

DISPOSITIVOS SEMICONDUCTORES: PRINCIPIOS Y MODELOS

PEDRO JULIÁN

Apoyo en la



Dispositivos semiconductores: principios y modelos

Pedro Julián

Dispositivos semiconductores: principios y modelos



Julián, Pedro

Dispositivos semiconductores: principios y modelos. 1a ed. Buenos Aires: Alfaomega Grupo Editor Argentino, 2013.

284 p.; 23x17 cm.

ISBN 978-987-1609-40-6

1. Electrónica. I. Título

CDD 621.3

Queda prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, su tratamiento informático y/o la transmisión por cualquier otra forma o medio sin autorización escrita de Alfaomega Grupo Editor Argentino S.A.

Edición: Damián Fernández

Corrección de estilo: Vanesa García

Diseño y armado de interior: Alberto Alejandro Moyano, hecho con \LaTeX 2 ϵ

Diseño de tapa: Iris Biaggini

Agradecimiento: a TowerJazz por la imagen de portada

Internet: <http://www.alfaomega.com.mx>

Todos los derechos reservados © 2013, por Alfaomega Grupo Editor Argentino SA. Paraguay 1307, PB, oficina 11

Queda hecho el depósito que prevé la ley 11.723

NOTA IMPORTANTE: La información contenida en esta obra tiene un fin exclusivamente didáctico y, por lo tanto, no está previsto su aprovechamiento a nivel profesional o industrial. Las indicaciones técnicas y programas incluidos han sido elaborados con gran cuidado por el autor y reproducidos bajo estrictas normas de control. Alfaomega Grupo Editor Argentino S.A. no será jurídicamente responsable por errores u omisiones, daños y perjuicios que se pudieran atribuir al uso de la información comprendida en este libro, ni por la utilización indebida que pudiera dársele.

Los nombres comerciales que aparecen en este libro son marcas registradas de sus propietarios y se mencionan únicamente con fines didácticos, por lo que Alfaomega Grupo Editor Argentino S.A. no asume ninguna responsabilidad por el uso que se dé a esta información, ya que no infringe ningún derecho de registro de marca. Los datos de los ejemplos y pantallas son ficticios, a no ser que se especifique lo contrario.

Los hipervínculos a los que se hacen referencia no son necesariamente administrados por la editorial, por lo que no somos responsables de sus contenidos o de su disponibilidad en línea.

Empresas del grupo:

Argentina: Alfaomega Grupo Editor Argentino SA. Paraguay 1307 PB «11», Buenos Aires, Argentina, CP 1057. Tel.: (54-11) 4811-7183/0887. E-mail: ventas@alfaomegagrupoeeditor.com.ar

México: Alfaomega Grupo Editor SA de CV. Pitágoras 1139, Col. Del Valle, México, DF México, CP 03100. Tel.: (52-55) 5575-5022, Fax: (52-55) 5575-2420/2490. Sin costo: 01-800-020-4396. E-mail: atencionalcliente@alfaomega.com.mx

Colombia: Alfaomega Colombiana SA. Carrera 15 No. 64 A 29, Bogotá, Colombia. PBX (57-1) 2100122, Fax: (57-1) 6068648. E-mail: cliente@alfaomega.com.co

Chile: Alfaomega Grupo Editor SA. General del Canto 370, Providencia, Santiago, Chile. Tel.: (56-2) 947-9351, Fax: (56-2) 235-5786. E-mail: agechile@alfaomega.cl

A aquellos que hoy no están, y que con sus vidas, me mostraron el camino: mis padres, Haydée y Félix, y Alfredo Desages.

A quien camina hoy conmigo, mi esposa Ana Laura; y a nuestros pequeños hijos, que nos siguen

Mensaje del editor

Los conocimientos son esenciales en el desempeño profesional, sin ellos es imposible lograr las habilidades para competir laboralmente. La universidad o las instituciones de formación para el trabajo ofrecen la oportunidad de adquirir conocimientos que serán aprovechados más adelante en beneficio propio y de la sociedad; el avance de la ciencia y de la técnica hace necesario actualizar continuamente esos conocimientos. Cuando se toma la decisión de embarcarse en una vida profesional, se adquiere un compromiso de por vida: mantenerse al día en los conocimientos del área u oficio que se ha decidido desempeñar.

Alfaomega tiene por misión ofrecerles a estudiantes y profesionales conocimientos actualizados dentro de lineamientos pedagógicos que faciliten su utilización y permitan desarrollar las competencias requeridas por una profesión determinada. Alfaomega espera ser su compañera profesional en este viaje de por vida por el mundo del conocimiento.

Alfaomega hace uso de los medios impresos tradicionales en combinación con las tecnologías de la información y las comunicaciones (IT) para facilitar el aprendizaje. Libros como éste tienen su complemento en una página Web, en donde el alumno y su profesor encontrarán materiales adicionales.

Esta obra contiene numerosos gráficos, cuadros y otros recursos para despertar el interés del estudiante, y facilitarle la comprensión y apropiación del conocimiento. Cada capítulo se desarrolla con argumentos presentados en forma sencilla y estructurada claramente hacia los objetivos y metas propuestas.

Los libros de Alfaomega están diseñados para ser utilizados dentro de los procesos de enseñanza-aprendizaje, y pueden ser usados como textos para diversos cursos o como apoyo para reforzar el desarrollo profesional.

Alfaomega espera contribuir así a la formación y el desarrollo de profesionales exitosos para beneficio de la sociedad.

Sobre el autor

Pedro Julián es Ingeniero Electrónico y Doctor en Control de Sistemas. Actualmente, es Profesor Asociado en la Universidad Nacional del Sur e Investigador Independiente del CONICET. Fue Profesor Visitante en la Universidad de Johns Hopkins, EE.UU. e Investigador Visitante en la Universidad de California en Berkeley, EE.UU. Es uno de los miembros fundadores del Grupo de Investigación en Sistemas Electrónicos y Electromecatrónicos (GISEE) y del Laboratorio de Micro y Nano Electrónica (LMNE). En el año 2009, recibió el premio Bernardo Houssay del Ministerio de Ciencia y Tecnología de la Nación, y en el año 2010, el premio de la Academia Nacional de Ciencias Físicas, Exactas y Naturales. Es uno de los creadores de la Escuela Argentina de Micro-Nano Electrónica, Tecnología y Aplicaciones (EAMTA).

