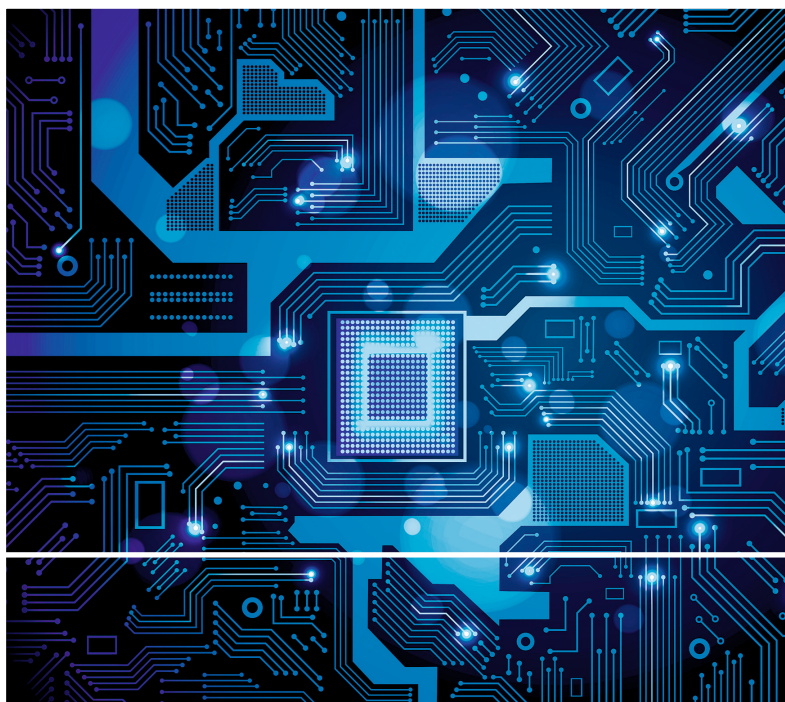


Uwe Probst

Leistungselektronik für Bachelors

Grundlagen und praktische Anwendungen



5., aktualisierte und erweiterte Auflage

HANSER



bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Uwe Probst

Leistungselektronik für Bachelors

Grundlagen und praktische Anwendungen

5., aktualisierte und erweiterte Auflage

HANSER

Der Autor:

Prof. Dr.-Ing. Uwe Probst

Fachbereich Elektro- und Informationstechnik, Technische Hochschule Mittelhessen



Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor(en, Herausgeber) und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autor(en, Herausgeber) und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2022 Carl Hanser Verlag München

Internet: www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Frank Katzenmayer

Herstellung: Frauke Schafft

Covergestaltung: Max Kostopoulos

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Titelbild: © shutterstock.com/LIORIKI

Satz: Eberl & Koesel Studio GmbH, Krugzell

Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck

Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-47281-5

E-Book-ISBN 978-3-446-47367-6

Vorwort zur 5. Auflage

Dieses Buch richtet sich an Studierende und Mitarbeiter der elektrotechnischen Fakultäten an Universitäten und Fachhochschulen sowie an Ingenieure in der Praxis, die sich einen Einblick in die Wirkungsweise von leistungselektronischen Bauelementen und Schaltungen verschaffen wollen.

Ziel dieses Buches ist es, die Erläuterungen anhand von Beispielen und überschaubaren Übungsaufgaben zielgerichtet zu strukturieren sowie mit einfach handhabbaren und über das Internet zugänglichen Simulationsprogrammen der beiden virtuellen Labore für „Leistungselektronik“ und „elektronischer Antriebstechnik“ zu unterstützen.

