

The background of the book cover is a vibrant red, densely populated with small, glossy red beads. Three larger, bright yellow spheres are scattered across the surface, adding a sense of depth and visual interest. The overall aesthetic is clean and modern.

Mario H. Kraus

# Eins, zwei, viele

Eine Kulturgeschichte  
des Zählens

SACHBUCH

EBOOK INSIDE



Springer

Eins, zwei, viele

Mario H. Kraus

# Eins, zwei, viele

Eine Kulturgeschichte des Zählens

 Springer

Mario H. Kraus  
Berlin, Deutschland

ISBN 978-3-662-63153-9      ISBN 978-3-662-63154-6 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-63154-6>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert durch Springer-Verlag GmbH, DE, ein Teil von Springer Nature 2021

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung der Verlage. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Covergestaltung: deblik, Berlin

Planung/Lektorat: Annika Denkert

Springer ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

# Einführung

*Nichts ist einfach, oder gar eindeutig, sondern wenigstens zweideutig, meist aber viel- und mehrsinnig oder gar mindestens unverständlich, ja ohnehin völlig unvorstellbar! Und bisweilen, so steht zu vermuten, trifft überdies das schiere Gegenteil von alledem zu! – Thomas Kapielski 2016*

Das Zählen ist eine verkannte und unterschätzte Kulturtechnik. Menschen zählen seit Jahrtausenden. Einerseits kann Zählen nicht sonderlich schwer sein: Kinder lernen zählen, bevor sie lesen, schreiben oder rechnen können; etliche Tierarten zählen oder vergleichen zumindest Mengen. Andererseits ist das Zählen die Grundlage selbst neuer, höchstentwickelter Technologien. In diesem Buch geht es um die Geschichte des Zählens von seinen Anfängen bis heute – mit einem Ausblick auf die Zukunft: 2050 werden wohl 9½ Mrd. Menschen auf der Erde leben; das weltweite Vermessen, Beobachten und Zählen (Stichwort *Big Data*) hat längst begonnen. Was bedeutet dies für unser Selbstverständnis, für das Leben unserer Kinder und Enkel – und für künftige Gesellschaftsordnungen?

Dass es eine Verbindung vom Zählen zum Rechnen gibt, weiß man noch aus der Schulzeit. Kaum bewusst wird aber, dass auch das Anlegen von Listen, das Erzählen von Geschichten, das Einleiten von Trancen auf dem Zählen beruhen. Gezählt wird immer und überall – Punkte im Sport und Takte in der Musik, Geld und Zeit, Besucher und Jahrestage, Warenumschläge und Verkehrsbewegungen. Seit zwei Jahrzehnten werden *Clicks, Likes* und *Followers* gezählt.

Zählen ist eine Voraussetzung, um Macht über Menschen zu erlangen: Seit Beginn der Sesshaftigkeit bemühen sich die Herrschenden in jeder

Gesellschaftsordnung, ihre Untergebenen, ihre Besitztümer, ihre Feinde zu zählen und damit nicht nur das Staatswesen aufrecht zu erhalten, sondern auch ihre jeweiligen Vormachtstellungen. Volkszählungen und Wahlen, Meinungsforschung und Spionage sind zählende Bestandsaufnahmen.

Dieses Buch richtet sich an Menschen, die gern Alltägliches hinterfragen („Warum ist eigentlich ...?“), über Zusammenhänge von Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft nachdenken oder nach Mustern und Folgerichtigkeiten in einer immer vernetzteren Welt suchen. Es soll unterhaltsam an Wissenschaftsgeschichte heranführen und vielleicht auch dabei helfen, alte Abneigungen gegen Mathematik zu überwinden: Die ist nämlich weitaus alltäglicher und (selbst-)verständlicher als viele Menschen glauben.

Arbeitsansatz des Buches ist die Phänomenologie – eine geisteswissenschaftliche Forschungsrichtung, die Lebenswelten anhand der zu beobachtenden Erscheinungen zu verstehen versucht. Auch aus dieser Richtung betrachtet ist Mathematik überaus lehrreich. Im deutschsprachigen Raum entstand die Phänomenologie vor allem durch die Arbeiten von Edmund Husserl (\*1859, †1938), Martin Heidegger (\*1889, †1976), Otto F. Bollnow (\*1903, †1991), Hermann Schmitz (\*1928), Bernhard Waldenfels (\*1934) sowie Peter Sloterdijk (\*1947); auch Oswald Spengler (\*1880, †1936) mit seinen Bemühungen um Gestalt und Ziele der Weltgeschichte gehört im weiteren Kreise dazu. Somit geht es in diesem Buch nicht um die Gehirntätigkeiten beim Zählen; sollte es in 20 Jahren eine Neuauflage geben, wird das anders sein – die Gründe dafür erscheinen am Ende des Buchs. Im Übrigen lässt sich eine Geschichte des Zählens (nur) mit den Mitteln der Mathematik nicht bewerkstelligen. Es geht auch nicht um die Entstehung der Zahlen oder die Entwicklung der verschiedenen Rechenverfahren; über beides wurde viel veröffentlicht. Zwecks guter Lesbarkeit wurden nur wenige Formeln aufgenommen. Ein Verzeichnis leenswerter Werke befindet sich im Anhang, auf einige sei bereits hingewiesen:

Hintergründe der Normierung und Standardisierung des Messens und Rechnens im 19. Jahrhundert erscheinen in den sehr umfangreichen, hervorragend erarbeiteten und gut lesbaren Werken „*Die Verwandlung der Welt*“ (2009) von Jürgen Osterhammel und „*The Battle of the Standards*“ (2019) von Peter Kramper. Das Jahrhundert davor wird gewürdigt in „*Vermessen, Zählen, Berechnen. Die politische Ordnung des Raums im 18. Jahrhundert*“ (2006) und „*Die Berechnung der Glückseligkeit. Statistik und Politik in Deutschland und Frankreich im späten Ancien Régime*“ (2016), herausgegeben/verfasst von Lars Behrisch. Die Entwicklung des Messwesens im Handel früherer Jahrhunderte zeigt der Sammelband „*Wiegen – Zählen – Registrieren*“ (2015), herausgegeben von Peter Rauscher und Andrea Serles.