Índice general

Mensaje del editor	IX
Sobre el autor	XI
Prefacio	XVII
1. Modelos de circuitos eléctricos	1
1.1. Bloques constitutivos de modelos	2
1.1.1. Resistores	2
1.1.2. Capacitores	3
1.1.3. Inductores	4
1.1.4. Memristores	5
1.1.5. Fuentes independientes	6
1.1.6. Fuentes controladas	7
1.1.7. Convenciones	7
1.2. Clasificación de modelos	7
1.2.1. Modelos según la amplitud	7
1.2.2. Modelos según la frecuencia	10
1.2.3. Construcción de modelos	14
2. Introducción a los semiconductores	19
2.1. Bandas de Energía en Silicio	19
2.2. Equilibrio Térmico	24
2.3. Dopado	28
2.3.1. Dopado Tipo N	30
2.3.2. Dopado Tipo P	36
2.3.3. Compensación	38

2.4. Mecanismos de conducción	40
2.4.1. Arrastre	41
2.4.2. Densidad de corriente de arrastre	44
2.4.3. Difusión	47
2.4.3.1. Densidad de corriente de difusión	48
2.4.4. Resistividad de una lámina de Silicio	52
2.5. Potenciales relativos en Silicio	53
3. Juntura Semiconductora y Diodos	57
3.1. Descripción Cualitativa	57
3.2. Electroestática de la Juntura	59
3.3. Modelo de DC	66
3.3.1. Ley de la Juntura	68
3.3.2. Solución en directa	70
3.3.3. Solución en inversa	73
3.3.4. Desviaciones del comportamiento ideal	76
3.3.4.1. Efectos de la temperatura	77
3.4. Modelo Lineal Incremental	78
3.5. Modelo de AC	80
3.5.1. Capacidad en inversa	80
3.5.2. Capacidad en directa	85
3.6. Mecanismos de ruptura inversa	87
3.6.1. Efecto Túnel	88
3.6.2. Efecto Avalancha	88
4. Capacitor MOS	91
4.1. Descripción Cualitativa	91
4.2. Electroestática del capacitor MOS	93
4.2.1. Potencial de Banda Plana	94
4.2.2. Acumulación	94
4.2.3. Vaciamiento	97
4.2.4. Inversión	102
4.3. Modelo de AC	106
4.4. Otras configuraciones	109
4.4.1. Capacitor MOS sobre un sustrato P y <i>gate</i> P	109
4.4.2. Capacitor MOS sobre un sustrato N y <i>gate</i> N	110
4.4.3. Capacitor MOS sobre un sustrato N y <i>gate</i> P	112
5. Transistor MOS	115
5.1. Descripción cualitativa	115
5.2. El transistor NMOS	116
5.2.1. Principio básico de funcionamiento	116
5.2.2. Derivación simplificada	120
5.2.3. Derivación avanzada	128
5.2.3.1. Modelo referido al Sustrato	128

5.2.4.	Modelo referido al <i>source</i>	136
5.2.5.	Desviaciones del comportamiento ideal	139
5.2.5.1.	Modulación de la longitud del canal	139
5.2.5.2.	Efectos de la temperatura	142
5.2.5.3.	Corriente subumbral	142
5.3.	El transistor PMOS	143
5.3.1.	Principio básico de funcionamiento	143
5.3.2.	Derivación simplificada	145
5.3.3.	Derivación avanzada	151
5.3.3.1.	Modelo referido al Sustrato	151
5.3.3.2.	Modelo referido al <i>source</i>	155
5.3.4.	Desviaciones del comportamiento ideal	158
5.4.	Modelo lineal incremental	158
5.4.1.	MLI referido al sustrato	159
5.4.1.1.	Zona de triodo	159
5.4.1.2.	Zona de saturación	160
5.4.2.	MLI referido al <i>source</i>	163
5.4.2.1.	Zona de triodo	163
5.4.2.2.	Zona de saturación	164
5.5.	Modelo de AC	166
5.5.1.	Capacidad de <i>gate</i>	166
5.5.1.1.	Corte	167
5.5.1.2.	Triodo	167
5.5.1.3.	Saturación	167
5.5.2.	Capacidad de junturas	169
5.5.3.	Capacidad de solapamiento	171
5.5.4.	Límite de validez del modelo de AC	173
6.	Transistores Bipolares	175
6.1.	Descripción cualitativa	175
6.2.	Modelo de DC del transistor PNP	176
6.2.1.	Región de conducción activa directa	176
6.2.2.	Región de conducción activa inversa	186
6.2.3.	Región de saturación y el Modelo de Ebers-Moll	190
6.2.4.	Modelos Simplificados	196
6.2.5.	Desviaciones del comportamiento ideal	203
6.2.5.1.	Corriente de pérdida	203
6.2.5.2.	Ganancia de corriente	204
6.3.	Modelo de DC del transistor NPN	205
6.3.1.	Región de conducción activa directa	205
6.3.2.	Región de conducción activa inversa	213
6.3.3.	Región de saturación y el Modelo de Ebers-Moll	217
6.3.4.	Modelos Simplificados	221
6.4.	Modelo Lineal Incremental (MLI)	226
6.4.1.	El modelo híbrido- π	227

6.5. Modelo de AC	230
6.5.1. Capacidad de vaciamiento	230
6.5.2. Capacidad de carga de la base	231
6.5.3. Límite de validez del modelo de AC	232
A. Conducción: conceptos auxiliares	235
A.1. Tiempo de tránsito	235
A.2. Efecto Hall	236
B. Electroestática	239
C. Potenciales de contacto	243
D. Modelos de SPICE	247
D.1. Fuentes	247
D.1.1. Fuentes independientes	247
D.1.2. Fuentes dependientes	247
D.2. Dispositivos pasivos	248
D.2.1. Resistencias	248
D.2.2. Capacitores	248
D.2.3. Inductores	248
D.2.4. Inductores mutuos	248
D.3. Dispositivos semiconductores	248
D.3.1. Diodo	249
D.3.2. Transistores bipolares	250
D.3.3. Transistores MOS	251
D.3.3.1. Modelo de nivel 1	251
D.3.3.2. Modelos de niveles 2 y 3	252
D.3.3.3. Modelo de nivel 4	254

Prefacio

A partir de los años setenta, la tecnología de circuitos integrados basada en transistores Complementarios Metal-Óxido-Semiconductor (CMOS) superó en utilización a la tecnología basada en transistores bipolares de juntura. Desde ese momento la tecnología CMOS se convirtió en el pilar del diseño de circuitos integrados modernos, tanto analógicos como digitales. Los contenidos curriculares de las carreras de ingeniería electrónica en los países líderes en diseño electrónico se adaptaron a la nueva tecnología. En Argentina, así como en la mayoría de los países de Hispanoamérica, este cambio no se dio y, por lo tanto, en los cursos básicos, se mantuvo el enfoque previo basado en transistores bipolares y componentes discretos.

Este libro se basa en más de diez años de experiencia en el dictado de las materias «Dispositivos Semiconductores» y «Análisis y Diseño de Circuitos Digitales», materias de tercero y quinto año, respectivamente, de la carrera de Ingeniería Electrónica, de la Universidad Nacional del Sur, desde el año 1999 hasta la fecha; y refleja también la experiencia adquirida a través de la enseñanza en los cursos de la Escuela Argentina de Micro-Nanoelectrónica, Tecnología y Aplicaciones (EAMTA), llevada a cabo desde el año 2006 hasta la fecha.

