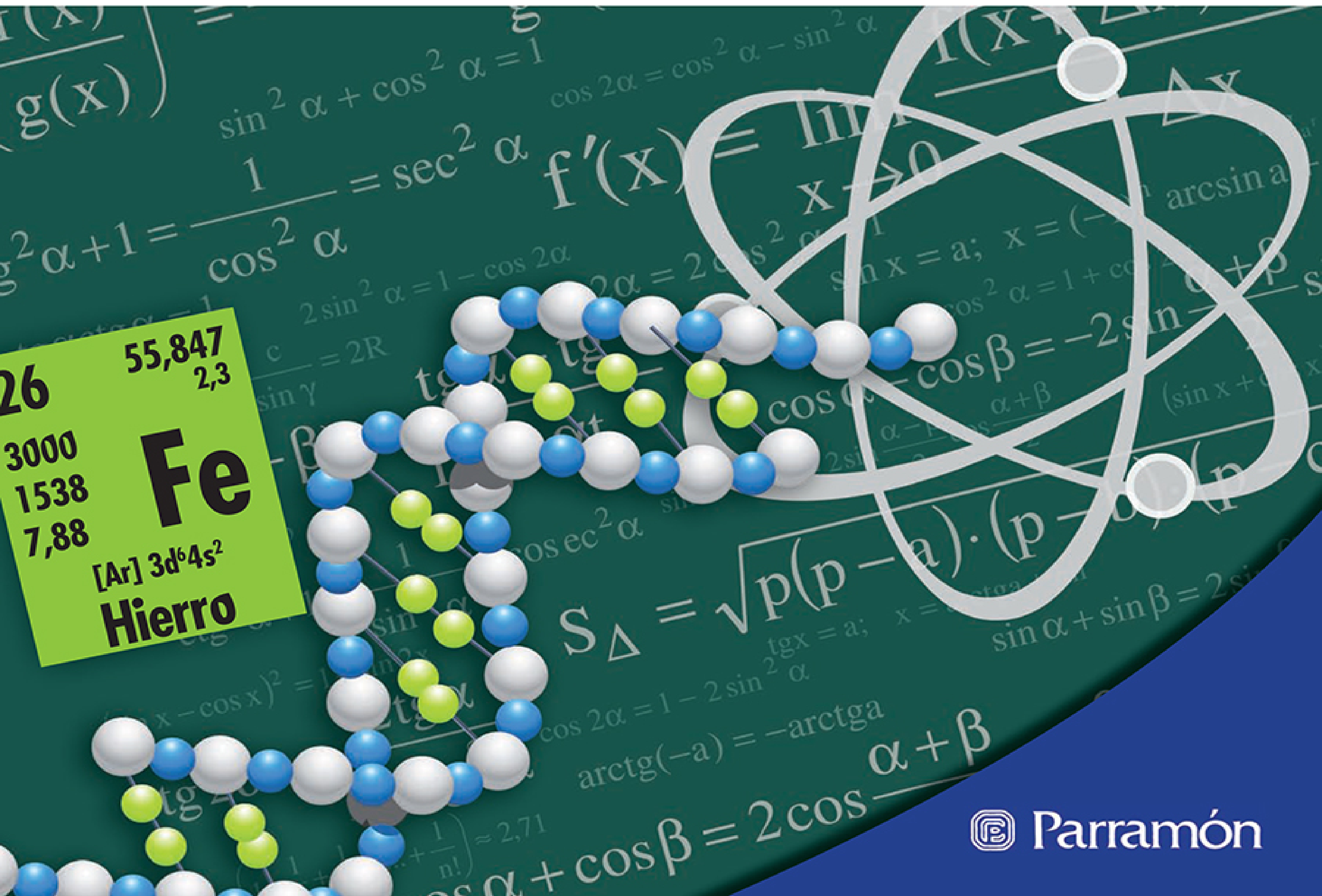
CONOCE *y* APRENDE

MATEMÁTICAS Y FÍSICA Y QUÍMICA



Parramón

CONOCE *y* APRENDE

MATEMÁTICAS

Y FÍSICA Y QUÍMICA

Parramón

MATEMÁTICAS

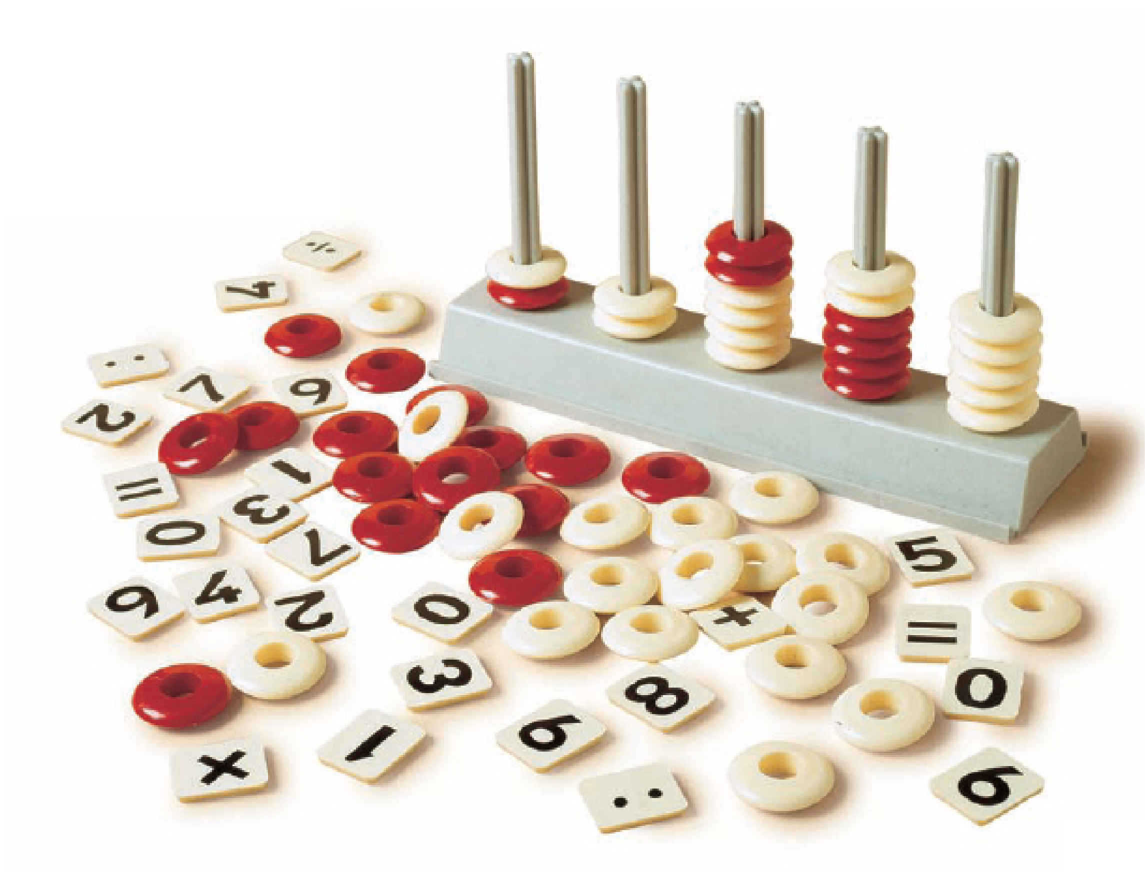
PRESENTACIÓN

Este volumen de matemáticas ofrece a los lectores una magnífica oportunidad de acceder a los aspectos fundamentales de las matemáticas y de comprender su lógica, muchas veces misteriosa y sorprendente, pero siempre fascinante. Para facilitar al máximo la comprensión, hemos realizado una obra predominantemente gráfica, partiendo de problemas extraídos de la vida cotidiana y empleando un lenguaje sencillo y claro.

