Ewald Bamberger

Bamberger Matrix

Ein kleines Buch über Dreiecke

Inhaltsverzeichnis

Prolog

Dieses Buch handelt von Dreiecken. Wir werden uns Schritt für Schritt deren Eigenschaften erarbeiten. Ja, Arbeit wird es schon sein. Aber wir lernen die Dreiecke und deren Eigenschaften nach und nach kennen. Du wirst sehen, so anstrengend wird es nicht.

Eine jede Seite des Buches bildet für sich eine Einheit. Alle Seiten des Buches aber bilden gemeinsam ebenso eine Einheit. Eine jede Seite des Buches erhält eine Überschrift. Die Überschriften sagen dir, worum es auf der jeweiligen Seite geht.

Es genügt, wenn du täglich eine Seite aufmerksam liest. Du solltest sie freilich nicht so lesen, wie du einen Roman zu lesen pflegst. Die Aussagen und Gleichungen musst du schon auch bedenken und dir einprägen. Dies meinte ich mit Arbeit.

Ich hoffe, es wird dir auch Freude bereiten, dieses Buch zu lesen. Nachdem du es gelesen hast, wirst du vermutlich einiges gelernt und verstanden haben. Ich werde dich nicht prüfen, dir also auch keine Note geben. Aber du kannst für dich selbst wahrnehmen, wo du Fortschritte gemacht hast. Freude am Lernen und Verstehen - darum geht‘s.

Der Name dieses Buches – Bamberger Matrix – kommt übrigens daher, weil ich in Hinblick auf die Satzgruppe des Pythagoras, die sich auf rechtwinklige Dreiecke bezieht, alle relevanten Werte in einer Matrix notiere, wodurch sich die Rechnungen vereinfachen.

Polygonzüge I

Die erste Seite ist mit dem Begriff Polygonzüge überschrieben. Was ist ein Polygonzug, wirst du dich fragen. Nun, Dreiecke sind Polygonzüge, genauer geschlossene Polygonzüge, bestehend aus drei Strecken, die wir dann die Seiten des Dreiecks nennen. Eine Strecke ist eine gerade Linie, die zwei Punkte miteinander verbindet. Werden drei Punkte einer Ebene, die nicht auf einer einzigen Geraden liegen, durch solche Streckenlinien miteinander verbunden, entsteht ein Dreieck, ein geschlossener Polygonzug mit drei Seiten und drei Eckpunkten, den Ecken des Dreiecks.

Ein Polygonzug besteht aus einzelnen Strecken, die der Reihe nach aneinandergefügt sind. So ähnlich, wie Perlen auf einer Schnur aufgereiht werden und eine Kette bilden oder Waggons aneinander hängen und einen Zug bilden, bilden auch die Strecken so etwas wie eine Kette, einen Streckenzug. Es können auch mehr als drei Strecken sein, die den Polygonzug bilden. Da wir aber in diesem Buch die Dreiecke behandeln, betrachten wir also solche Züge, die aus drei Strecken bestehen und geschlossen sind. Sie sind geschlossen, weil der Anfangspunkt des Zugs mit dem Endpunkt des Zugs übereinstimmt.

Das war‘s erst mal für heute. Es freut mich, dass du nun begonnen hast, dieses Buch zu lesen. Falls du etwas noch nicht ganz verstanden hast, liest du diese Seite am besten noch einmal. Das, was ich hier nur mit Worten beschrieben habe, wird an den nächsten Tagen noch deutlicher werden, wenn wir uns anhand einiger Zeichnungen Polygonzüge und die unterschiedlichen Arten von Dreiecken veranschaulichen werden. Also dann, bis morgen.

Polygonzüge II

Hier siehst du einen offenen Polygonzug der Länge 3. 3 Strecken wurden aneinandergefügt. Anfangspunkt und Endpunkt stimmen nicht überein.

Abbildung 10

Nun folgen geschlossene Polygonzüge der Länge 5 und 7. Anfangspunkt und Endpunkt stimmen überein.