Die Inhalte basieren auf der gleichnamigen Vorlesung „Leistungselektronik“, die ich seit 2002 an der Technischen Hochschule Mittelhessen in dieser Form anbiete. Mathematische Grundlagen, die für das Verständnis und die Auslegung leistungselektronischer Schaltungen unerlässlich sind, werden im ersten Kapitel vorgestellt. Das Kapitel 2 ist den Leistungshalbleitern gewidmet. Kapitel 3 enthält eine umfassende Beschreibung der netzgeführten Stromrichter und ihrer Funktionsweise. Klassische Gleichstromsteller und ihre Steuerverfahren, die eine Grundlage moderner Schaltnetzteile bilden, sind Gegenstand von Kapitel 4. In Kapitel 5 werden die Grundschaltungen der Gleichstromsteller zu ein- und dreiphasigen spannungseinprägenden Wechselrichtern und den zugehörigen Steuerverfahren erweitert. Neben einigen zusätzlichen Beispielen stellt die 5. Auflage aktive Gleichrichter vor. Sie ermöglichen eine Netzurückspeisung, wenn Antriebe im Bremsbetrieb kurzzeitig als Generator arbeiten.

Kapitel 6 gibt eine Einführung in das Themengebiet der Mehrpunktumrichter. Die Grundlagen des weichen Schaltens unter Nutzung von Resonanzkreisen finden sich in Kapitel 7.

Die in den virtuellen Laboren verfügbaren Simulationsmodelle decken nahezu alle besprochenen Schaltungen ab. Sie zeigen die charakteristischen Zeitverläufe der Zustandsgrößen, die für die Schaltung entscheidend sind. Zusätzlich bieten sie eine animierte Darstellung der jeweils leitenden Schaltungszweige und erleichtern so das Verständnis ihrer Funktionsweise. Da die meisten Browser herkömmliche Java-Applets aufgrund von Sicherheitsbedenken nicht mehr unterstützen, werden sie beim Start automatisch in JavaScript übersetzt und dann ausgeführt. Dadurch ist gewährleistet, dass beide virtuellen Labore weiterhin verwendet werden können.

Ich danke meinem Lektor Frank Katzenmayer für die unkomplizierte Kommunikation und Dr. Malte Probst für das sorgfältige Korrigieren der neuen Manuskriptteile. Schließlich gebührt ein besonderer Dank meiner Familie, die die Arbeit immer unterstützt hat.

Gießen, im Januar 2022

Uwe Probst

URL des virtuellen Labors „Leistungselektronik“:

<https://homepages.thm.de/~hg13555/Datenbank/lei/index.php/de/>



URL des virtuellen Labors „elektronische Antriebstechnik“:

<https://homepages.thm.de/~hg13555/Datenbank/aat/index.php/de/>



Inhalt

1	Einführung in die Leistungselektronik	13
1.1	Grundlagen	13
1.2	Eigenschaften des Schaltbetriebs	15
1.2.1	Gleich-, Wechsel-, Mischgrößen	16
1.2.2	Arithmetischer Mittelwert	17
1.2.3	Effektivwert	19
1.2.4	Gesamteffektivwert, Klirrfaktor, Formfaktor und Welligkeit	22
1.2.5	Überschlägige Berechnung bei einfachen Kurvenverläufen	24
1.3	Leistungsbilanz bei Stromrichtern	29
1.3.1	Leistungsfaktor bei sinusförmigen Größen	29
1.3.2	Fourier-Analyse	31
1.3.3	Blindleistung bei Stromrichtern	32
1.4	Betriebsquadranten	38
1.5	Lösungen	39
2	Leistungshalbleiter	44
2.1	Grundlagen der Halbleiterphysik	44
2.1.1	Eigenleitfähigkeit	47
2.1.2	Dotierung	48
2.1.3	Feld- und Diffusionsstrom	50
2.1.4	Kombination von P- und N-dotierten Halbleitern zum PN-Übergang	50
2.1.4.1	Raumladungszone beim stromlosen PN-Übergang	51
2.1.4.2	Raumladungszone beim PN-Übergang in Durchlassrichtung	53
2.1.4.3	Raumladungszone beim PN-Übergang in Sperrrichtung	54
2.1.5	PiN-Übergang	54
2.2	Neue Halbleitermaterialien	56
2.2.1	Halbleiter mit großem Bandabstand	56
2.2.2	Anwendungsgebiete	57
2.3	Vergleich von idealen und realen Schaltern	58
2.4	Diode	62
2.5	Thyristor	65