Se ha pretendido dar una visión suficientemente amplia de las diferentes partes en las que se divide la actividad matemática: de la aritmética al álgebra pasando por el análisis, la geometría o la estadística e incluyendo aspectos que tienen una historia muy reciente como la geometría fractal, la lógica borrosa o la teoría del caos.

Al emprender la edición de este volumen de matemáticas nos propusimos realizar una obra práctica, didáctica y accesible, rigurosa y, a la par, amena y clara, útil tanto para el escolar que esté realizando actualmente el aprendizaje de las matemáticas, como para el que en su día encontrase dificultades para comprenderlas y hoy necesite acercarse de nuevo a ellas. No en vano ya casi nadie pone en duda que las matemáticas resultan esenciales para explicar el mundo en el que vivimos y deben formar parte en nuestros días de la cultura básica de cualquier persona. Esperamos que los lectores consideren que hemos acertado.

SUMARIO DE MATEMÁTICAS



INTRODUCCIÓN

LAS MATEMÁTICAS

A menudo asociamos la palabra matemáticas al estudio de los números y a las operaciones que pueden efectuarse con ellos. Pero nada más lejos de la realidad. Las operaciones aritméticas representan sólo una pequeña isla en el amplio océano matemático. El objeto de las matemáticas es enunciar preguntas sobre los **fenómenos** que observamos y elaborar **modelos** teóricos abstractos que la ciencia pueda utilizar para estudiar y transformar el universo que nos rodea. De hecho, la palabra matemáticas deriva del griego *mathema*, que significa conocer o averiguar.

El mismo concepto de número es un ente abstracto que surge cuando nuestros antepasados, se supone que en la misma época en la que descubrieron el fuego, se dieron cuenta de lo que tenían en común un trío de piedras, de personas o de animales: el número tres.

Las matemáticas están presentes en todas las actividades de la vida.

Las matemáticas alcanzaron ya un gran desarrollo en civilizaciones antiguas como la egipcia, la china, la mesopotámica o la de la Grecia clásica. Los árabes trajeron a Europa la mayor parte del saber matemático de dichas civilizaciones y ya en el viejo continente las matemáticas tomaron un impulso imparable: primero con los algebristas del Renacimiento y después con la gran revolución científica de los siglos XVII y XVIII, preludio de la revolución industrial del siglo XIX.

En nuestros días, las matemáticas son una **herramienta** imprescindible para el desarrollo de las **ciencias experimentales** como la física, la química o la biología; se aplican con éxito a diversas **ramas tecnológicas** como la ingeniería, la informática o la arquitectura; facilitan una ayuda inestimable a las **ciencias sociales** como la economía, la sociología o la psicología, e incluso se emplean en la creación musical o en las artes plásticas.

Los números, o cifras, son entes abstractos que forman una serie ordenada y que indican la cantidad de elementos de un conjunto.

Los egipcios dominaban de tal forma las matemáticas, que hace más de 4.500 años pudieron levantar colosales pirámides de prodigiosa precisión.

LOS CAMPOS DE LAS MATEMÁTICAS

Parece lógico pensar que, aplicándose a tan variadas ramas científicas, las matemáticas abarquen multitud de campos. Así es, en efecto. Ya hemos mencionado la aritmética, que nace con el descubrimiento del concepto de número natural y que ha ido evolucionando a lo largo de la historia con la introducción de nuevos conjuntos numéricos en un proceso que llega a su máximo nivel con los estudios del matemático alemán Georg Cantor (1845-1918) sobre los números transfinitos.

El elemento más característico del **álgebra** es el uso de letras para representar cantidades. Así, por ejemplo, la frase “El volumen de un cilindro se calcula multiplicando la superficie de su base por la longitud de su altura” puede escribirse simplificadamente en lenguaje algebraico así: $V = B \cdot h$. En este caso, las letras son **variables** en las que podemos sustituir cantidades diferentes, según sean las dimensiones del cilindro en particular. En otras ocasiones las letras son **incógnitas** o cantidades desconocidas que se pueden obtener empleando procedimientos más o menos ingeniosos.

