

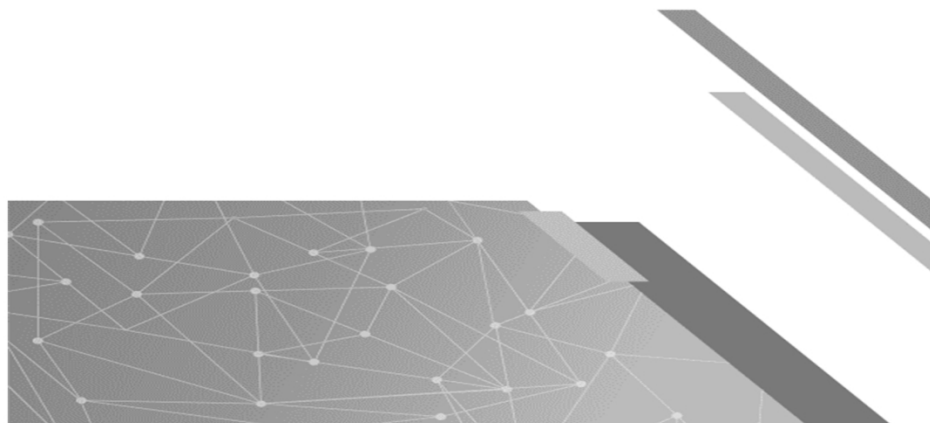




EINDIMENSIONALE INSTATIONÄRE WÄRMELEITUNG

Entwicklung und Realisierung des • **HALLESCHEN KALORIMETERS** • für die
Anwendung in der oberflächennahen Geothermie und der Verfahrenstechnik

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right)$$



Autor

Jörg Laske *Dipl.-Ing. (FH)*

 www.larutec.de

 j.laske@larutec.de

Alle in diesem Buch enthaltenen Angaben, Daten, Ergebnisse etc. wurden vom Verfasser nach bestem Wissen erstellt und von ihm mit größtmöglicher Sorgfalt überprüft. Gleichwohl sind inhaltliche Fehler nicht völlig auszuschließen. Daher erfolgen die Angaben usw. ohne jegliche Verpflichtung und Garantie des Verfassers. Deshalb wird keinerlei Verantwortung und Haftung für etwaige inhaltliche Unrichtigkeiten übernommen.

ISBN 978-3-347-32388- ISBN 978-3-347-32555-5
9 (Hardcover) (Paperback)
ISBN 978-3-347-32843-
3 (e-Book)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Ing.-Büro J. Laske, D 35080 Bad Endbach

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe sind vorbehalten. Vervielfältigungen und Veröffentlichungen sind nur mit Genehmigung des Verfassers gestattet.

Die Anschrift des Verlages ist: tredition GmbH, Halenreihe 40-44, 22359 Hamburg

1. Auflage, Juni 2021

Tabellenkalkulation Microsoft Office Excel®

In diesem Werk kommt explizit das Tabellenkalkulationsprogramm Microsoft® Office Excel® mit VBA (Visual Basic for Applications) zum Einsatz, weil es in den meisten Unternehmen an den Computerarbeitsplätzen verfügbar ist und in der Regel von den Mitarbeitern beherrscht wird. Außerdem ist im Rahmen der Entstehung des Halleschen Kalorimeters eine Software entwickelt worden, die für jedermann zugänglich gemacht und somit mehrheitlich von den Technikern angewandt werden soll. Unbestritten kann auch für die Umsetzung der hier dessinierten mathematischen Verfahren jedes andere Tabellenkalkulationsprogramm verwendet werden. Eine offene Darstellung, auf die sich kein spezielles Tabellenkalkulationsprogramm bezieht, ist aufgrund der Komplexität der Aufgabe unmöglich. Die Diagramme, Screenshots mit Exceloberfläche und Tabellenergebnisse in diesem Dokument basieren auf Microsoft® Office Excel® und sind an den entsprechenden Stellen unmissverständlich, wenn erforderlich, deklariert worden, in dem der Verweis auf Office Excel® getätigt wurde. Selbst erstellte Illustrationen (Diagramme, Tabellen) bedürfen keiner weiteren Kennzeichnung auf den Urheber (©Ing.-Büro J. Laske), da sie schöpferisches Eigentum des Verfassers dieser wissenschaftlichen Abhandlung sind.