Grundlagen der Kombinatorik sind verständlich dargestellt in den zwei Büchern „*Einführung in die Kombinatorik*“ von Peter Tittmann (2019) sowie Konrad Jacobs und Dieter Jungnickel (2004), die Geschichte ihrer Anwendungen hingegen in „*Kombinatorik und die Verbindungskünste der Zeichen in der Musik zwischen 1630 und 1780*“ (2006) von Sebastian Klotz oder „*Dia-Logos. Ramon Llull's Method of Thought and Artistic Practice*“ (2018), herausgegeben von Amador Vega, Peter Weibel und Siegfried Zielinski.

Aufschlussreich sind „*Zählen*“ (2001) von Thomas Bedürftig und Roman Murawski, „*Numbers, Languages, and the Human Mind*“ (2003) von Heike Wiese sowie „*Zählen*“ (2011) von Moritz Wedell. Einblicke in einschlägige Forschung des 20. Jahrhunderts gibt der kleine Sammelband „*Psychologie der Zahl*“ (1973) von Anita Riess, in neuere Arbeiten „*The Number Sense*“ (2011) von Stanislas Dehaene oder „*Numbers and the Making of Us*“ (2017) von Caleb Everett.

Die Ursprünge der Zahlen wurden von zwei Lehrern beschrieben; die Bücher sind wegen der geschichtlichen Bezüge und der vielen Abbildungen heute noch lesenswert – „*Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl*“ (1934/1957) von Karl Menninger (\*1898, †1963) aus Deutschland und „*Histoire Universelle des Chiffres*“ (1981) von Georges Ifrah (\*1947) aus Frankreich. Einige Bücher sind einzelnen Zahlen gewidmet, wie „*The Nothing That Is*“ (1999) von Robert Kaplan über die Null, „*Die Zahl Drei und die Soziologie*“ (2008) von Balint Balla oder „*Sieben. Eine magische Zahl*“ (2011) von Reinhard Schlüter.

Zahlworte alter und heutiger Sprachen findet man im Netz (*mpi-lingweb.shh.mpg.de/numeral*). Nützlich sind zudem das „*Handbuch der Maße, Zahlen, Gewichte und der Zeitrechnung*“ von Wolfgang Trapp und Heinz Wallerus sowie das „*Handbuch der Münzkunde und des Geldwesens in Deutschland*“ von Ersterem und Torsten Fried (2006). Neben „*The List*“ (2004) von Robert Belknap gibt es mit „*Lists, To-Dos, Illustrated Inventories, Collected Thoughts, and other Artist's Enumerations*“ (2010) von Liza Kirwin und „*Lists of Note*“ (2014) von Shaun Usher zwei zauberhafte Sammlungen von Listen und Aufzählungen.

Die Idee zum Buch entstand wie bei meinen anderen Büchern spontan, aber mit langer Vorgeschichte. Mathematik mochte ich – veranlagungsbedingt – schon in der Schule; auch hatte ich gute Lehrer wie meinen Mathematik- und Klassenlehrer Gerhard Wahlicht (\*1932), den ich im Herbst 2020 besuchte, um ihm für seine Arbeit zu danken. Er hat sich nicht sehr verändert, wir konnten nach über 30 Jahren etliche gemeinsame Erinnerungen austauschen. Man musste mit seinem bissigen Humor und

seinen geschickten Anspielungen umzugehen wissen (... die letzten DDR-Jahre!), aber sein Unterricht war gut und lebensnah. Noch heute kann ich viele seiner Herleitungen wiedergeben und habe es in meinem eigenen Unterricht getan. In der 7. Klasse (1987) gehörte ich zum ersten DDR-Jahrgang, der mit Taschenrechnern ausgestattet wurde – mit Bezugsschein und hoher Zuzahlung meiner wenig verdienenden Mutter; das Gerät nutze ich noch gelegentlich. Zuvor hatte ich also Rechnen ohne Hilfsmittel gelernt. In meiner kurzen Zeit als Lehrer (Chemie und Mathematik, Mittelstufe, auch als Klassenlehrer zweier 8. Klassen) verblüffte ich oft die Jugendlichen, da ich Aufgaben im Kopf oder mit Stift und Papier schneller lösen konnte als sie mit dem Taschenrechner.

Das half mir im Leben: Nach dem Studium der Chemie arbeitete ich in der Forschung (natürlich in der Analytik), dann für die Wohnungswirtschaft; beides erfordert Zählen und Rechnen. In einem Bewerbungsverfahren für den höheren Dienst einer Bundesbehörde vor 25 Jahren bemerkte man meine Rechenkünste und bedeutete mir (zutreffend, wie ich später im Leben verstand), ich wäre aus mehreren Gründen für eine Tätigkeit im öffentlichen Dienst nicht geeignet. Überwiegend unternehmerische Neugier trieb mich später für einige Jahre in das Schulwesen – etwa als Gründer eines Freiwilligenvorhabens „Nachhilfe in der Nachbarschaft“ in meinem Berliner Heimatbezirk und Bereichsleiter Schule/Hort für drei Grundschulstandorte eines Bildungsunternehmens. Wissen und Können zu vermitteln macht mir Spaß, wenn auch nicht unter den Bedingungen des heutigen (Hoch-)Schulwesens. Ich weiß jedoch, dass

- grundlegende Kenntnisse in Mathematik im Leben überaus wichtig sind,
- sie aber hierzulande gesellschaftlich kaum geschätzt werden,
- Mathematik zu den Wissensgebieten gehört, von denen die Zukunft Deutschlands und Europas abhängt,
- junge Menschen mit derartigen Kenntnissen sich ihren Wunschberuf aussuchen können,
- es trotzdem schwer ist, in der Schule Begeisterung für Mathematik zu wecken.