La palabra álgebra deriva de *Al-gabr*, título de una obra del matemático árabe al-Hwarizmi (780-850), pero el primer matemático que utilizó letras para designar a cantidades diversas fue el francés François Viète (1540-1603). El álgebra tomó un gran impulso al relacionarse con la geometría gracias a los trabajos de René Descartes (1596-1650) y Pierre de Fermat (1601-1665), padres de la llamada **geometría analítica**.

El estudio de las relaciones existentes entre dos magnitudes, como la velocidad y el tiempo, dio lugar al concepto de función, básico en el **análisis matemático**. El **cálculo diferencial**, obra de Newton (1642-1727) y Leibniz (1646-1716), es la parte del análisis que se ocupa del estudio de la variación de una función. Ensanchado con los trabajos de Euler (1707-1783) y Gauss (1777-1855), el análisis matemático ha sido esencial para el desarrollo de las ciencias experimentales.

El inglés Isaac Newton (1642-1727) destacó en diversas disciplinas (física, matemáticas, astronomía...), en una época en que la ciencia era un todo interrelacionado.

La geometría es la parte de las matemáticas que estudia el espacio y las figuras y los cuerpos que en él se pueden imaginar.

Los matemáticos del antiguo Egipto conocían bien las formas geométricas básicas, lo que les permitió, entre otras cosas, construir sus famosas pirámides. Pero los grandes avances que experimentó la **geometría** en la antigüedad fueron obra de matemáticos griegos como Tales de Mileto (630-546 a.C.) o Pitágoras (580-497 a.C). Una obra completada por Euclides trescientos años antes de nuestra era. Estos estudios fueron tan profundos, que hubo que esperar muchos siglos para que se produjeran avances importantes en el campo geométrico: la geometría analítica de Descartes y Fermat y la geometría hiperbólica de Lobatxevski (1792-1856) y Bernhard Riemann (1826-1866).

La teoría de probabilidades nació como un divertimento matemático en un intercambio de cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat, en el que discutían sobre diversas cuestiones relativas a los juegos de azar. A pesar de las aportaciones de matemáticos de la talla de Laplace (1749-1829) y Gauss, la **estadística** se tomó como una rama menor de las matemáticas hasta bien entrado el siglo XX. Sin embargo, tras los trabajos del ruso Kolmogorov (1903-1987) y del alemán Fisher (1890-1962) en este campo, hoy se considera que la estadística es una de las ramas matemáticas más importantes, debido a sus múltiples aplicaciones.

Un estudio estadístico consta de tres partes. En la primera se observa un fenómeno, se toman los datos correspondientes, se resumen y se relacionan entre sí. En la segunda se buscan teorías que expliquen coherentemente dichas observaciones. En la tercera se hacen previsiones a la luz de dichas teorías.

Aunque los juegos de azar parecen sometidos al capricho de la suerte, detrás suyo hay toda una teoría matemática de la probabilidad.

EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS

El camino que vamos a seguir aquí nos permitirá visitar los elementos básicos de los campos matemáticos antes presentados. Comenzaremos con la magia de los números, los distintos sistemas de numeración que empleamos y las sucesivas ampliaciones del conjunto numérico que ha sido necesario hacer para que sea posible efectuar todas las operaciones que realizamos en la actualidad.

Una vez acabada esta etapa, intentaremos poner el álgebra a nuestro servicio, aprendiendo a plantear problemas y, seguidamente a resolverlos mediante sistemas de ecuaciones.

A continuación visitaremos el universo de las relaciones entre las cosas que nos rodean y aprenderemos a usar las funciones más empleadas para expresar matemáticamente dichas relaciones. Sólo entonces estaremos en condiciones de abordar la matemática comercial y de estudiar sus aspectos básicos, como el funcionamiento de los créditos y de las hipotecas.