El objetivo central de este libro es proveer el material básico en español para la enseñanza inicial a nivel de grado de microelectrónica para carreras de Ingeniería Electrónica e ingenierías afines.

El alcance de esta obra comprende la descripción de los dispositivos básicos microelectrónicos, desde una perspectiva útil para un diseñador de circuitos. También tiene como objetivo introducir la electrónica de estado sólido, proveyendo los modelos básicos que más adelante el estudiante requiere para abordar el diseño de etapas básicas de circuitos integrados, tanto analógicas como digitales. Se describen los principios y modelos de cuatro dispositivos fundamentales: la juntura semiconductor, el capacitor MOS, el transistor MOS y el transistor bipolar de juntura. Para todos los dispositivos mencionados, se describen los principios básicos de operación y se desarrollan las ecuaciones que mo-

delan su comportamiento en corriente continua (DC), señalando claramente los rangos de funcionamiento. Estos contenidos proveen la base para el cálculo de puntos de operación (polarización) de circuitos en cursos posteriores. A continuación, se desarrollan los modelos lineales incrementales, es decir, aquellos modelos destinados a representar el dispositivo en un pequeño entorno de un punto de trabajo. Estos modelos son la base para el análisis de circuitos en pequeña señal, que incluye cálculo de ganancia, sensibilidad, impedancia, etc. Por último, se derivan las expresiones de las cargas eléctricas acumuladas para cada uno de los distintos dispositivos y se desarrollan las expresiones de las capacidades asociadas teniendo en cuenta la región de operación. La inclusión de las capacidades de los dispositivos es fundamental para el análisis y diseño frecuencial de circuitos (AC), en particular de filtros.

Hay dos características distintivas acerca del enfoque adoptado en este libro. La primera característica es la utilización de resultados experimentales para ilustrar curvas y características de los dispositivos y circuitos utilizados. De esta manera, se pretende que el estudiante se familiarice con valores típicos de corrientes, tensiones y tiempos correspondientes a dispositivos reales de circuitos integrados. La segunda característica es la utilización a lo largo del libro de rutinas de MATLAB™ para la visualización de ecuaciones. Esto tiene como objetivo integrar la utilización de herramientas auxiliares de cálculo al proceso de aprendizaje del estudiante.

Organización

El libro está organizado de la siguiente manera.

El Capítulo 1 incluye una breve descripción de los bloques constitutivos de circuitos (resistores, capacitores, inductores, memristores, fuentes independientes y fuentes controladas) y establece el marco conceptual dentro del cual se ubican los modelos de los dispositivos. Se introduce la noción de modelos de acuerdo a la amplitud de la señal, definiendo los modelos globales, locales y lineales incrementales, y la noción de modelos de acuerdo a la frecuencia de la señal, definiendo modelos de DC, de baja frecuencia, de media frecuencia y de alta frecuencia.

El Capítulo 2 comienza con una descripción de las propiedades electrónicas del Silicio, sus bandas de energía y la generación de portadores. Luego, se describe el dopado de Silicio mediante la introducción de impurezas y se da una interpretación gráfica del resultado. Esto permite abordar los mecanismos de conducción de portadores en semiconductores: arrastre y difusión; y hallar en ambos casos la expresión analítica de la corriente resultante. Se desarrollan, a continuación, las leyes básicas de electrostática, y las condiciones de borde en las interfaces entre materiales. Se introduce el concepto de potencial relativo entre materiales, el cual resulta de utilidad para los desarrollos de la juntura semiconductor y del capacitor MOS. Con base en los potenciales relativos, se halla la ley de la juntura que establece la diferencia de potencial entre los portadores de dos regiones de Silicio en función de los dopados respectivos. Por último, se hace una breve mención a los potenciales que surgen cuando dos materiales diferentes se ponen en contacto, lo cual resulta relevante para describir la unión entre los dispositivos semiconductores y los restantes componentes circuitales.

El Capítulo 3 introduce la juntura semiconductor. Primero, se hace un análisis electrostático sin tensión aplicada y se hallan la densidad de carga, el campo eléctrico y el potencial resultante. Luego, se extiende el análisis al caso en que hay una tensión de DC aplicada y se desarrolla la expresión de la corriente de difusión, utilizando la simplificación de base corta, tanto para el caso de tensión directa como para el de tensión inversa. De acuerdo al modelo de DC hallado, se deriva el modelo lineal incremental. Para el cálculo del modelo de AC, se analiza primero el caso de tensión inversa y se halla la carga de vaciamiento, a partir de la cual se deduce la capacidad correspondiente. Luego, se considera el caso de tensión directa y se halla la carga almacenada, producto de la conducción de los portadores minoritarios, a partir de la cual se deduce la capacidad de difusión. Por último, se describen los mecanismos de ruptura inversa: avalancha y efecto túnel; y sus características particulares.

El Capítulo 4 analiza el capacitor MOS, formado entre un metal y un semiconductor separados por un dieléctrico. El análisis se centra en el desarrollo de la electrostática de esta estructura (utilizando polisilicio fuertemente dopado en lugar de metal) y la derivación de las cargas en juego, en función de la tensión aplicada en terminales, para cada uno de los modos de funcionamiento: acumulación, vaciamiento e inversión. Por motivos didácticos, el análisis se comienza a partir del punto de Banda Plana, donde las cargas a lo largo del capacitor son nulas. A continuación, se halla el modelo de AC a partir de la expresión de carga hallada previamente. Por último, se resumen las características principales (valores de las tensiones de Banda Plana y de Umbral, y configuraciones de carga resultantes) cuando los dopados del material del gate y del sustrato cambian de tipo y valor.

El Capítulo 5 desarrolla el transistor MOS en sus dos versiones, el transistor de canal N o NMOS, y el transistor de canal P o PMOS. Ambos análisis, si bien siguen lineamientos completamente paralelos, se desarrollan en forma separada y completa. Para hallar el modelo de DC de ambos dispositivos, se siguen los mismos pasos. Se comienza por hallar la expresión genérica de la corriente del transistor en función de la carga de inversión y su velocidad en un punto arbitrario del canal. Luego, se plantea una derivación simplificada, que resulta de suponer un valor promedio para la carga en el canal del transistor. Este enfoque es recomendable para entender, cualitativamente, el funcionamiento del dispositivo. A continuación, se desarrolla una derivación avanzada que tiene en cuenta la variación de la carga a lo largo del canal. Aquí se plantean dos modelos de utilidad: el modelo con las tensiones referidas al sustrato, de interés particular para diseño analógico; y el modelo con las tensiones referidas al source, de uso masivo, sobre todo en el caso de diseño digital. Las regiones de funcionamiento y sus curvas resultantes se ilustran utilizando datos experimentales medidos sobre circuitos integrados de prueba. El modelo lineal incremental se halla a partir del modelo de DC, considerando las regiones de triodo y saturación. También, en este caso, se ilustran los modelos resultantes de utilizar el sustrato, o el source, como terminal común. Para hallar el modelo de AC, se calculan las distintas capacidades involucradas: la capacidad del gate, las capacidades de solapamiento y las capacidades de vaciamiento de las junturas de source y drain. Para el caso de la capacidad del gate, se tienen en cuenta las diferencias en función del modo de operación del transistor. Por último, se introduce la frecuencia de transición como el límite aproximado de validez del modelo de frecuencias medias.