Mathematik gehört schon lange zu den am wenigsten geliebten Schulfächern; wer damit kokettiert, nichts von Mathematik zu verstehen, erhält im Umfeld meist Zustimmung. Die Gründe sind sehr unterschiedlich; einer dürfte die in fast allen Fächer „verkopfte“ Schulbildung sein. Wer erkennt, dass man nicht nur sitzt und rechnet, sondern anschließend aufsteht und etwas tut (zeichnet, baut, erprobt), um das Gerechnete anzu-

wenden, lernt Mathematik schätzen. Doch das ist selbst in Einrichtungen der Reformpädagogik nicht immer einfach. Zudem ist Deutschland – wie andere Länder der „westlichen“ Welt – ein Land der *Ready Mades* und *Black Boxes*; auswählen möchten die meisten Leute, aber eben nur zwischen vorgefertigten Angeboten und mit wenig Anstrengung.

Mathematik ist Kunst. Das war in der Antike bekannt, auch in der Renaissance; gelegentlich wird es noch heute bewusst. Malerei und Dichtung, Musik und Mode – stets werden Muster und Formen gewandelt und verbunden. Wer weiß, wonach zu suchen ist, erkennt überall die Zusammenhänge. Es ist kein Zufall, dass ich auch Gedichte schreibe und gelegentlich male oder zeichne. 2013 war ich in der Ausstellung von George Widener im Hamburger Bahnhof in Berlin und fühlte, lang Gesuchtes gefunden zu haben. Ich hoffe, etwas von meiner Neigung auf meinen Sohn Georg übertragen zu können. Er wurde im letzten Jahr eingeschult, und ihm ist dieses Buch gewidmet. Von mir hat er übrigens nie zu hören bekommen: „Ich habe dir das schon hundert Mal gesagt!“ Was ein Kind hundert Mal nicht versteht, wird es beim 101. Mal auch nicht verstehen. Und die Frage „Weißt du, wie viel Sternlein stehen ...?“ kann ich ihm leider nicht befriedigend beantworten ...

Springer Nature, vor allem Dr. Annika Denkert sowie Rahul Ravindran und Nirmal Iyer, danke ich für die Möglichkeit, dieses Buch zu veröffentlichen – es war eine überaus gute Zusammenarbeit.

Berlin  
zum Jahresbeginn 2021

Dr. Mario H. Kraus

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Sehen, Hören, Erkennen – Grundlagen des Zählens</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Fühlen, Erfassen, Verstehen – Frühgeschichte des Zählens</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>Erleben, Glauben, Deuten – Zahlen als (An-)Zeichen</b>	<b>31</b>
<b>4</b>	<b>Zählen, Vergleichen, Ordnen – Eigenschaften der Zahlen</b>	<b>53</b>
<b>5</b>	<b>Denken, Planen, Handeln – Zählen im Leben</b>	<b>73</b>
<b>6</b>	<b>Messen, Rechnen, Schätzen – Weg in die Moderne</b>	<b>101</b>
<b>7</b>	<b>Suchen, Sammeln, Erzählen – Auflistungen und Aufzählungen</b>	<b>125</b>
<b>8</b>	<b>Werden, Sein, Vergehen – Raum und Zeit</b>	<b>145</b>
<b>9</b>	<b>Wählen, Teilen, Herrschen – Zahl und Macht</b>	<b>165</b>
<b>10</b>	<b>Bauen, Wohnen, Leben – Stadt im Anthropozän</b>	<b>183</b>
	<b>Anhang</b>	<b>205</b>
	<b>Literatur</b>	<b>211</b>

# Über den Autor

**Dr. Mario H. Kraus**, 1973 in Berlin geboren, seit 2002 Mediator und Publizist (Fachgebiet Wohnungswirtschaft/Stadtentwicklung, [mediation.kraus@berlin.de](mailto:kraus@berlin.de)), betreute ein landeseigenes Berliner Wohnungsunternehmen, unterrichtete Mediation an der Humboldt-Universität zu Berlin und der Universität Rostock, veröffentlichte Bücher und Fachbeiträge und gehört heute zum Aufsichtsrat einer großen Berliner Wohnungsgenossenschaft. Ursprünglich Chemiker (Fachgebiet Bioanalytik/Massenspektrometrie) und bis 2001 in der Forschung tätig, arbeitete er einige Jahre als Führungskraft im Schulwesen.

# Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1	Bevölkerungswachstum bis 2050. Die Berechnungen der UNO umfassen mehrere Szenarien: Bleibt es beim heutigen Trend, dass fast alle Bevölkerungen außer den afrikanischen altern, erreicht die Weltbevölkerung nicht die 10-Mrd.-Marke und verringert sich deutlich bis zum Jahrhundertende	10
Abb. 1.2	Zählen, Messen, Rechnen, Schätzen im Zusammenhang	14
Abb. 2.1	Erfassen von Mengen. Menschen können in kurzen Zeiträumen nur kleine Mengen erfassen. Die oberen Darstellungen machen es leicht – sie sind klar erkennbar und verweisen auf Bekanntes. Die beiden unteren sind nicht so übersichtlich. Unterschiedliche Farben, Formen, Entfernungen von Dingen können die Wahrnehmung ebenso stören wie enge Sichtfelder, schlechte Lichtverhältnisse oder wechselnde Bildhintergründe	16
Abb. 2.2	Zählübung mit Suchbildern. Die Ziffern von 1 bis 20 sind nacheinander mit einem Stift anzutippen: Was gelingt besser, und warum?	16
Abb. 2.3	Anzahl als Gemeinsamkeit, Vielfalt der Darstellung. Es ist völlig gleichgültig, mit welchen Zeichen die Zahlen dargestellt werden, sofern es nur genügend Leute verstehen	19
Abb. 2.4	Kerbholz (Nachbildung nach Menninger 1957, Wedell 2011)	23
Abb. 2.5	Zählen mit der Hand (1). Oben die Gesten nach Beda (8. Jahrhundert), darunter heutige Gesten. Die Gesten für 1, 2 und 3 nach dem alten Verfahren zeigen heute 4, 3 und 2	25
Abb. 2.6	Zählen mit der Hand (2). Die betreffenden Stellen werden mit dem Daumen berührt – links ein altes arabisch-asiatisches Verfahren, mittig ein einst in Teilen Deutschlands verbreitetes, rechts ein Quinärsystem (Basis 5): Auf den Fingerkuppen wird immer	