Nuestro siguiente tema será la geometría plana, es decir la que estudia las figuras en dos dimensiones.

Echaremos un vistazo a la trigonometría, que se ocupa de las relaciones existentes entre los ángulos y las distancias, y que resulta fundamental en el campo de las modernas telecomunicaciones. Nos adentraremos entonces en el estudio de los cuerpos geométricos que pueblan el espacio de tres dimensiones.

Nuestra siguiente etapa constituirá una iniciación a la estadística. Ordenaremos datos, dibujaremos gráficos, hallaremos parámetros y aprenderemos a calcular probabilidades.

No nos gustaría acabar este viaje sin acercarnos a descubrir cuál es el presente y el futuro próximo de la matemática y a conocer algunos retos a los que se enfrenta la matemática de nuestros días, tales como el desarrollo de la teoría del caos, de la geometría fractal o de la lógica borrosa.

Las gráficas nos permiten representar datos (cualitativos, de ordenación o cuantitativos) mediante una construcción que facilita evaluarlos visualmente de manera rápida y comprensiva.

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Gracias a los hallazgos arqueológicos y al estudio de los pueblos que viven aún de forma primitiva, sabemos que nuestros antepasados empleaban diversos sistemas para contar y ordenar los objetos. Lo hacían con los dedos, agrupando pequeñas piedras o realizando marcas en huesos y troncos de árboles. El resto más antiguo que se ha encontrado es un hueso de lobo con 55 incisiones, hallado en Europa Central y que tiene unos 50.000 años de antigüedad.

EL SISTEMA DECIMAL

Nuestro sistema de numeración tiene tres propiedades:

- Utilizamos diez símbolos diferentes para escribir los números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Por esta razón se dice que es un sistema **decimal** o **de base diez**. Diez unidades se agrupan en una decena; diez decenas, en una centena y así sucesivamente. Todo número, por tanto, se puede expresar en forma de potencias de diez:

$4.546 = 4 \cdot 1.000 + 5 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + + 6 = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 6$.

- El valor de cada símbolo depende de la posición que ocupa. Por eso decimos que es un sistema **posicional**. Así, por ejemplo, en el número anterior, el cuatro situado a la izquierda vale cuatro mil mientras que el otro vale cuarenta.

- Es un sistema **completo**, puesto que emplea el cero.

Los números romanos siguen apareciendo en muchos lugares.

Tanto la civilización azteca como la maya alcanzaron un nivel de conocimientos matemáticos muy elevado. Utilizaban sistemas de numeración posicionales, pero que no eran decimales. En la fotografía, Gran Pirámide de Chichén Itzá (México).

LOS NÚMEROS ROMANOS

Los romanos empleaban siete letras para escribir los números. Sus valores eran: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500 y M = 1.000.

Es un sistema de numeración no posicional, que todavía se utiliza para escribir los siglos. También podemos encontrar números romanos en los monumentos conmemorativos y en las esferas de algunos relojes. Para leerlos, tenemos que seguir las reglas siguientes:

- Si encontramos una letra situada a la derecha de otra de mayor valor, las sumaremos:

MDL = 1.000 + 500 + 50 = 1.550

- Cuando una letra está situada a la izquierda de otra de mayor o igual valor, tendremos que restarlas:

