Heribert Stroppe
Peter Streitenberger
Eckard Specht

PHYSIK

Beispiele und Aufgaben

2., aktualisierte und erweiterte Auflage

HANSER

Physikalische Konstanten (2018 CODATA recommended values)

Atmosphärischer Luftdruck (Normwert)	p_0	$= 101\,325$ Pa *)
Atomare Masseneinheit	u	$= 1{,}660\,539\,066\,60(50) \cdot 10^{-27}$ kg
AVOGADRO-Konstante	N_A	$= 6{,}022\,140\,76 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} *)
BOLTZMANN-Konstante	k	$= 1{,}380\,649 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1} *)
Absolute Temperatur des Eispunktes	T_0	$= 273{,}15$ K *)
Elektrische Elementarladung	e	$= 1{,}602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ C *)
Elektrische Feldkonstante	ε_0	$= 8{,}854\,187\,8128(13) \cdot 10^{-12}$ F m^{-1}
Fallbeschleunigung (Normwert)	g	$= 9{,}806\,65$ m s^{-2} *)
FARADAY-Konstante	F	$= 96\,485{,}332\,12\ldots$ C mol^{-1} *)
Gaskonstante (universelle)	R	$= 8{,}314\,462\,618\ldots$ J mol^{-1} K^{-1} *)
Gravitationskonstante	γ	$= 6{,}674\,30(15) \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c_0	$= 299\,792\,458$ m s^{-1} *)
LOSCHMIDT-Konstante	N_L	$= 2{,}686\,780\,111\ldots \cdot 10^{25}$ m^{-3} *)
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$= 1{,}256\,637\,062\,12(19) \cdot 10^{-6}$ H m^{-1}
Molares Normvolumen des idealen Gases	$V_{\mathrm{m}0}$	$= 22{,}413\,969\,54\ldots \cdot 10^{-3}$ m^3 mol^{-1} *)
Masse der Erde	M_E	$= 5{,}976 \cdot 10^{24}$ kg
Masse der Sonne	M_S	$= 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg
Masse des Mondes	M_M	$= 7{,}347 \cdot 10^{22}$ kg
Mittlerer Erdbahnradius um die Sonne	r_E	$= 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
Mittlerer Erdradius am Äquator	R_E	$= 6{,}378 \cdot 10^{6}$ m
PLANCKsches Wirkungsquantum	h	$= 6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$ J s *)
Ruhemasse des Elektrons	m_e	$= 9{,}109\,383\,7015(28) \cdot 10^{-31}$ kg
Ruhemasse des Neutrons	m_n	$= 1{,}674\,927\,498\,04(95) \cdot 10^{-27}$ kg
Ruhemasse des Protons	m_p	$= 1{,}672\,621\,923\,69(51) \cdot 10^{-27}$ kg
RYDBERG-Frequenz	$R_\infty c$	$= 3{,}289\,841\,960\,2508(64) \cdot 10^{15}$ Hz
Spezifische Ladung des Elektrons	e/m_e	$= -1{,}758\,820\,010\,76(53) \cdot 10^{11}$ C kg^{-1}
STEFAN-BOLTZMANN-Konstante	σ	$= 5{,}670\,374\,419\ldots \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} *)

Hinweis: Die letzten beiden Ziffern in runden Klammern geben jeweils die Standardabweichung der betreffenden Größe an; sie bezieht sich auf die letzten beiden, vor der Klammer stehenden Dezimalen. Z. B. ist die Gravitationskonstante zu lesen als $\gamma = (6{,}674\,30 \pm 0{,}000\,15) \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}.

Das griechische Alphabet

Alpha	A	α	Eta	H	η	Ny	N	ν	Tau	T	τ
Beta	B	β	Theta	Θ	ϑ	Xi	Ξ	ξ	Ypsilon	Υ	υ
Gamma	Γ	γ	Iota	I	ι	Omikron	O	o	Phi	Φ	φ
Delta	Δ	δ	Kappa	K	$\varkappa$	Pi	Π	π	Chi	X	χ
Epsilon	E	ε	Lambda	Λ	λ	Rho	P	ϱ	Psi	Ψ	ψ
Zeta	Z	ζ	My	M	μ	Sigma	Σ	σ	Omega	Ω	ω

*) Exakte Konstante.

Stroppe / Streitenberger / Specht

PHYSIK • Beispiele und Aufgaben

Heribert Stroppe
Peter Streitenberger
Eckard Specht

PHYSIK

Beispiele und Aufgaben

2., aktualisierte und erweiterte Auflage

HANSER

Autoren:
Prof. i. R. Dr. sc. nat. Dr.-Ing. Heribert Stroppe (†)
Ordinarius für Technische Physik i. R.
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Dr. rer. nat. habil. Peter Streitenberger
Institut für Physik
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Dr. rer. nat. Eckard Specht
Institut für Physik
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

MIX
Papier aus verantwortungsvollen Quellen
FSC® C083411
FSC www.fsc.org

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Internet: www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg
Herstellung: Anne Kurth
Covergestaltung: Max Kostopoulos
Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München
Satz: Eckhard Specht, Magdeburg
Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck
Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-46406-3
E-Book-ISBN 978-3-446-46800-9

Vorwort

Das vorliegende Buch ist ein Arbeits- und Übungsbuch für die physikalische Grundlagenausbildung von Studierenden natur- und ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge an Universitäten, Hoch- und Fachhochschulen. Es schließt in Inhalt, Darstellung und Niveau eng an das im gleichen Verlag erschienene Lehrbuch STROPPE „PHYSIK für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften" an, ist aber unabhängig von diesem und in Verbindung auch mit jedem anderen Physiklehrbuch verwendbar.
Das Buch unterscheidet sich in mancherlei Hinsicht von anderen Aufgabensammlungen zur Physik: Gegliedert und didaktisch aufbereitet nach Art eines Lehrbuches wird hier der in einer Anfängervorlesung üblicherweise behandelte Stoff aus dem Gesamtgebiet der Physik anhand von gezielt ausgewählten Beispielen (als Aufgaben formuliert) wiederholt, gefestigt und vertieft, wobei jeweils der gesamte Lösungsweg und vollständige Rechengang – vom Ansatz bis zum allgemeinen und zahlenmäßigen Ergebnis – sowie die einschlägigen physikalischen Gesetze ausführlich dargestellt und erläutert werden.
Dabei war es nicht unser Bestreben, möglichst viele (und spektakuläre) Beispiele anzubieten, sondern es wurde vielmehr versucht, in der gebotenen Kürze die jeweils zu einem Abschnitt bzw. Kapitel gehörigen wesentlichen Inhalte möglichst abzudecken und dabei das Grundsätzliche zu betonen. Aus diesem Grunde erscheinen nicht vordergründig nur unmittelbar praxisbezogene Aufgaben und aktuelle Beispiele, sondern auch solche mit im Laufe der Zeit „klassisch" gewordener, aber das formale Denken fördernder Fragestellung. Zur Selbstkontrolle werden in jedem Abschnitt Zusatzaufgaben gestellt, für die entweder nur das Endergebnis oder – bei etwas schwierigeren Aufgaben – zusätzlich der Lösungsweg angegeben ist.
Der Schwierigkeitsgrad ist bewusst unterschiedlich gewählt; neben sehr einfachen Aufgaben finden sich mitunter recht anspruchsvolle. Erfahrungsgemäß sind die Schwierigkeiten, mit denen Studierende (und somit indirekt auch Dozierende) anfänglich zu kämpfen haben, neben physikalischer vor allem mathematischer Natur. Dies betrifft hauptsächlich die für viele Aufgaben unerlässliche Differenzial- und Integralrechnung, die Vektorrechnung und das Rechnen mit komplexen Zahlen. Zwar hat hier die Schule eine gewisse Vorarbeit geleistet, aber häufig reichen die Kenntnisse und die Übung in der praktischen Handhabung des mathematischen Rüstzeuges nicht aus. Dies war für uns ein wesentlicher Grund, weshalb der Rechengang ausführlich dargestellt wurde. Vor allem aber wird dadurch ein besseres Verständnis und ein tieferer Einblick in den theoretischen Gehalt der physikalischen Gesetzmäßigkeiten erreicht.
Die Studierenden sollen sich aber keinesfalls entmutigen lassen, wenn sie eine Aufgabe nicht oder nur unter Zuhilfenahme der kompletten Lösung meistern können; auch diese muss erst einmal „verarbeitet" werden, und wenn ihnen das gelingt, ist eigentlich das Anliegen schon erreicht.
Ein Buch mit so viel Formeln und Zahlen ist a priori nie frei von Fehlern. Für Hinweise auf solche – zahlenmäßiger wie grundsätzlicher Art – sowie für Anregungen zur Verbesserung des Werkes sind die Verfasser stets dankbar.

Neu in der vorliegenden 2. Auflage ist die kapitelweise Nummerierung der Aufgaben und die Angabe der Kapitel als Zwischenüberschriften auch im Lösungsteil. Dies dient einer besseren Sichtbarkeit der Themengebiete und höheren Flexibilität bei einer künftigen Erweiterung. So wurde auch eine Reihe neuer Aufgaben, vorwiegend in der Mechanik, aufgenommen. Diese Veränderungen erfolgten ganz im Sinne des Hauptautors, Prof. Dr. HERIBERT STROPPE, der 2017 verstorben ist.
Dem Carl Hanser Verlag München danken wir an dieser Stelle für über drei Jahrzehnte gedeihlicher Zusammenarbeit.

Magdeburg, Oktober 2020 Die Autoren

Hinweise

In diesem Buch werden ausschließlich die gesetzlich vorgeschriebenen SI-Einheiten sowie gültige SI-fremde Einheiten verwendet (vgl. die Tabellen auf der hinteren Einband-Innenseite). Die Verwendung von SI-Einheiten bietet den Vorteil, dass alle Größengleichungen auch als Zahlenwertgleichungen benutzt werden können, sofern alle Größen in *kohärenten* SI-Einheiten (welche aus den Basiseinheiten des SI ohne Zahlenfaktoren gebildet sind) in die entsprechenden Beziehungen eingesetzt werden. Auch darf nicht vergessen werden, alle *Vorsätze* von Einheiten, wie z. B. beim km, mA oder GJ, in die entsprechenden dezimalen Vielfachen oder Teile zu „übersetzen“, also in 10^3 m, 10^{-3} A und 10^9 J (außer beim kg als Basiseinheit). Ist also z. B. die Geschwindigkeit $v = 90$ km/h gegeben, so ist dafür der Wert (90/3,6) m/s = 25 m/s einzusetzen, oder anstelle von $\varrho = 7{,}8$ g/cm^3 für die Dichte von Eisen der Wert $7{,}8 \cdot 10^3$ kg/m^3, anstelle von $p_0 = 1{,}013\,25$ bar für den Normluftdruck $1{,}013\,25 \cdot 10^5$ Pa (Pascal) usw. Wird dies alles beachtet, erhält man auch die Ergebnisgröße automatisch in der ihr zukommenden kohärenten SI-Einheit.
Für die Zahlenrechnungen genügt ein einfacher Taschenrechner mit den wichtigsten mathematischen Funktionen. Sind im Lösungstext gerundete numerische Zwischenergebnisse angegeben, werden zur weiteren Rechnung dennoch die exakten Zahlenwerte im Rahmen der Taschenrechner-Genauigkeit verwendet.
Die Aufgabenstellungen sind so abgefasst, dass sie keine überflüssigen Angaben enthalten. Manchmal sind bestimmte Konstanten wie Gravitationskonstante, Gaskonstante usw. mit angegeben, in der Regel zu Beginn des Abschnittes, in dem sie erstmals auftreten. Fehlen solche Angaben, so bedeutet das nicht, dass diese für die Lösung nicht benötigt werden. Auf der vorderen Einband-Innenseite sind alle vorkommenden Konstanten nochmals zusammengestellt.