	von 1 bis 4 gezählt, der volle Fünfer dann auf den unteren Fingergliedern „vermerkt“	25
Abb. 2.7	Zählen als Zeitreihe	27
Abb. 3.1	Die ersten Quadrat- und Dreieckszahlen	33
Abb. 3.2	Das Erbe Babylons. Die Beziehungen leiten durch die klassischen Dimensionalitäten – von Punkt (oder Zahl) über Linie, Fläche und Raum in die Raumzeit (Kap. 8). Das 360°-Maß des Kreises („Vollwinkel“) stammt wohl von einem alten, noch recht groben Kalender (12 Monate zu 30 Tagen). Auffällig ist die Sechzigerteilung von Stunde (Zeitmaß) und Grad (Winkel-/Raummaß): 1h (hora) = 60 min (minuta) = 60·60 s (pars minuta secunda) und 1° (gradus) = 60' (dito) = 60·60“ (dito): Landwirtschaft, Seefahrt und Gottesanbetung lieferten die ersten Anlässe, Raum und Zeit so fein wie möglich zu teilen	49
Abb. 3.3	Soziosphäre: Gruppengröße und Kommunikationsstruktur (verändert nach Dunbar 1993). Zweierbeziehungen in Gruppen der Größe n folgen aus $N(n) = \frac{1}{2} \cdot (n^2 - n)$ (Kap. 5, Kap. 7, Kap. 10). Sie wachsen also stark mit der Zahl der Mitglieder; größere Gruppen sind im wörtlichen Sinn nicht mehr übersichtlich – sie zerfallen, da Beziehungen Aufwand erfordern	50
Abb. 4.1	Wiederkehrende Zahlenverhältnisse im Zahlenraum „Dutzend“. Zwecks Übersichtlichkeit sind 4:1 = 8:2 = 12:3 sowie 5:1 = 10:2 und 6:1 = 12:2 rechts im Bild nur angedeutet. Das Bild zeigt Zusammenhänge der Bruchrechnung (wie $4/3 \cdot 3/2 = 2/1$ ), den Unterschied zwischen absoluten und relativen Größen (12 und 9 sind größer als 4 und 3, bilden aber das gleiche Verhältnis) oder die schon in der Antike bekannte, wohlklingende Saitenverhältnisse der Musik (wie Octave 1:2, Quinte 2:3, Quarte 3:4)	57
Abb. 4.2	Zahlengerade. Es gilt der Satz von der Dritten(un)gleichheit (aus $a = b$ und $b = c$ folgt $a = c$ und damit $a = b = c$ ); sind zwei Zahlen also größer oder kleiner als eine dritte, können sie geordnet werden (aus $a < b$ und $b < c$ folgt $a < b < c$ )	58
Abb. 4.3	Zählvorgang und Dingbegriff. Zählen verweist darauf, dass Gezähltes eine Bedeutung hat – und zwar während des Zählens einzeln und im Ergebnis als Gesamtheit, als Menge	63
Abb. 6.1	Stellenwertordnungen	108
Abb. 6.2	Schachbrett und Reis. Auf einem Schachbrett üblicher Größe ist nach sieben Verdopplungen, also mit 128 Reiskörnern, das Machbare erreicht (oben rechts); 256 Reiskörner benötigen deutlich mehr Platz (vorn)	110
Abb. 6.3	Zählen im Binär-/Dual- und Dezimalsystem. Der „Entscheidungsbaum“ zeigt, wie sich der Zählbereich des Letzteren mit der jeder neuen Stelle des Ersteren verdoppelt. Darauf beruht das Zählen mit Flipflops in der Elektrotechnik (Kippglieder,	

	Schaltungen mit zwei Zuständen). Deren Zustände sind abhängig vom Eingang und dem letzten Zustand, so werden Zahlen bis zum nächsten Vorgang gespeichert. Flipflops aus Röhrenschaltungen wurden vor über 100 Jahren erstmals in Großbritannien erprobt	113
Abb. 6.4	Zählübung mit dem Rechenbrett: Zählen von Eins (rechts unten) bis Zwanzig (links oben)	113
Abb. 7.1	Formeln der Kombinatorik. Mit den oberen werden Auswahlen und Anordnungen berechnet (Auswahl von $k$ aus $n$ Dingen), mit den unteren Verteilungen (von $n$ Dingen auf $k$ Behälter). Bei der Auswahl von Paaren ( $k = 2$ ) vereinfachen sich die oberen vier Gleichungen zu $N(n) = \frac{1}{2} \cdot (n^2 - n)$ für Kombinationen o. W., $N(n) = \frac{1}{2} \cdot (n^2 + n)$ für Kombinationen m. W., $N(n) = n^2 - n$ für Variationen o. W. und $N(n) = n^2$ für Variationen m. W	129
Abb. 7.2	Anordnung und Auswahl von Spielkarten. Vier Farben ergeben $4! = 24$ Vertauschungen und 15 Aufteilungen; Letztere ergeben durch Vertauschungen in den Dreiermengen (1a) die obigen 24. Werden Paare ausgewählt, sind 4 gleicher Farbe möglich (2) sowie 6 verschiedener Farben ( $2a + 3a + 4a$ ), zusammen also 10, wenn die Reihenfolge keine Rolle spielt – oder 12, wenn Vertauschungen gezählt werden ( $2a + 2b + 3a + 3b + 4a + 4b$ )	131
Abb. 7.3	Beziehungen in und zwischen Mengen. Zwischen den Mengen gibt es 16 Verbindungen, innerhalb jeder nur 6; der Unterschied besteht in vier Dopplungen (wie Pik-Pik) und 6 Vertauschungen (wie Pik-Karo zu Karo-Pik)	132
Abb. 7.4	Bilden von Teilmengen (Verteilung). Drei Dinge auf drei Behälter zu verteilen, ist nicht ganz simpel; es gibt nicht-unterscheidbare Dinge in nicht-unterscheidbaren Behältern (1), unterscheidbare Dinge in nicht-unterscheidbaren Behältern (2), nicht-unterscheidbare Dinge in unterscheidbaren Behältern (3) und unterscheidbare Dinge in unterscheidbaren Behältern (4)	132
Abb. 7.5	I Ging/Yiying und Braille-Schrift als Binärcodes. Die Zeichen erscheinen hier nicht in der üblichen Reihenfolge, um die vergleichsweise einfache Herleitung zu zeigen; in der Braille-Schrift werden nicht alle genutzt	138
Abb. 8.1	Raum- und Zeitbindungen. Zu jeder Zeit und an jedem Ort gehören Menschen zu vielfältigen, veränderlichen und nicht immer bewussten Beziehungs- und Bedeutungsgefügen, die sich in Rollenverteilungen (einschließlich Familienbindungen, Freundschaften, Gruppenzugehörigkeiten), Vertragsbeziehungen (Nomotop!), Heimat- und Ortsbindungen sowie vielen anderen Erscheinungen zeigen	160

