. Die hier wiedergegebenen Definitionen der Einheiten sind aus der Richtlinie 2019/1258 der Europäischen Kommission übernommen. Diese ist eine offizielle deutsche Übersetzung der Neudefinitionen aus der 9. Auflage der SI-Broschüre des Internationalen Büros für Maße und Gewichte (BIPM). Die Definitionen traten am 20. Mai 2019 in Kraft, dem Datum des alljährlichen Weltmetrologietags.

Definierende Konstanten

- Frequenz des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands im ^{133}Cs -Atom
 $\Delta\nu = 9\,192\,631\,770\text{ s}^{-1}$
- Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c = 299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$
- Planck-Konstante $h = 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}\text{ J s}$ ($\text{J s} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$)
- Elementarladung $e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ ($\text{C} = \text{A s}$)
- Boltzmann-Konstante $k = 1,380\,649 \cdot 10^{-23}\text{ J K}^{-1}$ ($\text{J K}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$)
- Avogadro-Konstante $N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
- Das photometrische Strahlungsäquivalent K_{cd} einer monochromatischen Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}\text{ Hz}$ ist genau gleich 683 Lumen durch Watt.

1.2.4 Definition und Darstellung der Sekunde

a) SI-Einheit der Sekunde

Die Sekunde, Einheitenzeichen s, ist die SI-Einheit der Zeit. Sie ist definiert, indem für die Cäsiumfrequenz $\Delta\nu$, der Frequenz des ungestörten Hyperfeinübergangs des Grundzustands des Cäsiumatoms 133, der Zahlenwert 9 192 631 770 festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit Hz, die gleich s^{-1} ist.

Diese Definition legt $\Delta\nu$ fest zu $9\,192\,631\,770\text{ s}^{-1}$. Löst man diese Beziehung nach der Einheit s auf, so ergibt sich:

$$1\text{ s} = \frac{9\,192\,631\,770}{\Delta\nu} \quad \text{oder} \quad 1\text{ Hz} = \frac{\Delta\nu}{9\,192\,631\,770} \quad (1.4)$$

Das heißt, eine Sekunde ist gleich der Dauer von $9\,192\,631\,770$ Schwingungen der Strahlung, die der Energie des Übergangs zwischen den zwei Hyperfeinstruktur-niveaus des ungestörten Grundzustands im ^{133}Cs -Atom entspricht.

Cäsium-Atomuhr

In dieser „primären“ Uhr werden Cs-133-Atome verdampft, laufen durch ein Magnetfeld und treffen auf einen Detektor. Beim Passieren des magnetischen Wechselfeldes nehmen die Cs-Atome in einer Resonanzabsorption Energie auf und gehen in den energiereicheren Zustand über. Ändert sich die Frequenz des Wechselfeldes, so ändert sich die Zahl der auf den Detektor treffenden Cs-Atome. Die Frequenz, bei der der Detektorstrom sein Maximum hat, wird zu

$$f_0 = 9\,192\,631\,770\text{ Hz}$$

definiert und die Sekunde ergibt sich als die entsprechende Zahl von Periodendauern (Atomuhr). Die Resonanzabsorption ist sehr ausgeprägt und wird nicht durch andere Effekte gestört. Gleichzeitig lassen sich Frequenzen im GHz-Bereich gut messen, so dass die Sekunde mit der außerordentlich geringen Unsicherheit von nur 10^{-14} dargestellt werden kann.

Eine noch größere Genauigkeit erreicht die **Cs-Fontänen-Uhr**. Hier werden die Cs-Atome auf eine Temperatur nahe dem absoluten Nullpunkt abgekühlt [1.9]. Dabei verringert sich die thermische Bewegung auf wenige cm/s. Die Atome lassen sich sammeln und als „Fontäne“ durch das Magnetfeld schicken. Dadurch verbessert sich das Signal/Rausch-Verhältnis und die Genauigkeit steigt um eine Zehnerpotenz.