El Capítulo 6 desarrolla el transistor bipolar de juntura, en sus dos versiones, el transistor PNP y el transistor NPN. Al igual que en el caso del transistor MOS, ambos análisis se desarrollan en forma separada y completa. Para hallar el modelo de DC, se plantean las expresiones de los niveles de portadores minoritarios en función de las tensiones aplicadas, y se procede a hallar la expresión de las corrientes de emisor, colector y base para los tres casos relevantes: activa directa, activa reversa y saturación. A partir del caso de saturación, que se obtiene como una combinación de los casos de activa directa y activa reversa, se plantea el modelo de Ebers Moll, que captura en forma global el comportamiento del transistor bipolar de juntura. También se plantean versiones simplificadas del modelo de Ebers Moll para los casos de activa directa y saturación, de utilidad para la resolución de puntos de funcionamiento de circuitos con transistores. Las regiones de funcionamiento y sus curvas resultantes se ilustran utilizando datos experimentales. A partir del modelo de Ebers Moll, se deriva el modelo lineal incremental y se introduce el modelo híbrido- π . Para hallar el modelo de AC, se calculan dos capacidades: la capacidad de vaciamiento de la juntura base colector, que se halla en inversa; y la capacidad de difusión, producto de la acumulación de portadores minoritarios en la juntura base-emisor, que se halla en directa. De igual manera que en el caso del transistor MOS, se halla la frecuencia de transición como el límite aproximado de validez del modelo de frecuencias medias.

En la mayoría de los libros de esta temática, se presenta con mayor énfasis el análisis de los transistores NMOS y NPN, es decir, aquellos cuya conducción se basa en electrones y se resumen las ecuaciones para los dispositivos PMOS y PNP, esto es, aquellos cuya conducción se basa en huecos. El enfoque adoptado en este libro consiste en presentar los desarrollos completos para todos los dispositivos. La explicación principal se realiza para el caso del transistor NMOS y del transistor PNP (es decir, se prioriza un dispositivo con conducción en base a electrones y otro en base a huecos) mientras que para el caso del transistor PMOS y del transistor NPN se realiza una explicación más sintética, pero manteniendo todos los desarrollos. Esto se adopta a raíz de los mejores resultados observados en el aprendizaje de los estudiantes.

Agradecimientos

A los colegas que proveyeron numerosas sugerencias, agregados y correcciones a lo largo de la escritura del libro, especialmente a Andrés Aymonino, Ariel Lutenberg, Félix Palumbo, Carlos Dualibe, Fernando Silveira, Alfredo Arnaud, José Lipovetzky, Santiago Sondón, Alfredo Falcón, Ángel Soto, Ariel Arelovich, Martín Di Federico, Omar Lifschitz, y a las varias camadas de alumnos de «Dispositivos Semiconductores» y «Análisis y Diseño de Circuitos Integrados» de la Universidad Nacional del Sur.

A mi esposa, Ana Laura y a mis tres hermosos hijos, Valentina, Violeta y Baltasar. Por todo su apoyo, y por toda la atención y tiempo que esta obra les quitó.

El sitio Web

Se ha diseñado un sitio Web para el libro, que se encuentra disponible en la dirección de Internet <http://www.gisee.uns.edu.ar/LibroDispositivos>. Este sitio contiene

ne material de soporte, que incluye, entre otras cosas, ejercicios para cada capítulo, modelos de dispositivos, fe de erratas, rutinas de MATLAB™ y transparencias para el dictado de clases. El hecho de poner este material en la Web brinda la ventaja de poder actualizar y revisar este contenido periódicamente.

Modelos de circuitos eléctricos

1

Un circuito físico se define como la interconexión de dispositivos físicos, es decir, componentes reales disponibles tales como resistores, amplificadores operacionales, inductores, capacitores, cables, etc. Es necesario distinguir un «dispositivo físico» o un «circuito físico» de su *modelo*. El *modelo* de un dispositivo físico, es una representación matemática que permite estudiar su comportamiento. De la misma manera, el *modelo* de un circuito físico es una representación matemática que permite el estudio, análisis y resolución de un conjunto de dispositivos interconectados. Hecha esta aclaración, de aquí en adelante se utilizarán las expresiones dispositivo y circuito para hacer referencia a *modelos*.

Sin excepción, cada elemento circuital será una aproximación del dispositivo físico correspondiente, con lo cual, el circuito también será una aproximación del circuito físico. Como sucede con toda aproximación, es necesario determinar, para su correcta utilización, los límites dentro de los cuales ésta produce resultados razonables. En el caso de circuitos eléctricos, esto se traduce en determinar los rangos de amplitudes y frecuencias dentro de los cuales el modelo circuital aproxima correctamente al circuito físico. La utilización de modelos circuitales fuera de los rangos de validez del circuito físico asociado, es un error típico que se ve agravado por el uso de simuladores. Los simuladores de circuitos basan su funcionamiento en la resolución numérica de las ecuaciones resultantes de la interconexión de elementos circuitales. La solución producida por el simulador tendrá sentido siempre y cuando, para las señales utilizadas, cada uno de los elementos circuitales funcione en todo momento dentro de su región de validez. Esta verificación es algo que recae por completo en el usuario, dado que el simulador se limita a resolver las ecuaciones del circuito y no tiene información acerca de la relación entre el circuito y el circuito físico. En pocas palabras, el simulador resuelve *circuitos* (modelos) y no circuitos físicos. Por definición [1], un elemento circuital es equivalente a un elemento físico cuando ambos son indistinguibles a partir de mediciones eléctricas en sus terminales.

Desafortunadamente, no siempre es posible hallar un circuito equivalente, y el ingeniero debe conformarse con un circuito *aproximadamente* equivalente en rangos definidos de funcionamiento. Es importante entender que es una tarea primordial del ingeniero producir un circuito *aproximadamente* equivalente que permita representar el circuito físico para las señales de interés.