## XVIII      **Abbildungsverzeichnis**

- Abb. 10.1 Stadt als Wandlungsmaschine. „Die Stadt kommt zu sich als eigenmächtige Bedingung der Möglichkeit einer begriffenen selbstregierten, selbstversorgenden und selbstnährenden Welt.“ Peter Sloterdijk beschrieb damit ein Zielbild, das noch von keiner Stadt, keinem Stadtstaat erreicht wurde. Das Gebot der Nachhaltigkeit erfordert aber, dem so nahe wie möglich zu kommen 184
- Abb. 10.2 Raumzeitliche Staffellungen und Zonierungen (verändert nach Parkes & Thrift 1980). Orte einer Stadt werden gleichzeitig oder nacheinander genutzt. Das Bild zeigt ein Mobilitätsprofil dreier Menschen (A, B, C), über einen Zeitraum von einem Tag. Ein Ort – etwa ein Restaurant – wird von zweien gemeinsam genutzt, vom dritten danach. Diese Darstellung der Dimensionalität  $D_4$  gelingt, da die Höhenachse nicht wichtig ist und durch die Zeitachse ersetzt werden kann 186
- Abb. 10.3 Stadt als Gesamtheit. Die obige „Black Box“ Stadt ist in zehn kleinere, miteinander wechselwirkende Einheiten gegliedert, die aus wiederum kleineren Einheiten bestehen – bis zu den einzelnen Haushalten. <sup>1</sup> Gliederung u. a. nach Alter, Einkommen/Vermögen, Erwerbstätigkeit, Geburtenentwicklung, Ab-/Zuwanderung, Familienstand, Machtverteilung zwischen Gruppen, <sup>2</sup> Bestand u. a. nach Alter, Erhaltung, Gliederung/Baudichte, Eigentumsverhältnissen, Wohnlagen, Nutzungsmischungen, Kostenentwicklungen, <sup>3</sup> Umfang und Zustand der Leitungsnetze, <sup>4</sup> Branchen u. a. nach Umsätzen, Zahl der Beschäftigten, Eigentumsverhältnissen, <sup>5</sup> Anteil und Verteilung im Siedlungsgebiet, <sup>6</sup> Einfluss des Klimawandels, Wirkungen des Wettergeschehens, Wasser- und Wärmehaushalt bebauter Gebiete, Belastungen durch Lärm/Feinstaub <sup>7</sup> Stoff- und Energieströme, Ver-/Entsorgung, Nachhaltigkeit, <sup>8</sup> Verbindungen zum Umland (Straßen-, Schienen-, Wasser-, Luftweg), Verkehrsbewegungen, <sup>9</sup> Einrichtungen wie Bildungswesen, Gesundheitswesen, Rechtspflege, Sicherheitsbehörden, <sup>10</sup> Stadtgeschichte, Besonderheiten, Vermarktung des öffentlichen Raums, Planungsrecht. Die hochgradige Vernetzung erfordert zu jeder Zeit eine zahlenmäßige Erfassung 187
- Abb. 10.4 Geschlossenheit und Gliederung von Gebäuden (links) sowie Verhältnis von Umfang und Fläche als Maß für die Gliederung (Zerschneidung) des Baukörpers 191

- Abb. 10.5 Bedürfnisse und Handlungsmöglichkeiten. Die obere  $10 \times 10$ -Matrix ist als Kleines Einmaleins bekannt; alle Zahlenwerte sind unstrittig. Die untere zeigt Zusammenhänge zwischen Bedürfnissen von Menschen und dem zu ihrer Verfolgung gewählten Verhalten (schwarz – sehr wahrscheinlich, grau – möglich, weiß – nicht wahrscheinlich). Solche Zuordnungen werden heute durch Persönlichkeitsprofile verfeinert: Artificial Intelligence ahmt mit derartigen Verknüpfungen menschliches Verhalten lernend nach

# Tabellenverzeichnis

Tab. 1.1	Modell des Lernens (verändert nach Bandura). Aus Zustand 4 gelangt wieder in Zustand 1, wer etwas vergessen hat oder vorhandenes Wissen und Können noch erweitern will: Lernen und Üben brauchen Anlässe und Gründe	6
Tab. 3.1	Motivation in zweiwertiger Unterscheidung (nach Kraus 2019)	36
Tab. 3.2	Motivation in weiterer zweiwertiger Unterscheidung (nach Kraus 2019)	51
Tab. 4.1	Abzählbarkeit und Endlichkeit von Mengen	61
Tab. 4.2	Folgen und Reihen. <sup>1</sup> Mit expliziten Formeln entstehen Glieder der Reihe nach ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) und mit rekursiven aus ihren Vorgängern. <sup>2</sup> Eine Erläuterung der Formeln würde den Rahmen der Darstellung sprengen. Folgen und Reihen sind hinterlegt in der On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (oeis.org) und dienen für Näherungsrechnungen und Modellierungen	66
Tab. 4.3	Zerlegungen der Zahlen von Eins bis Zehn (Partitionen). Die Spalten zeigen die jeweilige Zahl der Summanden (verändert nach Tittmann 2019)	69
Tab. 5.1	Alkane als einfache kettenförmige Kohlenwasserstoffe. <sup>a</sup> Bestandteil von Erdgas und Methanhydrat, „Treibhausgas“, wird von Pflanzenfressern (insbesondere Rindern) bei der Verdauung gebildet. <sup>b</sup> Bestandteile von Erdgas	77
Tab. 7.1	Bearbeitung von Problemen als Fallunterscheidung (nach Kraus 2019)	135
Tab. 7.2	Problemstrategien im Überblick (nach Kraus 2019)	135
Tab. 8.1	Glockenschläge (Glases) in der Seefahrt. Ein Doppelschlag zeigt die volle, ein Einzelschlag die halbe Stunde	150