Zusätzlich zur Messung der Sekunde müssen die Nationalen Metrologischen Institute sich dann noch darüber verständigen, welche Sekunde als die erste eines Tages zu nehmen ist. Das Ergebnis wird in Deutschland durch den Normalfrequenz- und Zeitzeichensender DCF 77 (Langwelle) in Mainflingen bei Frankfurt/Main übertragen. Während jeder Minute werden die Informationen über Minute, Stunde, Kalendertag, Wochentag, Monat und die beiden letzten Ziffern des Jahres BCD-codiert gesendet (Funkuhr) [1.10].

b) Optische Uhren

Das sichtbare Licht hat eine etwa 50 000mal höhere Frequenz als die Mikrowellenstrahlung. So liegt der Gedanke nahe, die höhere optische Frequenz für eine Uhr zu benutzen. Dabei wird nicht nur eine höhere Auflösung erwartet, sondern auch eine verbesserte Stabilität und Genauigkeit. So wird in naher Zukunft die SI-Einheit Sekunde über optische Frequenzen neu definiert werden. [1.11]–[1.14].

Die hohen Frequenzen des sichtbaren Lichtes lassen sich nicht direkt mit elektronischen Baugruppen messen. Sie müssen aber auf die Frequenz der Mikrowellenstrahlung zurückgeführt werden. Dies gelingt mit optischen Teilerstufen und optischen Synthesizern oder mit Frequenzkämmen (J. Hall und Th. Hänsch, Nobelpreis 2005). Darin werden optische

Frequenzen ohne Verlust an Genauigkeit auf leicht messbare Radiofrequenzen abgebildet. Diese Frequenzkammgeneratoren sind eine wesentliche Komponente einer optischen Uhr [1.15, 1.16].

Für optische Uhren sind scharfe Spektrallinien, sehr schmalbandige Übergänge zwischen den Spektralniveaus, erforderlich. Deshalb werden die Messaufbauten alle in der Nähe des absoluten Nullpunkts betrieben. Viele Elektronenübergänge in Atomen oder Ionen wurden untersucht. Besonders geeignet erwiesen sich die Isotope Strontium-88, Indium-115, Ytterbium-171 und Quecksilber-190 [1.17].

Insgesamt werden bei den optischen Uhren Unsicherheiten im Bereich von 10^{-17} bis 10^{-18} s erwartet. Bei diesen Auflösungen ist schon die Allgemeine Relativitätstheorie zu berücksichtigen. Diese erklärt den Einfluss der Schwerkraft auf die Ganggenauigkeit. Der Gangunterschied ist mit einer relativen Frequenzverschiebung von $1,1 \times 10^{-16}$ pro Meter Höhenunterschied zwar sehr klein, aber doch von Bedeutung. Die Ganggeschwindigkeit ändert sich schon um 10^{-18} , wenn die Uhr um einen Zentimeter angehoben wird. Schon jetzt ist bei dem Zeitvergleich der für die offizielle Zeit zuständigen Staatsinstitute deren Höhenlage zu berücksichtigen [1.18].

1.2.5 Definition und Darstellung des Meters

Der Meter, Einheitenzeichen m, ist die SI-Einheit der Länge. Er ist definiert, indem für die Lichtgeschwindigkeit in Vakuum c der Zahlenwert 299 792 458 festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit m/s, wobei die Sekunde mittels $\Delta\nu$ definiert ist. Diese Definition gibt c den Wert $299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$. Löst man diese Beziehung nach der Einheit m auf, so ergibt sich:

$$1\text{ m} = \left(\frac{c}{299\,792\,458} \right) \text{ s} = \frac{9\,192\,631\,770}{299\,792\,458} \cdot \frac{c}{\Delta\nu} \approx 30,663\,319 \cdot \frac{c}{\Delta\nu} \quad (1.5)$$

Das heißt, ein Meter ist gleich der Strecke, die Licht im Vakuum innerhalb des Bruchteils von $1/299\,792\,458$ einer Sekunde zurücklegt.

In der Längenmesstechnik werden Strecken mit Hilfe von Interferometern gemessen. Diese benötigen eine sichtbare Strahlung, deren **Wellenlänge** λ bekannt sein muss. Laser z. B. sind als Strahlenquellen geeignet. Ihre Frequenz f wird wie bei optischen Uhren mittels Frequenzkammgeneratoren ermittelt. Aus der Lichtgeschwindigkeit c_0 ergibt sich dann die für Längenmessungen benötigte Wellenlänge λ :

$$c_0 = f \cdot \lambda. \quad (1.6)$$

Größere Entfernungen werden über Laufzeitmessungen ermittelt. Hier bestimmt die Genauigkeit der Zeitmessung den Fehler in der Längenmessung.

1.2.6 Definition und Darstellung des Kilogramms

a) SI-Einheit des Kilogramms

Das Kilogramm, Einheitenzeichen kg, ist die SI-Einheit der Masse. Es ist definiert, indem für die Planck-Konstante h der Zahlenwert $6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$ festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit J s, die gleich $\text{kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ist, wobei der Meter und die Sekunde mittels c und $\Delta\nu$ definiert sind.