Produkte und deren Hersteller

Dieses Dokument geht auf die Entwicklung und Konstruktion des Halleschen Kalorimeters ein. Dabei werden Produkte vorgestellt, die zum Entwicklungserfolg führten. Ebenso werden Konstruktionsangaben zum Messzylinder gemacht, die Herstellerprodukte mit einschließen. Die jeweiligen Produkte und deren Hersteller werden in diesem Werk namentlich an den jeweiligen Stellen benannt und ihre Produktfotos abgebildet. Die Veröffentlichungsplattform (Internetseite oder Printmedien) zu den Fotos wurde immer mit angegeben. Die bewusste Auswahl der Produkte garantierte das Gelingen dieses Entwicklungsvorhabens und diese gelten ausschließlich der wissenschaftlichen Konfrontation. Eine Produktbindung wird definitiv ausgeschlossen und es steht jedem frei, ein gleichwertiges Produkt einzusetzen bzw. zu verwenden.

Wissenschaftliche Abhandlung

**EINDIMENSIONALE INSTATIONÄRE
WÄRMELEITUNG
IN RUHENDEN UND EINFACHEN
KÖRPERN**

**Methodik zur Bestimmung kalorischer
Zustandsgrößen
von oberflächennahen Lockergesteinsböden**

verfasst von Diplom-Ingenieur (FH) **Jörg Laske**

[geboren am 30. März 1961 in Halle/Saale]



Hallesches Kalorimeter
(Messzylinder)

INGENIEURBÜRO J. LASKE

Gebäudetechnik & Energieeffizienz

Landstraße 12

35080 Bad Endbach

Vorwort

Diese Ausarbeitung richtet sich an Ingenieure, denen eine praktische Anwendung der eindimensionalen, instationären Wärmeleitung aufgezeigt werden soll und in diesem Zusammenhang nützliche Hilfsmittel zur Analyse vorgestellt werden sollen.

Zu den Aufgaben in einem TGA Ingenieurbüro gehört u.a. die Planung von Wärmepumpenheizungsanlagen, deren Energiequelle sich außerhalb des Gebäudes befindet und Teil der Gesamtplanung ist. Die oberflächennahe Geothermie, insbesondere der Einsatz von horizontalen Erdkollektoren, steht dabei immer wieder im Fokus, wenn diese Verlegungsart zur Wärmeübertragung in Betracht gezogen wird.

Aufgrund dessen, dass ich als Heizungsplaner keine sicheren Kenntnisse über das im Erdreich vorherrschende thermodynamische Potential habe, bin ich zu dem Entschluss gekommen, dieses selbst zu eruieren. Dabei kommen mir meine erworbenen theoretischen Kenntnisse an der Technischen Hochschule Leipzig Sektion Energietechnik in der Thermodynamik, Analysis und Stochastik zugute. Nicht zu vergessen sind die jahrzehntelangen praktischen Erfahrungen als Entwicklungsingenieur in der Gasanwendungstechnik und in der Luftfahrttechnik.

Mein Ansporn lag nun darin, eine kostengünstige und einfache Prüfapparatur, genannt Hallesches Kalorimeter, zur besseren Bestimmung thermodynamischer Zustandsgrößen von Lockergesteinsböden zu entwickeln, dessen Messergebnisse in einem Tabellenkalkulationsprogramm analysiert und die kalorischen Kenngrößen berechnet werden. Hier sehe ich in der Anwendung ein erhebliches Potential zur energetischen Optimierung der Wärmepumpen für oberflächennahe Geothermie.

Des Weiteren möchte ich den Ingenieuren und den Technikern insbesondere den Studenten an den Fach- und Hochschulen zeigen, welche Vielzahl von Möglichkeiten Tabellenkalkulationsprogramme in der Analyse bieten. Denn diese Programme stehen an fast allen Arbeitsplätzen zur Verfügung. Es ist empfehlenswert, diese bei den täglichen Ingenieur- bzw. Technikeraufgaben zu verwenden.

Ein großer Dank gilt Herrn Professor Dr. Peter Wilde, welcher mich bei meinen mathematischen Problemen unterstützte. Ebenso möchte ich mich bei meinem Lektor Dipl.-Ing. Jörg Buhl für die kritische Durchsicht des Manuskriptes und die entsprechenden Verbesserungsvorschläge rechtherzlich bedanken.