Inhaltsverzeichnis

1 KINEMATIK

1.1 Geradlinige Bewegung. Geschwindigkeit und Beschleunigung

1.1.1 *Mittlere Geschwindigkeit*

Ein Fahrzeug legt die erste Hälfte a) seiner Fahrzeit, b) seines Weges mit der Geschwindigkeit 40 km/h zurück, die zweite Hälfte mit 60 km/h. Wie groß ist im Fall a) und im Fall b) die mittlere Geschwindigkeit?

1.1.2 *Anfangs- und Endgeschwindigkeit*

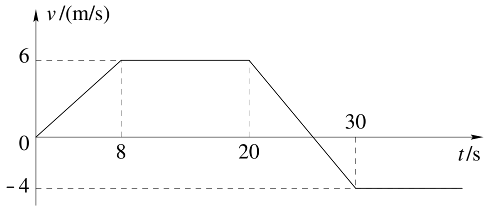
Auf einem Streckenabschnitt von 300 m verdoppelt ein Fahrzeug bei gleichmäßiger Beschleunigung innerhalb von 20 Sekunden seine Geschwindigkeit. Wie groß sind Anfangs- und Endgeschwindigkeit?

1.1.3 *Gleichmäßig verzögerte Bewegung*

Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit fährt ein Kraftfahrer, der vom Zeitpunkt des Erkennens eines Hindernisses und anschließender Notbremsung noch insgesamt 35 m zurücklegt, wenn die Reaktionszeit 0,8 s und die Bremsverzögerung $-6{,}5\ \mathrm{m/s^2}$ beträgt? Wie lange dauert der Anhaltevorgang?

1.1.4 *Bewegungsdiagramme*

Ein Fahrzeug bewegt sich entsprechend dem im Bild dargestellten Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm. a) Nennen Sie die vom Fahrzeug in den einzelnen Zeitabschnitten ausgeführten Bewegungsarten! b) Berechnen Sie den Ort des Fahrzeugs nach $t = 30$ s und ermitteln Sie den vom Fahrzeug bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegten Weg! c) Nach welcher Zeit erreicht das Fahrzeug wieder den Ausgangspunkt? d) Skizzieren Sie das Beschleunigung-Zeit- und Ort-Zeit-Diagramm des Fahrzeugs im Zeitintervall von 0 bis 60 s!



1.1.5 *Kürzeste Fahrzeit*

Ein Personenkraftwagen soll aus dem Stand einen 518 m entfernten Zielpunkt in kürzester Zeit erreichen und dort wieder zum Stillstand kommen. Die maximale Startbeschleunigung beträgt $a_1 = 2{,}4\ \mathrm{m/s^2}$, die maximale Bremsverzögerung $a_2 = -5{,}0\ \mathrm{m/s^2}$. a) Welche Höchstgeschwindigkeit v_1 erreicht das Fahrzeug? b) Wie groß sind Beschleunigungsstrecke und Bremsweg? c) Welche Zeit wird für die gesamte Strecke mindestens benötigt? d) Was erhält man, wenn der PKW nur 130 km/h schafft?

1.1.6 *Beschleunigungsstrecken*

Wie groß sind Anfangsgeschwindigkeit und Beschleunigung eines Körpers, der in der sechsten Sekunde 6 m und in der elften Sekunde 8 m zurücklegt?

1.1.7 *Einholvorgang*

Ein Fahrzeug A startet mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_{0\mathrm{A}} = 2$ m/s und einer konstanten Beschleunigung a. 10 Sekunden danach startet vom gleichen Punkt aus ein zweites Fahrzeug B mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_{0\mathrm{B}} = 12$ m/s und der gleichen Beschleunigung. a) Wie weit ist bei einer Beschleunigung von $a = 0{,}5\ \mathrm{m/s^2}$ A von B schon entfernt, wenn B startet? b) Welche Zeit t_1 benötigt B bei der gleichen Beschleunigung, um A einzuholen? c) Welche Strecke haben die beiden Fahrzeuge bis dahin zurückgelegt? d) Wie groß darf die Beschleunigung a der beiden Fahrzeuge maximal sein, damit A von B überhaupt eingeholt werden kann?

1.1.8 *Weg-Zeit-Gesetz*

Die Abhängigkeit des von einem Körper durchlaufenen Weges s von der Zeit t ist durch $s = A + Bt + Ct^2$ gegeben, wobei $B = 2\ \mathrm{m/s}$ und $C = 1\ \mathrm{m/s^2}$ ist. Gesucht sind a) die mittlere Geschwindigkeit und b) die mittlere Beschleunigung des Körpers für die erste, zweite und dritte Sekunde seiner Bewegung.

1.1.9 *Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung (1)*

Ein Wagen fährt auf einen mit Pufferfedern versehenen Prellbock auf. Die momentane Bremsverzögerung a ist der momentanen Stauchung x der Pufferfedern proportional: $a = -\beta x$ mit $\beta = 2 \cdot 10^3\ \mathrm{s^{-2}}$. a) Um welchen maximalen Betrag x_1 werden die Federn zusammengedrückt, wenn der Wagen mit der Geschwindigkeit $v_0 = 16{,}2\ \mathrm{km/h}$ auf den Prellbock auffährt? b) Wie groß ist die Bremsverzögerung am Ende der Stauchung?

1.1.10 *Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung (2)*

Ein Flugzeug wird nach dem Aufsetzen auf der Landebahn durch Bremsfallschirme abgebremst. Die durch den Luftwiderstand hervorgerufene Bremsverzögerung sei dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional: $a = -kv^2$ mit $k = 0{,}04\ \mathrm{m^{-1}}$. a) In welcher Zeit t_1 verringert sich die Geschwindigkeit des Flugzeuges von anfänglich $v_0 = 50\ \mathrm{m/s}$ auf $v_1 = 1\ \mathrm{m/s}$ (Schritttempo), wenn der Bremsvorgang ausschließlich durch den Luftwiderstand bewirkt wird? b) Welche Strecke s_1 legt es in dieser Zeit zurück?

ZUSATZAUFGABEN

1.1.11 Eine Minute nach Abfahrt eines Fahrzeuges A mit der konstanten Geschwindigkeit $v_1 = 54\ \mathrm{km/h}$ startet am gleichen Ort ein zweites Fahrzeug B, welches mit der konstanten Geschwindigkeit $v_2 = 72\ \mathrm{km/h}$ dem Fahrzeug A hinterherfährt. a) Nach welcher Zeit und b) in welcher Entfernung vom Ausgangsort wird A von B eingeholt?

1.1.12 Ein Projektil wird mit einer Mündungsgeschwindigkeit von 600 m/s abgefeuert. Man bestimme die Durchschnittsbeschleunigung im Geschützrohr, wenn dieses eine Länge von 150 cm hat!

1.1.13 Die Entfernung zwischen zwei U-Bahn-Stationen beträgt 1,5 km. In der ersten Hälfte dieses Weges fährt der Zug gleichmäßig beschleunigt, in der zweiten Hälfte gleichmäßig verzögert, wobei die Verzögerung betragsmäßig gleich der Größe der Beschleunigung ist. Die Maximalgeschwindigkeit des Zuges beträgt 50 km/h. Gesucht sind a) die Größe der Beschleunigung bzw. Verzögerung, b) die Dauer der Fahrt zwischen den Stationen.

1.1.14 Ein Fahrzeug habe die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 36\ \mathrm{km/h}$ und legt innerhalb der nächsten 5 Sekunden die Strecke 67,5 m zurück. a) Wie groß ist die Beschleunigung? b) Welche Geschwindigkeit hat das Fahrzeug dann?

1.1.15 Ein Personenkraftwagen, der mit 72 km/h fährt, bremst vor einer Gefahrenstelle und verringert innerhalb von 5 Sekunden seine Geschwindigkeit gleichmäßig auf 18 km/h. Man bestimme a) die Verzögerung, b) die Strecke, die das Fahrzeug während der fünften Sekunde zurücklegt!

1.1.16 Bevor es den Erdboden verlässt, legt ein Flugzeug auf der Startbahn nach dem Start in 12 s einen Weg von 720 m mit konstanter Beschleunigung zurück. Gesucht sind a) die Beschleunigung, b) die Geschwindigkeit, mit der es den Erdboden verlässt, c) der in der ersten und in der zwölften Sekunde zurückgelegte Weg.

1.1.17 Das Weg-Zeit-Gesetz einer Bewegung ist durch die Gleichung $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ gegeben, wobei $C = 0{,}14\ \mathrm{m/s^2}$ und $D = 0{,}01\ \mathrm{m/s^3}$ ist. a) Wie viel Sekunden nach Beginn der Bewegung beträgt die Beschleunigung $1\ \mathrm{m/s^2}$? b) Wie groß ist die mittlere Beschleunigung bis zu diesem Zeitpunkt?

1.1.18 Ein elektrischer Triebwagen fährt mit gleichförmig zunehmender (zeitproportionaler) Beschleunigung an. Nach $t_1 = 100\ \mathrm{s}$ beträgt diese $a_1 = 0{,}6\ \mathrm{m/s^2}$. Wie groß sind zu diesem Zeitpunkt die Geschwindigkeit des Triebwagens und der zurückgelegte Weg?

1.1.19 a) Man ermittle das Ort-Zeit-Gesetz für die Ortskoordinate $x(t)$ in Aufgabe 1.1.4. *Hinweis:* Man beachte die Stetigkeit von $x(t)$ und ihrer ersten Ableitung $\mathrm{d}x(t)/\mathrm{d}t$ an den Übergängen von einem Zeitabschnitt zum anderen. b) Wie groß ist die maximale Entfernung vom Ausgangspunkt?

1.2 Fall- und Steigbewegung. Senkrechter Wurf

1.2.1 *Freier Fall (1)*

An einer senkrecht hängenden Schnur sind in bestimmten Abständen Kugeln befestigt, wobei sich die unterste Kugel in der Höhe h_1 über dem Boden befindet. Wie groß sind die Abstände benachbarter Kugeln, wenn die Kugeln in gleichen Zeitabständen Δt auf dem Boden auftreffen, nachdem die Schnur losgelassen wurde?

1.2.2 *Freier Fall (2)*

Ein frei fallender Körper passiert zwei 10 m untereinander liegende Messstellen im zeitlichen Abstand von 0,7 s. Aus welcher Höhe über dem oberen Messpunkt wurde der Körper losgelassen, und welche Geschwindigkeit hat er in den beiden Messpunkten? Luftwiderstand wird vernachlässigt.

