GOLD COLLECTION

GEORG CHRISTOPH LICHTENBERG

AUFSÄTZE GELEHRTEN UND GEMEINNÜTZIGEN INHALTS

MEISTERWERKE DER LITERATUR

Aufsätze gelehrten und gemeinnützigen Inhalts

Georg Christoph Lichtenberg

Inhalt:

Aufsätze gelehrten und gemeinnützigen Inhalts, G. C. Lichtenberg
Jazzybee Verlag Jürgen Beck
Loschberg 9
86450 Altenmünster

ISBN: 9783849624569

www.jazzybee-verlag.de
admin@jazzybee-verlag.de

Georg Christoph Lichtenberg – Biografie und Bibliografie

Satiriker und Physiker, geb. 1. Juli 1742 in Oberramstadt bei Darmstadt als Sohn eines Predigers, gest. 24. Febr. 1799 in Göttingen, wurde als Kind durch einen unglücklichen Fall bucklig, zeigte früh, als Schüler des Darmstädter Gymnasiums, hervorragendes Talent für mathematische Studien und bezog 1763 die Universität Göttingen, wo Kästner und Meister seine Lehrer und bald seine Freunde wurden. Er erhielt 1769 eine außerordentliche Professur daselbst und wurde 1774 Mitglied der Göttinger Sozietät der Wissenschaften. Zwei Reisen nach England (1769 und 1774) brachten ihn in Verkehr mit einer Reihe der wissenschaftlich bedeutendsten Persönlichkeiten und verschafften ihm gründliche Kenntnis englischer Verhältnisse; seine »Briefe aus England« erschienen 1776 und 1778 in Boies »Deutschem Museum«. Besonders zog ihn auch das englische Theater an, wo damals Garrick glänzte. Bald nach der Heimkehr (1775) zum ordentlichen Professor ernannt, redigierte er seit 1778 den »Göttingischen Taschenkalender«, der in einer Reihe von Jahrgängen zahlreiche wissenschaftliche und populär-philosophische Aufsätze von klassischer Klarheit und unübertrefflicher Laune aus seiner Feder brachte; 1780 gründete er mit Georg Forster das »Göttingische Magazin«. Die spätern Jahre seines Lebens verlebte er infolge von Körperleiden in hypochondrischer Abgeschlossenheit. Als Naturforscher ist er vorzüglich wegen seiner durch ausgezeichnete Apparate unterstützten Vorlesungen über Experimentalphysik sowie durch die Entdeckung der nach ihm benannten elektrischen Figuren berühmt geworden. Weitverbreiteten Ruf erwarben ihm aber besonders seine witzigen und satirischen Aufsätze populär-philosophischer Art, in denen er sich namentlich als schonungsloser Gegner der sentimentalen Phantastik der Sturm- und Drangperiode und alles wirklichen und vermeinten Mystizismus erwies. Als besonders charakteristisch sind unter Lichtenbergs satirischen Aufsätzen vor allen zu bezeichnen: die gegen den berüchtigten Nachdrucker Tobias Göbhard in Bamberg gerichteten Episteln, der Aufsatz »Über den deutschen Roman«, der sich wider Lavaters törichten Bekehrungseifer wendende »Timorus« und das köstliche »Fragment von Schwänzen«, in dem sich desselben Schwärmers dithyrambisch-hyperbolische Ausdrucksweise im Text seiner »Physiognomik« ergötzlich karikiert findet. Seit 1794 ließ L. fünf Lieferungen einer »Ausführlichen Erklärung der Hogarthschen Kupferstiche« mit Kopien derselben von Riepenhausen (der Text zu den spätern Lieferungen rührt von Bouterwerk her) erscheinen, in denen er die glänzendsten Proben seiner witzigen Beobachtungsgabe durch die Interpretation der Werke des großen englischen Humoristen gab (s. Hogarth). L. gehört zu den besten deutschen Stilisten. Ungemeine Klarheit und Natürlichkeit der Darstellung zeichnen seine Schriften aus. Sie erschienen als »Vermischte Schriften« (Göttingen 1800–05, 9 Bde.), vollständiger, mit Lichtenbergs »Erklärung der Hogarthschen Kupferstiche« und dem Briefwechsel, herausgegeben von seinen Söhnen (das. 1844–53, 8 Bde.); eine Auswahl veranstaltete Bobertag (in Kürschners »Deutscher Nationalliteratur«, Bd. 141) und A. Wilbrandt (Stuttg. 1893); Lichtenbergs »Aphorismen« veröffentlichte nach den Handschriften Albert Leitzmann (Berl. 1902–04, 2 Bde.); derselbe gab Aufsätze, Gedichte, Tagebuchblätter und Briefe u. d. T.: »Aus Lichtenbergs Nach laß« (Weim. 1899) und mit Schüddekopf »Lichtenbergs Briefe« (Leipz. 1901–02, 2 Bde.) heraus, denen Grisebach »Lichtenbergs Briefe an Dieterich 1770–1798« (das. 1898) hatte vorangehen lassen. Vgl. Grisebach, Gedanken und Maximen aus Lichtenbergs Schriften (mit Biographie, Leipz. 1871) und Die deutsche Literatur seit 1770 (4. Ausg., Berl. 1886); R. M. Meyer, Jonathan Swift und L., zwei Satiriker (das. 1886); Lauchert, Lichtenbergs schriftstellerische Tätigkeit (Götting. 1893); F. Schäfer, Georg Christoph L. als Psychologe und Menschenkenner (Leipz. 1899); Focke, Chodowiecki und L. (das. 1901).