Die in diesem Zusammenhang entwickelten Software-Tools können potentiellen Interessenten zur Verfügung gestellt werden. Es besteht z.B. die Möglichkeit das Analysesystem einschließlich weiterer Tools in Lehrveranstaltungen (Schulungsmaßnahmen, Vorlesungen an Fach- und Hochschulen) vorzustellen und das Thema praxisorientiert

visuell darzustellen. Das Hallesche Kalorimeter ist in seiner Komplexität sehr interessant, weil verschiedene Wissenschaften wie die Mathematik, die Thermodynamik und die Geologie ineinandergreifen.

Bad Endbach im Juni 2021

Jörg Laske

Inhaltsverzeichnis

- 1 Wissenschaftlicher Ansatz
- 2 Einführung
 - 2.1 Planungsablauf zur Errichtung einer Wärmepumpenheizungsanlage
 - 2.2 Oberflächennahe Geothermie
 - 2.3 Entzugsleistung
- 3 Verschiedene Messprinzipien von Kalorimetern
- 4 Theoretische Grundlagen
 - 4.1 Randbedingungen
 - 4.2 Wärme- und Energieströme
 - 4.2.1 Wärmestrom durch freie laminare Konvektion und Strahlung
 - 4.2.2 Quasiwärmedurchgang
 - 4.1.1 Verbleibende innere Energie
 - 4.2.3 Änderung der inneren Energie
 - 4.2.4 Synonymische Leistungen (Identität)
 - 4.2.5 Wärmestromdichte durch die Zylinderoberfläche

4.3 Thermodynamische Temperatur

4.3.1 Logarithmische kalorische Mitteltemperatur

4.3.2 Integrale kalorische Mitteltemperatur

4.3.3 Kalorische Mitteltemperatur mittels Funktionsreihe

4.3.4 Bemerkung

4.4 Temperaturprofil

4.5 Asymptotische Näherungsgleichungen von Fourier

4.5.1 Dimensionslose Größen

4.5.2 Kalorische Temperatur

4.5.3 Oberflächentemperatur

4.5.4 Mittentemperatur

4.6 Bodenkunde

4.6.1 Massebezogener Feuchtigkeitsanteil

4.6.2 Visuelle und fühlbare Bodenartbestimmung

5 Mathematische Verfahren zur automatisierten Analyse

5.1 Regression

5.1.1 Gauß'scher Algorithmus

5.1.2 Nichtlineare Regression

5.1.3 Quasilineare Regressionsfunktion

- 5.1.4 Korrelationsanalyse
- 5.1.5 Näherungsverfahren zur numerischen Berechnung
- 5.2 Integrale Temperatur des Temperaturprofils im Zylinder
- 5.3 Approximation zum konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten
- 5.4 Integraler Mittelwert durch Teilung des Funktionsgraphen
- 5.5 Bestimmung der spezifischen Eigenwerte der Bessel-Funktion
- 5.6 Regressionsanalyse mit der Exponentialfunktion
- 5.7 Multiple Regressionsanalyse
 - 5.7.1 Formulierung des Rechenmodells
 - 5.7.2 Regressionsfunktionen der dimensionslosen Temperaturen
 - 5.7.3 Microsoft® Office Excel® Berechnungsblatt

6 Messapparatur

- 6.1 Messverfahren
- 6.2 Messzylinder
- 6.3 Messaufbau
- 6.4 Wärme- und Kühlschrank