Los circuitos eléctricos desarrollados en este libro caen en la categoría de los denominados modelos de parámetros concentrados. Un modelo puede considerarse de parámetros concentrados, cuando la dimensión del dispositivo es pequeña con respecto a las longitudes de onda de las señales aplicadas. En un modelo de parámetros concentrados las ondas electromagnéticas se propagan a través del mismo en forma instantánea, de tal manera que la corriente $i(t)$ que fluye en cualquier terminal y la tensión $v(t)$ entre cualquier par de terminales está bien definida para todo tiempo t [1]. Cada elemento puede considerarse puntual, manteniendo una relación entre la corriente a través del mismo y la tensión entre sus terminales. En otras palabras, en un circuito de parámetros concentrados, las dimensiones y formas de cada uno de sus elementos son irrelevantes. En los casos donde un modelo de parámetros concentrados no es suficiente, por ejemplo en el caso de una línea de transmisión, donde cada sección de la misma posee un valor $i(t, x)$ de corriente y un valor $v(t, x)$ de tensión, que dependen de la posición x , es necesario recurrir a un modelo de parámetros distribuidos¹. Todos los circuitos utilizados en este libro pueden modelarse adecuadamente (siempre que las frecuencias de trabajo no sean lo suficientemente grandes) mediante modelos de parámetros concentrados.

En definitiva, el objetivo final de los modelos a utilizar es poder predecir el comportamiento eléctrico de un circuito dado. Debido a esto, será de interés producir un circuito equivalente utilizando una colección de elementos básicos. A continuación, se resumen los elementos circuitales necesarios para modelar circuitos de parámetros concentrados, y luego se da una clasificación de los modelos en función de la amplitud y frecuencia de las señales utilizadas.

1.1 Bloques constitutivos de modelos

1.1.1 Resistores

Un resistor es un elemento circuital de dos terminales caracterizado por una curva en el plano tensión v versus corriente i . Matemáticamente, un resistor satisface la siguiente relación:

$$\mathcal{R}_R = \{(v, i) : f(v, i) = 0\} \quad (1.1)$$

Si el resistor consiste de una recta que pasa por el origen, es decir

$$v = R \times i \quad (1.2)$$

1. Un pequeño elemento metálico puede representarse con un modelo de parámetros concentrados, dado que al exponerse a una fuente de calor, presenta una temperatura bien definida. Una varilla metálica larga, expuesta a una fuente de calor en un punto particular, debe representarse con un modelo de parámetros distribuidos, dado que la temperatura depende del lugar de la varilla y del instante de tiempo considerado.

entonces se denomina resistor lineal. En cualquier otro caso, el resistor se dice no lineal. Si la curva $v - i$ puede expresarse como una función de la corriente (tensión), entonces el resistor se dice controlado por corriente (tensión). Una curva, monótonamente creciente, es controlada por tensión y corriente a la vez.

En el caso en que un resistor no lineal sea controlado por corriente, es decir $v = v(i)$, el mismo se puede representar como:

$$v(t) = R(i) \times i(t) \quad (1.3)$$

donde

$$R(i) \triangleq \frac{dv(i)}{di} \quad (1.4)$$

se denomina la resistencia incremental. El símbolo del resistor se muestra en la Fig. 1.1-a.

1.1.2 Capacitores

Un capacitor es un elemento circuital de dos terminales caracterizado por una curva en el plano tensión v versus carga q . Matemáticamente, un capacitor satisface la siguiente relación:

$$\mathcal{R}_C = \{(v, q) : f(v, q) = 0\} \quad (1.5)$$

Si el capacitor consiste de una recta que pasa por el origen, es decir

$$q = C \times v \quad (1.6)$$

entonces se denomina capacitor lineal. Dado que $i(t) = dq(t)/dt$, (1.6) se puede escribir de las siguientes formas equivalentes:

$$i(t) = C \times \frac{dv(t)}{dt} \quad (1.7)$$

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (1.8)$$

En cualquier otro caso, el capacitor se dice no lineal. Si la curva $v - q$ puede expresarse como una función de la tensión (carga), entonces el capacitor se dice controlado por tensión (carga). Una curva, monótonamente creciente, es controlada por tensión y carga a la vez.

En el caso en que un capacitor no lineal sea controlado por carga, es decir $q = q(v)$, el mismo se puede representar como:

$$i(t) = C(v) \times \frac{dv(t)}{dt} \quad (1.9)$$

donde

$$C(v) \triangleq \frac{dq(v)}{dv} \quad (1.10)$$

se denomina la capacidad incremental. El símbolo del capacitor se muestra en la Fig. 1.1-b.

1.1.3 Inductores

Un inductor es un elemento circuital de dos terminales caracterizado por una curva en el plano corriente i versus flujo ϕ . Matemáticamente, un inductor satisface la siguiente relación:

$$\mathcal{R}_L = \{(i, \phi) : f(i, \phi) = 0\} \quad (1.11)$$

Si el inductor consiste de una recta que pasa por el origen, es decir

$$\phi = L \times i \quad (1.12)$$

entonces se denomina inductor lineal. Dado que $v(t) = d\phi(t)/dt$, (1.12) se puede escribir de las siguientes formas equivalentes:

$$v(t) = L \times \frac{di(t)}{dt} \quad (1.13)$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (1.14)$$

En cualquier otro caso, el inductor se dice no lineal. Si la curva $i-\phi$ puede expresarse como una función de la corriente (flujo), entonces el inductor se dice controlado por corriente (flujo). Una curva, monótonamente creciente, es controlada por flujo y corriente a la vez.

En el caso en que un inductor no lineal sea controlado por flujo, es decir $\phi = \phi(i)$, el mismo se puede representar como:

$$v(t) = L(i) \times \frac{di(t)}{dt} \quad (1.15)$$

donde

$$L(i) \triangleq \frac{d\phi(i)}{di} \quad (1.16)$$

se denomina la inductancia incremental. El símbolo del inductor se muestra en la Fig. 1.1-c.

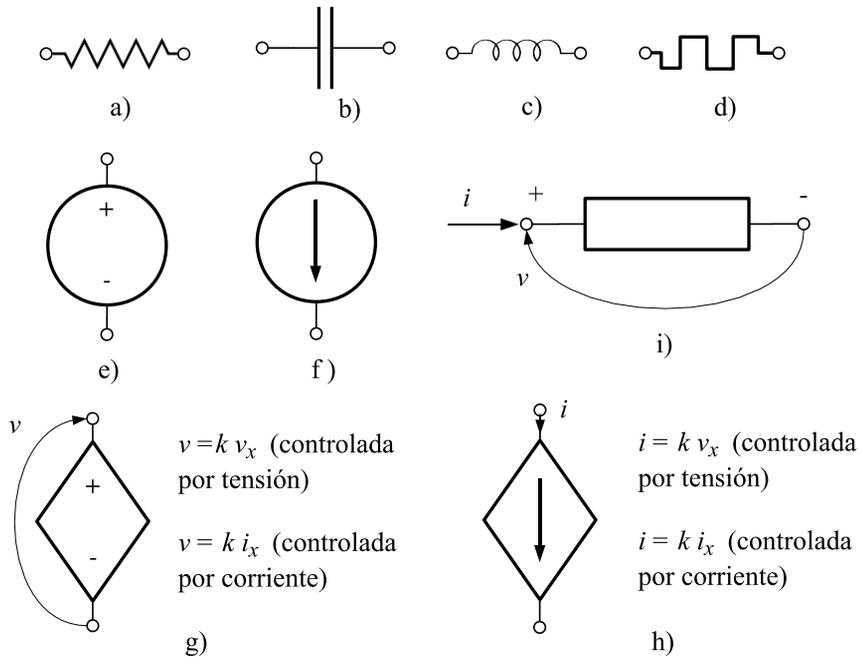


Figura 1.1 – Bloques constitutivos de circuitos: a) resistor; b) capacitor; c) inductor; d) memristor; e) fuente independiente de tensión; f) fuente independiente de corriente; g) fuente de tensión controlada; h) fuente de corriente controlada; i) convenciones utilizadas de tensión y corriente.