Aufsätze gelehrten und gemeinnützigen Inhalts

Betrachtungen über einige Methoden, eine gewisse Schwierigkeit in der Berechnung der Wahrscheinlichkeit beim Spiel zu heben, von Georg Christoph Lichtenberg, Professor der Philosophie, nebst einer Anzeige seiner Vorlesungen

Der Meßkünstler findet nicht selten bei der Anwendung seiner Schlüsse auf die Natur, merkliche Abweichungen von dem, was er nach seiner Rechnung hätte erwarten sollen. Es ist nicht sehr schwer den Grund hiervon im allgemeinen anzugehen, und einzusehen, daß es nicht die Schuld der Mathematik sein kann. Er abstrahiert sich von dieser Welt eine eigne, von welcher er die Gesetzbücher gleichsam selbst in Händen hat; keine Kraft kann in derselben würken, ehe er sie selbst hinein legt; er weiß was überall geschieht, und aus seinen Formeln liest er Weissagungen ab; ohne ein Wunder hebt er Gesetze auf, verordnet andere, und gibt seiner Welt jede Gestalt die er will. So weit leitet ihn die Mathematik, und alles ist so gewiß als die ewigen Wahrheiten, worauf sie sich stützet. Könnte ein endlicher Verstand mehr als nur die allgemeinsten Gesetze in unserer würklichen Welt entdecken, so wäre es dem Meßkünstler leicht, sie nach und nach in die seinige überzutragen, und so müßten Prophezeiungen, die er für die letztere schreibt, auch in der ersteren gelten. Wer aber den Abstand erwägt von uns bis zu dem, der allein die Gesetztafeln dieses Ganzen in seiner allmächtigen Hand hält, der wird erkennen, wie unmöglich es ist, sich ein System von Kräften mit allen den unzähligen Beziehungen zu denken, das nicht schon selbst im allgemeinen von diesem würklichen abweichen sollte. Wenn also der Mathematikverständige aus seinem System auf das unsrige schließt, so muß er allemal Unterschiede bemerken, so oft hier das allgemeine Gesetz durch besondere Umstände eingeschränkt wird, die dort nicht in Betracht gezogen worden sind. Wenn eine Bombe, die der Rechnung nach in einer Parabel nach dem Ziel fliegen sollte, weder nach dem Ziel, noch in einer Parabel fliegt, wenn eine Kraft, die eine gewisse Last heben sollte, kaum hinreicht die Maschine in Bewegung zu setzen, so liegt der Fehler nicht in der Rechnung, denn in der Welt, wie sie sich der Meßkünstler dachte, würde die Kraft die Last würklich gehoben, und die Bombe ihr Ziel auf einer parabolischen Bahn gefunden haben. Auch in unrichtig abstrahierten allgemeinen Gesetzen kann er nicht liegen; sollte er dieser Erfahrungen wegen, die Gesetze des Galiläus verwerfen, oder andere für den Hebel festsetzen? Sondern darin lag der Fehler, daß er glaubte sein System ginge mit dem unsrigen schon völlig gleich.

In der ganzen angewandten Mathematik wird man ähnliche Beispiele finden, und es ist immer ein Gewinn Abweichungen von dieser Art zu entdecken, entweder um sie selbst zu vermindern, oder wo dieses nicht geschehen kann, bei jeder Anwendung die allgemeinen Sätze dadurch gehörig einzuschränken.

Ich will jetzo einige Betrachtungen über eine sehr merkwürdige Abweichung von dieser Art anstellen, die sich in einem Teile der angewandten Rechenkunst zeigt, der beim ersten Anblick weniger von einer Verbindung mit dem irdischen leiden zu können scheint, ich meine in der Berechnung der Wahrscheinlichkeit beim Spiel und des dadurch zu bestimmenden Grades der Hoffnung der Spielenden. Ich verstehe hier nicht solche Abweichungen von der Rechnung, die eben deswegen noch statt finden müssen, weil Bestimmungen der Grade der Wahrscheinlichkeit noch bei weitem keine Weissagungen sein sollen; nicht Abweichungen, die selbst in der Welt des Meßkünstlers statt finden müßten, wenn er Zufälle hinein nähme, sondern solche, die eine Ähnlichkeit mit den oben erwähnten haben, und aus einer nicht sorgfältig genug gemachten Anwendung in sich wahrer Sätze auf die würkliche Welt und die Gesellschaft entspringen.

Die Aufgabe, wobei diese Abweichung vorzüglich in die Augen fällt, ist eben deswegen sehr berühmt geworden. Sie ist folgende: Zwo Personen A und B werfen eine Münze in die Höhe, die z.E. auf der einen Seite mit 1 und auf der andern mit 0 bezeichnet sein soll. A, der die Münze wirft, verspricht dem B einen Taler, wenn 1 im ersten Wurf fällt, 2 Taler wenn es erst im zweiten Wurf, 4 Taler wenn es erst im dritten, 8 wenn es erst im vierten fällt, kurz, sollte es erst im n^{ten} Wurf fallen, so bezahlt A an B 2^{n-1} Taler, und sollte n auch noch so groß sein, sie wollen so lange werfen bis 1 fällt. Die Frage ist: wieviel Gewinn kann sich B wahrscheinlicher Weise hieraus versprechen, oder wieviel muß er dem A voraus bezahlen, daß sich dieser ohne Schaden in ein solches Spiel einlassen kann. Nach den bekannten Regeln der Rechnung des Wahrscheinlichen ist das, was B bezahlen muß = 1*1/2 2*1/4 4*1/8 ·····2n*1/2n 1 =1/2 1/2 1/2 1/2 ····· das ist, unendlich viel, wenn n gar vorher nicht festgesetzt wird, und alle Schätze der Welt würden nicht zum Einsatz für den B hinreichen, da im gemeinen Leben der größte Waghals von einem Spieler kaum 20 Taler in einem solchen Spiel wagen würde, und gleichwohl könnte er sein Geld, und noch 12 Taler dazu, wiederbekommen, wenn nur 1 erst im sechsten Wurf fiele. Damit weniger Geübte nicht etwa glauben, der Widerspruch zwischen der Rechnung und dem Urteil des Spielers käme von der Voraussetzung her, daß A ins unendliche fort werfen könne, so darf man nur statt n eine beträchtliche Zahl, als z.E. 100 setzen, so ist der Einsatz des B 50 Taler und damit kann er 2^{99} Taler gewinnen, ja fiele auch 1 schon im zwanzigsten Wurf, so gewönne er 524288 Taler. Woher kommt dieser Widerspruch?