1.2.3 *Senkrechter Wurf nach oben*

Eine ballistische Rakete wird mit einer Geschwindigkeit von 490 m/s senkrecht nach oben abgefeuert. Man berechne a) die Steigzeit der Rakete bis zur maximal erreichten Höhe, b) die maximale Höhe, c) die Momentangeschwindigkeit nach 40 s und nach 60 s, d) die Zeit, in der die Rakete eine Höhe von 7840 m erreicht! Die Rakete wird von Beginn ihrer Steigbewegung an als Wurfgeschoss betrachtet. Luftwiderstand wird vernachlässigt.

1.2.4 *Steigbewegung auf der schiefen Ebene*

Ein Skispringer fährt nach dem Aufsetzen mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 72 km/h einen Hang hinauf, der eine Steigung von 30° hat. a) Welchen Weg legt er bis zum obersten erreichten Punkt auf der schiefen Ebene zurück? b) Welche Zeit benötigt er dazu? Reibung wird vernachlässigt.

ZUSATZAUFGABEN

1.2.5 Ein Personenkraftwagen fährt mit 36 km/h gegen eine Mauer. Aus welcher Höhe müsste er fallen, damit der Aufprall genauso stark wird?

1.2.6 Zum Zeitpunkt null wird ein Körper *1* aus einer Höhe von 800 m fallengelassen. Zum gleichen Zeitpunkt wird ein zweiter Körper *2* vom Boden aus mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 200$ m/s nach oben geschossen. Nach welcher Zeit und in welcher Höhe begegnen sich die Körper? Luftreibung wird vernachlässigt.

1.2.7 Aus einem Ballon, der sich in 300 m Höhe befindet, wird Ballast abgeworfen. Nach welcher Zeit erreicht dieser den Erdboden, wenn der Ballon mit einer Geschwindigkeit von 5 m/s a) sinkt, b) steigt? Luftwiderstand wird vernachlässigt.

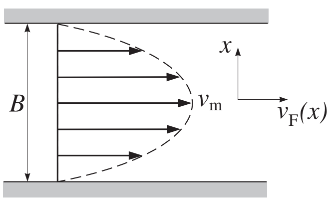
1.2.8 Ein Schlitten gleitet reibungsfrei einen Hang hinab, der ein Gefälle von 30° hat. a) Man berechne die Geschwindigkeit des Schlittens, nachdem dieser aus dem Stand eine Strecke von 20 m zurückgelegt hat! b) Wie lange dauert die Fahrt bis dorthin?

1.2.9 Ein von einem Turm mit $v_0 = 10$ m/s senkrecht nach unten geworfener Gegenstand trifft nach 2 s auf dem Erdboden auf. Gesucht sind die Auftreffgeschwindigkeit v und die Höhe des Turmes h.

1.3 Überlagerung von Bewegungen. Schiefer Wurf

1.3.1 *Superpositionsprinzip (1)*
Ein Boot setzt mit der Geschwindigkeit 2 m/s senkrecht zum Ufer über einen Fluss von 210 m Breite. Die Strömung treibt es dabei 63 m ab. a) Gesucht ist die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses, die Geschwindigkeit des Bootes gegenüber dem Ufer nach Größe und Richtung sowie die Zeit zum Übersetzen. b) Unter welchem Winkel muss gegengesteuert werden, um auf kürzestem Wege das gegenüber liegende Ufer zu erreichen? Wie lange dauert die Überfahrt? c) Unter welchem Winkel muss man steuern, um in der kürzesten Zeit das andere Ufer zu erreichen? Wie lange dauert dann die Überfahrt?

1.3.2 *Superpositionsprinzip (2)*
(Bild) Man berechne den Abtrieb s eines Bootes beim senkrechten Überqueren eines Flusses der Breite $B = 210$ m bei einer Geschwindigkeit des Bootes von $v_B = 2$ m/s! Im Unterschied zu Aufgabe 1.3.1 ist jetzt die Strömungsgeschwindigkeit nicht über die gesamte Flussbreite konstant, sondern fällt nach



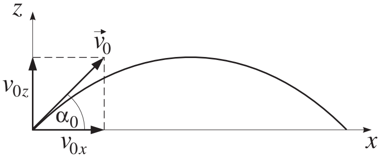
$$v_F(x) = v_m \left(1 - \frac{4x^2}{B^2}\right)$$

vom Maximalwert $v_m = 0{,}6$ m/s in Flussmitte ($x = 0$) auf null am Ufer ($x = \pm B/2$) ab.

1.3.3 *Horizontaler Wurf*
Ein Wasserstrahl, der horizontal aus einer Rohrleitung ausströmt, trifft 2 m unterhalb und 4 m entfernt von der Austrittsöffnung gegen eine senkrechte Wand. a) Wie groß ist die Ausströmgeschwindigkeit aus der Rohröffnung? b) Mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel trifft der Strahl auf die Wand?

1.3.4 *Gleichung der Wurfparabel*

(Bild) Man leite die Gleichung der Bahnkurve $z = z(x)$ für den schiefen Wurf eines Körpers mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 und dem Abwurfwinkel α_0 her! Man stelle zunächst für jede der beiden Teilbewegungen in horizontaler Richtung (x) und vertikaler Richtung (z), welche sich zur resultierenden Bewegung des Körpers überlagern, das zugehörige Weg-Zeit-Gesetz $x = x(t)$ bzw. $z = z(t)$ auf und eliminiere daraus die Zeit t. Die Komponenten von $\boldsymbol{v}_0$, v_{0x} und v_{0z}, drücke man durch v_0 und α_0 aus.



1.3.5 *Schiefer Wurf (1)*

Eine ballistische Interkontinentalrakete mit einer Reichweite von 8000 km werde aus dieser Entfernung abgefeuert. Sie kann vom Zielpunkt aus erst registriert werden, nachdem sie die halbe Entfernung zurückgelegt hat. (Näherungsweise Behandlung als Wurfgeschoss; Erdkrümmung und Luftwiderstand werden vernachlässigt.) a) Mit welcher Geschwindigkeit fliegt die Rakete, nachdem sie registriert wurde? b) Wie groß ist die verbleibende Vorwarnzeit? c) Mit welcher Geschwindigkeit würde sie ihr Ziel erreichen? d) Wie groß ist die maximale Höhe? Gleichung der Bahnkurve s. Aufgabe 1.3.4 (Lösung).

1.3.6 *Schiefer Wurf (2)*

a) Wie groß muss der Abschusswinkel α_0 eines Wurfgeschosses bei vorgegebener (hinreichend großer) Anfangsgeschwindigkeit v_0 sein, wenn ein bestimmter Zielpunkt mit der horizontalen Entfernung x_1 und der Höhe z_1 erreicht werden soll? Gleichung der Flugbahn s. Aufgabe 1.3.4 (Lösung). – *Anleitung:* Leiten Sie einen allgemeinen Ausdruck für $\tan\alpha_0$ her. Benutzen Sie dazu die Umformung $1/\cos^2\alpha_0 = 1 + \tan^2\alpha_0$!

b) Stellen Sie fest, ob mit $v_0 = 110$ m/s und einem geeigneten Abschusswinkel α_0 ein Ziel mit den Koordinaten $x_1 = 995$ m, $z_1 = 450$ m erreicht werden kann. Das Geschütz befindet sich im Koordinatenursprung. – *Anleitung:* Diskutieren Sie das unter a) erhaltene Ergebnis hinsichtlich reeller Lösungen für $\tan\alpha_0$!

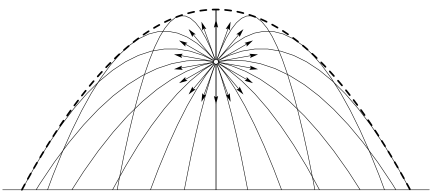
c) Berechnen Sie die erforderliche Mindest-Anfangsgeschwindigkeit des Geschosses und den zugehörigen Abschusswinkel für die unter b) angegebenen Zielkoordinaten! Wird das Ziel bei dieser Geschossgeschwindigkeit vor oder nach Überschreiten des Gipfels der Flugbahn erreicht? Luftwiderstand wird vernachlässigt.

1.3.7 *Schiefer Wurf (3)*

Welche Weite kann eine Kugel, die von einer Kugelstoßerin aus 1,70 m Höhe über dem Erdboden mit der Geschwindigkeit 13,5 m/s fortgeschleudert wird, maximal erreichen? Unter welchem Winkel gegenüber der Horizontalen muss die Kugel gestoßen werden?

1.3.8 *Hüllkurve*

(Bild) Die Bahnkurven der Wasserstrahlen eines Wassersprengers können bei Vernachlässigung der Luftreibung durch Wurfparabeln beschrieben werden, die von einem sich in der Höhe h über dem Erdboden befindlichen Punkt mit der gleichen Anfangsgeschwindigkeit v_0 radial in alle Richtungen ausgehen. a) Man berechne die sog. Hüllkurve aller Bahnkurven, die die Grenze zwischen dem mit Wasserstrahlen erfüllten und dem trocken bleibenden Raumbereich beschreibt. b) Man ermittle daraus den maximalen



Ausbreitungsradius der Wasserstrahlen am Erdboden und ihre maximale Höhe für $h = 1{,}5$ m und $v_0 = 6$ m/s. c) Bleibt ein punktförmiges Objekt, das sich in einem horizontalen Abstand von 3 m zur Quelle und in einer Höhe von 2,5 m über dem Erdboden befindet, trocken?

ZUSATZAUFGABEN

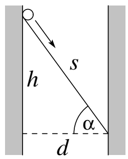
1.3.9 Ein Flugzeug legt eine Entfernung von 300 km in Richtung Osten zurück. Die Windgeschwindigkeit beträgt 20 m/s, die Geschwindigkeit des Flugzeuges relativ zur Luft 600 km/h. Wie lange dauert der Flug, wenn der Wind a) von Osten nach Westen, b) von Süden nach Norden, c) von Westen nach Osten weht?

1.3.10 In einem Gewässer nimmt die Strömungsgeschwindigkeit linear mit der Entfernung x vom Ufer zu. Bei $x_1 = 50$ m beträgt sie $v_1 = 3{,}6$ km/h. Ein Boot fährt senkrecht zum Ufer mit der Geschwindigkeit $v_B = 9{,}0$ km/h. a) Wie groß ist die Abdrift des Bootes in 40 m und in 50 m Entfernung vom Ufer? b) Wie lange dauert jeweils die Fahrt vom Ufer bis dorthin?

1.3.11 Von einem Flugzeug wird ein Gegenstand abgeworfen, welcher nach 14,28 s in einer horizontalen Entfernung von 3,57 km vom Ort des Abwurfs die Erde erreicht. a) Welche Höhe, b) welche Geschwindigkeit hatte das Flugzeug zum Zeitpunkt des Abwurfs? c) Mit welcher Geschwindigkeit und d) unter welchem Winkel gegenüber der Horizontalen trifft der Gegenstand auf der Erde auf? e) Über welchem Punkt der Erde befindet sich dann das Flugzeug? Luftwiderstand wird vernachlässigt.

1.3.12 Von einem 25 m hohen Turm wird ein Stein mit $v_0 = 15$ m/s unter dem Winkel $\alpha_0 = 30°$ gegenüber der Horizontalen geworfen. a) Nach welcher Zeit, b) in welcher Entfernung vom Turm, c) mit welcher Geschwindigkeit, d) unter welchem Winkel trifft er auf dem Erdboden auf? Luftwiderstand wird vernachlässigt.