1.1.4 Memristores

Un memristor (o resistor con memoria) es un elemento circuital de dos terminales caracterizado por una curva en el plano carga q versus flujo ϕ . Este elemento fue predicho en el año 1971 por Leon O. Chua [2], pero no fue hasta el año 2008 que se halló evidencia experimental de un dispositivo de esta naturaleza [3]. El descubrimiento fue hecho por investigadores de los laboratorios de Hewlett Packard, al analizar dispositivos de escala nanométrica. Matemáticamente, un memristor satisface la siguiente relación:

$$\mathcal{R}_M = \{(q, \phi) : f(q, \phi) = 0\} \tag{1.17}$$

Si el memristor consiste de una recta que pasa por el origen, es decir

$$\phi = M \times q \tag{1.18}$$

el dispositivo es equivalente a un resistor lineal, $v = M \times i$. Debido a esto y tal como se señala en [2], el memristor no tiene sentido en la teoría de redes lineales.

En cualquier otro caso, el memristor se dice no lineal. Si la curva $q - \phi$ puede expresarse como una función de la carga (flujo), entonces el memristor se dice controlado por

carga (flujo). Una curva, monótonamente creciente, es controlada por flujo y carga a la vez.

En el caso en que un memristor no lineal sea controlado por carga, es decir $\phi = \phi(q)$, el mismo se puede representar como:

$$\phi(t) = M(q) \times q(t) \quad (1.19)$$

donde

$$M(q) \triangleq \frac{d\phi(q)}{dq} \quad (1.20)$$

se denomina la memristancia incremental. La Ec. (1.19) también se puede expresar como:

$$\int_{-\infty}^{t_0} v(\tau) d\tau = M(\phi) \times \int_{-\infty}^{t_0} i(\tau) d\tau \quad (1.21)$$

Dado que $q = \int_{-\infty}^{t_0} i(\tau) d\tau$, la memristancia para un tiempo dado t_0 es función de los valores pasados de corriente en el dispositivo:

$$M(q(i)) = M\left(\int_{-\infty}^{t_0} i(\tau) d\tau\right) \quad (1.22)$$

De aquí el nombre de memristor o resistor con memoria. El símbolo del memristor se muestra en la Fig. 1.1-d.

1.1.5 Fuentes independientes

Una fuente independiente de tensión es un elemento de dos terminales, cuya tensión entre terminales $v_s(t)$ para cualquier instante de tiempo se halla definida a priori y es independiente de la corriente. Dado que una fuente de tensión independiente se puede representar, para un dado instante de tiempo t , en el plano tensión versus corriente, se trata de un caso particular de un resistor. Es importante notar aquí que debido a la independencia entre la tensión v_s y su corriente, la resistencia incremental de una fuente de tensión independiente verifica:

$$R = \frac{dv_s}{di} = 0 \quad (1.23)$$

Debido a ello, cuando se realizan análisis de pequeña señal de circuitos, las fuentes independientes de tensión se reemplazan por una resistencia de valor cero, es decir, un cortocircuito. El símbolo de una fuente independiente de tensión se muestra en la Fig. 1.1-e.

Una fuente independiente de corriente es un elemento de dos terminales, cuya corriente $i_s(t)$ para cualquier instante de tiempo se halla definida a priori, y es independiente de la tensión. Dado que una fuente de corriente independiente se puede representar, para un dado instante de tiempo t , mediante una curva en el plano tensión versus

corriente, se trata también de un caso particular de un resistor. Es importante notar aquí que debido a la independencia entre la corriente i_s y su tensión, la resistencia incremental de una fuente de tensión independiente verifica:

$$\frac{1}{R} = \frac{di_s}{dv} = 0 \quad (1.24)$$

Debido a ello, cuando se realizan análisis de pequeña señal de circuitos, las fuentes independientes de corriente se reemplazan por una resistencia de valor infinito, es decir, un circuito abierto. El símbolo de una fuente independiente de corriente se muestra en la Fig. 1.1-f.

1.1.6 Fuentes controladas

Una fuente controlada (dependiente) lineal es un elemento de dos terminales cuya tensión o corriente para cualquier instante de tiempo es proporcional a la tensión v_x o la corriente i_x en un elemento x de otra parte del circuito. El elemento x del cual depende la fuente controlada es denominado elemento controlador. Teniendo en cuenta las cuatro posibles combinaciones, resultan las fuentes de tensión controladas por tensión (FTCT), o controladas por corriente (FTCC), y las fuentes de corriente controladas por tensión (FCCT), o controladas por corriente (FCCC). El símbolo de una fuente controlada de tensión se muestra en la Fig. 1.1-g, y el correspondiente a una fuente de controlada de corriente se muestra en la Fig. 1.1-h.

1.1.7 Convenciones

A lo largo del libro, se utilizará la convención de la Fig. 1.1-i para indicar tensiones y corrientes en un elemento. Las corrientes se indicarán mediante una flecha entrante, y las tensiones se medirán con respecto al terminal negativo del elemento $v = v^+ - v^-$.

1.2 Clasificación de modelos

1.2.1 Modelos según la amplitud

De acuerdo a la amplitud de las señales, un modelo puede clasificarse como global, local o lineal incremental [4].

Un modelo global representa a un dispositivo sobre todos los rangos medibles de tensión y corriente. Un modelo local representa fielmente a un dispositivo sobre una porción determinada del rango de tensión y corriente del dispositivo. Finalmente, un modelo lineal incremental provee una aproximación a un dispositivo utilizando solamente los elementos lineales del conjunto de elementos circuitales introducidos en la Sección 1.1 (es decir, excluyendo las fuentes independientes y todos los elementos no lineales). De acuerdo a lo expuesto, un modelo lineal incremental representa solamente el comportamiento del dispositivo en un pequeño entorno de un punto de trabajo; lo suficientemente pequeño como para que la aproximación lineal sea válida. Si se agranda el entorno para cubrir un mayor rango de las variables, el modelo resultante será local, y podrá ser lineal