Als Herr Nicolaus Bernoulli dem Herrn Montmort diese Aufgabe zuerst vorlegte, so gab er zugleich dem Herrn Daniel Bernoulli davon Nachricht, und bat sich seine Meinung aus, dieser hat auch würklich eine Auflösung, mit dem, seinem Geschlechte eigenen Geiste gegeben , welche mit einer von Herrn Cramer, die man in der nämlichen

Abhandlung lesen kann, auf eins hinaus läuft, ohnerachtet keiner von des andern seiner etwas wußte. Die Auflösung dieser beiden Gelehrten hängt hauptsächlich von folgenden Betrachtungen ab: Zwanzig Millionen Taler machen mich zwar noch einmal so reich, als zehen Millionen, aber nicht noch einmal so glücklich; die Menschen schätzen das Geld nicht nach seinem absoluten Wert, sondern nach dem Gebrauch, den sie davon machen können. Ob jemand 160, 170 oder 180 Millionen gewinnt, ist ihm gleich viel, dem ohngeachtet muß B für alle diese hohen Gewinste haften, er muß bares Geld für etwas hingeben, das ihm nichts nützt, das ist, er wirft sein Geld weg. Nun setze man, unser A und B spielten nur auf fünfundzwanzig Würfe, so setzt B 12 Taler, 18 Groschen, und kann damit über 166 Millionen gewinnen, was hat er mehr nötig als 13 Taler zu wagen, da ihm 166 Millionen so viel sind als eine unendliche Summe? Ist B ein König, so kann es ihm vielleicht nicht einerlei sein, ob er 160 oder 170 Millionen gewinnt, er kann also schon etwas mehr wagen; man sieht also hieraus, daß für eine unbestimmte Anzahl von Würfen doch der Einsatz nicht einerlei ist, und daß er sich nach B's Vermögen richtet. Wie man ferner zu einer genauern Bestimmung des Einsatzes von B gelangen kann, wenn sein Vermögen gegeben ist, wird man mit Vergnügen an den angeführten Orten selbst nachlesen, da es mich hier zu weit führen würde, und außerdem nicht einmal zu meinem Endzwecke gehört. Überdas so sinnreich auch jene Auflösungen sind, so läßt sich doch, wie diese großen Männer wohl werden gewußt haben, zweifeln, ob dadurch jemals die Aufgabe hinlänglich wird aufgelöst werden können, da der Entschluß, den ein gewisses Individuum B faßt, sein Geld zu wagen, von hundert Umständen abhängen kann, die vielleicht nie der Rechnung unterworfen werden können . Herr d'Alembert ist einen andern Weg gegangen, den Grund des obigen Widerspruchs zu finden. Er glaubt, daß überhaupt die ganze Rechnung des Wahrscheinlichen auf noch nicht gnung bestimmte Sätze gegründet sei . Herr Beguelin hat sich nach ihm bemühet , diese Sätze, zumal insofern sie in diesem Spiel angewandt werden können, genauer zu bestimmen. Beiden Männern haben die obigen Auflösungen kein Gnüge getan, weil sie sich, wie sie sagen, auf Umstände gründen, worum man sich in der allgemeinen Betrachtung nicht bekümmern kann und darf. Ob Herrn d'Alemberts Zweifel gegründet, und Herrn Beguelins Gedanken etwas zur Hebung derselben beitragen, will ich nicht entscheiden. Zweifel und Auflösung sind beide mit dem Scharfsinn abgefaßt, der sich von solchen Männern erwarten läßt, und geben, wenn sie auch nichts bewiesen, dem Ansehen Bernoullis und Cramers entgegen gesetzt, genugsam zu erkennen, daß die Aufgabe ihre Schwierigkeiten habe, und zugleich eine Warnung für alle, die es wagen, darüber zu denken und zu schreiben, es wenigstens mit Bedacht zu tun.

Mir ist es vorgekommen, als ob man des obigen Widerspruchs wegen nicht Ursache hätte, die alten Grundregeln der Rechnung des Wahrscheinlichen umzuschmelzen, und daß es sich allgemein nie wird tun lassen, so wenig als man der Friktion wegen nötig hat die Mechanik auf andere Sätze zu gründen, oder so wenig sich dieses, wegen der veränderlichen Gesetze des Reibens, wird tun lassen: sondern daß man lieber diese Hindernisse bei der Anwendung besonders in Betrachtung zieht und übrigens die abstrakten Lehren ungeändert läßt. Nach dieser Meinung wären Bernoullis und Cramers Auflösungen hinlänglich, obgleich ihre angegebene Zahlen vielleicht bei besondern Fällen, wie in der Astronomie geschieht, durch angebrachte Verbesserungen der Wahrheit immer näher und näher gebracht werden könnten.