## XXII Tabellenverzeichnis

Tab. 9.1	Anwendung des Verfahrens nach Sainte-Laguë. Im Beispiel sind 20 Mandate zu vergeben; von den 1.000 gültigen Stimmen entfielen auf Gruppierung A 480 (48 %), B 310 (31 %), C 210 (21 %). Teilen und Ordnen erbringt für A 9 Mandate (45 %), für B 7 (35 %) und für C 4 (20 %); würden Stimmenanteile ohne Verteilungsrechnung in Mandate umgerechnet, erhielt A hier ein Mandat mehr, B eins weniger	175
Tab. 10.1	Normstrategien bei Problemen und Konflikten (verändert nach Kraus 2019). Die aus China überlieferten 36 Stratagemen lassen sich den Strategien 2, 3, 6, 7, 8 und 10 zuordnen. In Deutschland sind zumeist nur die Strategien 1, 6, gegebenenfalls 9, bekannt – das bedeutet grundsätzlich Vorteile für alle, die mehr Handlungsmöglichkeiten beherrschen	195
Tab. 10.2	Leben in modernen Städten. Was macht künftige städtische Gesellschaften lebenswert, warum leben Menschen in Städten? Selbstbefragung gibt Aufschluss, welcher der vier Gruppen man angehört: 1. Welche meiner Bedürfnisse kann ich ohne Mediotop/Infosphäre bedienen (was also kann und muss ich „von Mensch zu Mensch“ erledigen)? 2. Welche Folgen hätte ein mehrtägiger Stromausfall für mich? 3. Wer oder was bestimmt darüber, wie lange ich an einem Ort lebe? 4. Kann ich für lange Zeiträume planen, und wie will ich in drei, fünf oder zehn Jahren leben?	197
Tab. 1	Eigenschaften natürlicher Zahlen. P Primzahl, D Dreieckszahl, Q Quadratzahl	206
Tab. 2	Die Zahlen von $(1)_{10} = (0000\ 0001)_2$ bis $(255)_{10} = (1111\ 1111)_2$	209

# Inhalt

Das Zählen ist eine unterschätzte und verkannte Kulturtechnik – und die Grundlage selbst höchstentwickelter Technologien. Dieses Buch beschreibt in mehreren Erzählsträngen die Geschichte des Zählens vom *Pleistozän*, der Eiszeit, über das *Holozän*, das Zeitalter der Sesshaftigkeit, bis zum *Anthropozän*, der Moderne. Gezeigt werden die Verbindungen zwischen Tontafeln und *Rankings*, zwischen Musik und Trance, zwischen Zahlen und Macht. „Rote Fäden“ sind die Wechselbeziehung von Dezimal- und Dualsystem, die Bedeutung immer größerer Zahlen im Alltag sowie das Spannungsfeld der Stadtentwicklung. Damit verbunden ist ein Ausblick auf die Zukunft: 2050 werden wohl 9½ Mrd. Menschen auf der Erde leben – vermessen, beobachtet und gezählt in einem heute schon zu ahnenden Ausmaß. *Big Data* erscheint als Folge von Entwicklungen, die vor etwa 12.000 Jahren begannen. Wird menschliches Leben sich in Zahlen auflösen, sind Transhumanismus und Transkulturation die Zukunft?



# 1

## Sehen, Hören, Erkennen – Grundlagen des Zählens

**Keywords** Zählte der erste Mensch? · Unterscheiden, Erkennen, Einordnen · Zählen bei Mensch und Tier: Evolution · Wissen und Können, Fähigkeiten und Fertigkeiten · Anthropozän und Urbanozän, Transkulturation und Transhumanismus

Seit wann können Menschen zählen? Diese Frage ist so leicht oder schwer zu beantworten wie die Frage nach dem ersten Menschen. Den gab es nicht, vielmehr eine allmähliche Entwicklung über lange Zeiträume und verschiedene frühmenschliche Arten. Fachleute sind sich nicht einig, mit welchen unserer Vorfahren die Menschwerdung begann (*Anthropogenese* oder *Hominisation*, griech. *anthropos*, lat. *homo*, Mensch): Abhängig vom untersuchten Merkmal – Entwicklung des aufrechten Gangs und anderer körperlicher Besonderheiten, Entstehung von Familienverbänden, Gebrauch von Werkzeug, Schaffung von Kunst oder Schrift und so fort – geht es um Hunderttausende oder Millionen von Jahren. Erdgeschichtlich sind die Vor-eiszeit (*Pliozän*, vor etwa 5,3–2,6 Mio. Jahren), die Eiszeit (*Pleistozän*) oder auch Altsteinzeit sowie die Jetztzeit (*Holozän*, seit etwa 12.000 Jahren) zu betrachten. Letztere umfasst die Mittel- und Jungsteinzeit ebenso wie die Bronze- und Eisenzeit sowie den Übergang zu sesshaften, arbeitsteiligen Gesellschaften mit Ackerbau und Viehhaltung (*Agrikulturelle Revolution*). Für die seit etwa 200 Jahren andauernde Moderne prägten der niederländische Chemiker Paul J. Crutzen (\*1933, †2021) und der US-amerikanische Biologe Eugene F. Stoermer (\*1934, †2012) den Begriff *Anthropozän* – das

Zeitalter weltweiter, menschengemachter Veränderungen der natürlichen Umwelt aufgrund erheblichen Bevölkerungswachstums und immer wirk-samerer *Technologien (Industrielle Revolution)*. Der britische Physiker Geoffrey West (\*1940), bekannt durch die Erforschung von Wachstumsvorgängen, prägte den Begriff *Urbanozän* (lat. *urbs*, Stadt): Städte sind die vorrangigen Lebenswelten der weiterhin wachsenden Menschheit.