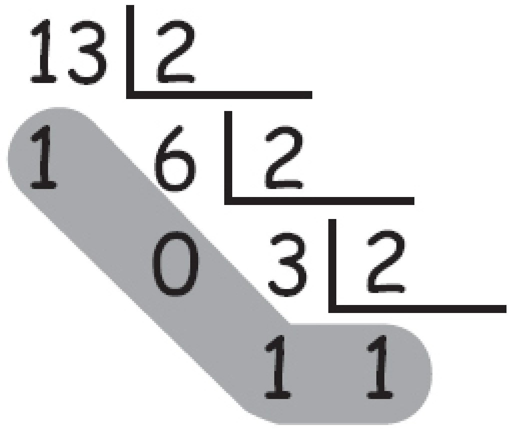
XC = 100 – 10 = 90

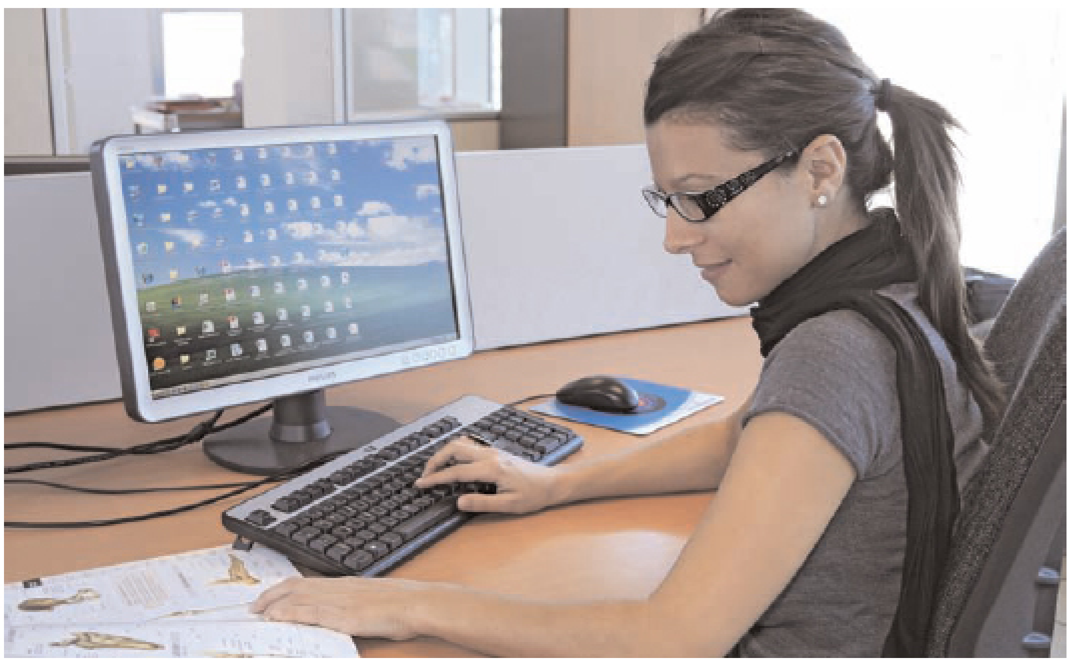
- En el caso de que un grupo de letras esté situado debajo de una raya, multiplicaremos su valor por mil:

$\overline{CV} = 105.000$

Binario	Decimal
0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1.000	8
1.001	9
1.010	10
1.011	11
1.100	12
1.101	13

Equivalencia del sistema binario y del sistema decimal.





El sistema binario se utiliza en informática y telecomunicaciones.

EL SISTEMA BINARIO

En este sistema se emplean sólo dos símbolos: el cero y el uno. Para traducir un número binario emplearemos las potencias de dos:

$1.101 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + + 0 \cdot 2 + 1 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13.$

Para escribir un número en forma binaria tenemos que dividirlo sucesivamente por dos:

EL SISTEMA SEXAGESIMAL

Para medir el tiempo y los ángulos, usamos un sistema de base sesenta heredado de los babilonios. Sesenta segundos forman un minuto y sesenta minutos una hora o un grado.

Las cifras o números que utilizamos actualmente se suelen conocer como cifras árabes, pues fueron los árabes quienes las introdujeron en Europa en el siglo X a través de la España musulmana. Al parecer, los árabes tomaron este sistema de numeración de la India.

La esfera de un reloj está dividida en 12 partes. Cada una de éstas se subdivide a su vez en 5 partes, de forma que $12 \cdot 5 = 60$.