Ehe ich mich weiter hierüber erkläre, will ich erst in einem leichten Exempel zeigen, was Hoffnung und Einsatz berechnen, eigentlich heißt, um jedermann in den Stand zu setzen über die Frage zu urteilen. Jemand hält in einem Beutel zwei Lose, einen Treffer und eine Niete, diese erlaubt er zwoen Personen zu ziehen, und verspricht dem, welchem der Treffer zufällt 10 Taler; der andere bekommt nichts. Hier fällt in die Augen, daß die beiden Personen dem Manne, der sie ziehen läßt, schon vor der Ziehung Dank für etwas schuldig sind, weil sie beide in Verlegenheit sein würden, wenn der Mann sein Wort wieder zurück nähme. Indem sie der Mann ziehen läßt, so gibt er sein Recht auf die 10 Taler auf, und überläßt es den beiden übrigen, also wird wohl auf jeden die Hälfte fallen, und jeder hat, wenn man unparteiisch schätzen will, Hoffnung auf 5 Taler, welches das arithmetische Mittel zwischen der Hoffnung die 10 Taler ganz zu erhalten, und der Furcht nichts zu bekommen, ist. Dieses ist es, wofür sie sich vor der Ziehung bedankten, und dessen Verlust sie würde geschmerzt haben, wenn nichts aus der Sache geworden wäre; dasjenige, was sie dem Manne, der es vor der Ziehung verliert, auch vor derselben durch den *Einsatz* wieder erstatten müssen, wenn er es nicht verschenken will. Ich sagte mit Fleiß, wenn man unparteiisch schätzen will, denn auch hier zeigt sich, schon etwas, welches in dem Fall mit A und B nur mehr gehäuft, sich auf einmal sehr groß zeigt, und den Leser überrascht. Ein Liederlicher, der etwa nur seinen Durst nach Wunsch einmal stillen wollte, und gar kein Geld hätte, würde sein Anteil an den 10 Talern vor der Ziehung vielleicht für einen Taler verkaufen, so wie im Gegenteil, wenn der Mann sich die 10 Taler von den beiden Personen wollte bezahlen lassen, eben der nämliche Durstige, wenn er auch 6 Taler hätte, wohl schwerlich 3 für jene Hoffnung geben würde. Haben wir dieses Menschen wegen nötig neue Regeln festzusetzen? oder handelt der Mann unbillig, der 10 Taler von den zwo Personen verlangt? Die beiden Personen haben es nicht nötig sich einzulassen, aber wenn sie sich einlassen, so müssen sie soviel bezahlen. Geht man weiter und nimmt 9 Nieten und einen Treffer, 10 Personen und einen einzigen Preis von 1000 Dukaten an, so gibt die Rechnung für den Wert eines Loses 100 Dukaten, die meisten Menschen würden keine 8 wagen, auch diejenigen nicht, die Geld genug hätten 8 Dukaten in einer gemeinen Lotterie zu wagen. Ist dieses der Fehler der Rechnung? Gewiß nicht, denn der Mann, der diese Lotterie hat, verliert ja seine 1000 Dukaten gewiß. Aus diesen wenigen Beispielen wird man schon gesehen haben, daß diese Rechnung mit der Vermischungsregel völlig einerlei ist, so wie ich nämlich aus dem Wert einer Bouteille Wein und der Menge Wasser, worunter ich ihn gieße, den Wert einer Bouteille dieses Gemisches finden kann, so kann ich aus dem Wert einer Summe Geldes, die ich gewiß bekomme, ihren Wert berechnen, wenn sich die Furcht sie zu verlieren unter jene Gewißheit mischt. Niemand hat es aber noch der Alligationsregel zur Last gelegt, wenn ein Kenner für eine Bouteille, worin ein Teil Champagner mit 3 Teilen Wasser vermischt ist, keinen halben Gulden geben wollte, da sie es doch nach dieser Regel hier zu Lande wert wäre.

Kurz, die Rechnung bestimmt den Wert meiner Hoffnung bei einem Spiel, ohne sich mit Klugheitsregeln abzugeben, die sich unendlich verändern, und die der Mensch, der sein Interesse kennt, vermittelst der natürlichen Mathematik sehr geschwind findet, sobald er nur den Bruch sieht, der das Maß seiner Hoffnung ist. Diesen zu finden überläßt er gern den Mathematikverständigen, weil es in manchen Fällen große und schwere Rechnungen erfordert, allein das andere behält er lieber für sich, weil er mit Recht voraussetzt, daß sein Interesse niemand besser kennt als er selbst. Ich glaube man kann allgemein sagen: In eine Lotterie, wo ich mit 100 Taler Einsatz entweder eine Million gewinne oder nichts, und wobei der Entrepreneur sicher gestellt ist, wird kein vernünftiger Mann einsetzen, was auch der Bruch sein mag, der seine Hoffnung mißt; also unabhängig von einer Rechnung des Wahrscheinlichen läßt sich noch ein Fall denken da ein Spieler sagen kann: ich wage keine 10 Taler, und wo der Entrepreneur mit Recht 100 verlangen kann, folglich wird die Verminderung jener Brüche, wovon Herr d'Alembert redet, unmöglich, oder sie muß auf Bernoullis Art geschehen. Ferner setze man, unser A und B spielten nur auf einen Wurf, so muß B die Hälfte des Preises bezahlen, den ihm A verspricht; um einen Groschen so zu spielen geht wohl an, aber die meisten Menschen würden unweislich handeln um 100 Taler so zu spielen, außer wenn ihr Vermögen sehr groß ist, und dieses führt am Ende wieder auf Bernoullis Auflösung, die doch verbessert werden sollte. Ich erinnere dieses gegen den Herrn Beguelin, der bei einer seiner Auflösungen , die gemeine Rechnung bei einem einzigen Wurf für billig, und nur in den übrigen für falsch hält. Wenn also derselbe Mensch bei einer großen und einerlei Wahrscheinlichkeit sich bald einlassen will und bald nicht will, so wird dieses auch bei einem geringeren Einsatz, aber größern Unwahrscheinlichkeit zu gewinnen, geschehen müssen.