1.3.13 (Bild) Ein Punkt gleitet reibungsfrei auf einer schiefen Ebene variabler Höhe h, aber fester Breite d hinab. Mit zunehmender Höhe bzw. Neigung α der Ebene wird zwar die Beschleunigung größer, der zurückzulegende Weg s jedoch länger, mit abnehmender Höhe ist es genau umgekehrt. Bei welcher Höhe h benötigt die Punktmasse die kürzeste Zeit?



1.3.14 Ein Hochspringer, dessen Schwerpunkt 1,10 m über dem Boden liegt und der eine Absprunggeschwindigkeit von 4,3 m/s schafft, will mit einem Rollsprung 1,80 m überspringen. a) Wie weit vor der Latte und b) unter welchem Winkel gegenüber der Horizontalen muss er abspringen?

1.3.15 a) Man ermittle für die Kurvenschar der Wurfparabeln $z = z(x, \alpha)$ der Aufgabe 1.3.4 (mit dem Abwurfwinkel α als Scharparameter zwischen 0° und 90° und konstanter Anfangsgeschwindigkeit v_0) die maximale Wurfhöhe z_m in Abhängigkeit von ihrer Lage $x = x_m$ und stelle den erhaltenen Zusammenhang $z_m = z_m(x)$ gemeinsam mit $z = z(x, \alpha)$ für ausgewählte α graphisch dar. b) Stellen Sie fest, ob ein Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 100$ m/s ein Ziel mit den Koordinaten $x_1 = 400$ m, $z_1 = 300$ m erreichen kann und, wenn ja, ob das Ziel im aufsteigenden Ast der Flugbahn getroffen wird.

1.4 Kreisbewegung

1.4.1 *Grad- und Bogenmaß*

Der an einem Fadenpendel der Länge 1 m hängende kleine Pendelkörper beschreibt bei seinen Schwingungen einen 20 cm langen Bogen. Man gebe den vom Faden überstrichenen Winkel φ im Bogen- und im Gradmaß an!

1.4.2 *Drehzahl und Winkelgeschwindigkeit*

Um die Geschwindigkeit v eines Geschosses zu bestimmen, wird dieses durch zwei Pappscheiben geschossen, die im Abstand von 50 cm auf gemeinsamer Welle mit 1600 Umdrehungen je Minute rotieren. Das Geschoss, das parallel zur Drehachse fliegt, durchschlägt beide Scheiben, wobei das Loch in der zweiten Scheibe um den Drehwinkel 15° gegenüber dem Loch in der ersten Scheibe versetzt ist. Wie groß ist v?

1.4.3 *Umlaufzeit*

Nach jeweils welcher Zeit decken sich Minuten- und Stundenzeiger der Uhr?

1.4.4 *Drehzahl und Umfangsgeschwindigkeit*

Zwei auf gemeinsamer Welle einer Transmission sitzende, fest miteinander verbundene Riemenscheiben unterscheiden sich in ihrem Durchmesser um $\Delta D = 15$ cm. Die Geschwindigkeit des Treibriemens auf der großen Scheibe beträgt $v_1 = 8$ m/s, die Drehzahl ist $n = 382\ \mathrm{min}^{-1}$. Wie groß ist die Geschwindigkeit v_2 des Riemens auf der kleineren Scheibe, und welche Durchmesser haben die Scheiben?

1.4.5 *Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor*

a) Für die gleichförmige Kreisbewegung berechne man in allgemeiner Form die x- und y-Komponente des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektors in Abhängigkeit von der Zeit t sowie den Betrag beider Vektoren! b) Der Radius der Kreisbahn sei $r = 1$ m und die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 1$ rad/s. Geben Sie die Komponenten beider Vektoren für die Zeitpunkte $t = 0$ (entsprechend $\varphi = 0$), $T/4$, $T/2$ und $3T/4$ (T Umlaufzeit) zahlenmäßig an, und treffen Sie eine allgemeine Aussage über die Richtung der Vektoren!

1.4.6 *Radial- und Tangentialbeschleunigung*

Ein Fahrzeug fährt mit der Geschwindigkeit $v_0 = 30$ km/h in eine 90-Grad-Kurve vom Radius $R = 50$ m ein und beschleunigt beim Durchfahren der Kurve gleichmäßig. Die größte Radialbeschleunigung ist $a_\mathrm{r} = 3{,}86\ \mathrm{m/s^2}$. a) Mit welcher Geschwindigkeit v_1 verlässt es die Kurve? b) Geben Sie Größe und Richtung der maximalen Beschleunigung a an!

1.4.7 *Winkelbeschleunigung*

Ein mit der Drehzahl $3600\ \mathrm{min}^{-1}$ laufender Elektromotor kommt nach dem Abschalten innerhalb von 10 s zum Stillstand. a) Wie groß ist die Winkelbeschleunigung beim Auslaufen? b) Wie viel Umdrehungen führt der Motor nach dem Abschalten noch aus?

1.4.8 *Winkel-, Radial- und Tangentialbeschleunigung*

Eine Zentrifuge soll aus dem Stillstand bei der Winkelbeschleunigung $\alpha = 31{,}6\ \mathrm{rad/s^2}$ eine solche Drehzahl erreichen, dass auf ein 10 cm von der Drehachse entferntes Teilchen eine Zentrifugalbeschleunigung vom 1000-fachen der Fallbeschleunigung g wirkt. a) Wie groß ist die erforderliche Drehzahl? b) Wie groß sind dann Bahngeschwindigkeit und Bahnbeschleunigung des Teilchens? c) Wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang? d) Wie viel Umdrehungen sind bis zum Erreichen der geforderten Drehzahl notwendig?

1.4.9 *Drehwinkel-Zeit-Gesetz (1)*

Ein Teilchen rotiert auf einer Kreisbahn vom Radius $r = 0{,}1$ m. Die Abhängigkeit des Drehwinkels von der Zeit ist durch die Gleichung $\varphi = A + Bt + Ct^3$ gegeben, wobei $B = 2$ rad/s und $C = 1$ rad/s^3 ist. Gesucht sind für den Zeitpunkt $t = 2$ s nach Beginn der Bewegung a) die Winkelgeschwindigkeit, b) die Bahngeschwindigkeit, c) die Winkelbeschleunigung, d) die Bahnbeschleunigung (Tangentialbeschleunigung), e) die Radialbeschleunigung.

1.4.10 *Drehwinkel-Zeit-Gesetz (2)*

Ein Punkt bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 0{,}2$ m/s auf einer Kugel entlang eines Meridians vom Nordpol zum Südpol. Dabei wächst der Kugelradius gemäß $r(t) = ut + r_0$ mit $u = 1$ m/s; zum Zeitpunkt $t = 0$, wenn der Punkt am Nordpol startet, beträgt er $r_0 = 1$ m. a) Nach welcher Zeit t_1 erreicht der Punkt den Südpol? b) Zur Zeit $t = 0$ startet auch am Südpol ein Punkt, der sich mit der gleichen Geschwindigkeit v auf demselben Meridian in Richtung Nordpol bewegt. Nach welcher Zeit t_2 begegnen sich beide Punkte?

ZUSATZAUFGABEN

1.4.11 Welchen Wert haben die Winkel a) 1 rad und 1,571 rad im Gradmaß, b) 30°, 45° und 60° im Bogenmaß (ausgedrückt in Teilen von π)?

1.4.12 Ein Rad mit dem Radius 0,5 m macht 300 Umdrehungen je Minute. Man bestimme a) die Winkelgeschwindigkeit, b) die Umfangsgeschwindigkeit!

1.4.13 Die Pedalen eines Fahrrades werden mit einer Drehzahl von $n = 120\ \text{min}^{-1}$ getreten. a) Welche Winkelgeschwindigkeit ergibt sich für das Hinterrad, wenn das Kettenrad 44 und der Zahnkranz 20 Zähne hat? b) Wie viel Kilometer legt der Fahrer in einer Stunde zurück? Der Raddurchmesser beträgt 70 cm.

1.4.14 Mit welcher Geschwindigkeit muss ein Flugzeug über dem Äquator von Ost nach West fliegen, wenn den Passagieren die Sonne am Himmel als feststehend erscheinen soll? Erdradius $R = 6378$ km.

1.4.15 Der Transmissionsriemen auf einem Rad vom Durchmesser 1,2 m hat 5 s nach dem Anlaufen eine Geschwindigkeit von 30 m/s. Wie viel Umdrehungen hat das Rad in dieser Zeit ausgeführt?

1.4.16 Innerhalb von 5 Sekunden, während 120 Umdrehungen stattfinden, wächst die Drehzahl eines Rotors gleichmäßig auf das Doppelte ihres anfänglichen Wertes. Wie groß ist die Drehzahl zu Beginn?

1.4.17 Ein Punkt läuft auf einer Kreisbahn vom Radius $R = 50$ cm mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2$ rad/s um. Man berechne die x- und y-Komponente sowie den Betrag des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektors für einen Drehwinkel gegenüber der x-Achse von 60°!

2 DYNAMIK

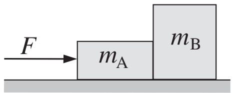
2.1 Newtonsche Bewegungsgesetze

2.1.1 *1. newtonsches Axiom*

Wie groß ist die an einem Körper der Masse m angreifende resultierende Kraft, wenn sich dieser mit konstanter Geschwindigkeit v auf gerader Bahn bewegt?

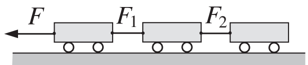
2.1.2 *2. und 3. newtonsches Axiom*

(Bild) Auf einer reibungsfreien Unterlage liegen dicht aneinander zwei Blöcke A und B mit den Massen m_A und m_B. Auf Block A wirkt eine Kraft F, die über ihn auf Block B übertragen wird. Nach dem 3. NEWTONschen Axiom übt Block B eine gleich große, aber entgegengerichtete Kraft $-F$ auf Block A aus. Die Gesamtkraft auf A wäre also $F_{ges} = F + (-F) = 0$, und nach dem 2. NEWTONschen Axiom wäre demzufolge auch seine Beschleunigung $a = F_{ges}/m_A = 0$. Hieraus wäre zu schließen, dass Block A nicht beschleunigt werden kann, unabhängig davon, wie groß F auch sei. Worin liegt der Fehler? Wie groß ist die Beschleunigung wirklich, und wie groß ist die Gesamtkraft auf Block A und auf Block B, wenn $F = 10\,\text{N}$, $m_A = 2\,\text{kg}$ und $m_B = 3\,\text{kg}$?



2.1.3 *Grundgesetz der Dynamik (2. newtonsches Axiom)*

(Bild) Die Lok eines aus insgesamt drei Wagen von je $m = 15\,\text{t}$ Masse bestehenden Güterzuges entwickelt gegenüber den Schienen eine Antriebskraft von $F = 45\,\text{kN}$. Die Reibung wirkt auf jeden Wagen als Bremskraft von $F_R = 700\,\text{N}$. Wie groß ist a) die Beschleunigung des Zuges, b) die Zugkraft F_1 zwischen den beiden ersten Wagen, c) die Zugkraft F_2 zwischen dem zweiten und dem dritten Wagen?