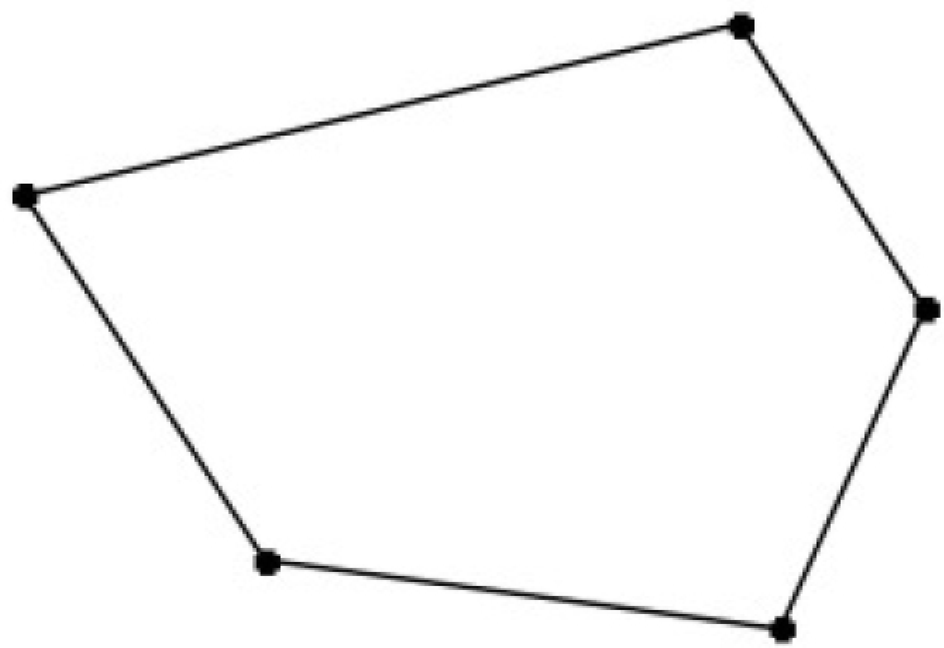

Abbildung 20

Der Polygonzug in Abbildung 20 ist konvex. Alle Innenwinkel sind kleiner als 180°.

Polygonzüge III

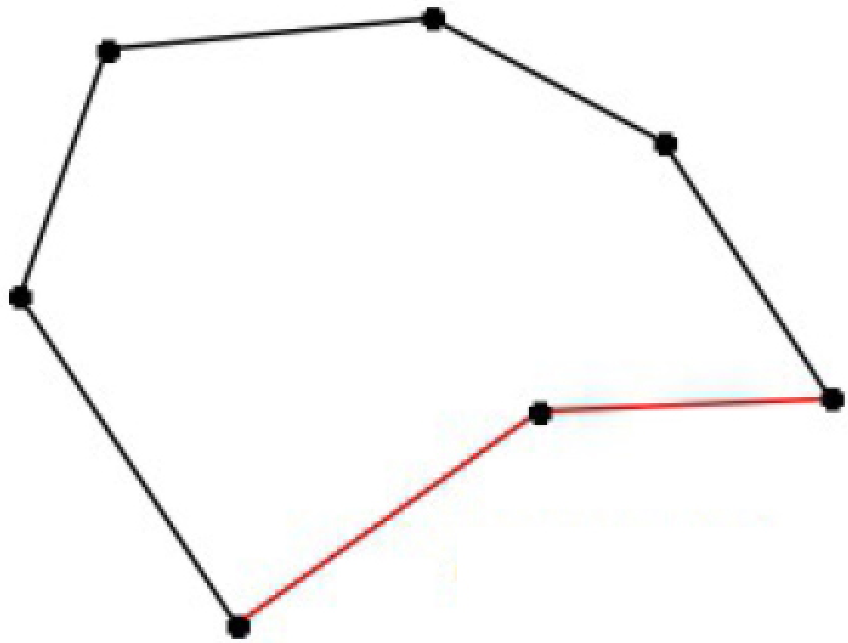

Abbildung 30

Der Polygonzug in Abbildung 30 ist konkav. Einer der Innenwinkel ist größer als 180°.

Dreiecke - geschlossene Polygonzüge der Länge 3

Man könnte durchaus auch dann von einem Polygonzug sprechen, wenn die einzelnen Strecken, die den Zug bilden, nicht alle in derselben Ebene liegen. Einen solchen Polygonzug könnte man dann z.B. nicht auf ein Blatt Papier aufzeichnen, das vor uns auf der Tischplatte liegt, weil ja mindestens eine der Strecken quasi nach unten im Tisch verschwinden oder nach oben in die Luft zeigen würde. Nein, wir beschäftigen uns in diesem Buch nur mit solchen Polygonzügen, die ganz in einer Ebene liegen, zumal Dreiecke als Polygonzüge ohnehin immer ganz in einer Ebene liegen. Eine solche Ebene kann z.B. eben das Blatt Papier sein, das auf der Tischplatte liegt und auf das du das Dreieck aufzeichnen kannst.

Erläuterungen zu den Bezeichnungen am Dreieck

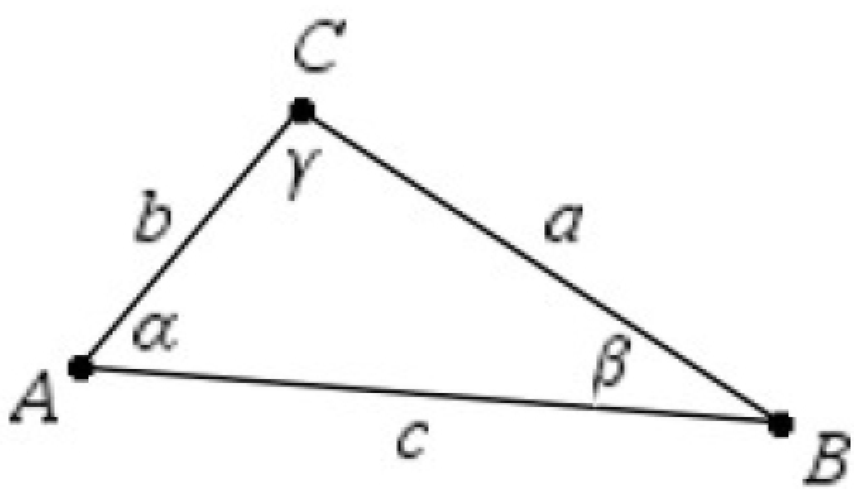

Abbildung 40

Die Ecken eines Dreiecks werden gewöhnlich mit den lateinischen Großbuchstaben ***A, B*** und ***C*** bezeichnet und zwar in positiver Richtung gegen den Lauf der Uhr.

Die Seiten eines Dreiecks werden gewöhnlich mit den lateinischen Kleinbuchstaben ***a, b*** und ***c*** bezeichnet und zwar in positiver Richtung gegen den Lauf der Uhr.

Dabei liegt Seite ***a*** der Ecke ***A***, Seite ***b*** der Ecke ***B*** und Seite ***c*** der Ecke ***C*** gegenüber.

Die Winkel eines Dreiecks werden gewöhnlich mit den griechischen Kleinbuchstaben ***α, β*** und ***γ*** bezeichnet und zwar in positiver Richtung gegen den Lauf der Uhr.

Dabei liegt Winkel ***α*** der Seite ***a***, Winkel ***β*** der Seite ***b*** und Winkel ***γ*** der Seite ***c*** gegenüber.

Die Namen der griechischen Buchstaben lauten Alpha (***α***), Beta (***β***) und Gamma (***γ***).

Eigenschaften von Seiten und Winkeln

Für alle Dreiecke gilt, dass die Summe zweier Seiten stets größer ist als die dritte Seite.

$a + b > c$ und $a + c > b$ und $b + c > a$

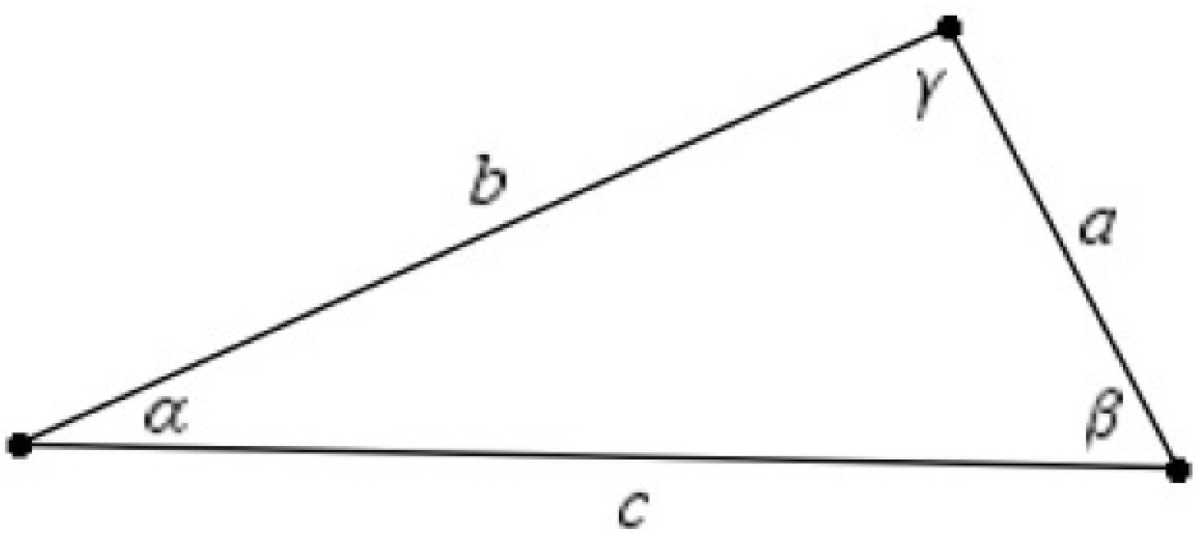

Abbildung 50

Der längsten Seite liegt der größte Winkel, der kürzesten Seite liegt der kleinste Winkel gegenüber.

$$\boldsymbol{a \leq b \leq c \Leftrightarrow \alpha \leq \beta \leq \gamma}$$

Dreiecksarten I

Nun gebe ich dir einen kurzen Überblick über die verschiedenen Arten von Dreiecken.

Es gibt **unregelmäßige** Dreiecke, deren Seiten jeweils unterschiedlich lang und deren Winkel jeweils unterschiedlich groß sind. Ein solches Dreieck kannst du in Abbildung 50 bewundern.

Dreiecksarten II

Daneben gibt es sogenannte **gleichschenklige** Dreiecke, bei denen zumindest zwei Seiten die gleiche Länge und zwei Winkel die gleiche Größe haben.

In diesem Dreieck haben die Seiten *b* und *c* die gleiche Länge.
Die beiden Winkel β und γ haben die gleiche Größe.

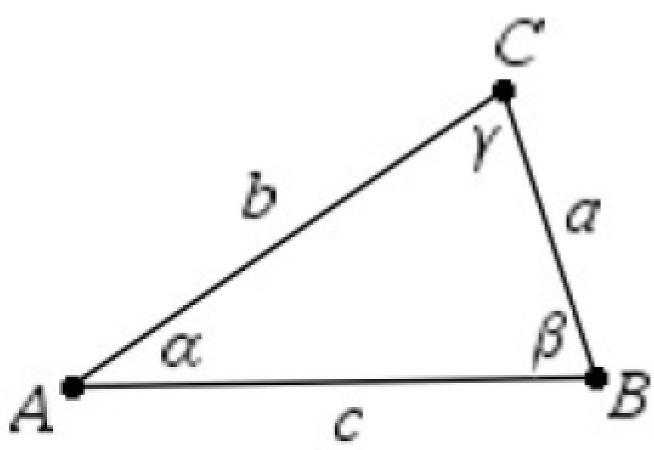

Abbildung 60