Hier muß ich vor allen Dingen einem Einwurf begegnen, den man dem Herrn Bernoulli überall macht, und den ich noch nicht beantwortet gefunden habe. Man wirft ihm nämlich vor, indem er die Schwierigkeit zu heben suche, ziehe er Umstände in Betrachtung, worum man sich im allgemeinen nicht bekümmern könne, als z.E. das Vermögen des B. Es ist wahr, im allgemeinen kommen sie nicht in Betracht, aber bei dieser Schwierigkeit ist es notwendig, denn diese entsteht ja bloß daher, daß ein Mann, der kein abstrakter B mehr ist, um Rat gefragt wird; ein Mann, der ein Vermögen hat, und etwas nicht tun will, bloß, weil er dieses Vermögen hat. Sobald man sagt, vermöge der allgemeinen Auflösung müßte B eine unendliche Summe setzen, da doch kein vernünftiger Mann 20 Taler wagen würde, so ist es so gut erlaubt, den Grund dieses Widerspruchs in den besondern Umständen des Mannes zu suchen, der gefragt wird, als in der Rechnung selbst, wie Herr d'Alembert und Beguelin getan haben. Herr Bernoulli will erklären, warum dieser Mann so sagen muß, der ja doch mit seinem Urteil die ganze Schwierigkeit macht.

Dieses wird, glaube ich, hinlänglich sein des Herrn Bernoulli Methode gegen diejenigen zu rechtfertigen, die ihr den oben erwähnten Vorwurf machen; ob aber die Art wie er aus dem Vermögen der Personen den Einsatz für jeden gegebenen Fall findet, noch Zweifeln unterworfen sei, dieses zu untersuchen gehört nicht hieher, ist, soviel ich weiß, noch nicht bestritten worden, und wird von Herrn Bernoulli selbst nicht als ausgemacht und vollkommen angegeben, denn wo er einen Hauptsatz, worauf sie sich gründet, vorträgt, sagt er ausdrücklich: *valde probabile* est lucrulum quodvis semper emolumentum afferre summae bonorum reciproce proportionale.

Herrn d'Alemberts Meinung ist von der Bernoullischen gänzlich verschieden, er sagt am oben angeführten Ort, die ganze Schwierigkeit entstehe daher, weil die Mathematiker annähmen, daß z.E. mit der erwähnten Münze 0 hundertmal hintereinander zu werfen ebenso möglich sei, als der Fall, wo die Würfe so hintereinander geschähen 10011101100 usw., welches, wie er behauptet, nicht ist. Er beklagt sich in den Melanges de litterature mit Recht über diejenigen, die, um seine Meinung zu widerlegen, ihm weitläuftig durch Rechnungen gezeigt haben, daß nach den Regeln der Kombinationen kein Fall wahrscheinlicher sei als der andere. Freilich dem Herrn d'Alembert solche Gründe entgegen setzen, kommt mir nicht viel besser vor, als einem gelehrten Verteidiger der Dreieinigkeit die Beweise der Multiplikation entgegen setzen wollen; die Zweifel des erstern kommen, so wie die Überzeugung des letzteren, gewiß nicht daher, weil sie die weisen Widerlegungen ihrer Gegner noch nicht gewußt haben.

Unterdessen da Herr d'Alembert sich nur bloß auf die Erfahrung beruft, so haben seine Gegner immer ein Recht zu sagen, daß die Erfahrung nichts beweise, daß sie nicht lange genug angestellt worden sei; daß sie aus ihrer Methode begreifen und erklären können, warum 0 nicht oft hintereinander fallen könne, Herr d'Alembert aber nicht, wenn er bloß sagt, es sei physisch unmöglich. Daß 0 nicht oft 6mal hintereinander fallen könne, ist ein Erfahrungssatz, daß es aber auch 100mal fallen könne, ist ein Satz, den uns, ohne die Erfahrung, ein Vernunftschluß lehrt. Man begreift, daß wenn unsere Erde so groß wäre als Jupiter, und überall so bevölkert als Europa, manche Begebenheiten, Genies und Meisterstücke derselben, die wir jetzo als einzeln bewundern, weniger selten sein würden, ohngeacht es auch alsdann einzelne geben würde. Wenn einige Personen auf einer kleinen unbewohnten Insel, auf dem ungeheuren stillen Meer verlassen säßen, aber doch segeln könnten, wenn sie nur einen Kompaß und einen Quadranten hätten, würde man sie nicht verlachen, wenn sie auf der Insel dergleichen Instrumente suchen wollten, und wieviel würde man wohl gegen eins verwetten können, daß sie nichts von der Art finden würden, wenn sie auch noch so lange suchten; und gleichwohl hat sich der Fall zugetragen, man hat einen Quadranten und Kompaß gesucht, und gefunden ; ja, weil dem Quadranten, den man fand, noch einige wesentliche Stücke fehlten, so suchte man weiter, und fand die Stücke in einem Kasten, der ans Ufer geworfen war, ich weiß nicht, ob es eben die waren, die zu dem nämlichen Quadranten ehmals gehört hatten, aber aus der Beschreibung sollte man eher das Gegenteil vermuten.