Diese Definition gibt h den Wert $6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$. Löst man diese Beziehung nach der Einheit kg auf, so ergibt sich:

$$1 \text{ kg} = \left(\frac{h}{6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}} \right) \text{ m}^{-2} \text{ s} \quad (1.7)$$

$$= \frac{(299\,792\,458)^2}{(6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}) \cdot (9\,192\,631\,770)} \cdot \frac{h\Delta\nu}{c^2} \approx 1,475\,521\,4 \cdot 10^{40} \frac{h\Delta\nu}{c^2} \quad (1.8)$$

Das heißt, die Einheit kg wird mit der Wirkung (Einheit $\text{kg m}^2 \text{ s}^{-1}$) verknüpft, einer physikalischen Größe in der theoretischen Physik. Zusammen mit der Definition für die Sekunde und den Meter ergibt sich die Definition für das Kilogramm als Funktion des Planck'schen Wirkungsquantums h .

b) Quantennormale für das Kilogramm

Avogadro-Projekt. Im Avogadro-Projekt geht es zunächst darum, die Avogadrozahl N_A genauer zu bestimmen als bisher. Das soll über die folgende Beziehung geschehen:

$$N_A = \frac{M V n}{m} \quad \text{mit der Einheit} \quad \text{mol}^{-1} = \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \text{ m}^3 \frac{1}{\text{m}^3} \frac{1}{\text{kg}}. \quad (1.9)$$

In dieser Gleichung bedeuten

N_A : Avogadro-Konstante in mol^{-1} ,

M : molare Masse in $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$,

V : Volumen in m^3 ,

n : Teilchendichte in m^{-3} ,

m : Masse in kg.

An diesem Projekt beteiligen sich Forschungsinstitute aus verschiedenen Ländern. Für die Masse m dient das monokristalline hochreine Isotop Silizium-28. Es wurde in einer russischen Isotopenanlage hergestellt. Daraus wurden in Australien zwei Kugeln mit einem Durchmesser von 93,7 mm und einem Gewicht von ungefähr 1 kg gefertigt. Die für Gl. (1.9) nötigen Größen wurden dann wie folgt ermittelt:

Die Masse m der Kugeln wurde durch einen Vergleich mit internationalen Normalen gefunden (Japan, Deutschland).

Das Volumen V der äußerst sorgfältig polierten Kugeln wurde mit einem Kugelinterferometer bestimmt [1.21]. Die Ungenauigkeiten bei den Rundheitsmessungen lagen im Bereich von wenigen Nanometern (Japan, Australien, Deutschland).

Die Teilchendichte n wurde aus Messungen mit einem Röntgeninterferometer erhalten (Italien, USA).

Die mittlere molare Masse M ergab sich aus Messungen mit einem Massenspektrometer, wofür ein neues Verfahren entwickelt worden ist (Deutschland). Berücksichtigt wurden eventuell vorhandene Kristallfehler, Fremdatome und die Oberflächenschicht aus Siliziumdioxid.

Damit konnte 2010 die Avogadro-Konstante bis auf eine Unsicherheit von $3 \cdot 10^{-8}$ bestimmt werden. Das ist eine Verbesserung gegenüber dem bisherigen Wert, reicht aber noch nicht für eine Neudefinition des Kilogramms. Dafür wird eine Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ verlangt. Dieses scheint möglich zu sein. Danach könnte das Kilogramm mit einer festgelegten Avogadrozahl neu definiert und die Masse m könnte über Gl. (1.9) gemessen werden.

Wattwaage. In der Wattwaage wird eine mechanische Kraft mit einer elektrischen Kraft verglichen [1.8, 1.20]. Sehr vereinfacht beschrieben, wird auf der einen Seite der Waage die Masse m aufgelegt (Gewichtskraft), auf der anderen Seite wird eine bewegliche Spule in einem homogenen Magnetfeld aufgehängt. Die Wägung erfolgt in zwei Schritten. Zunächst wird der Strom I durch die bewegliche Spule so eingestellt, dass die Waage im Gleichgewicht ist (statischer Modus). In einem zweiten Schritt wird dann die bewegliche Spule mit der Geschwindigkeit v im Magnetfeld verschoben, wobei die Spannung $U(v)$ induziert wird. Die Geschwindigkeit und die induzierte Spannung werden gemessen (bewegter Modus). Nach einigen Umformungen kann dann die folgende Beziehung erhalten werden:

$$I(v=0) \cdot U(v) = 4 m g v \quad \text{mit der Einheit} \quad \text{AV} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{W}. \quad (1.10)$$

In dieser Gleichung bedeuten:

- I : Strom in der Spule bei Abgleich $v = 0$ A,
- U : induzierte Spannung bei Bewegung in V,
- m : zu bestimmende Masse in kg,
- g : Erdbeschleunigung in m/s^2 ,
- v : Geschwindigkeit der Spule in m/s .