2.1.4 *Beschleunigung gegen die Schwerkraft*

Welche Kraft muss auf eine Masse von 2 kg senkrecht nach oben ausgeübt werden, damit diese a) mit einer Beschleunigung von (nur) 3 m/s^2 fällt, b) sich mit der Beschleunigung 3 m/s^2 nach oben bewegt?

2.1.5 *Bremskraft*

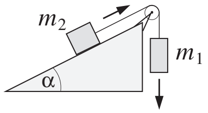
Ein Truck mit einer Masse von 20 t und einer Geschwindigkeit von 54 km/h wird mit 0,3 m/s^2 Verzögerung gleichmäßig bis zum Stillstand abgebremst. a) Wie groß ist die Bremskraft zwischen Truck und Fahrbahn? b) Nach welcher Zeit bleibt der Truck stehen? c) Welchen Weg legt er bis zum Stillstand zurück? Reibungswiderstände werden vernachlässigt.

2.1.6 *Druckkraft*

Ein aus einem Rohr horizontal austretender Wasserstrahl trifft auf eine unmittelbar hinter der Austrittsöffnung senkrecht zum Strahl aufgestellte ebene Druckplatte und übt auf diese eine Kraft von 30 N aus. Die Wassermenge, die je Sekunde aus dem Rohr ausströmt, wird zu 1,5 l ermittelt. Man bestimme die Ausströmgeschwindigkeit des Strahls! Dichte von Wasser $\varrho = 10^3\,\text{kg/m}^3$.

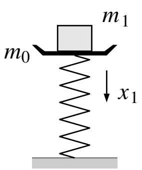
2.1.7 *Bewegung einer Masse auf schiefer Ebene*

(Bild) Bei der Anordnung zweier über Seil und Rolle miteinander verbundener Massen $m_1 = 2\,\text{kg}$ und $m_2 = 3\,\text{kg}$ wird eine Abwärtsbewegung von m_1 beobachtet. Der Neigungswinkel der schiefen Ebene beträgt $\alpha = 30°$. a) Mit welcher Beschleunigung bewegen sich die Massen? Wie müssen b) m_1 verkleinert, c) α vergrößert werden, damit sich das System mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, nachdem es einmal in Bewegung gekommen ist? Massen von Rolle und Seil sowie Reibung werden vernachlässigt. Vgl. Aufgaben 2.2.9 und 2.3.9.



2.1.8 *Federkraft*

(Bild) Wird auf die leere Schale einer Tellerfederwaage (Masse der Waagschale $m_0 = 200\,\text{g}$) ein Massenstück $m_1 = 5\,\text{kg}$ gelegt, so erfährt sie eine Auslenkung aus der Ruhelage um $x_1 = 100\,\text{mm}$. Nach Herunternehmen von m_1 und Auflegen einer zweiten Masse $m_2 = 400\,\text{g}$ beträgt die Auslenkung x_2. Um welche Strecke Δx darf man die Schale dann noch niederdrücken, wenn m_2 nach dem Loslassen während der anschließenden Schwingung im oberen Umkehrpunkt gerade noch nicht von der Waagschale abheben soll?



2.1.9 *Beschleunigung bei konstanter Kraft und veränderlicher Masse*

Ein Tankfahrzeug mit der Anfangsmasse $m_0 = 10\,\text{t}$, welches (nach Abzug aller Reibungs- und Fahrwiderstände) durch eine konstante Kraft $F_0 = 500\,\text{N}$ angetrieben wird und bei der Geschwindigkeit null startet, verliert stetig an Flüssigkeit (Loch im Boden des Tankwagens). Der zeitlich konstante und mit Beginn der Bewegung einsetzende Masseverlust beträgt $\mu = 15\,\text{kg/s}$. a) Welche Geschwindigkeit hat das Fahrzeug nach $t_1 = 5\,\text{min}$ Fahrt? b) Welche Geschwindigkeit wäre ohne Masseverlust erreicht worden?

2.1.10 *Bewegung mit geschwindigkeitsproportionaler Bremskraft*

Man stelle die Bewegungsgleichung für ein Sandkorn auf, welches in Wasser unter dem Einfluss der Schwerkraft, der Auftriebskraft und einer zur Geschwindigkeit v proportionalen Reibungskraft $F_R = 6\pi\eta R v$ zu Boden sinkt! Dabei ist $\eta = 0{,}001\,\text{N s/m}^2$ die dynamische Viskosität des Wassers. Der Radius der kugelförmig angenommenen Sandkörner sei $R = 100\,\mu\text{m}$, ihre Dichte $\varrho = 2{,}65 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3$; Dichte von Wasser $\varrho_W = 10^3\,\text{kg/m}^3$. a) Wie groß ist die sich einstellende konstante (maximale) Sinkgeschwindigkeit v_S? b) Welche Abhängigkeit besteht zwischen der momentanen Sinkgeschwindigkeit v und der Zeit t? Nach welcher Zeit wird v_S praktisch erreicht? c) Wie groß ist die anfängliche Sinkbeschleunigung?

2.1.11 *Harmonische Schwingung*

Wie viel Schwingungen je Sekunde führt die leere Tellerfederwaage von Aufgabe 2.1.8 aus, wenn sie niedergedrückt und dann wieder losgelassen wird?

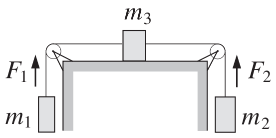
ZUSATZAUFGABEN

2.1.12 Ein D-Zug (Masse 400 t) fährt mit einer Geschwindigkeit von 108 km/h. Er wird auf einer Strecke von 360 m mit konstanter Verzögerung zum Stehen gebracht. Welche Bremskraft zwischen Zug und Schiene tritt auf?

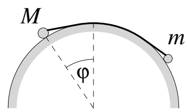
2.1.13 (Bild) Drei dicht aneinanderliegende gleiche Blöcke A, B und C (Masse m) werden längs einer reibungsfreien Unterlage durch eine Kraft F, die am Block A angreift, fortgeschoben. a) Welche Gesamtkraft wirkt auf Block A in vertikaler Richtung? b) Welche Gesamtkraft wirkt auf Block A längs der Unterlage? c) Wie groß ist die Beschleunigung von Block C? d) Wie groß ist die Kraft von Block A auf Block B?

2.1.14 Welche Zeitspanne muss ein Wagen von 12 t Masse aus dem Stand auf horizontaler Strecke angeschoben werden, damit er bei einer Schubkraft von 1,5 kN eine Geschwindigkeit von 7,2 km/h erreicht, a) ohne Berücksichtigung von Reibung, b) bei einer Fahrwiderstandszahl $\mu_F = 0{,}01$ (= Reibungskraft/Normalkraft auf die Schiene)?

2.1.15 (Bild) Auf die drei Massen, von denen m_3 auf einer waagrechten Ebene reibungsfrei gleiten kann, wirken zum einen die Gewichtskräfte von m_1 und m_2, zum anderen (in entgegengesetzter Richtung) die Seilkräfte F_1 und F_2. Es sei $m_2 \neq m_1$. a) Wie groß sind die an m_1 und an m_2 angreifenden Kräfte? b) Wie groß ist die auf m_3 wirkende Kraft, wenn diese mit der Hand festgehalten wird? Wie groß ist in diesem Falle F_1? c) Wie groß ist F_1, wenn m_1 festgehalten wird? d) Was ergibt sich für F_1 und F_2, wenn $m_1 = m_2 = m$? Wie groß ist dann die Kraft auf m_3? e) Es sei $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 5$ kg und $m_3 = 2$ kg. Wie groß ist die Beschleunigung der Massen, wenn sie sich frei bewegen können?



2.1.16 (Bild) Zwei Punktmassen M und m sind durch ein dünnes, nicht dehnbares Seil miteinander verbunden, welches über eine zylindrische Oberfläche gelegt ist. Man ermittle den Winkel φ zwischen dem Radius zu M und der Senkrechten für den Fall, dass sich beide Massen in Ruhe befinden und die Länge des Seiles ein Viertel des Zylinderumfangs beträgt. Reibung wird vernachlässigt.



2.1.17 Wasserkraftwerke nutzen die potenzielle Energie des Wassers zum Antrieb ihrer Turbinen. Man berechne die auf die Schaufeln des Turbinenlaufrades ausgeübte Kraft, wenn durch das Fallrohr mit einem Höhenunterschied von 18 m je Sekunde 50 m^3 Wasser zur Turbine gelangen! Umlenkverluste werden vernachlässigt. Dichte von Wasser: $\varrho = 10^3$ kg/m^3.

2.1.18 Bei dem historischen Versuch OTTO VON GUERICKES (1659) mit den „Magdeburger Halbkugeln" zum Nachweis des atmosphärischen Luftdruckes wurden zwei Halbkugelschalen luftdicht aneinander gelegt und nahezu luftleer gepumpt, wodurch diese mit einer Kraft von 12 kN aneinander gepresst wurden. Durch die Zugkraft von zwei Gruppen von Pferden, je eine Gruppe an jeder Halbkugel, sollten sie voneinander getrennt werden. Wie viel Pferde in jeder Gruppe werden dazu benötigt, wenn jedes Pferd eine durchschnittliche Zugkraft von 1,5 kN entwickelt und alle Pferde gleichzeitig anziehen?

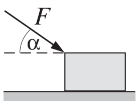
2.1.19 Ein zylindrischer Körper (Masse $m = 200$ g, Durchmesser $d = 10$ cm) schwimmt auf einer Flüssigkeit. Taucht man ihn tiefer in die Flüssigkeit ein und lässt ihn dann wieder los, führt er je Sekunde 3 Schwingungen um seine Schwimmgleichgewichtslage aus. Wie groß ist die Dichte ϱ der Flüssigkeit?

2.2 Reibung

2.2.1 *Gleitreibung und Haftreibung*
Weshalb ist der Bremsweg eines Fahrzeuges mit blockierten Rädern länger als mit rollenden Rädern?

2.2.2 *Gleitreibungszahl und Haftreibungszahl (1)*
Ein Körper erhält beim Herabgleiten auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von 20° eine Beschleunigung von 1,5 m/s^2. Wie groß ist die Gleitreibungszahl μ und für den Grenzfall die Haftreibungszahl μ_0?

2.2.3 *Gleitreibungszahl und Haftreibungszahl (2)*
(Bild) An einem 25 kg schweren Block, der auf einer horizontalen Unterlage ruht, greift unter dem Winkel von $\alpha = 30°$ für die Dauer von 2,5 s die Schubkraft $F = 200$ N an. Der Block erhält dadurch eine Geschwindigkeit von 7,4 m/s. a) Wie groß ist die Gleitreibungszahl μ? b) Wie groß wäre die Haftreibungszahl μ_0, wenn unter den angegebenen Bedingungen der Block gerade noch nicht gleiten würde ($v = 0$ bzw. $a = 0$)? c) Wie groß darf α höchstens sein, um bei $\mu_0 = 0{,}4$ die Haftreibung zu überwinden?