Mir ist es begegnet, daß, da ich ein Dreigroschenstück, welches ich allemal vorher sorgfältig in einem Becher schüttelte, 240mal in die Höhe warf, und so auf den Boden des Zimmers fallen ließ, einmal einerlei Seite 9mal hintereinander fiel, und zwar schon nach dem 101 ten Wurf, da ich doch nach der gemeinen Rechnung 511 gegen 1 verwetten kann, daß jemand nicht 0mal dieselbe Seite beim ersten Versuch wirft, und also in 512 Versuchen, das ist in 4608 Würfen erst einmal erwartet werden kann. Ja, einmal blieb es auf der scharfen Seite stehen, ohne umzufallen und ohne an einer Wand anzuliegen, es blieb nämlich, indem es unter etwas durchlaufen wollte, in der Mitte stecken, ein Fall, der vielleicht unter hunderttausend Versuchen sich nicht ein einziges Mal zuträgt, wenigstens an dem Ort nicht, wo ich die Versuche anstellte. Also die bloße Seltenheit jener Fälle, da eine Seite sehr oft hintereinander fällt, gibt uns kein Recht sie aus der allgemeinen Betrachtung heraus zu lassen, ohngeachtet die nämliche Vernunft, die uns dieses lehrt, uns auch warnt, uns vor einem solchen Spiel zu hüten, wo die Hoffnung, große Reichtümer zu bekommen, auf nichts Besserem, als auf solchen Begebenheiten, beruht.

Herr Beguelin hat sich bemühet dasjenige mit einigen Gründen zu unterstützen, was Herr d'Alembert nur schlechthin behauptete, um die Mathematikverständigen auf diese neue Schwierigkeit aufmerksam zu machen. Die Frage ist nämlich hierbei, wenn man die obige Münze wirft, und 1 ist z. E. schon dreimal gefallen, ist es vor dem 4 ten Wurf noch ebenso wahrscheinlich, daß 1 oder daß 0 fällt, als es vor dem ersten Wurf war: oder ist es wahrscheinlicher, daß nun 0 fallen wird, weil 1 schon dreimal gefallen ist, und nun 0 an die Reihe kommen muß, da es ebensoviel Recht hat, wegen der völligen Gleichheit der Umstände. Folgende Gründe sind für die völlige Gleichheit der Wahrscheinlichkeit bei jedem einzelnen Wurf: Zwischen den einzelnen Würfen läßt sich keine Verbindung denken, jeder Wurf ist ein erster von einer neuen Reihe, und seine Verbindung mit den vorhergehenden ist nur in unserer Vorstellung, hätte man den nächsten Wurf 100 Jahre hernach und tausend Meilen von dem ersten Ort entfernt getan, so würde die nämliche Verbindung unter ihnen gewesen sein, eine Sekunde oder 100 Jahre sind hier eine gleich starke Zwischenwand. Daß 0 mehr Recht bekommt zu fallen, wenn 1 schon etlichemal gefallen ist, ist nur eine Erklärung der falschen Vorstellung von einer Verbindung und kein Beweis für dieselbe. Beide Seiten haben allerdings, wenn man so reden darf, ein gleiches Recht zu fallen, also sollte die Münze billig auf der scharfen Seite stehen bleiben, da dieses aber nicht geschehen kann, so muß eine Seite oben hin zu liegen kommen und die andere wird ausgeschlossen, ohnerachtet nun beide Anspruch machen, so geschieht doch beiden gleichsam ein Gnüge, wenn nur eine von beiden fällt, welche, das ist gleichviel. Ich weiß nur, daß eine fallen muß, daß aber die andere endlich auch kommen *muß*, davon steckt nichts in dem Begriff, und ich zweifle fast, ob jemals mit einigem Schein von Wahrheit etwas zur Bestätigung des letztern wird gesagt werden können.

Gegen dieses wendet Herr Beguelin nur im Vorbeigehen ein, die Natur bringe vermöge ihrer beständigen Würksamkeit immer Veränderungen hervor, und gehe von einem auf das andere über. Hiergegen, glaube ich, hat man nicht Ursache etwas Weiteres zu sagen, als daß es zu wünschen wäre, daß solche Beweise ganz unterlassen würden, und wenigstens aus einer Wissenschaft wegblieben, wie diese, zu welcher diese Aufgabe gehört, und wo der Verstand überzeugt werden soll. Wenn eine gewisse Verhältnis, die unter den verschiedenen Fällen statt findet, die Abwechselungen sehr wahrscheinlich macht, so werden sie kommen, und wenn auch die Natur einmal allen Geschmack an der Mannigfaltigkeit verlieren sollte. Dieses sollte auch kein Beweis sein, aber im § IX kommt Herr Beguelin auf einen, von dem er glaubt, daß er alle Beweise für die Gleichheit der Wahrscheinlichkeit, so einleuchtend sie auch scheinen mögen, schlechterdings über den Haufen werfe.