Damit sind in Gl. (1.10) alle Größen bekannt, um die Masse m zu bestimmen.

Der letzte Satz ist nicht falsch, aber nur die halbe Wahrheit. Bei der angestrebten Präzisionsmessung wird die Spannung $U(v)$ durch einen Vergleich mit einem Josephson-Normal (Abschnitt 1.2.7) ermittelt. Auch für den Strom $I(v=0)$ wird die Josephson-Spannung benötigt, da der Strom $I(v=0)$ über einen Hall-Widerstand läuft und mittels des Spannungsabfalls bestimmt wird. Für die Messung von $U(v)$ und $I(v=0)$ werden die Gln. (1.14) und (1.16) benötigt. In diesen Gln. treten die Josephson-Konstante K_J und die von-Klitzing-Konstante R_K auf. In beiden Konstanten kommen das Planck'sche Wirkungsquantum h und die Elementarladung e vor. Diesen ist zur Zeit ein Zahlenwert zugewiesen. Dieser ist aber für eine Neudefinition des Kilogramms noch nicht gut genug. So dienen die Experimente mit der Wattwaage zur Zeit dazu, die Planck'sche Konstante h genauer zu bestimmen. Ist dieses Ziel erreicht, dann kann das Kilogramm eventuell über Gl. (1.10) neu definiert werden. Zur Zeit ist noch nicht abzusehen, ob die neue Einheit Kilogramm über die Avogadro-Zahl oder über das Planck'sche Wirkungsquantum definiert werden kann.

1.2.7 Definition und Darstellung der elektrischen Einheiten

a) SI-Einheit des Ampere

Das Ampere, Einheitenzeichen A, ist die SI-Einheit der elektrischen Stromstärke. Es ist definiert, indem für die Elementarladung e der Zahlenwert $1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit C, die gleich As ist, wobei die Sekunde mittels $\Delta\nu$ definiert ist.

Diese Definition gibt e den Wert $1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ A s. Löst man diese Beziehung nach der Einheit A auf, so ergibt sich:

$$1 \text{ A} = \left(\frac{e}{1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}} \right) \text{s}^{-1} \quad (1.11)$$

$$= \frac{1}{(9\,192\,631\,770) \cdot (1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19})} e \Delta\nu \approx 6,789\,687 \cdot 10^8 e \Delta\nu \quad (1.12)$$

Das heißt, ein Ampere entspricht dem Stromfluss von $1/(1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19})$ Elementarladungen (Elektronen) pro Sekunde.

Volt. In ähnlicher Weise wird bei der Darstellung der Einheit Volt die mit Hilfe einer Kondensatoranordnung erzeugte elektrostatische Kraft zu einer Gewichtskraft in Bezug gesetzt.

b) Quantennormale für die elektrischen Größen

Die elektrischen Größen Spannung, Widerstand und Strom lassen sich über Quanteneffekte und die Verknüpfung mit Naturkonstanten genauer messen als das Ampere nach der SI-Definition. Die neuen Verfahren sind invariant gegenüber Änderungen von Ort und Zeit [1.8, 1.17]. Dadurch werden für Vergleichsmessungen Unsicherheiten erreicht, die geringer sind als bei der Darstellung im SI-System.

Spannungsmessung mit dem Josephson-Effekt

Beim **Josephson-Effekt** [1.23]–[1.27] fließt zwischen zwei schwach gekoppelten Supraleitern (Tunnelelemente) beim Anlegen einer Gleichspannung ein Suprastrom der Frequenz f . Diese ist über die Elementarladung e und das Planck'sche Wirkungsquantum h mit der Spannung U verknüpft:

$$f = \frac{2e}{h} U. \quad (1.13)$$

Umgekehrt kann bei Einstrahlung einer Mikrowelle der Frequenz f der Josephson-Oszillator angeregt werden. Der Josephson-Oszillator schwingt dann auch mit Oberwellen $n f$ und es entstehen Spannungsstufen $U(n)$

$$U(n) = n \frac{h}{2e} f \quad \text{bei } n = 1, 2, \dots \quad (1.14)$$

mit $U(1) = 145 \mu\text{V}$ bei $f = 70 \text{ GHz}$.

