Chaos in Transit Systems

A dissertation by
Jorge Villalobos

Submitted to the
School of Engineering of
Universidad de los Andes
in partial fulfilment for the
requirements for the Degree of
Doctor in Engineering

September 2010
Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de los Andes
Facultad de Ingeniería

Chaos in Transit Systems

Chaos in Transit Systems

A Dissertation by
JORGE VILLALOBOS D.

Submitted to the School of Engineering of
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
in Partial Fulfillment for the Requirements for the Degree of
DOCTOR IN ENGINEERING

Juries: *Neil Johnson - Professor, Universidad de Miami*
Jose Rogan, Universidad de Chile
Eduardo Behrentz, Universidad de los Andes
Advisor: *Roberto Zarama - Professor, Universidad de los Andes*
(Bogotá, Colombia)
Co-Advisor: *Juan A. Valdivia - Universidad de Chile*
(Santiago, Chile)

AUGUST 2010

Villalobos Durán, Jorge

Chaos in Transit Systems / Jorge Villalobos Durán. – Bogotá: Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial; Ediciones Uniandes, 2010.

158 pp.; 17 × 24 cm.

ISBN 978-958-695-608-6

1. Flujo de tráfico – Investigaciones 2. Comportamiento caótico en sistemas – Investigaciones 3. Procesos de bifurcación - Investigaciones I. Universidad de los Andes (Colombia). Facultad de Ingeniería. Departamento de Ingeniería Industrial II. Tít.

CDD. 388.4131 SBUA

Primera edición: abril del 2011

Ediciones Uniandes
Carrera 1 núm. 19-27, edificio AU 6
Bogotá, D. C., Colombia
Teléfonos: 339 49 49 / 339 49 99, ext. 2133
http://ediciones.uniandes.edu.co/
infeduni@uniandes.edu.co

ISBN: 978-958-695-608-6

Corrección de estilo y diseño de carátula: Nicolás Vaughan
Diseño gráfico LaTeX: Margoth Hernández Quitián
Impresión: Nomos impresores
Diagonal 18 bis núm. 41-17
Teléfono: 208 65 00
Bogotá D. C., Colombia

Impreso en Colombia - Printed in Colombia

Acknowledgements

It has been five years since I started the Ph.D. program. Throughout this time I have been motivated by lots of my old acquaintances; I have also met new friends and colleagues that have been become very valuable in my life. It would be a lie not to acknowledge that every person I have interacted with in these five years has had some positive effect on this journey. And not only people, mascots have also given me valuable lessons and helped me cope with all the demands and situations that arise in an enterprise like this. I guess what I am trying to say is that many people have been involved and I would like to thank you all. The list is long and I would probably make many unfair omissions along the way.

So I guess it comes down to the most important people: my parents, who have encouraged and supported me all my life. Roberto and Juan Alejandro, I feel they are the best advisers and colleagues one could ask for. Andrea, you have become invaluable.

I would also like to acknowledge COLCIENCIAS' financial support program, as well as the Vicerrectoría de Investigaciones of the Universidad de los Andes, and the Center for Excellence Ceiba.

Abstract

We present two traffic models based on the same idea: that of a single vehicle interacting with traffic lights. The vehicle is capable of accelerating, traveling at constant speed, and braking. Braking takes place when the vehicle is interacting with a traffic light. The first model (Car model) will mimic the expected dynamics of a vehicle on a long road that contains several traffic lights. This car will interact with the lights depending on their color (either red or green) in the usual way drivers do, i.e., stop if a red light is present at a given point in space, and continue if green. The second model (Bus model) will obey the same dynamics as the Car model but with the possibility of a forced stop between traffic lights, this in order to copy the action of picking up or leaving passengers. Two variants of the Bus model will be developed and studied. All models are highly minimalistic and avoid the issue of human reactions (the vehicles will never run a red light or try to emulate other human behavior like traveling at different speeds or such).

The principal objective of this document is to characterize chaotic behavior in these simple traffic models. The characterization we propose is based on the following program: First, based on the dynamic equations of the system, write a discrete non linear map. Then use bifurcation diagrams to explore the parameters, and find symbolic solutions to period-1 and period-2 orbits, as well as some interesting values for the diagrams. Since there are many bifurcation parameters, represent combinations of parameter values that have resulted in chaotic behavior in 2D plots where positive Lyapunov exponents are marked; these 2D Lyapunov plots give a broad picture of the combinations of parameters for which chaos is present on the systems.

We will aim our efforts in order to achieve a goal and answer two simple questions:

1. To characterize the systems' asymptotic behavior.
2. Is non-trivial dynamics and chaos (understood as high sensitivity to initial conditions) a fundamental part of traffic systems?
3. Is this sensitivity a consequence of human behavior or not?

Presentamos dos modelos de tráfico basados en la misma idea: un vehículo interactuando con semáforos. El vehículo puede acelerar, viajar a velocidad constante y frenar. El frenado ocurre cuando se da la interacción con el semáforo. El primer modelo (el del Carro) imita la dinámica esperada de un móvil en una carretera larga que tiene varios semáforos. Este carro interactúa con las luces dependiendo del color de éstas (rojo o verde) de la forma usual como lo hacen los conductores: para si la luz está en rojo y continúa si está en verde. El segundo modelo (el del Bus) sigue la misma dinámica que el del Carro, pero incluye la posibilidad de hacer una parada obligada entre semáforos; esto para simular la carga y descarga de pasajeros. Se desarrollarán y estudiarán dos variantes del modelo del Bus. Todos los modelos mencionados son altamente minimalistas, evitando así comportamientos causados por el comportamiento típico de la gente (estos vehículos nunca se pasarán una luz en rojo, viajarán a velocidades distintas, o tendrán comportamientos no deterministas).

El objetivo principal del documento es caracterizar el comportamiento caótico y no trivial de estos modelos simples de tránsito. La propuesta de caracterización sigue el siguiente programa: primero, basados en las ecuaciones dinámicas del sistema, escribir un mapa no lineal. Utilizar diagramas de bifurcaciones para explorar la dependencia de los parámetros y encontrar soluciones analíticas para las órbitas de periodos 1 y 2, junto con algunos valores interesantes de los diagramas. Dado que existe más de un parámetro de bifurcación, se representan combinaciones de parámetros que resultan en comportamiento caótico, en gráficas en dos dimensiones en las que los exponentes de Lyapunov positivos se marcan; estas gráficas dan una idea global de las combinaciones de parámetros que presentan caos en estos sistemas.

Dirigimos nuestros esfuerzos a lograr un objetivo y responder dos preguntas:

1. Caracterizar el comportamiento asintótico de los sistemas

2. ¿Es parte fundamentla de los sistemas de tránsito la dinámica no trivial y el caos (entendido como alta sensibilidad a las condiciones iniciales)?

3. ¿Es esta sensibilidad causada solamente por comportamientos humanos?

Contents

List of Figures