2.2.4 *Haftreibung und Fahrwiderstand*
Welche Anhängelast G kann die 785 kN schwere Lokomotive eines Eisenbahnzuges mit konstanter Geschwindigkeit a) auf waagrechter Strecke, b) bei 2,1% Steigung ziehen, ohne zu rutschen? c) Welche Beschleunigung wird mit der unter b) berechneten Last G auf waagrechter Strecke erreicht? Die Haftreibungszahl ist $\mu_0 = 0{,}15$ und die Fahrwiderstandszahl, welche bei rollenden Rädern die Gleitreibung in den Achslagern sowie die Rollreibung am Boden erfasst, $\mu_F = 0{,}002$.

2.2.5 *Reibung bei beschleunigter Relativbewegung*
Auf einer waagrechten Platte liegt eine Münze. Durch Freigeben einer mit der Platte verbundenen und gespannten Feder zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Platte in horizontaler Richtung ruckartig beschleunigt, wobei die Beschleunigung von ihrem Maximalwert $a_0 = 8$ m/s^2 bei $t = 0$ gemäß der Beziehung $a(t) = a_0 \cos(t/\tau)$ auf null abfällt ($\tau = 0{,}3$ s). Wie lange und um welche Strecke rutscht die Münze auf ihrer Unterlage, während sich die Feder entspannt? Die Haftreibungszahl ist $\mu_0 = 0{,}6$, die Gleitreibungszahl $\mu = 0{,}5$.

2.2.6 *Seilreibung*
An den Enden eines Seiles, das mehrmals um ein waagrecht gehaltertes Rohr gewickelt ist, hängen Gewichte von $G_1 = 15$ N und $G_2 = 5$ kN. Wie viel Windungen sind mindestens nötig, damit das Seil unter der beiderseits ungleichen Last nicht rutscht? Haftreibungszahl $\mu_0 = 0{,}4$.

ZUSATZAUFGABEN

2.2.7 Auf einen 50 kg schweren Betonblock, der auf einer horizontalen Unterlage ruht, wirkt 5 s lang eine horizontale Kraft von 250 N. Die Gleitreibungszahl zwischen Block und Unterlage beträgt 0,4. a) Welche Geschwindigkeit hat der Block am Ende der Krafteinwirkung? b) Wie groß ist die Haftreibungszahl μ_0, wenn der Block bei dieser Kraft gerade noch nicht rutscht?

2.2.8 Ein Radfahrer lässt sich bei einer Geschwindigkeit von 30 km/h auf einer horizontalen Straße ausrollen und legt dabei noch einen Weg von 220 m zurück. Wie groß ist die mittlere Fahrwiderstandszahl μ_F? Luftwiderstand bleibt unberücksichtigt.

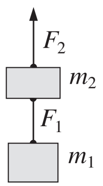
2.2.9 a) Mit welcher Beschleunigung bewegen sich die Massen im Bild zu Aufgabe 2.1.7 $m_1 = 2$ kg und $m_2 = 3$ kg für den Fall, dass die Masse m_2 auf der schiefen Ebene (Neigungswinkel $\alpha = 30°$) zusätzlich eine Gleitreibung mit $\mu = 0{,}04$ erfährt? b) Bei welchem Winkel α bewegt sich das System nun mit konstanter Geschwindigkeit? Vgl. Aufgabe 2.3.9.

2.2.10 Ein Fahrzeug fährt durch eine Kurve vom Krümmungsradius $r = 60$ m. Die Haftreibungszahl zwischen Reifen und Straße beträgt $\mu_0 = 0{,}55$. Mit welcher Geschwindigkeit darf das Fahrzeug maximal fahren, damit es in der Kurve nicht wegrutscht?

2.2.11 Ein Glas vom Durchmesser $D = 10$ cm wird von einer Karte bedeckt, auf der in der Mitte eine kleine Münze (Durchmesser $d = 19$ mm) liegt. Mit welcher Beschleunigung muss die Karte unter der Münze weggezogen werden, damit bei einer Gleitreibungszahl $\mu = 0{,}2$ die Münze ohne anzustoßen ins Glas fällt?

2.3 Trägheitskräfte

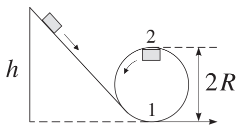
2.3.1 *Massenträgheit, Trägheitskraft*



(Bild) Zwei Massen $m_1 = 4$ kg und $m_2 = 1$ kg, die an Fäden übereinander aufgehängt sind, erhalten durch ruckartiges Ziehen am oberen Faden eine Aufwärtsbeschleunigung. Beide Fäden haben eine Reißfestigkeit von $F_0 = 59$ N. a) Für welchen der beiden Fäden wird bei wachsender Beschleunigung die Reißfestigkeit zuerst erreicht? Bei welcher Beschleunigung ist dies der Fall? b) Welche Festigkeit F_0' müsste der höher belastete Faden haben, wenn beide Fäden gleichzeitig reißen sollen?

2.3.2 *Beschleunigtes System dreier Massen*
Das Bild in Aufgabe 2.1.15 zeigt drei über Rollen miteinander verbundene Massen $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 5$ kg und $m_3 = 2$ kg. a) Wie groß sind dort die Seilkräfte F_1 und F_2 links- und rechtsseitig von m_3, wenn sich alle Massen frei bewegen können? b) Welche Kraft wirkt auf m_3? c) Wie groß sind die Seilkräfte für den Fall, dass m_1 und m_2 gleich groß sind? Wie groß ist in diesem Fall die Kraft auf m_3? Massen der Seile und Rollen sowie Reibung werden vernachlässigt.

2.3.3 *Fliehkraft (1)*
(Bild) Ein Wagen gleitet aus einer Höhe h reibungsfrei auf einer schiefen Ebene herab und vollführt danach auf der Innenseite einer kreisförmigen Schleifenbahn vom Radius R einen Looping. Welche Kraft wirkt auf die Insassen des Wagens senkrecht zur Bahn (in Vielfachen ihres Eigengewichts G) a) beim Durchfahren des untersten Punktes *1* und b) im höchsten Punkt *2* der Schleife, wenn der Wagen in einer Höhe von $h = 3R$ startet? c) Welche Ausgangshöhe muss gewählt werden, damit der Wagen die Fahrt durch die Schleife gerade schafft, ohne den Kontakt mit der Fahrbahn zu verlieren? Wie groß ist dann die Kraft im untersten Punkt *1*?

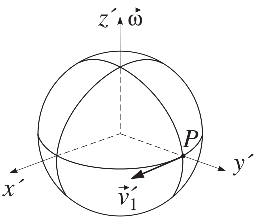


2.3.4 *Fliehkraft (2)*

Eine Flüssigkeit, die sich in einem zylindrischen Gefäß befindet, wird in Rotation um die Zylinderachse versetzt. Die Flüssigkeitsoberfläche nimmt dadurch eine nach innen gewölbte rotationssymmetrische Form an. Durch welche mathematische Funktion wird das Oberflächenprofil in der Schnittfläche durch die Zylinderachse beschrieben? – *Anleitung:* Man betrachte die Kräfte, die an einem im Abstand x von der Drehachse (y-Achse) rotierenden Flüssigkeitsteilchen der Oberfläche angreifen. Ihre Resultierende steht im betreffenden Punkt senkrecht zur Oberfläche, wodurch die Tangentenrichtung $\tan\varphi = \mathrm{d}y/\mathrm{d}x$ an das Oberflächenprofil in diesem Punkt festgelegt ist. Innere Reibung wird vernachlässigt.

2.3.5 *Corioliskraft*

(Bild) Die rotierende Erde verbinden wir mit einem mitbewegten Koordinatensystem $S'(x', y', z')$ mit $\boldsymbol{i}', \boldsymbol{j}', \boldsymbol{k}'$ als Einheitsvektoren in Richtung der Koordinatenachsen, wobei die z'-Richtung mit der Richtung der Drehachse zusammenfällt. In einem Punkt P auf dem Äquator bewegen sich drei Körper (Masse m) mit den Geschwindigkeiten a) $\boldsymbol{v}_1' = v'\boldsymbol{i}'$, b) $\boldsymbol{v}_2' = v'\boldsymbol{j}'$, c) $\boldsymbol{v}_3' = v'\boldsymbol{k}'$. d) Ein vierter Körper bewegt sich auf der nördlichen Halbkugel entlang des durch P gehenden Meridians in Richtung Nordpol, e) ein fünfter Körper auf der südlichen Halbkugel in Richtung Südpol. Man gebe die entsprechenden CORIOLIS-Kräfte an!



2.3.6 *Bahnabweichung durch Corioliskraft (1)*

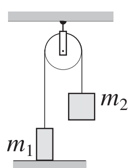
Ein Geschoss fliegt über ein Gebiet 45° nördlicher Breite mit der konstanten Relativgeschwindigkeit gegenüber der Erde $v' = 500$ m/s in nördliche Richtung. Man bestimme die seitliche Abweichung des Geschosses von der Meridianrichtung infolge des Wirkens der CORIOLIS-Kraft für eine Flugstrecke von $s = 30$ km! Voraussetzungen: Schuss näherungsweise parallel zur Erdoberfläche, Vernachlässigung von Erdanziehung und Luftreibung.

2.3.7 *Bahnabweichung durch Corioliskraft (2)*

Ein an einem Ort 53° nördlicher Breite aufgestelltes Geschütz feuert ein Geschoss senkrecht nach oben ab. Nach $T = 130$ s trifft es – infolge des Wirkens der CORIOLIS-Kraft – mit einer seitlichen Abweichung x vom Geschütz wieder am Erdboden auf. Wie groß ist diese? Luftwiderstand wird vernachlässigt.

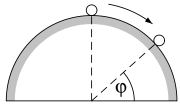
ZUSATZAUFGABEN

2.3.8 (Bild) Zwei Massen $m_1 = 1$ kg und $m_2 = 3$ kg sind durch ein über eine reibungsfreie Rolle führendes Seil miteinander verbunden (ATWOODsche Fallmaschine). Die Massen von Rolle und Seil werden vernachlässigt. a) Welche Kraft wird benötigt, um m_1 auf der Unterlage zu halten? b) Wie groß ist die Zugkraft im Seil, wenn m_1 auf der Unterlage festgehalten wird? c) Wie groß ist die Seilkraft, wenn m_1 losgelassen wird?



2.3.9 Bei der in Aufgabe 2.1.7 (Bild) gezeigten Anordnung zweier über Seil und Rolle miteinander verbundener Massen $m_1 = 2$ kg und $m_2 = 3$ kg (Neigung der schiefen Ebene 30°) wird eine Abwärtsbewegung von m_1 beobachtet. Wie groß ist die Seilkraft, wenn m_2 auf der schiefen Ebene eine Gleitreibung mit $\mu = 0{,}04$ erfährt?

2.3.10 (Bild) Vom höchsten Punkt einer Halbkugel beginnt eine Punktmasse aus der Ruhelage reibungsfrei hinabzugleiten. Mit fortschreitender Bewegung wächst die Fliehkraft stetig an, während die Normalkomponente der Gewichtskraft abnimmt. Bei welchem Winkel φ löst sich die Punktmasse von der Oberfläche der Halbkugel?