Diese Spannungsstufen stellen äußerst präzise Referenzspannungen dar, da die Frequenz f des Oszillators mit Hilfe der Cs-Atomuhren bestimmt wird. Die verbleibende Unsicherheit in dem Faktor $2e/h$, der so genannten Josephson-Konstante K_J wird dadurch umgangen, dass dieser Konstanten im Jahr 2019 der Wert

$$K_{J-90} = \frac{2e}{h} = 483\,597,848\,4 \dots \text{ GHz/V} \quad (1.15)$$

zugewiesen wurde. Vergleichsmessungen lassen sich nun mit der relativen Unsicherheit von nur $5 \cdot 10^{-11}$ verwirklichen. Die Josephson-Gleichung gilt universell. Sie ist in weiten Grenzen unabhängig vom Material der Supraleiter, dem Typ und der Geometrie der Tunnelelemente, der Temperatur unterhalb der Temperatur für die Supraleitung und der Leistung der Mikrowellenstrahlung.

Für die praktische Anwendung werden auf einem Si-Chip sehr viele hintereinander liegende Josephson-Kontakte integriert. Dadurch können Spannungsnormale zwischen 1 und 10 Volt realisiert werden (Bild 1.3). Obwohl z. B. bei 14 000 Kontakten die Chipfläche nur etwa $1 \times 2 \text{ cm}^2$ beträgt, ist das komplette System doch relativ aufwändig.

Es umfasst die Kühlung, den Probehälter mit den Kontakten, ein Nano-Voltmeter und die komplette Steuerung und wird inzwischen kommerziell angeboten [1.27].

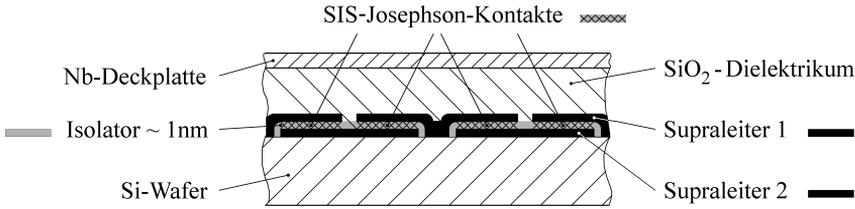


Bild 1.3 Ausschnitt der periodischen Streifenleitung mit vier Josephson-Kontakten [1.26] (Supraleiter-Isolator-Supraleiter SIS)

Widerstandsmessung mit dem Quanten-Hall-Effekt

Dieser Effekt wird auch nach seinem Entdecker von-Klitzing-Effekt genannt (Nobelpreis 1985 [1.28]–[1.30]). Werden extrem dünne Schichten bei tiefen Temperaturen einem starken Magnetfeld ausgesetzt, so liegt in diesen Schichten ein so genanntes zweidimensionales Elektronengas mit großer Elektronenbeweglichkeit vor. Die Kennlinie des Hall-Widerstandes in Abhängigkeit von der magnetischen Induktion verläuft dann stufenförmig (Bild 1.4).

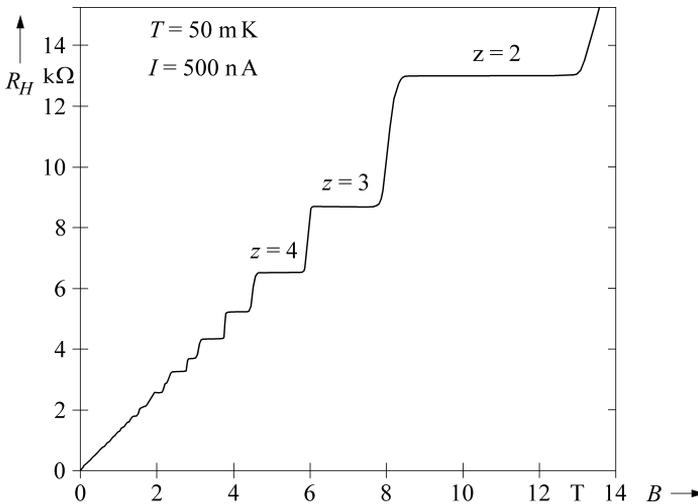


Bild 1.4 Quanten-Hall-Effekt, gemessen an einer GaAs-Probe [1.30]