Das war zu Beginn der Menschheitsgeschichte nicht zu ahnen; es ging um das Überleben, das immer ein Entdecken und Lernen war (die richtigen Schlüsse aus den Lebensbedingungen zu ziehen, ist nach wie vor ein Zeichen von Lebentüchtigkeit!) Vor- und Frühmenschen erweiterten beständig ihre Lebensräume, gewannen nach und nach Fähigkeiten und Fertigkeiten, von denen einige schon zu Lebzeiten bewusst waren und innerhalb der Sippen, von den Eltern zu den Kindern, weitergegeben wurden. Dazu gehörten zweifellos das Unterscheiden von Tierlauten, der Gebrauch von Werkzeugen und Waffen, das Feuermachen und -hüten, das Fallenstellen, das Sammeln, Jagen und Zubereiten von Nahrung ebenso wie das Fertigen von Kleidung oder das Errichten einfacher Behausungen. Es gibt nachvollziehbare Zusammenhänge zwischen der Größe der Gruppen oder Familien sowie der Jahreszeit und der Notwendigkeit, für Nachschub zu sorgen oder eben das Lager abzubrechen und eine bessere Gegend zu suchen. Unsere Vorfahren konnten bereits vor dem Zeitalter der Sesshaftigkeit zählen und schätzen – aber eben nicht lesen und schreiben. In den damaligen kleinen Stämmen, Sippen, Gemeinschaften hatten die Mitglieder stets im wörtlichen Sinn den Überblick über Beziehungen und Besitztümer; was übersichtlich ist, muss nicht dargestellt oder aufgezeichnet werden.

Die Entwicklung der Lebenswelten und die Entwicklung der Gehirne war und ist stets eine Wechselbeziehung: „Der Mensch wächst mit seinen Aufgaben“ und damit auch sein *Neocortex*. Zwei Bücher von Evolutionsbiologen, Josef H. Reichholf (\*1945) aus Deutschland, „*Warum die Menschen sesshaft wurden*“ (2008), und Jared Diamond (\*1937) aus den USA, „*Guns, Germs and Steel*“ (1997/2017), beschreiben anschaulich die Sesshaftwerdung des Menschen als wichtigste Entwicklung des Holozäns. Sie zeigen mit unterschiedlichen Ansätzen, dass frühe Menschheitsgeschichte in langen Zeiträumen gedacht werden muss. „Fortschritte“ wurden an verschiedenen Orten stets aus verschiedenen Anlässen, unter verschiedenen Bedingungen, mit verschiedenen Mitteln bewerkstelligt – und erwiesen sich für die Betroffenen oftmals nur allmählich, mitunter erst für ihre Nachkommen als Verbesserungen. Nie gab es auf der Erde „gleiche“ Lebensbedingungen für alle Menschen; doch immer gab es neue Gründe, bewusster, genauer, umfassender zu zählen, zu messen, zu rechnen: Vorratshaltung und

Kalender, Entdeckungen und Eroberungen, Arbeitsteiligkeit und Staatenbildung eröffneten ständig neue Größenordnungen.

Die menschliche Sesshaftigkeit mit Ackerbau und Viehzucht, Siedlungen und Vorratshaltung begann mit der Nacheiszeit. Lebensverhältnisse wurden vielfältiger; Menschen begannen die Umwelt nach ihren Vorstellungen zu gestalten. Siedlungen benötigen Weide- und Anbauflächen; lebensnotwendig war es, die Zahl der Tiere ebenso wie die Mengen an Viehfutter und Saatgut zu kennen. Planung und Verteilung war regelmäßig erforderlich, nicht mehr nur von Tag zu Tag, sondern von Jahr zu Jahr. Siedler brauchten Überblick über Verwandtschaften und Erbfolgen; Besitz- und Schuldverhältnisse mussten aufgezeichnet werden. Das Leben wurde arbeitsteilig, Berufe entstanden. Schrift wurde entwickelt, Listen gefertigt. Sippen und Stämme vereinigten sich, nicht immer friedlich, zu ersten frühstaatlichen Machtgefügen. Arbeitsteilung heißt Leistungssteigerung, aber auch Verwaltungsaufwand und Günstlingswirtschaft. Macht musste bewahrt und erweitert werden; Stadtstaaten und Machtbündnisse wurden gebildet und gingen zugrunde. Die Obrigkeiten wollten Steuern. Es gab Handel zwischen den Siedlungen und darüber hinaus, aber auch immer wieder Streitigkeiten; die eigenen Kräfte und die der Gegner mussten eingeschätzt, Männer und ihre Waffen gezählt werden. Man zählte auch die Tage – zwischen Vollmonden, zwischen Sommer und Winter, zwischen Aussaat und Ernte, zwischen den Überschwemmungen. Doch wie zählen Menschen?

### 1. *Unterscheiden*

Lange wurde nur gezählt, was in der Lebenswelt vorhanden und wahrnehmbar war – Mitmenschen, Beutetiere, Vorräte. Es gibt fünf Sinne – Sehen, Hören, Fühlen, Riechen, Schmecken; zum Zählen werden die ersten drei benötigt, genutzt wird oft nur einer. Wahrnehmung geschieht zunächst in einfacher Zweiwertigkeit: Entweder sieht, hört, fühlt man etwas, oder eben nicht. Wahrnehmen heißt, ein Etwas von seiner Umgebung oder Umwelt unterscheiden zu können. Unterscheiden ist die erste Bedingung des Zählens.

### 2. *Erkennen*

Dann muss das Etwas (wieder-)erkannt werden, als Mensch, Beutetier, Pflanze. Damit verbunden sind weitere Eindrücke, meist wieder in zweiwertiger Form: „bekannt“ – „fremd“, „freundlich“ – „feindlich“, „essbar“ – „giftig“. Erkennen ist die zweite Bedingung.

### 3. *Einordnen*

Dann muss es gelingen, die wahrgenommenen, ähnlichen oder gleichen Menschen, Tiere oder Pflanzen im Zusammenhang zu erfassen, nicht

mehr als Etwas, sondern als (eigene oder fremde) Sippe, als Herde, als Wald oder Wiese, eben als Lebenswelt, als Hier und Jetzt. Einordnen ist die dritte Bedingung, die erst Schlussfolgerungen für ein sinnvolles Handeln ermöglicht.