Man setze, sagt er, ein Mann, der auch A heißen mag, habe eine solche Lotterie, wie ich schon oben eine angenommen habe, mit einem Treffer und einer Niete, oder mit gleichviel Treffern und Nieten, hieraus lasse er einen andern B ziehen, und verspreche ihm allemal, sooft er einen Treffer zieht, das Doppelte seines Einsatzes, (es versteht sich von selbst, daß nach jedem Zug das gezogene Los wieder zu den übrigen kommt) so sind nach der gewöhnlichen Rechnung die Bedingungen billig. Ferner nehme man an, B setze erst einen halben Taler; um sich seines Schadens wieder zu erholen, wenn er verliert, so setze er beim zweiten Zug 1 Taler, beim dritten 2, beim vierten vier, beim n^{ten} 2^{n-2} u.s.weiter, so ist klar, daß A früh oder spät verlieren muß, denn wenn B ein einziges Mal gewinnt, so bekommt er alles, was er vorher verloren hat, mit Profit wieder, und A verliert alles, was er gewonnen hatte, und drüber. Wo ist nun diese Gleichheit, die doch nach der Rechnung würklich da sein soll? Denn wäre es allemal bei jedem Zug ebenso wahrscheinlich, fährt Herr Beguelin fort, daß B eine Niete, als daß er einen Treffer zieht, so muß es dem A einerlei sein was B setzt, oder zu welcher Zeit er aufhört. Ich muß bekennen, dieses Argument hat mich ebensowenig überzeugt als das, welches aus der Mannigfaltigkeitsliebe der Natur hergeholet wurde. Eben deswegen, kann man antworten, weil es gleich wahrscheinlich ist, daß A verliert, und daß er nicht verliert, so soll er nicht so unbesonnen sein, und auf ein solches Spiel so viel setzen, daß er, wenn er verliert, alles verliert, was er vorher gewonnen hatte, welches hier Stillschweigens als das Vermögen des A angenommen wird. Soll denn B so lange Fehler ziehen, bis er müde wird, oder bis er kein Geld mehr hat? Nimmt sich B nur die Gedult, zwanzig Züge zu tun, so läßt sich 1048575 gegen 1 verwetten, daß er einmal einen Treffer ziehen wird, mit dessen Gewinst er sich wegschleichen kann. Dieses lehrt die Rechnung, welche doch eine Gleichheit der Wahrscheinlichkeit bei jedem Zug voraussetzt, folglich kann der Grund, warum A unbesonnen handelt, sich in ein solches Spiel einzulassen, nicht in einem solchen Schwinden der Wahrscheinlichkeit liegen. Spielt A nur auf gleiche Einsätze, so sind die Umstände völlig gleich und auch für den A zuträglich; ein anderer Beweis, daß das Widersinnige bloß in dem unüberlegten Geldsetzen des A, und nicht in etwas anderem lag.

Alle diese Beweise, die die Gleichheit der Wahrscheinlichkeit bei jedem einzelnen Wurf bekräftigen, könnten noch mehr auseinandergesetzt, und überhaupt vermehrt werden, ich will aber statt dessen nur noch eine Frage tun: Wenn ich die obige Münze 20mal hintereinander werfen will, so sind überhaupt 1048576 Fälle möglich, diese könnte man auf ebenso viele Zettul schreiben, wovon z.E. einer so anfangen würde: ... 101100010110 ; man müßte ein Zeichen an ein Ende machen, um allemal den Anfang einer solchen Reihe von dem Ende gehörig zu unterscheiden. Diese Million Zettul schüttele man in einem Glücksrad, nun frage ich: ist es einerlei ob A zum B sagt: hier werfe die Münze, fällt 1 im ersten Wurf, so gebe ich dir 1 Taler usw. wie wir oben gesehen haben, oder ob er sagt: ziehe einen Zettul aus dem Glücksrad, steht 1 zu Anfang der Reihe, so gebe ich dir einen Taler, kommt es erst in der zweiten Stelle, oder fängt sich die Reihe so an: ... 10, 2 Taler, nimmt es erst die dritte Stelle ein, oder fängt die Reihe so an: ... 100, 4 Taler usw. Ist es gleichviel ob B das eine oder das andere tut, so ist die vollkommene Gleichheit der Fälle klar, und B kann den Zettul ziehen, wo 1 neunzehnmal 0 vor sich hat, so gut als irgend einen andern. Ist aber ein Unterschied in den beiden Arten des Spiels, so bleibt die nämliche Schwierigkeit, die man heben wollte, doch noch beim letztern, und sollte sich ja B eher entschließen einen Zettul aus dem Glücksrad zu nehmen, so könnte dieses von einer falschen Vorstellung herkommen. Die Schwierigkeit bei dem letztern Spiel zu heben ist wohl nicht leicht ein anderer Weg möglich, als der Bernoullische.

Herr Beguelin glaubt ferner, daß nachdem man t mal o geworfen, so könne man t 1 gegen 1 verwetten, daß das nächste Mal 1 fallen werde. Auf diese Art sollte man fast schließen können, daß die beständigen Abwechselungen, als z.E. der Fall ... 10101010, oder doch die Fälle mit vielen Abwechselungen, die wahrscheinlichsten wären, sie sind es aber nicht; nach der gewöhnlichen Rechnung ist dieser Fall auch einzig und ob ich auf diesen Fall oder auf ... 00000 halte, ist einerlei. Die Erfahrung wird einen leicht davon überführen, der etwa sagen wollte: man könne dieses nicht mit Rechnungen beweisen, welche die Gegner eben für unrichtig erklären. Damit dieses desto leichter werde zu übersehen, so habe ich eine Tafel für die Menge der Abwechselungen berechnet in dem Fall da A und B auf 20 Würfe spielen. Die Gründe der Rechnung lassen sich hier nicht beibringen. Es sind nämlich allemal nur 2 Fälle möglich, wo in n Würfen einerlei Seite ohne Abwechselungen fällt, ferner:

Die Tafel für 20 Würfe ist folgende.