Es entstehen für den Hall-Widerstand konstante Plateaus, deren Werte durch

$$R_H(z) = \frac{1}{z} \frac{h}{e^2} \Omega \tag{1.16}$$

gegeben sind. In dieser Gleichung sind z ein Zählparameter, h das Planck'sche Wirkungsquantum und e die Elementarladung. Der Faktor h/e^2 wird als von-Klitzing-Konstante R_K bezeichnet. 2022 wurde dafür nach einem Abgleich verschiedener Messungen der Wert

$$R_{K-90} = \frac{h}{e^2} = 25\,812,807\,45 \dots \Omega \tag{1.17}$$

festgelegt. Unabhängige Messungen zeigen, dass der Hall-Widerstand mit einer Unsicherheit von $4 \cdot 10^{-10}$ unabhängig ist von Material, Geometrie und Quantenzahl [1.30].

Strommessung mit der Einzelelektronen-Pumpe

Die neue Einheit des Ampere soll durch die Elementarladung definiert werden. Sie kann z. B. mit Hilfe von Quellen quantisierter Ströme (Einzelelektronen-Pumpen) erfolgen [1.31]. Eine Einzelelektronen-Pumpe besteht aus einem Schaltkreis, in dem im Takt einer Wechselspannung, der Pumpfrequenz, einzelne Elektronen tunneln. Damit lässt sich ein quantisierter Strom I erzeugen mit

$$I = n e f \quad \text{mit der Einheit} \quad A = A \cdot s^{-1}. \quad (1.18)$$

Dabei ist n die Zahl der parallel geschalteten Einzelelektronenpumpen, e die Elementarladung und f die Pumpfrequenz. Bei $n = 3$ und $f = 500$ MHz ergibt sich der Strom I zu

$$I = 3 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 10^6 = 2,403 \cdot 10^{-10} A. \quad (1.19)$$

Damit sollen Ströme mit einer Unsicherheit $\leq 1 \cdot 10^{-8}$ erzeugt werden können.

Eine weitere Möglichkeit, die Strommessung auf Naturkonstanten zurückzuführen, bieten der Josephson- und der Quanten-Hall-Effekt. Dabei fließt der zu messende Strom über den Quanten-Hall-Widerstand. Der Spannungsabfall am Widerstand wird in einem Vergleich mit einem Josephson-Normal ermittelt. Der gesuchte Strom ergibt sich dann aus dem Ohm'schen Gesetz („Quanten-Ampereometer“).

Quantenmetrologisches Dreieck. Das quantenmetrologische Dreieck (Bild 1.5) verdeutlicht, dass in den elektrischen Größen Spannung, Strom und Widerstand die Naturkonstanten Elementarladung und Planck'sches Wirkungsquantum stecken. Die Physikalisch-Technische-Bundsanstalt PTB plant ein Experiment, um die Werte von e und h zu überprüfen und gegebenenfalls auszugleichen. Für dieses Dreiecksexperiment sind Josephson-Spannungsnormale, Quanten-Hall-Widerstände, Einzelelektronenpumpen und Kryostromkomparatoren erforderlich [1.17].

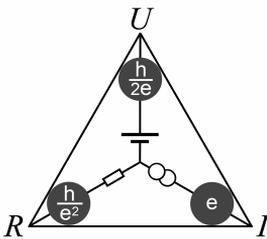


Bild 1.5 Das quantenmetrologische Dreieck [1.17]: In einem Quanten-ampereometer fließt der Strom über einen Quanten-Hall-Widerstand. Der dabei entstehende Spannungsabfall wird mit einem Josephson-Normal bestimmt.

1.2.8 Die SI-Einheiten der Temperatur, der Stoffmenge und der Lichtstärke

Die SI-Einheiten der Temperatur (Kelvin), der Stoffmenge (Mol) und der Lichtstärke (Candela) werden hier nur aufgeführt, ohne auf die Darstellung einzugehen.

Temperatur

Das Kelvin, Einheitenzeichen K, ist die SI-Einheit der thermodynamischen Temperatur. Es ist definiert, indem für die Boltzmann-Konstante k der Zahlenwert $1,380\,649 \cdot 10^{-23}$ festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit $J K^{-1}$, die gleich $kg m^2 s^{-2} K^{-1}$ ist, wobei das Kilogramm, der Meter und die Sekunde mittels h , c und $\Delta\nu$ definiert sind.