7 Voruntersuchungen

7.1 Voruntersuchung I

7.1.1 Kühltank

7.1.2 Wärmeschrank

7.2 Voruntersuchung II

7.2.1 Messzylinder im Wärmeschrank

7.2.2 Einstellungen und Temperaturfühler

7.2.3 Eignungstest des Wärmeschanks

7.2.4 Schlussfolgerung

7.3 Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität

7.4 Kontaktschicht

7.5 Wärmemenge

7.6 Störeinflüsse

7.6.1 Raumtemperatur

7.6.2 Mantelthermoelement

7.6.3 Homogene Bodenprobe

7.7 Festlegung

8 Referenzmaterialanalyse (Qualifikation durch Analyse)

8.1 Vorbereitung

8.2 Versuchsdurchführung

8.3 Auswertung der Referenzmessungen

8.3.1 Vorbemerkung

8.3.2 Referenzmaterial mit trockenen Quarzsanden

8.3.3 Referenzmaterial mit feuchten Quarzsanden

8.4 Diskussion

9. Praktische Anwendung

9.1 Bodenprobe

9.2 Ergebnisse aus der Analyse

9.3 Auswertung der Analysedaten

9.4 Diskussion

10 Unsicherheit der Methodik

11 Software (Basisversion)

12 Software (Vollversion)

13 Konstruktion

14 Abriss, Ausblick und Konklusion

Anhang A ·Mathematische Lösungen·

Anhang A1 ·Lösung der Fourier'schen
Differentialgleichung

Anhang A2 ·Regression-Koeffizienten-Gleichungen·

Anhang B ·Software WPSOURCE·

Anhang C ·Bestimmung der Eigenwerte·

Anhang D ·Messwerte der Referenzmessungen·

Anhang D1 ·RFMA1.1·

Anhang D2 ·RFMA1.2·

Anhang D3 ·RFMA2.0·

Anhang D4 ·RFMA4.0·

Anhang D5 ·RFMA5.0·

Anhang D6 ·RFMA9.2·

Anhang D7 ·RFMA10.0·

Anhang D8 ·RFMA11.0·

Anhang D9 ·RFMA14.0·

Anhang E ·Messwerte/Auswertung der Praxismessungen·

Anhang E1 ·Messwerte PRMA1.0·

Anhang E2 ·Messwerte PRMA2.0·

Anhang E3 ·Messwerte PRMA2.0·

Anhang E4 ·Ausgabeblatt PRMA1.0·

Anhang E5 ·Ausgabeblatt PRMA2.0·

Anhang E6 ·Ausgabeblatt PRMA3.0·

Anhang E7 ·Wärmeübergangskoeffizient PRMA1.0·

Anhang E8 ·Ergebnisse mit WP_{SOURCE}·

Anhang F ·Konstruktionsunterlagen·

Anhang F1 ·Inkubator von Binder GmbH·

Anhang F2 ·Entlüftungsventil von Otto Ganter GmbH & Co. KG·

Anhang F3 ·Messzylinder, Zusammenbau·

Quellenangabe

Literatur

Abbildung

Mathematische Vorbereitungen

Lateinische Buchstaben

Zeichen	SI-Einheit	Bedeutung
T	K	thermodynamische Temperatur
t	h, s	Zeit
r	m	Radius
r_n	—	relativer Radius
e	—	Euler'sche Zahl oder Term
K_k	—	Entwicklungskoeffizient mit Summationsindex
J_0	—	Besselfunktion 1.Art und 0` Ordnung
J_1	—	Besselfunktion 1.Art und 1` Ordnung
$ Fo$	—	Fourier- Zahl
$x - y$	—	Ebene im kartesischen Koordinatensystem
R	m	Außenradius
H	m	Höhe
$z - Achse$	—	Achse im kartesischen Koordinatensystem
$\dot{q}_E$	W/m^2	spezifische Entzugsleistung
s	$J/(m^3 \cdot K)$	Wärmespeicherzahl (volumetrische spezifische Wärmekapazität)
C_p	$J/(kg \cdot K)$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$\dot{Q}_U$	W	Leistung an Umgebung

A	m^2	Fläche
$\dot{Q}$	W	Leistung
Nu	—	Nußelt-Zahl
$Nu_{m,Z}$	—	mittlere Nußelt-Zahl an dem Zylinder
L	m	charakteristische Länge
h_z	m	Höhe des Zylinders
g	m/s^2	Erdbeschleunigung
Pr	—	Prandtl-Zahl
Ra	—	Rayleigh-Zahl
a	m^2/s	Temperaturleitkoeffizient
f_1	—	Korrekturfaktor
$Nu_{m,P}$	—	mittlere Nußelt-Zahl an der Platte
d_z	m	Zylinderdurchmesser
C_{12}	$W/(m \cdot K)$	Strahlungsaustauschkoeffizient
C_s	$W/(m \cdot K)$	Strahlungskoeffizient des schwarzen Körpers
C_1	$W/(m \cdot K)$	Strahlungskoeffizient von einem Körper
$\dot{Q}_{K,U}$	W	Leistung vom Körper an Umgebung
k_{eff}	$W/(m^2 \cdot K)$	effektiver Wärmedurchgangskoeffizient
Q_I	Wh	innere Energie
V	m^3	Raumvolumen
Q_1	Wh	Wärmemenge im Zustand 1, Anfangsenthalpie
$Q_{1,2}$	Wh	abgegebene Wärmemenge vom Zustand 1 auf Zustand 2
Bi	—	Biot-Zahl
$\dot{q}_o$	W/m^2	Wärmestromdichte am Zylindermantel