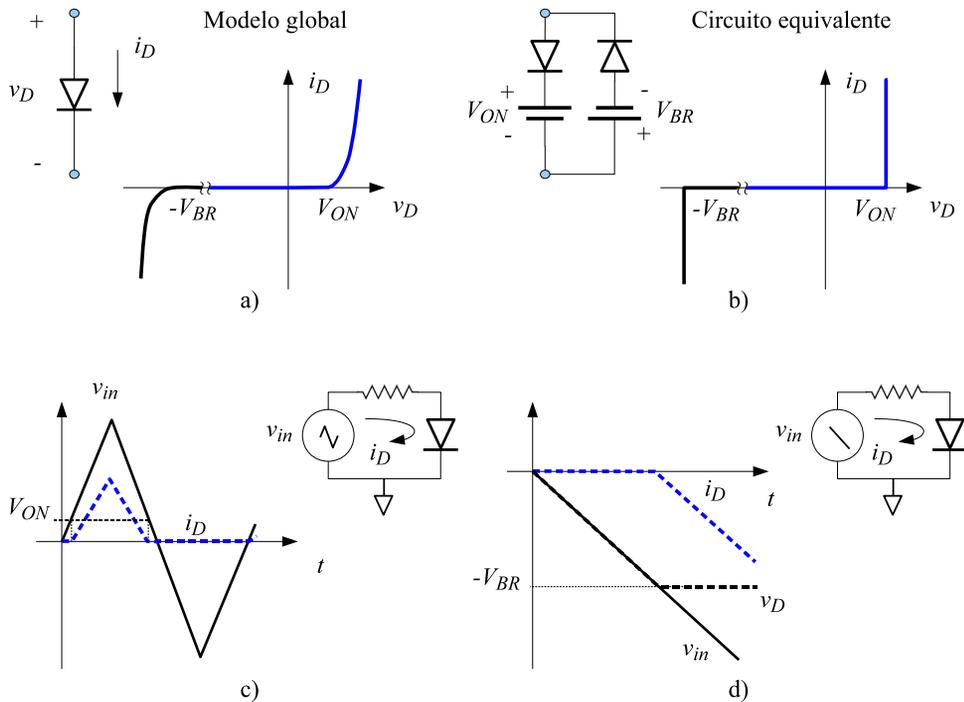


Figura 1.2 – Modelo global de un diodo: a) símbolo y curva corriente-tensión que define el modelo global; b) circuito equivalente para aproximar el modelo global utilizando diodos ideales; c) respuesta temporal del diodo ante una entrada positiva y negativa (sin alcanzar V_{BR}); d) respuesta temporal del diodo ante una entrada negativa.

o no lineal, dependiendo tanto del dispositivo como del rango de las variables consideradas. Si se extiende el rango de las variables a todos los valores posibles, inevitablemente, aparecerán fenómenos no lineales, como pueden ser no-linealidades intrínsecas del dispositivo y/o fenómenos de ruptura. Debido a esto, un modelo global de un dispositivo electrónico es necesariamente no lineal.

Ejemplo 1.1 La Fig. 1.2-a muestra el símbolo de un diodo semiconductor y su modelo global a través de la curva de corriente i_D en función de la tensión en sus terminales v_D . La tensión $V_{ON} \approx 700\text{mV}$ es la tensión a partir de la cual el diodo comienza a conducir una corriente significativa, mientras que V_{BR} es la tensión de ruptura inversa, que dependiendo del tipo de diodo puede variar entre algunas decenas o centenas de voltios. La Fig. 1.2-b muestra un circuito equivalente aproximado de tipo global, construido con diodos ideales y fuentes de tensión, que es capaz de reproducir el comportamiento del dispositivo para tensiones de amplitud grande, tanto positivas como negativas. Un diodo ideal presenta corriente nula para $-V_{BR} \leq v_D \leq V_{ON}$, con $v_D = V_{ON}$ si $i_D > 0$, y $v_D = -V_{BR}$ si $i_D < 0$. Este circuito se puede utilizar para determinar la respuesta del diodo ante una entrada de valores positivos

y negativos, como se muestra en la Fig. 1.2-c, y también reproduce fielmente el comportamiento para tensiones negativas cercanas a la tensión de ruptura inversa, como se muestra en el circuito de la Fig. 1.2-d.

Ejemplo 1.2 La Fig. 1.3-a muestra el modelo local de un diodo y el circuito equivalente que consiste en una fuente de tensión y una resistencia serie. Este modelo es válido siempre y cuando sea $v_D > V_{ON}$. La Fig. 1.3-c muestra la respuesta temporal de la corriente en un circuito utilizando este modelo, cuando se aplica una señal triangular de tensión.

Ejemplo 1.3 La Fig. 1.3-b muestra el modelo lineal incremental de un diodo y el circuito equivalente que consiste en una resistencia. Este modelo es válido en un entorno del punto de trabajo definido por el par (V_D, I_D) y relaciona las variables de pequeña señal i_d y v_d . La Fig. 1.3-d muestra la respuesta temporal de un circuito utilizando este modelo. La señal de entrada v_{IN} tiene una componente continua de valor V_{IN} y una componente de señal v_{in} que es la que se aplica al modelo lineal incremental.

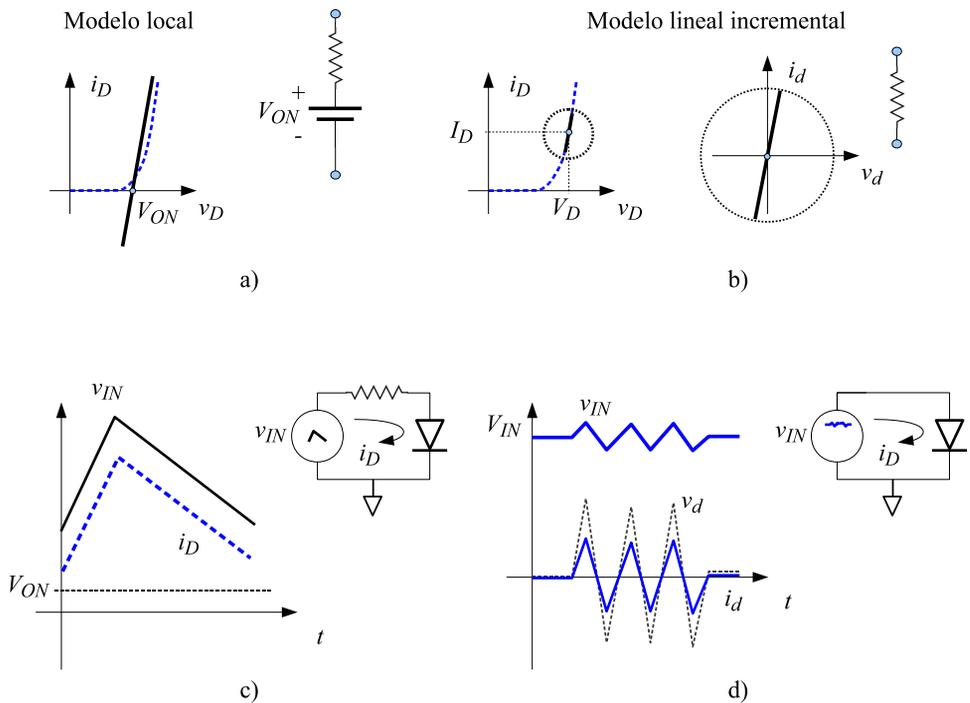


Figura 1.3 – Modelos locales y lineales incrementales de un diodo: a) modelo local y circuito equivalente; b) modelo lineal incremental y circuito equivalente; c) respuesta temporal utilizando el modelo local; d) respuesta temporal utilizando el modelo lineal incremental.