Jedoch sind dies noch keine Alleinstellungsmerkmale des Menschen. Auch Tiere – wie Elefanten, Affen, Hunde, Pferde, Tintenfische oder mehrere Vogelarten – können zählen oder zumindest schätzen, wenn auch in geringerem Umfang als Menschen und ohne Zahlbegriffe zu bilden. Sie erkennen, was sie vor sich haben und wie viel davon; sie merken, ob ein Ei im Nest fehlt oder ein Jungtier in der Herde. Dafür muss die Menge überschaubar sein: Fehlt eines von drei Eiern, wird ein Vogel dies eher bemerken, als wenn eines von sieben fehlt. Die Forschung zeigte schon vor Jahrzehnten, dass Menschen das nicht zwangsläufig „besser“ können. Raubtiere beobachten ihre Beute, können deren Verhalten abschätzen und aus Erfahrungen voraussehen; sie meiden gefährliche Alttiere oder große Herden. Manche Arten wie Wölfe jagen im Rudel, um auch große Beutetiere wie Elche zu bezwingen; sie verständigen sich also über ihr Vorgehen und verteilen hinterher die Beute. All dies vermögen sie ohne Zahlbegriffe und Sprache. Die *Evolution* erzeugte zudem mengenbezogene Rückkopplungen: Greifvögel (oder Raubfische), die mit hoher Sicherheit einzelne Beutetiere orten und fangen können, sind regelmäßig verwirrt, wenn sie versuchen, aus einem Schwarm von Singvögeln (oder Friedfischen) einzelne Tiere herauszugreifen. Sie sind überfordert und haben dann nur zufällig Erfolg. Für die bejagten Vogel- und Fischarten ist das Schwarmverhalten, der Massentrieb, eine Lebensversicherung. Menschen unterliegen ähnlichen Reizüberflutungen: In einem neuen Umfeld, in einer Menschenmenge, entsteht zwangsläufig Stress; die Wahrnehmung leidet.

Veränderungen von Mengen zu bemerken ist nicht immer Zählen. Kinder können Gleiches oder Ähnliches erkennen, Mengen vergleichen, Dinge zuordnen und untereinander verteilen; dabei entwickeln sie weniger Zahlbegriffe als Begriffe von Freundschaft und Gerechtigkeit. Sie bemerken, wenn von mehreren Kuscheltieren eines fehlt oder am falschen Platz liegt; sie bemerken bei einer Feierlichkeit selbst in einem vollen Raum einen weiteren, fremden Menschen und ändern ihr Verhalten. Dabei unterscheiden sie nicht „sechs Menschen“ – „sieben Menschen“, sondern „weniger“ – „mehr“, meist auch „bekannt/vertraut“ – „neu/fremd“: Sollten diese Kinder statt dessen zwischen sechs oder sieben schwarzen Quadraten auf einer Tafel unterscheiden, wären sie überfordert. Kinder lernen etwa ab einem Alter von drei Jahren die Reihe der ersten Zahlworte – durch Nach-

ahmen oder wie ein Gedicht. Zählen von Gegenständen bis etwa zehn gelingt mit fünf Jahren, bis etwa zwanzig manchmal schon mit sechs Jahren, vor Schulbeginn, aber selten fehlerfrei.

Vor-, Früh- und Jetztmenschen haben sich aus der Tierwelt heraus entwickelt, weil sie erfolgreich (also beständig) aus ihrer Umwelt lernten, sich an sie anpassen und letztlich auf sie einwirken konnten. Die Frage, ob sich zuerst das Gehirn der Altvorderen weiterentwickelte oder zuerst die Lebensbedingungen mehr Herausforderungen boten, ist so sinnvoll wie die obige Frage nach den Zählkünsten der ersten Menschen. Die Übergänge zwischen dem Vorfinden, gar Erleiden einer Umwelt (bedingungslose Anpassung war überlebensnotwendig) zum bewussten, geplanten Gestalten geschahen in der Menschheitsgeschichte über lange Zeiträume zögerlich und langsam – nach heutigem Eindruck, denn damalige Menschen konnten und wussten es nicht anders. Gewiss gab es auch sprunghafte und zufällige Entwicklungen; mitunter wurde Erkenntnisgewinn von Herrschenden unterdrückt, die um ihre Macht fürchteten. In den letzten etwa 500 Jahren beschleunigten Entdeckungen und Eroberungen, Handel und Kämpfe, Aufstieg und Zerfall von Reichen den Austausch zwischen Kulturen und damit den Bedarf an Neuerungen: Zählen, Messen, Rechnen, Schätzen entwickeln sich immer – und immer schneller – mit dem Bedarf.

Menschen können *Wissen* gewinnen und weitergeben; das sind alle Kenntnisse über Gegenstände und Sachverhalte, die in der jeweiligen Lebenswelt als „wahr“, „richtig“, „bewährt“ gelten. Wissen ist vorhanden (100 %) oder nicht (0 %), und zwar ohne Zwischenwerte; „gefühltes“ Wissen ist kein solches, sondern Glauben und Vermuten, irrtümliches Voraussetzen oder lückenhaftes Erinnern. Menschen ist es zudem möglich, *Können* zu erwerben, sich dies bewusst zu machen und weiterzugeben. Es umfasst *Fähigkeiten* ebenso wie *Fertigkeiten* und kann abhängig von der Übung (*Praxis, Routine*) unterschiedliche Ausmaße annehmen (0–100 %). Fähigkeiten sind Anteile des Verhaltens, die angeboren oder durch äußere Einflüsse bestimmt, also nicht erlernbar sind; Fertigkeiten hingegen werden erlernt oder erworben. Zählen beruht – anders als Rechnen – auf Fähigkeiten *und* Fertigkeiten. An diesen wiederum kann und sollte man ein Leben lang durch Lernen und Üben arbeiten: Fähigkeiten verkümmern, Fertigkeiten schwinden. Dies untersuchte in der deutschsprachigen Phänomenologie nach dem II. Weltkrieg vor allem Otto F. Bollnow; etwa zur gleichen Zeit schuf der kanadische Psychologe Albert Bandura (\*1925) sein Modell der Lernstufen, das aus heutiger Sicht eher als Kreislauf oder Spirale dargestellt werden sollte (Tab. 1.1). Wissen verweist auf Grundrichtungen menschlichen Strebens – immer wieder Grenzen zu überwinden,