2.3.11 Eine an einer dünnen Schnur der Länge $l = 0{,}5$ m hängende Kugel bewegt sich mit gleich bleibender Geschwindigkeit auf einer horizontalen Kreisbahn, wobei die Schnur mit der Lotrechten den Winkel $\varphi = 30°$ einschließt (*konisches Pendel*). Welche Geschwindigkeit hat die Kugel? Wie groß ist ihre Umlaufdauer?

2.3.12 Über einem Ort 50° nördlicher Breite sinkt ein Fallschirmspringer die letzten 1500 m vor der Landung mit der konstanten Geschwindigkeit $v' = 5$ m/s zur Erde. Welche Abweichung von der Vertikalen ergibt sich bei dieser Fallhöhe für den Auftreffpunkt auf der Erde nach Größe und Richtung infolge des Wirkens der CORIOLIS-Kraft? Winde und andere Luftströmungen werden ausgeschlossen.

2.4 Inertialsysteme. Relativistische Mechanik

2.4.1 *Galilei-Transformation*

In einem mit der konstanten Geschwindigkeit v fahrenden Eisenbahnwagen fällt ein Körper zu Boden. Welche Bahn beschreibt der Körper a) von einem Mitfahrenden aus gesehen, b) von einem Beobachter auf dem Bahnsteig aus gesehen?

2.4.2 *Lorentz-Transformation*

Eine im Ursprung des Inertialsystems Σ mit den Orts- und Zeitkoordinaten x, y, z, t befindliche punktförmige Lichtquelle sendet zum Zeitpunkt $t = 0$ einen Lichtblitz aus. Die von ihr ausgehende Wellenfront ist die Kugelfläche $x^2+y^2+z^2 = c^2t^2$, deren Radius ct sich mit der Lichtgeschwindigkeit c ausdehnt. Beschreiben Sie diesen Vorgang in Bezug auf ein zu Σ achsenparalleles Inertialsystem $\Sigma'(x', y', z', t')$, welches sich gegenüber Σ mit der Relativgeschwindigkeit v in x- bzw. x'-Richtung bewegt, durch Ausführung der LORENTZ-Transformation, und interpretieren Sie das Ergebnis!

2.4.3 *Relativistische Längenkontraktion*

Ein Raumfahrer fliegt mit 60% der Lichtgeschwindigkeit an einem Beobachter vorbei. Dieser registriert als Länge des Cockpitfensters in Flugrichtung 80 cm. Ebenso misst der Raumfahrer für das Fenster des Beobachters eine Länge von 80 cm. Welche Länge haben die Fenster von Raumfahrer und Beobachter in ihren eigenen Bezugssystemen?

2.4.4 *Relativistische Zeitdilatation*

In einem Synchrozyklotron hochbeschleunigte Protonen treffen auf ein im Innern befindliches Target und erzeugen dadurch einen Strahl von π-Mesonen, die eine Geschwindigkeit von 80% der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit c haben. Die mittlere Lebensdauer dieser instabilen Teilchen beträgt $2{,}60 \cdot 10^{-8}$ s. Welche Strecke legen sie in dieser Zeit zurück?

2.4.5 *Zeitdilatation und Längenkontraktion*

Mit einem Raumschiff, das annähernd Lichtgeschwindigkeit erreicht, soll von der Erde aus eine Mission zum nächsten Fixstern, dem 4,3 Lichtjahre entfernten α Centauri, unternommen werden. a) Wie groß ist die (konstant angenommene) Geschwindigkeit des Raumschiffes, wenn die Flugdauer – gemessen mit den Borduhren der Raumfahrer – 1,25 Jahre beträgt? b) Wie lange dauert der Flug im Zeitmaß der Erdenbewohner? – *Anmerkung:* 1 Lichtjahr (1 ly) ist die Entfernung, die das Licht in einem Jahr (1 a) zurücklegt, mit c als Lichtgeschwindigkeit also 1 ly = (1 a)$c = 9{,}46 \cdot 10^{15}$ m.

2.4.6 *Zeitdauer zwischen zwei Ereignissen*

Eine Aussage der speziellen Relativitätstheorie besteht darin, dass sich der zeitliche Abstand zweier aufeinander folgender Ereignisse in einem Inertialsystem Σ für einen relativ dazu bewegten Beobachter (Inertialsystem Σ') ändert. In Σ finde am Ort x_1 zum Zeitpunkt t_1 ein Ereignis statt, welches ein zweites Ereignis an einem weiter entfernt gelegenen Ort $x_2 > x_1$ zu einem späteren Zeitpunkt t_2 zur Folge hat. (Man denke z. B. an das Anbrennen einer Zündschnur und die hierdurch ausgelöste Explosion einer Sprengladung.) Man untersuche, ob in einem anderen Inertialsystem Σ' eine Umkehrung der zeitlichen Reihenfolge beider Ereignisse beobachtet werden kann.

Anleitung: Finden Sie mithilfe der LORENTZ-Transformation (s. Aufgabe 2.4.2, Lösung) einen Ausdruck für die Zeitdifferenz $t_2' - t_1'$ und beachten Sie, dass $(x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) = v_S$ die „Signalgeschwindigkeit“ ist, mit der im genannten Beispiel die Zündflamme fortschreiten kann. Wie groß müsste v_S für den zu untersuchenden Fall $t_2' < t_1'$ sein?

2.4.7 *Relativistische Addition von Geschwindigkeiten*

Ein freies Neutron ist ein instabiles Teilchen, das in ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino zerfällt. Das Neutron habe im Laborsystem im Moment seines Zerfalls eine Geschwindigkeit von $0{,}9c$ (c Lichtgeschwindigkeit), das entstehende Elektron gegenüber dem zerfallenden Neutron die Geschwindigkeit $0{,}8c$, und es bewege sich in der gleichen Richtung wie das Neutron. Welche Geschwindigkeit misst der Experimentator für das Elektron? Welche Geschwindigkeit würde eine nichtrelativistische Rechnung ergeben?

2.4.8 *Impulsmasse, relativistischer Impuls*

In einem Teilchenbeschleuniger werden Protonen auf die Geschwindigkeit $0{,}8c$ gebracht (c Lichtgeschwindigkeit). a) Um wie viel Prozent vergrößert sich ihre Masse? b) Welchen Impuls haben die Protonen dann (in Vielfachen des nichtrelativistischen Impulses)?

2.4.9 *Relativistische Bewegungsgleichung*

Auf ein Teilchen der Ruhemasse m_0 wirkt vom Zeitpunkt $t = 0$ an in x-Richtung eine konstante Kraft $F = m_0 a$. Welche Geschwindigkeit v hat das Teilchen zu einem beliebig späteren Zeitpunkt t a) bei klassischer (nichtrelativistischer) Betrachtung, b) nach relativistischer Rechnung? c) Nach welcher Zeit $t = t_1$ würde das Teilchen bei nichtrelativistischer Betrachtung die Geschwindigkeit $v_1 = c$ (Lichtgeschwindigkeit) erreichen? Wie groß ist dann die wahre Geschwindigkeit? – *Anleitung:* Gehen Sie bei der Beantwortung von b) vom Grundgesetz der Dynamik $\mathrm{d}p/\mathrm{d}t = F$ aus, wobei $p = mv$ mit $m = m_0/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ der relativistische Impuls ist!

2.4.10 *Zwillingsparadoxon*

Von den Zwillingsbrüdern A und B unternimmt B mit einem Raumschiff, das mit einer Dauerbeschleunigung von $a = 10\,\mathrm{m/s^2} \approx g$ fliegt, eine nach seiner Uhr zwölfjährige Reise ins

All. Die Gesamtstrecke für Hin- und Rückreise besteht aus zwei Beschleunigungs- und zwei ebenso langen Bremsabschnitten von je dreijähriger Dauer. a) Welche Geschwindigkeit erreicht das Raumschiff bis zum Ende der Beschleunigungsphase? b) Welcher Altersunterschied besteht zwischen dem daheimgebliebenen Zwilling A und seinem Bruder B nach dessen Rückkehr zur Erde? c) Wie weit hatte sich B von der Erde entfernt?

ZUSATZAUFGABEN

2.4.11 Ein an einer Schraubenfeder hängender kleiner Massekörper führt in lotrechter Richtung Schwingungen aus, die dem Weg-Zeit-Gesetz $z = z_0 \sin \omega t$ gehorchen (ω Konstante). Ein Beobachter bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit v in horizontaler Richtung (x-Richtung) an dem schwingenden Körper vorbei. Welche Bahnkurve des schwingenden Körpers nimmt er wahr?

2.4.12 Ein Elektron durchläuft mit der Geschwindigkeit $0{,}866c$ (c Lichtgeschwindigkeit) eine 10 m lange Messstrecke. a) Wie lang ist diese Strecke im Bezugssystem des Elektrons? b) Welche Eigenzeit benötigt es dazu?

2.4.13 Ein Stab der Länge $l = 1{,}00$ m bewege sich parallel zu seiner Längsrichtung. Ein Beobachter misst eine Länge von 0,60 m. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Stabes relativ zum Beobachter?

2.4.14 In Aufgabe 2.4.7 bewegt sich das beim Zerfall des Neutrons entstehende Elektron in der gleichen Richtung wie das Neutron. Welche Geschwindigkeit misst der Experimentator für das Elektron, wenn es sich in entgegengesetzter Richtung wie das Neutron bewegt?

2.4.15 Zwei Teilchen bewegen sich gegenüber einem festen Bezugspunkt in entgegengesetzter Richtung, das eine mit der Geschwindigkeit $0{,}6c$ (c Lichtgeschwindigkeit) nach links, das andere mit $0{,}8c$ nach rechts. Wie groß ist, von einem der Teilchen aus gesehen, ihre Relativgeschwindigkeit?

2.4.16 Bei welcher Geschwindigkeit wächst die Masse eines Teilchens auf das Zehnfache der Ruhemasse an?

2.5 Arbeit, Energie, Leistung

2.5.1 *Arbeit als Skalarprodukt*
a) Man gebe das Differenzial der Arbeit $\mathrm{d}W$ für den Kraftvektor $\boldsymbol{F}$ mit den Komponenten F_x, F_y, F_z und den infinitesimalen Verschiebungsvektor $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ mit den Komponenten $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$ an! b) Wie berechnet sich der Winkel, den $\boldsymbol{F}$ und $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ miteinander einschließen, direkt aus den Komponenten beider Vektoren?

2.5.2 *Hub- und Reibungsarbeit (1)*
Eine Betonplatte (Dichte $\varrho = 2{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3) mit den Abmessungen $2{,}0 \times 1{,}0 \times 0{,}2$ m^3 wird über eine um 30° geneigte Ebene aus einer 5 m tiefen Baugrube gezogen. Die Gleitreibungszahl beträgt $\mu = 0{,}25$. Man berechne die aufzuwendende Arbeit!

2.5.3 *Hub- und Reibungsarbeit (2)*

Ein 2 m langer und 6,5 kg schwerer Teppich, der zu einem Teil seiner Länge auf einer Tischplatte liegt und dessen restliche Länge über die Tischkante frei nach unten hängt, wird an seinem oberen Ende ganz auf die Platte gezogen. Dabei wird die Arbeit 30,3 J verrichtet. Die Gleitreibungszahl ist $\mu = 0{,}3$. Welches Teilstück der Teppichlänge befand sich zuvor bereits auf der Tischplatte?