1.2.2 Modelos según la frecuencia

De acuerdo a la frecuencia de las señales, un modelo puede clasificarse como de corriente continua (DC) o de corriente alterna (AC). Un modelo de DC solo posee elementos resistivos, fuentes independientes y dependientes de DC; es decir, no posee capacitores, inductores o memristores (no lineales). Los modelos de DC, en general, son capaces de modelar desde DC ($f = 0\text{Hz}$) hasta alguna frecuencia relativamente baja. Los modelos de AC contienen capacitores, inductores, memristores, y/o fuentes independientes o dependientes de AC. Su comportamiento presenta variaciones dependiendo de la frecuencia de las señales utilizadas. Son capaces de modelar desde frecuencias muy bajas hasta frecuencias muy altas. En virtud del amplio rango de frecuencias utilizadas en la electrónica, que va desde algunos Hz o fracciones de Hz hasta GHz, usualmente se divide el espectro frecuencial en frecuencias bajas, frecuencias medias y frecuencias altas. Las bajas frecuencias comprenden, en general, el rango de audio, desde algunos Hz hasta algunas decenas de KHz. Las frecuencias medias comprenden desde algunas decenas de KHz hasta algunas decenas de MHz. Por último, altas frecuencias comprenden frecuencias superiores a las centenas de MHz. Los modelos que se desarrollan en este libro, tanto para diodos como para transistores son válidos desde DC hasta frecuencias medias.

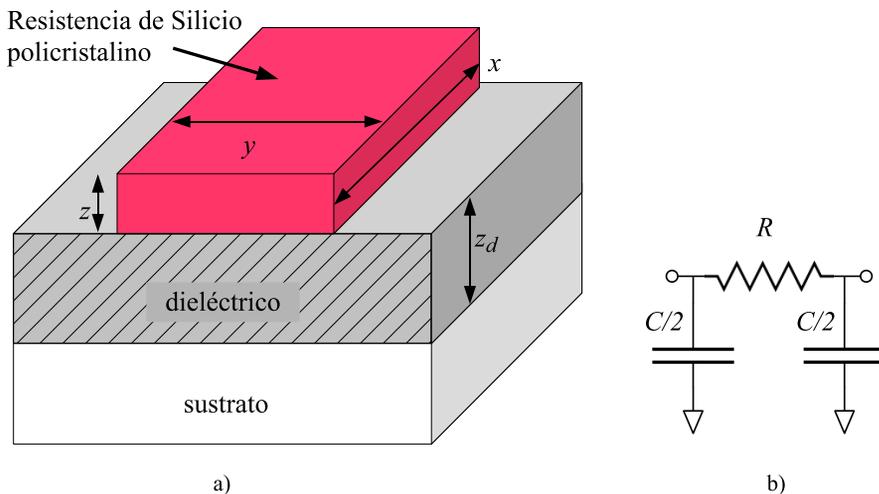


Figura 1.4 – a) diagrama de una resistencia realizada con Silicio policristalino en un proceso de circuitos integrados; b) circuito equivalente.

Ejemplo 1.4 La Fig. 1.4-a ilustra una resistencia de Silicio policristalino en un proceso moderno de circuitos integrados. Para DC y frecuencias bajas, es suficiente con considerar la resistencia dada por

$$R = \rho \times \frac{x}{yz} \quad (1.25)$$

donde x es la longitud, y el ancho, y z la profundidad, tal como se ilustra en la Fig. 1.4. Si $y = 0.5\mu\text{m}$, $x = 1500\mu\text{m}$, $z = 0.5\mu\text{m}$, y considerando que la resistividad del Silicio policristalino es $\rho = 1.17 \times 10^{-5}\Omega\text{m}$, la resistencia del mismo es igual a:

$$R = \frac{1.17 \times 10^{-5}\Omega\text{m} \times 1500\mu\text{m}}{0.5\mu\text{m} \times 0.5\mu\text{m}} = 70.2\text{K}\Omega \quad (1.26)$$

El resistor se aísla del sustrato de Silicio mediante un dieléctrico de espesor z_d , típicamente dióxido de Silicio (SiO_2) el cual posee una constante dieléctrica $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 3.9 \times \epsilon_o$. Debido a esto, el resistor presenta una capacidad de placas paralelas con respecto al sustrato, dada por:

$$C = \frac{\epsilon_{\text{SiO}_2} x y}{z_d} \quad (1.27)$$

Si $z_d = 0.5\mu\text{m}$ y teniendo en cuenta que $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 3.9 \times 8.854 \times 10^{-12}\text{F/m}$, esta capacidad resulta igual a:

$$C = \frac{3.9 \times 8.854 \times 10^{-12}\text{F/m} \times 1500\mu\text{m} \times 0.5\mu\text{m}}{0.5\mu\text{m}} = 51.8\text{fF} \quad (1.28)$$

La resistencia debe entonces modelarse incluyendo la capacidad relativa al sustrato. Una opción es distribuir la capacidad total en dos partes iguales, a ambos extremos de la resistencia, como se muestra en la Fig. 1.4-b.

La frecuencia

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \times 70.2\text{K}\Omega \times 51.8\text{fF}} = 43.7\text{MHz} \quad (1.29)$$

y la constante de tiempo asociada:

$$\tau_c = R \times C = 70.2\text{K}\Omega \times 51.8\text{fF} = 3.6\text{ns} \quad (1.30)$$

determinan el punto donde la resistencia es igual a la impedancia capacitiva, es decir cuando:

$$Z_C = \frac{1}{2\pi f_c} = 70.2\text{K}\Omega \quad (1.31)$$

Por lo tanto, para frecuencias mucho menores a f_c (o tiempos mucho mayores que τ_c), por ejemplo $f \leq f_c/10$ la resistencia, efectivamente, se comporta como tal. Sin embargo, a partir de $f = f_c/10$ es necesario incluir el efecto de la capacidad. Para valores mayores a $10f_c$, puede considerarse que la impedancia equivalente es puramente capacitiva, siendo el efecto resistivo despreciable.

Ejemplo 1.5 Un capacitor electrolítico de Tantalio puede representarse mediante el circuito aproximado de la Fig. 1.5-a. La capacidad nominal C_N representa la capacidad nominal del dispositivo; la resistencia equivalente serie ESR representa las pérdidas en el dieléctrico y la resistencia óhmica del electrolito y los terminales; la inductancia equivalente serie ESL representa la inductancia causada por los arrollamientos de los dos terminales (ánodo y