h_1	Wh/kg	spezifische Enthalpie im Zustand 1
h_2	Wh/kg	spezifische Enthalpie im Zustand 2
q	Wh/kg	spezifische Wärme
s	$Wh/(kg \cdot K)$	spezifische Entropie
$\bar{T}_{LN}$	K	logarithmische Mitteltemperatur
V_{Σ}	m^3	Gesamtvolumen über unendliche Schichten
$\dot{V}_{FL}$	m^3/h	Volumenstrom der Flüssigkeit
r	m	Radius
R	m	Radius
r_n	—	relativer Radius: $0 \leq r_n \leq 1$
r_x	m	Radius im Bereich: $0 \leq r_x < R$
Q	—	Quadratsumme $\sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2$
$a_0 - \dots a_n$	—	Koeffizient in Approximation; Term
c	—	Term
n	—	Potenz, Zahl
m	—	Potenz
d	—	Zahl, Ziffer
$b_0 \dots b_n$	—	Koeffizient in Approximation
R_{xy}	—	Korrelationskoeffizient
$\hat{y}$	—	Approximation, allgemein
$\widetilde{Pr}$	—	Approximation der Prandtl-Zahl
$C_0 \dots c_n$	—	Koeffizient in Approximation
T_b	K	Bezugstemperatur
$\widetilde{Gr}$	—	Approximation Grashof-Zahl
$e_0 \dots e_n$	—	Koeffizient in Approximation
f_2 u. f_3	—	Term

Z_1	1/h	Term $\text{Term} \left(\frac{a}{R^2} \right)$
k	–	Summationsindex, Zählindex
NU_∞	–	Nußelt Langzeitasymptote
Nu_0, Nu_{0t}	–	Nußelt Kurzzeitasymptote
Nu, Nu_t	–	Nußelt Überlagerung der Asymptoten
m	–	Eigenwert oder Exponent
a^*_v	–	Konstante in Näherungsgleichung von Fourier
m_i	–	Konstante in Näherungsgleichung von Fourier
b_t	–	Konstante in Näherungsgleichung von Fourier
m_{tr}	kg	Masse feuchter Stoff
m_{tr}	kg	Masse trockener Stoff
c	–	Term
d	–	Term
n	–	Anzahl
m_w	g	Masse Wasser
p	mbar	Druck
$g(r_n)$	–	Funktion
$K; K_1; K_2; K_3$	–	Term einer Reihengleichung
Y_0	–	Besselfunktion 1. Art, 0` Ordnung
$f; g; h; i; j$	–	Term
m_{BP}	kg	Masse der Bodenprobe
m_z	kg	Masse Metallzylinder
$C_{p,BP}$	J/(kg · K)	spezifische Wärmekapazität der Bodenprobe

C_p, Z	$J/(kg \cdot K)$	spezifische Wärmekapazität des Edelstahlzylinders
$\dot{q}_R$	W/m	Spezifische Wärmestrom durch Rohrwand
L	m	Länge
$\dot{Q}_{HF}$	W	Leistung durch Heizfläche
$\dot{V}$	m^3/h	Volumenstrom
U	V	elektrische Spannung
P	W	elektrische Leistung
$VL; RL$	$^{\circ}C$	Vorlauf- Rücklauftemperatur
$A_u; A_o; A_{ges}$	m^2	untere Fläche, obere Fläche, Gesamtfläche
$au, \dots$	–	Koeffizienten für unteren Bereich
$ao, \dots$	–	Koeffizienten für oberen Bereich
$\tilde{f}_u$	–	Regressionsfunktion für unteren Bereich
$\tilde{f}_o$	–	Regressionsfunktion für oberen Bereich
$t_A; t_E; t_1; t_B$	h	Zeit Anfang; Zeit Ende, Zeit Übergang; Bezugszeit
$\tilde{Q}_K$	W	Approximation des Leistungsgraphen auf Basis der kalorischen Temp.
$R_{\alpha;\lambda}$	$(m^2 \cdot K)/W$	Wärmedurchgangswiderstand
S	m	Dicke
d	m	Durchmesser
Q_k	J	Wärmemenge auf Basis der kalorischen Temperatur

Griechische Buchstaben

Zeichen	SI-Einheit	Bedeutung
---------	------------	-----------

ϑ	$^{\circ}\text{C}$	Temperatur
Θ	–	Dimensionslose Temperatur
μ_k	–	Eigenwerte/Funktionswerte mit Summationsindex
τ	–	dimensionslose Zeit oder Fourier-Zahl
ρ	kg/m^3	Dichte
λ	$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$	Wärmeleitfähigkeit oder Wärmeleitkoeffizient
$\alpha_{K,S}$	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	Wärmeübergangskoeffizient aus Konvektion und Strahlung
α_K	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	Wärmeübergangskoeffizient aus Konvektion
α_s	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	Wärmeübergangskoeffizient aus Strahlung
ϑ_0	$^{\circ}\text{C}$	Oberflächentemperatur
ϑ_U	$^{\circ}\text{C}$	Umgebungstemperatur
ϑ_B	$^{\circ}\text{C}$	Bezugstemperatur
λ_{Fl}	$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$	Wärmeleitfähigkeit des Fluids
δ	m	Dicke
ω	m/s	Strömungsgeschwindigkeit
ν	m^2/s	kinematische Viskosität
$\Delta\vartheta$	K	Temperaturdifferenz
γ	$1/\text{K}$	isobarer Volumenausdehnungskoeffizient, Wärmeausdehnungskoeffizient
ε_1	–	Emissionszahl oder Emissionsgrad
ϑ_K	$^{\circ}\text{C}$	kalorische Temperatur
Θ_K	–	dimensionslose kalorische Temperatur
τ^e	h	Zeitkonstante, Relaxationszeit
π	–	Pi-Kreiszahl
α_a	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	äußerer

$\bar{\alpha}_i$	$W/(m^2 \cdot K)$	Wärmeübergangskoeffizient innerer Wärmeübergangskoeffizient (Zeitmittelwert)
λ	$W/(m \cdot K)$	Wärmeleitfähigkeit
$\bar{\vartheta}_{LN}$	$^{\circ}C$	logarithmische Mitteltemperatur
$\bar{\Theta}_{LN}$	—	dimensionslose logarithmische Mitteltemperatur
$\bar{\Theta}_{INT}$	—	dimensionslose integrale Mitteltemperatur
$\bar{\Theta}_{FR}$	—	dimensionslose Mitteltemperatur mittels Funktionsreihe
$\tilde{\Theta}_{Ko}$	—	Approximation der dimensionslose Kontakttemperatur
θ_0	—	dimensionslose Oberflächentemperatur
θ_M	—	dimensionslose Mitteltemperatur
θr_n	—	dimensionslose Temperatur am relativen Radius
ϑr_n	$^{\circ}C$	Temperatur am relativen Radius
$\Delta \vartheta$	K	Temperaturdifferenz
μ	—	Eigenwerte
α	$W/(m^2 \cdot K)$	Wärmeübergangskoeffizient
v	—	Differenz $[y_i - f(x_i)]$
$\tilde{\nu}$	m^2/s	Approximation der kinematischen Viskosität
$\tilde{\lambda}$	$W/(m \cdot K)$	Approximation der Wärmeleitfähigkeit
ϑ_B	$^{\circ}C$	Bezugstemperatur
γ	$1/K$	Wärmeausdehnungskoeffizient
$\tilde{\alpha}$	$W/(m^2 \cdot K)$	Approximation Wärmeübergangskoeffizient
$\mu_1 \dots \mu_k$	—	Eigenwerte der Bessel-Funktion

$1/\Delta\tau_\infty$	—	Totzeit im Unendlichen
$\Delta\tau$	—	variable Totzeit
τ^m	—	neue Zeitskala
ϕ_w	—	massenbezogene Feuchtigkeitsgehalt
λ_{max}	$W/(m \cdot K)$	maximale(r) Wärmeleitfähigkeit oder Wärmeleitkoeffizient
ϕ_w, max	—	maximaler massenbezogene Feuchtigkeitsgehalt
ϕ_w^*	—	dichtebezogene Feuchtigkeitsgehalt
$\tilde{\Theta}_M$	—	Approximation der dimensionslosen Mittentemperatur
$\hat{\lambda}$	—	definierter Term $[\ln(\lambda_{max} - \lambda)]$ durch Transformation
$\hat{\phi}$	—	definierter Term $\left(\frac{\phi_w}{\phi_{w,max}}\right)$ durch Transformation
$\hat{a}_0$	—	definierter Term $[\ln(a_0)]$ durch Transformation
$\phi_L; \phi_R$	—	Randbedingungsfunktionen
ψ	—	Anfangsbedingungsfunktion
κ	—	Konstante (Term)
$\Delta\vartheta_{K,U}$	K	Temperaturdifferenz zwischen der kalorischen Temperatur und Umgebungstemperatur
ϑ_{MT}	K	Temperatur mit Mantelthermoelement
$\vartheta_{MT,gem.}$	K	gemessene Temperatur mit Mantelthermoelement
$\vartheta_{MT,korr.}$	K	korrigierte Temperatur mit Mantelthermoelement
ϑ_i	$^{\circ}C$	Innentemperatur
$\vartheta_{mittl.}$	$^{\circ}C$	arithmetische Mitteltemperatur

$\bar{\vartheta}_{Fl.}$	$^{\circ}C$	Thermodynamische (logarithmische) Temperatur der Flüssigkeit
$\bar{\vartheta}$	$^{\circ}C$	Mitteltemperatur
$\vartheta_{M,korr.}$	K	korrigierte Mittentemperatur
$\vartheta_{O,korr.}$	K	korrigierte Oberflächentemperatur

Anmerkung: Einige Symbole in diesem Werk haben eine Mehrfachbedeutung.

1 Wissenschaftlicher Ansatz

Die kalorischen Zustandsgrößen von oberflächennahen Erdböden sollen mittels eines eigens dafür generierten Kalorimeters bestimmt werden. Mit dem Halleschen Kalorimeter wird die Anwendung der eindimensionalen, instationären Wärmeleitung verwirklicht und eine Analyse mit einem Tabellenkalkulationsprogramm zur Bestimmung der kalorischen Größen entwickelt. Die Eindimensionalität stellt einen Spezialfall der instationären Wärmeleitung dar und soll durch einen Messzylinder und einen Wärmeschränk realisiert werden.

Jede Bodenprobe hinterlässt im Halleschen Kalorimeter seine individuelle Wärmeflusskurve, die als kalorischer Fingerabdruck bezeichnet werden kann, und liefert den Zusammenhang zu der zugrundeliegenden physikalischen Gesetzmäßigkeit respektive dem wissenschaftlichen Ansatz in diesem Analyseverfahren.

Das Hallesche Kalorimeter nebst Software ist das Resultat der Applikation der Fourier'schen Differentialgleichung.

Für diesen Sonderfall (homogener Zylinder sowie der Invarianz von parametrisierten Größen) existiert die folgende modifizierte Fourier'sche Differentialgleichung.

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{a}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) \quad (1.1)$$

Mit Verwendung der Größen in dimensionsloser Form lässt sich die partielle Differentialgleichung wie folgt darstellen.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{r_n} \cdot \frac{\partial}{\partial r_n} \cdot \left(r_n \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r_n} \right) \quad (1.2)$$

Der Separationsansatz von Bernoulli dient der Lösung partieller Differentialgleichungen mit mehreren Variablen und liefert bei dessen Anwendung unter Berücksichtigung der Anfangswertprobleme die allgemeine Gleichung [Baehr und Stephan, 2010], deren Herleitung im Anhang A1 näher ausgeführt ist.

$$\Theta(\tau, r_n) = \int_{k=1}^{\infty} \{ e^{-\mu_k^2 \cdot \tau} \cdot [K_k \cdot J_0(\mu_k \cdot r_n)] \} \quad (1.3)$$



Abb 1.1: Temperaturverlauf über den Radius