2.5.4 *Ausdehnungsarbeit*

Der Überdruck in einer Seifenblase (Innendruck gegenüber Außendruck) berechnet sich nach $p = 4\sigma/R$ mit R als Radius der Blase und σ als Oberflächenspannung der Flüssigkeit. Beim Aufblasen (Vergrößerung des Blasenvolumens um $\mathrm{d}V$) ist die Arbeit $\mathrm{d}W = p\,\mathrm{d}V$ zu verrichten. a) Man berechne die für die Bildung von 100 Seifenblasen mit dem Durchmesser 10 cm notwendige Arbeit ($\sigma = 0{,}064$ N/m)! b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der verrichteten Arbeit und der neugebildeten Oberfläche?

2.5.5 *Dehnungsarbeit*

Eine anfänglich durch die Kraft $F_1 = 1$ N gedehnte Schraubenfeder wird um weitere 10 cm gedehnt. Dazu ist die Arbeit $W = 0{,}55$ J aufzuwenden. a) Welche Auslenkung x_1 wies die Feder anfänglich auf? b) Wie groß sind Federkonstante k und Endkraft F_2?

2.5.6 *Beschleunigungsarbeit*

Ein Aufzug mit der Masse 2,0 t soll aus dem Stillstand so nach oben bewegt werden, dass er nach 50 m eine Geschwindigkeit von 10 m/s hat. Reibung wird vernachlässigt. Man berechne die aufzuwendende Arbeit!

2.5.7 *Potenzielle und kinetische Energie*

Beim Rangieren wird ein Güterwagen abgestoßen und rollt danach einen Abrollberg der Länge $s_1 = 30$ m mit einem Neigungswinkel von $\alpha = 3°$ hinab. Auf der anschließenden horizontalen Strecke bleibt er nach $s_2 = 80$ m stehen. Man berechne die Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Wagens zu Beginn des Abrollvorgangs! Die Fahrwiderstandszahl (Rollreibung) beträgt $\mu_\mathrm{F} = 0{,}02$.

2.5.8 *Energieerhaltungssatz (1)*

Ein Fadenpendel der Länge $l = 1$ m mit einem Pendelkörper der Masse $m = 100$ g führt Schwingungen aus. Der Auslenkwinkel φ, den der (gewichtslose) Aufhängefaden mit der Lotrechten einschließt, beträgt maximal 60°. Geben Sie die potenzielle und die kinetische Energie des Pendelkörpers sowie seine Geschwindigkeit für die Auslenkungen $\varphi = 0°$, 30° und 60° an! Als Nullpunkt der potenziellen Energie wird die Gleichgewichtslage gewählt.

2.5.9 *Energieerhaltungssatz (2)*

Ein Körper von 0,5 kg Masse fällt aus 4 m Höhe auf das Ende einer senkrecht stehenden Schraubenfeder, die den Fall bremst (Federkonstante $k = 1$ kN/m). a) Um welchen Betrag wird die Feder maximal zusammengedrückt? b) Welche Geschwindigkeit hat der Körper, wenn die Feder bis zur Hälfte ihrer maximalen Stauchung zusammengedrückt ist? c) Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit des Körpers? Die Masse der Feder wird vernachlässigt.

2.5.10 *Momentane und durchschnittliche Leistung (1)*

a) Man vergleiche die Momentanleistung P mit der Durchschnittsleistung $\overline{P}$ eines Motors, dessen Antriebskraft F ein Fahrzeug aus dem Stand gleichmäßig auf die Geschwindigkeit v beschleunigt! b) Wie verhält sich die Antriebskraft zur Geschwindigkeit des Fahrzeuges, wenn das Anfahren bei konstanter Motorleistung erfolgt? c) Wie groß ist P, wenn das Fahrzeug ($m =$ 1300 kg) in 7,6 s von null auf 100 km/h beschleunigt?

2.5.11 *Momentane und durchschnittliche Leistung (2)*
Der Luftwiderstand eines Kraftwagens wächst mit dem Quadrat seiner Geschwindigkeit: $F = \beta v^2$. Die Konstante habe den Wert $\beta = 0{,}6\ \mathrm{N/(m/s)^2}$. Man berechne a) die zur Überwindung des Luftwiderstandes erforderliche momentane Antriebsleistung bei $v = 100$ km/h, b) die dafür notwendige durchschnittliche Antriebsleistung bei der Beschleunigung des Kraftwagens von null auf 100 km/h!

ZUSATZAUFGABEN

2.5.12 Eine Kraft $\boldsymbol{F} = (2\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j} - 3\boldsymbol{k})$ N greift an einer Punktmasse an und ruft die Verschiebung $\boldsymbol{s} = (3\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} - 5\boldsymbol{k})$ m hervor. a) Man berechne die verrichtete Arbeit W direkt aus den Komponenten beider Vektoren! b) Wie groß sind die Beträge von $\boldsymbol{F}$ und $\boldsymbol{s}$, und welchen Winkel α schließen $\boldsymbol{F}$ und $\boldsymbol{s}$ miteinander ein?

2.5.13 Wie groß ist die Hubarbeit, die ein Bergsteiger mit der Masse 90 kg (Eigenmasse plus Gepäck) aufbringen muss, wenn er von einem in 300 m Höhe liegenden Ort aus auf einen Gipfel von 1600 m steigt und dabei insgesamt eine Wegstrecke von 3,5 km zurücklegt?

2.5.14 Ein Aggregat pumpt je Minute 0,4 $\mathrm{m^3}$ Wasser in einen 10 m über dem Ansaugrohr gelegenen Tank. a) Welche Hubarbeit wird dabei vom Aggregat in einer Stunde verrichtet? b) Wie groß ist dessen Leistung?

2.5.15 Eine Stahlkette von 10 m Länge und 6 kg Masse je Meter hängt senkrecht nach unten. Man berechne die zum Aufwinden der Kette benötigte Arbeit!

2.5.16 Eine senkrecht hängende Schraubenfeder wird durch Anhängen einer Masse von 1 kg um 2 cm gedehnt. a) Welche Arbeit muss aufgewendet werden, um die so vorbelastete Feder um weitere 3 cm zu dehnen? b) Welche Masse muss dafür zusätzlich angehängt werden?

2.5.17 Ein Geschoss wird senkrecht nach oben abgefeuert. In der Höhe $h = 2000$ m sind dessen potenzielle und kinetische Energie gleich groß ($E_\mathrm{p} = 0$ bei $h = 0$). Wie groß ist die Geschwindigkeit v in der Höhe h und welche Anfangsgeschwindigkeit v_0 hatte es?

2.5.18 Welche maximale Beschleunigung kann ein Kraftwagen der Masse 1400 kg bei der Geschwindigkeit 72 km/h und voller Leistung von 50 kW entwickeln, wenn der Fahrwiderstand 600 N beträgt?

2.5.19 Ein Motor von 5 kW Leistung und 90% Wirkungsgrad treibt einen Kran an, der einen Wirkungsgrad von 40% hat. Mit welcher konstanten Geschwindigkeit hebt der Kran einen 400-kg-Ballen?

2.5.20 Ein 50 t schwerer Güterwagen wird mit der Geschwindigkeit 18 km/h eine 1,2% geneigte Ebene hochgezogen. a) Man bestimme die dafür erforderliche Leistung! b) Wie groß ist die Gesamtleistung, falls der Fahrwiderstand des Zuges 40 N je Tonne beträgt?

2.5.21 Angenommen, die Kraft auf ein Teilchen nehme mit dem Quadrat des Abstandes zum Ursprung zu: $F = \beta x^2$. Wie groß ist die Zunahme an potenzieller Energie ΔE_p bei einer Verschiebung des Teilchens von $x = 0$ bis $x = x_1$?

2.6 Gravitationsgesetz. Keplersche Gesetze

2.6.1 *Fallbeschleunigung*

Der Durchmesser des Mondes beträgt 0,273 Erddurchmesser, seine Masse das 0,0123-fache der Masse der Erde. Welchen Wert hat die Fallbeschleunigung auf der Mondoberfläche?

2.6.2 *1. und 2. keplersches Gesetz*

Beim Periheldurchgang des Kometen Halley im Februar 1986 wurden seine Bahnelemente genau bestimmt: Perihelabstand $r_P = 8{,}784 \cdot 10^{10}$ m, numerische Exzentrizität $\varepsilon = 0{,}9673$, Umlaufzeit $T = 76{,}0289$ a. Berechnen Sie daraus den Aphelabstand r_A, die Halbachsen a und b der Bahnellipse sowie die Geschwindigkeiten im Perihel und Aphel v_P und v_A!

2.6.3 *3. keplersches Gesetz*

Der Planet Mars (Masse $M = 6{,}44 \cdot 10^{23}$ kg) hat zwei Monde, Phobos und Deimos. Der erste befindet sich in der Entfernung $r_1 = 9370$ km vom Mittelpunkt des Mars, der zweite in der Entfernung $r_2 = 23\,520$ km. Gesucht sind die Umlaufzeiten der beiden Trabanten. Gravitationskonstante $\gamma = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2/kg^2}$.

2.6.4 *Doppelsternsystem*

a) Wie groß ist die Umlaufzeit eines Doppelsternsystems mit ungleichen Massen ($M_1 > M_2$), die sich in der gegenseitigen Entfernung d umkreisen? Was ergibt sich daraus b) für den Fall gleicher Massen ($M_1 = M_2 = M$), z. B. für β Aurigae (Menkalinan) mit $M = 4{,}664 \cdot 10^{30}$ kg (ca. 2,345-fache Sonnenmasse) und $d = 12{,}4 \cdot 10^6$ km sowie c) für $M_1 \gg M_2$?

2.6.5 *1. kosmische Geschwindigkeit*

Leiten Sie eine allgemeine Beziehung a) für die Umlaufdauer T, b) für die Bahngeschwindigkeit eines Erdsatelliten auf einer Kreisbahn in Abhängigkeit von der Höhe h her, in der außer h die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche g und der Erdradius R vorkommen! c) Berechnen Sie daraus die 1. kosmische Geschwindigkeit (Kreisbahngeschwindigkeit) v_1 sowie die Umlaufdauer T_1 unmittelbar an der Erdoberfläche! d) Welche Werte erhält man für den Mond mit $h = 384\,400\ \mathrm{km} - R$? e) Lässt sich von der Umlaufdauer T_1 auf die mittlere Dichte der Erde schließen? Erdradius $R = 6378$ km.

2.6.6 *2. und 3. kosmische Geschwindigkeit*

Welche Geschwindigkeit muss ein Raumflugkörper, der auf der Erde gestartet wird, mindestens haben, um a) sich aus dem Anziehungsbereich der Erde befreien zu können und als selbstständiger Himmelskörper auf der gleichen Umlaufbahn wie die Erde die Sonne zu umkreisen (2. kosmische Geschwindigkeit v_2), b) von der Erde aus das Sonnensystem ganz zu verlassen (3. kosmische Geschwindigkeit v_3)? Erdradius $R_E = 6{,}378 \cdot 10^6$ m, Erdbahnradius um die Sonne $r_E = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m, Umlaufzeit der Erde um die Sonne $T_E = 365{,}24$ d, Sonnenmasse $M_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg.