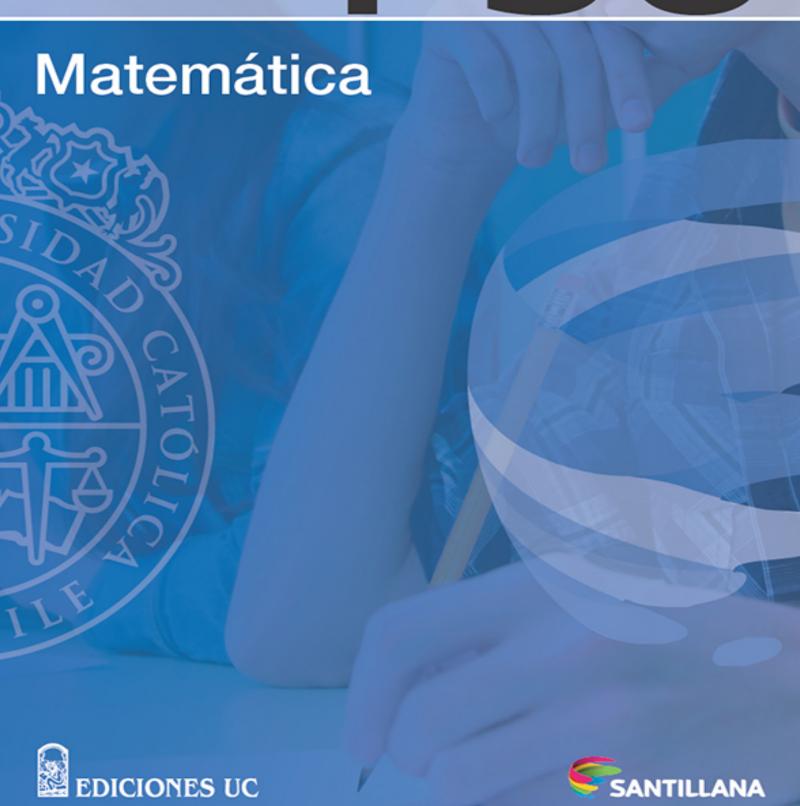
Cuaderno de ejercicios



Cuaderno de ejercicios

Matemática

PSU





El **Cuaderno de ejercicios Matemática PSU** es una obra colectiva, creada y diseñada en alianza entre Ediciones UC y el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana.

Santillana del Pacífico S. A. de Ediciones

Dirección de contenidos Rodolfo Hidalgo Caprile

Subdirección editorial

Marcelo Cárdenas Sepúlveda

Jefatura de área Matemática

Cristian Gúmera Valenzuela

Edición

Patricio Loyola Martínez Aldo Ramírez Marchant Alejandro Sepúlveda Peñaloza Javiera Setz Mena Melissa Silva Pastén Dafne Vanjorek Suljgoi

Jefatura del departamento de estilo

Alejandro Cisternas Ulloa

Corrección de estilo

Equipo de estilo Santillana

Subdirección de diseño

María Verónica Román Soto

Jefatura de diseño

Raúl Urbano Cornejo

Diseño y diagramación

Mariela Pineda Gálvez

Ilustraciones

Archivo Santillana

Cubierta

Raúl Urbano Cornejo

Producción

Rosana Padilla Cencever

Ediciones UC

Dirección Ediciones UC

María Angélica Zegers Vial

Coordinación editorial

Patricia Corona Campodónico

Subgerencia Comercial

Paula Silva Moreno

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del *copyright*, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alguiler o préstamo público.

La editorial ha hecho todo lo posible por conseguir los permisos correspondientes para las obras con *copyright* que aparecen en el presente texto. Cualquier error u omisión será rectificado en futuras impresiones a medida que la información esté disponible.

© 2015 **Pontificia Universidad Católica de Chile**, Alameda 390, Santiago, Chile / **Santillana del Pacífico S. A. de Ediciones**, Andrés Bello 2299 Piso 10, oficinas 1001 y 1002, Providencia, Santiago, Chile.

ISBN edición impresa: 978-956-15-2526-9 / ISBN edición digital: 978-956-14-2675-7 / Inscripción N° 248.392

www.ediciones.uc.cl / www.santillana.cl info@santillana.cl

R010815

Todos los derechos reservados

Diagramación digital: ebooks Patagonia

www.ebookspatagonia.com info@ebookspatagonia.com

PRESENTACIÓN GENERAL PROYECTO PSU

La colección de Manuales de preparación PSU elaborada por Editorial Santillana y Ediciones UC tiene como objetivo ser un apoyo eficiente y práctico para el postulante que prepara la Prueba de Selección Universitaria. Cada manual aborda los contenidos de los temarios correspondientes a la respectiva área (Lenguaje y Comunicación, Matemática, Ciencias e Historia, Geografía y Ciencias Sociales) y profundiza en la comprensión y aplicación de las habilidades exigidas por el Marco Curricular vigente. Además de lo anterior, los manuales constituyen un aporte efectivo para quienes cursan Educación Media, ya que facilitan adquisición conocimientos de el desarrollo de V competencias y habilidades requeridas por el Currículum de estos niveles. Asimismo, son un material de apoyo y orientación para los docentes que necesitan sistematizar, reforzar y aplicar los contenidos abordados en la PSU.

Finalmente, se debe destacar que cada manual está alineado con el actual proceso de admisión, tanto en lo que respecta al temario como a la estructura de las secciones que componen la Prueba.

La PSU en la asignatura de Matemática está compuesta por 80 preguntas de opción múltiple organizadas según los porcentajes que se muestran en la tabla.

Prueba de Matemática			
Eje temático	Porcentaje (%)		
Números	21		
Álgebra	27		
Geometría	30		
Datos y azar	22		

Las preguntas están distribuidas según las habilidades de comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación.

Además, en el proceso actual de admisión, de las 80 preguntas propuestas, 75 serán evaluadas.

El **Cuaderno de ejercicios Matemática PSU** se ha estructurado según los siguientes ejes: Números, Álgebra, Geometría y Estadística y probabilidad. Para cada eje se han propuesto preguntas resueltas y un grupo de test con 30 preguntas tipo PSU cada uno, lo que hace un total de aproximadamente 1.100 reactivos tipo PSU. Al final del cuaderno el estudiante podrá encontrar un ensayo de 80 preguntas alineado con el temario DEMRE. Este ensayo estará disponible en nuestra plataforma online Pleno.

El Manual de preparación PSU Matemática se ha creado con el objetivo de preparar al estudiante para rendir la PSU correspondiente a esta asignatura. Este material se ha distribuido en virtud de los ejes temáticos considerando los Objetivos Fundamentales (OF) y los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) que propone el temario DEMRE para la asignatura de Matemática y que han sido definidos en el Marco Curricular.



EDICIONES UC

Ediciones UC fue creada en 1975 con el objetivo de prestar un servicio editorial de apoyo a la docencia, la investigación y la creación literaria realizada en la Pontificia Universidad Católica de Chile (PUC), y se ha consolidado como la principal editorial universitaria del país, con distribución en Chile y América Latina que evidencia la investigación de vanguardia y el trabajo de excelencia de los académicos de la PUC, así como de autores externos.

Su misión consiste en ser un actor relevante en el diálogo con la cultura y una ventana a la sociedad, brindando un espacio efectivo para la publicación de libros de la más alta amplien y difundan las calidad fronteras que conocimiento, todo de acuerdo a los principios que rigen a la Pontificia Universidad Católica de Chile.



Editorial Santillana ha estado presente en nuestro país durante los últimos 46 años como líder en el acompañamiento a numerosas generaciones en su educación escolar.

El motor y principal foco de **Santillana** ha sido y sigue siendo apoyar la tríada enseñanza-aprendizaje-evaluación en todos los niveles de escolaridad y en las principales áreas curriculares. De esta manera, asume el desafío constante de contribuir a la formación académica de los niños y adolescentes de Chile, con textos adecuados a sus niveles de comprensión, atractivos, desafiantes y rigurosos, y de ser un aporte relevante para los docentes por medio de la elaboración de guías didácticas y otros materiales de apoyo a su labor, especialmente diseñados según sus necesidades.

Editorial Santillana, siempre a la vanguardia en detectar y apoyar los requerimientos de una educación de calidad, ha incorporado distintas herramientas y soportes que amplían las posibilidades de interactuar con los contenidos, migrando desde el texto impreso al mundo digital, lo que se enmarca en la necesaria adecuación a las demandas que la sociedad del siglo XXI impone a los educandos. Asimismo, **Santillana** ha diversificado la oferta de proyectos y materiales complementarios para responder a distintos desafíos educativos, como en este caso la preparación para el ingreso a la Educación Superior.



Sello de Transparencia Santillana es una iniciativa que busca promover en los colegios la adopción de proyectos y servicios educativos de acuerdo con criterios pedagógicos, principios de integridad y responsabilidad, y actúa en todo momento conforme a las normas de buena fe y ética profesional.

ÍNDICE

Eje temático 1 • Números

Preguntas tipo PSU resueltas

Test № 1: Operatoria en **Z**

Test № 2.1: Números racionales (ℚ)

Test № 2.2: Números racionales (ℚ)

Test Nº 3: Operatoria en ℝ

Test № 4: Potencias

Test № 5: Raíces

Test № 6: Logaritmos

Test № 7: Números complejos (©)

Test acumulativo Números

Eje temático 2 • Álgebra

Preguntas tipo PSU resueltas

Test № 1: Álgebra

Test № 2: Expresiones algebraicas fraccionarias

Test № 3: Ecuaciones e inecuaciones

Test № 4: Sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales

Test № 5: Funciones

Test № 6: Ecuación y función cuadrática

Test № 7: Función potencia, raíz cuadrada, exponencial y

logarítmica

Test acumulativo Álgebra

Eje temático 3 • Geometría

Preguntas tipo PSU resueltas

Test № 1: Plano cartesiano y vectores

Test № 2: Transformaciones isométricas

Test № 3: Rectas y planos

Test № 4: Volumen y área de cuerpos geométricos

Test № 5: Congruencia

Test № 6: Semejanza

Test № 7: Teorema de Thales y división de un segmento

en una razón dada

Test Nº 8: Triángulo rectángulo: teoremas de Euclides y de

Pitágoras

Test Nº 9: Ángulos en la circunferencia

Test № 10: Relaciones entre trazos en una circunferencia

Test acumulativo Geometría

Eje temático 4 • Estadística y probabilidad

Preguntas tipo PSU resueltas

Test № 1: Estadística

Test № 2: Probabilidad

Test acumulativo Estadística y probabilidad

Anexo: Test complementarios

Test № 1: Razones y proporciones

Test № 2: Proporcionalidad

Test № 3: Trigonometría

Ensayo tipo PSU

SIMBOLOGÍA MATEMÁTICA

Números			
Simbología	Significado	Simbología	Significado
\mathbb{R}	Números reales	m.c.m.	Mínimo común múltiplo
$\mathbb{R}^{\scriptscriptstyle{+}}$	Números reales positivos	m.c.d.	Máximo común divisor
\mathbb{R}^{-}	Números reales negativos	a	Valor absoluto del número real a
Q	Números racionales	Z	Módulo del número complejo z
\mathbb{Q}^{+}	Números racionales positivos	I	Unidad imaginaria
Q-	Números racionales negativos	Re(z)	Parte real del número complejo z
Q*	Números irracionales	lm(z)	Parte imaginaria de un número complejo z
\mathbb{Z}	Números enteros	log _b a	Logaritmo de a en base b
$\mathbb{Z}^{\scriptscriptstyle +}$	Números enteros positivos	In a	Logaritmo natural de a
$\mathbb{Z}^{\scriptscriptstyle{-}}$	Números enteros negativos	π	Número irracional pi
N	Números naturales	е	Número irracional e
$\mathbb{N}_{\scriptscriptstyle{0}}$	Números naturales con el cero	√a	Raíz cuadrada de a
I	Números imaginarios	√a	Raíz enésima de a
C	Números complejos	%	Porcentaje
00	Infinito		

Teoría de conjuntos, lógica y relaciones			
Simbología	Significado	Simbología	Significado
∈	Relación de pertenencia	3	Existe
∉	Negación de pertenencia	/	Tal que
С	Relación de inclusión estricta	⇒	Entonces o implica
⊆	Relación de inclusión	⇔	si y solo si
¢	Negación de inclusión	=	Igual que
#A	Cardinalidad del conjunto A	≠	Distinto
U	Unión	×	Aproximado
Π	Intersección	<	Menor que
Ac	Complemento de A	€	Menor o igual que
Ø	Vacío	>	Mayor que
U	Conjunto universo	≥	Mayor o igual que
A	Para todo		

Álgebra y Geometría			
Simbología	Significado	Simbología	Significado
Dom(f)	Dominio de la función f	Т	Perpendicularidad
Rec(f)	Recorrido de la función f	~	Congruencia
(x, y)	Par ordenado x, y	~	Semejanza
f∘g	f compuesta con g. Composición de las funciones f y g	ÂB	Arco AB de circunferencia
m(∢ABC)	Medida del ángulo ABC	m(ÂB)	Medida del arco AB de circunferencia
AB	Segmento AB	₹	Vector v
m(AB) o AB	Medida del segmento AB	I⊽IoIABI	Magnitud del vector
//	Paralelismo		

Estadística y probabilidad				
Simbología	Significado	Simbología	Significado	
Ω	Espacio muestral	R _{ic}	Recorrido intercuartil	
f	Frecuencia absoluta	X _{min}	Valor mínimo de un conjunto de datos	
f _r	Frecuencia relativa	X _{máx}	Valor máximo de un conjunto de datos	
f _r %	Frecuencia relativa porcentual	R	Rango	
F	Frecuencia absoluta acumulada	σ^2	Varianza	
F,	Frecuencia relativa acumulada	σ	Desviación estándar	
F _r %	Frecuencia relativa acumulada porcentual	P(X = x)	Probabilidad de que la variable aleatoria X tome el valor x	
M _c	Marca de clase	CV	Coeficiente de variación	
X	Media aritmética	C _k	Combinatoria de k objetos tomados de un grupo de n	
$M_{\rm e}$	Mediana	V _k	Variación de k objetos tomados de un grupo de n	
M。	Moda	E(X)	Esperanza de la variable aleatoria X	
Q_k	k-ésimo cuartil	Var(X)	Varianza de la variable aleatoria X	
D_k	k-ésimo decil	N(μ, σ ²)	Distribución normal de media μ y varianza $\sigma^{\text{\tiny 2}}$	
5		D/ 1	Distribución binomial de	

P_k K-esimo percentii B(n, p) parámetros n y p

EJE TEMÁTICO 1 NÚMEROS

Preguntas tipo PSU resueltas

- 1. Tomás gastó $\frac{1}{5}$ del total de su dinero en comprar ropa. De lo que le queda, gasta $\frac{1}{8}$ en comprar diferentes tipos de calzado. Si en un principio tenía \$ 1.200.000, ¿cuál es la fracción, respecto del total, que representa el dinero que le queda a Tomás?
 - A) $\frac{3}{10}$
 - B) $\frac{7}{10}$
 - C) $\frac{7}{30}$
 - D) $\frac{13}{40}$
 - E) $\frac{27}{40}$

Resolución:

Tomás tiene en un principio \$ 1.200.000, luego hace los siguientes gastos:

- Ropa: $\frac{1}{5}$ de \$ 1.200.000, que corresponde a calcular $\frac{1.200.000}{5}$ = 240.000, es decir, gasta \$ 240.000 y le quedan \$ (1.200.000 240.000) = \$ 960.000.
- Calzado: $\frac{1}{8}$ de \$ 960.000, que corresponde a calcular $\frac{960.000}{8}$ = 120.000, es decir, gasta \$ 120.000 y le quedan \$ (960.000 120.000) = \$840.000.

Para calcular la fracción que representa el dinero restante, se debe hacer lo siguiente:

$$\frac{\text{Dinero que le queda}}{\text{Total de dinero}} \xrightarrow{\bullet \bullet} \frac{840.000}{1.200.000} = \frac{84 : 12}{120 : 12} = \frac{7}{10}$$

Observaciones y comentarios:

En este ejercicio es conveniente tener claro que para calcular el dinero utilizado en la compra de calzado se debe considerar la diferencia entre el dinero que se tenía en un principio y el gastado en la ropa. Además, una vez que se haya determinado la fracción correspondiente, se debe simplificar hasta obtener una fracción irreducible.

Respuesta:



2. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones resulta(n) 1?

1.
$$\frac{0.5 \cdot 0.5}{4^{-1}}$$

II.
$$\frac{(\sqrt{7})^0 + 0.01^2}{1.000}$$

III.
$$\frac{\log \frac{1}{10}}{(-1)^{1.021}}$$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II

E) Solo I y III

Resolución:

En I, se tiene que: $\frac{0,5 \cdot 0,5}{4^{-1}} = \frac{0,25}{\frac{1}{4}} = 4 \cdot 0,25 = 1.$

En II, se tiene que: $\frac{(\sqrt{7})^0 + 0,01^2}{1.000} = \frac{1 + 0,0001}{1.000} = \frac{1,0001}{1.000} = 0,0010001.$

En III, se tiene que: $\frac{\log \frac{1}{10}}{(-1)^{1.021}} = \frac{\log 1 - \log 10}{-1} = \frac{0 - 1}{-1} = \frac{-1}{-1} = 1.$

De lo anterior se observa que las **expresiones I y III son** iguales a 1.

Observaciones y comentarios:

En la expresión I, es conveniente tener claro que una potencia de la forma a^{-n} , con $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $n \in \mathbb{Z}^+$, es equivalente con $\frac{1}{a^n}$. Lo anterior se utiliza para calcular 4^{-1} .

Toda potencia de base distinta de cero al elevarla a cero da como resultado 1, lo cual se utiliza para resolver la expresión II.

Para resolver la expresión **III**, el valor de la potencia $(-1)^n$, con **n** un número impar, dará como resultado -1.

Respuesta:



3. En la imagen que se muestra, ¿cuál(es) de las siguientes medidas, expresadas en

Resolución:

En la imagen anterior, es posible identificar distintos triángulos rectángulos, en los cuales se puede aplicar el teorema de Pitágoras para calcular las medidas que faltan:

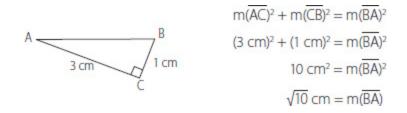


Calculada la medida de DA, se prosigue con el triángulo DCA.

$$m(\overline{AD})^2 + m(\overline{DC})^2 = m(\overline{CA})^2$$

 $(\sqrt{8} \text{ cm})^2 + (1 \text{ cm})^2 = m(\overline{CA})^2$
 $9 \text{ cm}^2 = m(\overline{CA})^2$
 $3 \text{ cm} = m(\overline{CA})$

Calculada la medida de TA, se prosigue con el triángulo CBA.



De lo anterior se observa que las medidas de $\overline{\text{AD}}$ y $\overline{\text{AB}}$ representan números irracionales.

Observaciones y comentarios:

Al resolver la ecuación que se relaciona con la aplicación del teorema de Pitágoras, se obtienen dos soluciones, una positiva y otra negativa. Pero dado el contexto del problema, se consideró solo la positiva, ya que corresponde a la medida del lado de un triángulo.

Respuesta:



- 4. El número $x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, con a, b $\in \mathbb{Z}^+$, es un número irracional si:
 - (1) $\sqrt{a} \in \mathbb{Z}^+$
 - (2) ab no es un cuadrado perfecto.
 - **A) (1)** por sí sola.

- B) (2) por sí sola.
- **C)** Ambas juntas, **(1)** y **(2)**.
- **D)** Cada una por sí sola, **(1)** o **(2)**.
- **E)** Se requiere información adicional.

Resolución:

Al considerar la información entregada en **(1)** no se puede asegurar que la expresión $x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ es un número irracional, ya que no se entrega mayor información respecto de **b**; solo se sabe que $b \in \mathbb{Z}^+$. Si $\sqrt{a} = c \in \mathbb{Z}^+$, se tiene que $x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{c}{b} \sqrt{b}$ y la expresión \sqrt{b} no es necesariamente un número irracional.

Si se considera la información entregada en **(2)**, se sabe que la expresión **ab** no es un cuadrado perfecto, es decir, \sqrt{ab} es un número irracional $yx = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$, donde el numerador es un número irracional y el denominador es un número entero positivo. Luego, el cociente entre un número irracional y un número entero positivo es un número irracional.

Observaciones y comentarios:

En este tipo de preguntas no se pide resolver el problema planteado, sino que verificar si los datos proporcionados en su enunciado más la información entregada en (1) o (2) son suficientes para resolver el problema.

Respuesta:



■ Test Nº 1: Operatoria en Z

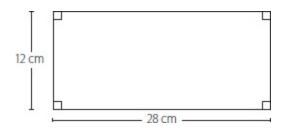
Instrucciones

- **1.** Este test tiene 30 preguntas. Cada una con 5 opciones, señaladas con las letras A, B, C, D y E, de las cuales una sola es la respuesta correcta.
- 2. Dispones de 60 minutos para responderlo.
- 1. El resultado de la expresión $(-3) \cdot (-2)^2 + (-2)^3 : 2$ es:
 - A) 32
 - B) 14
 - C) -16
 - **D)** -10
 - E) $\frac{17}{2}$
- 2. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?
 - 1. $3 \cdot (-2) = -6$
 - **II.** $3 \cdot (-3) < (-5)^2$
 - III. $3^2 > 2^3$
 - A) Solo I
 - B) Solo I y II
 - C) Solo II y III
 - D) Solo I y III
 - **E)** I, II y III

3.	-3 + 3 : 3 - 3 • 3 =
	A) -3 B) -11 C) -9 D) -12 E) 0
4.	El resultado de la expresión -[-1 + (-1 + 1) -1 - (-1 + 1) + 1] es:
	A) -1 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2
5.	Si al número -8 se le resta el triple de -6 y al resultado se le agrega el cubo de -2, resulta:
	A) 2 B) 6 C) 18 D) -7 E) -34
6.	El resultado de la expresión $2 \cdot (-3)^2 + (-45) : (-3)^2 - (-2) \cdot (-1)^7$ es:
	A) 1 B) 10

- **C)** -12
- **D)** -1
- **E)** 11
- 7. Si a = -1, b = -2, c = -3 y d = -4, ¿cuál es el valor numérico de la expresión [-a + b (d c)] a?
 - **A)** 4
 - **B)** 1
 - **C)** -1
 - **D)** 14
 - **E)** 16
- 8. Si a = -3, ¿cuál es el valor de $-a^3 a^2$?
 - **A)** -36
 - **B)** -18
 - **C)** -15
 - **D)** 18
 - **E)** 36
- 9. Respecto del valor absoluto de un número real, ¿qué relación es falsa?
 - **A)** |-9| > |-8|
 - **B)** |-8| < |-8|
 - **C)** |12| > |-10|
 - **D)** -|7| < |0|
 - **E)** -|1| > -|-7|

- 10.¿Cuál es el resultado de la expresión 3^0 2^4 + 3^3 5^1 ?
 - **A)** 7
 - **B)** 6
 - **C)** -4
 - **D)** 39
 - **E)** -3
- 11.El rectángulo de la figura representa una cartulina en la que se quieren poner fotografías cuadradas de igual tamaño hasta cubrirla exactamente sin que estas se superpongan. ¿Cuál es la mayor longitud del lado de las fotografías que cumplen esta condición?



- **A)** 3 cm
- **B)** 4 cm
- **C)** 5 cm
- **D)** 6 cm
- **E)** 7 cm
- 12.Cinco números enteros consecutivos suman cero. ¿Cuál es el menor de ellos?
 - **A)** 1
 - **B)** 0

- **C)** -1
- **D)** -2
- **E)** -3

13.Si A, B, C y D son números enteros tales que B > A, B < D, B > C y A < C, ¿cuál es el orden decreciente de dichos números?

- **A)** D > C > B > A
- **B)** D > C > A > B
- **C)** D > B > C > A
- **D)** A > B > C > D
- **E)** D > B > A > C

14.Si $x \in \mathbb{Z}$ y x < -1, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) menor(es) que 1?

- 1. $-x^3$
- II. x⁵
- III. $8x^2$
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- **D)** Solo I y II
- **E)** I, II y III

15.Se define: "Dos números son compatibles si el cociente entre el mayor y el menor es un número entero múltiplo de 3". De acuerdo con esta definición, ¿cuál de los siguientes pares de números son compatibles?

A)	12	У	3
		,	_

16.El valor de x en la igualdad -{4 -[12 - (5 + x)]} = 0 es:

- **A)** 3
- **B)** 2
- **C)** 1
- **D)** -2
- **E)** -3

17.Si b es el antecesor de a, entonces $(a + b)(a - b) - (a - b)^2$ es:

D)
$$2a + 1$$

18.Si a, b, $c \in \mathbb{Z}$ con la condición de que a = 0, b < a y c > a, ¿cuál de las siguientes relaciones es falsa?

A)
$$a : b = 0$$

C)
$$a + b < 0$$

D)
$$c : b > 0$$