$2\left(\frac{n-1}{1}\right)$ Fälle mit einer Abwechselung

$2\left(\frac{(n-1)\cdot(n-2)}{1\cdot 2}\right)$ mit 2 Abwechselungen

$2\left(\frac{(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3}\right)$ mit 3 und

$2\left(\frac{(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdots(n-m)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots\cdots m}\right)$ mit m Abwechselungen.

Menge der Abwechs.	mögliche Fälle	Menge der Abwechs.
0	2	19
1	38	18
2	342	17
3	1938	16
4	7752	15
5	23256	14
6	54264	13
7	100776	12
8	151164	11
9	184756	10

Hieraus sieht man, daß die Fälle, wo 1 und 0 sehr gemischt sind, ebenso rar sind, als die, wo oft einerlei hintereinander fällt, so ist der Fall mit 5 Abwechslungen ebenso gemein, als der mit 14, dieses erklärt zugleich die Einrichtung der Tafel. Ich habe die obigen 240 Würfe hauptsächlich auch zu diesem Endzwecke getan, das ist, ich habe 12 Versuche mit 20 Würfen angestellt, und folgende

Abwechselungen gefunden:

einmal	5	Abwechselungen
dreimal	6	______________
einmal	7	______________
zweimal	8	______________
einmal	9	______________
einmal	10	______________
einmal	11	______________
zweimal	12	______________

Bei dem ersten mit den 5 Abwechselungen, der aber in der Ordnung, worin ich sie anstellte, der 6te war, fiel die eine Seite 9mal hintereinander, da doch überhaupt nur 13603 Fälle unter den 1048576 möglich sind, worin 9 vorkommt, und in 30 derselben kommt es 2mal vor.

Auf diese Art wird sich erkennen lassen, warum die Münze so oft abwechselt, ohne eine mystische und unbegreifliche Verbindung zwischen den einzelnen Würfen anzunehmen.

Ich leugne nicht, daß sich auf Herrn Beguelins Art, Formeln finden lassen, die etwas geben, was in der Ausübung, zumal wenn nicht lange gespielt wird, oft gebraucht werden kann, aber der Grund muß aus jenen Kombinationen hergeholt werden.

Ich sehe also nicht, daß man Ursache hat des Herrn Daniel Bernoulli Methode zu verwerfen, und derselben neue unterzuschieben. In der allgemeinen Betrachtung muß man, der vollkommenen Gleichheit wegen, das Vermögen der Spielenden unendlich setzen; und alsdann geben sich keine Widersprüche, in der angewandten Lehre gibt es kein unendliches Vermögen, dieses schränkt die allgemeinen Schlüsse ein. Auf diese Art wäre diese Aufgabe wegen der Abweichung von der Rechnung, die sich bei ihrer Anwendung hervortut, nicht seltsamer, als viele andere in der angewandten Mathematik.

Anzeige meiner Vorlesungen

Da der Unterricht, den ich im nächsten Winter-Halben-Jahre, einigen hier Studierenden privatissime erteilen soll, mir viele Stunden wegnimmt, so werde ich nur eine des Tages zu öffentlichen und Privat-Vorlesungen aussetzen können.

Von 11-12 des Mittwochs und Sonnabends, werde ich öffentlich die Teilung der ebenen geradlinigten Figuren, sowohl geometrisch, als durch Rechnung verrichten, lehren. Damit die Zuhörer ein Buch haben, woran sie sich einigermaßen halten können, so können sie sich die *Anweisung wie geradlinigte Figuren, nach einer gegebenen Verhältnis, ohne Rechnung zu teilen sind,* anschaffen, welche zu Nürnberg 1767 aus dem Ozanam übersetzt, auf 4 Bogen in 8vo nebst 3 illuminierten Kupfert. herausgekommen ist. Die übrigen Tage in der Woche, werde ich in der nämlichen Stunde die Algebra nach des *Herrn Hofr. Kästners Analysis endlicher Größen* vortragen.

Von einer neuen Art die Natur und Bewegung der elektrischen Materie zu erforschen

Erste Abhandlung

Unter die merkwürdigsten Erfindungen, durch welche die Lehre von der Elektrizität neuerlich bereichert worden ist, gehört unstreitig der *Elektrophor*, für dessen Erfinder man nicht ohne Grund den jetzigen Professor der Physik zu Stockholm Herrn Wilcke, unsern ehemaligen Mitbürger, zu halten hat. Denn Volta hat dieses Instrument nicht eigentlich erfunden, sondern ihm nur seine jetzige bequemere Einrichtung und seinen Namen gegeben, und es dadurch zum Range eines elektrischen Werkzeugs erhoben; da Wilcke sich schon früher, im Jahr 1762, zum Behuf einiger Versuche mit der Leidener Flasche, einen ähnlichen Apparat hatte verfertigen lassen, bei welchem anstatt des Harzes *Glas* gebraucht war . Indessen ist zu bemerken, daß der italienische Physiker höchst wahrscheinlich von den Versuchen des schwedischen nie etwas gehört hatte, und daß die Verdienste desselben um dieses Instrument noch immer so groß sind, daß ihm, wenn auch nicht der Name des Erfinders, doch ein gleiches Lob und gleicher Ruhm als diesem gebührt.

Merkwürdig ist dieses Instrument ohne Zweifel, teils wegen der Erscheinungen selbst, die es darbietet; teils wegen des neuen Sporns, den es den Physikern gegeben hat, die wunderbaren Eigenschaften der Elektrizität zu erforschen. Und eines solchen Sporns bedurften besonders die deutschen Physiker, die, was dieses Kapitel der Naturlehre belangt, größten Teils entweder nichts taten,