2.6	Transistoren	68
2.6.1	MOSFET (Unipolar-Transistor)	68
2.6.2	Bipolar-Transistor	73
2.6.3	IGBT	74
2.6.4	Parasitäre Elemente	80
2.6.5	Schaltverhalten	84
2.6.6	Latch-Up	88
2.6.7	Ersatzschaltbild	88
2.6.8	Gemeinsamkeiten von Transistoren	89
2.7	GaN-Transistoren	92
2.8	Abschaltbare Thyristoren	95
2.8.1	Gate-Turn-Off-Thyristor (GTO)	95
2.8.2	Integrated-Gate-Commutated-Thyristor (IGCT)	96
2.9	Schutz von Leistungshalbleitern	96
2.9.1	Spannungsbelastbarkeit	97
2.9.2	Überspannungsschutz	98
2.9.3	Schutz gegen Überstrom und Kurzschluss	103
2.9.4	Ein- und Ausschaltentlastung bei Transistoren	104
2.10	Erwärmung und Kühlung von Leistungshalbleitern	107
2.10.1	Durchlassverluste bei Thyristoren und Dioden	108
2.10.2	Verluste bei Transistoren	110
2.10.2.1	Durchlassverluste	110
2.10.2.2	Schaltverluste	112
2.10.3	Wärmetransport und Auslegung der Kühlung	113
2.11	Datenblattangaben für Dioden und Transistoren	119
2.11.1	Verwendete Kurzzeichen und Indizes in Datenblättern	119
2.11.2	Angabe von Kenndaten und Grenzwerten	121
2.11.3	Gleichrichterioden	122
2.11.3.1	Grenzwerte (Absolute maximum ratings)	122
2.11.3.2	Kenndaten (Characteristics)	124
2.11.4	Thyristoren	125
2.11.4.1	Grenzwerte	126
2.11.4.2	Kenndaten	126
2.11.5	Transistormodule	128
2.11.5.1	Grenzwerte für Transistor-Module	129
2.11.5.2	Kenndaten	130
2.12	Lösungen	134
3	Stromrichterschaltungen mit Dioden und Thyristoren	139
3.1	Einpuls-Gleichrichter M1	139
3.1.1	Aufbau der Schaltung	139
3.1.2	Funktionsweise der ungesteuerten M1U-Schaltung	140
3.1.3	Funktionsweise der gesteuerten M1C-Schaltung	142
3.2	Zweiphasige Mittelpunktschaltung M2	145
3.2.1	Aufbau und Funktionsweise	145
3.2.2	Stromglättung	149
3.2.3	Steuergesetz im nicht lückenden Betrieb	153

3.3	Dreiphasige Mittelpunktschaltung M3	154
3.3.1	M3-Schaltung bei ohmscher Last	154
3.3.1.1	Steuergesetz im nicht lückenden Betrieb	160
3.3.1.2	Steuergesetz im Lückbetrieb	161
3.3.2	M3-Schaltung bei idealer Glättung	162
3.3.3	Glättungsdrossel	166
3.3.4	Wechselrichterbetrieb	168
3.3.5	Auswirkung und Berechnung der Kommutierung	170
3.3.5.1	Kommutierung bei netzgeführten Stromrichtern	170
3.3.5.2	Auswirkung der Überlappung	174
3.3.5.3	Wechselrichtergrenze	177
3.3.5.4	Gleichspannungsersatzschaltbild für Mittelwerte	178
3.3.6	Mittelpunktschaltungen mit verbundenen Anoden	180
3.3.7	Netzströme und Transformatorbauleistung	182
3.4	Brückenschaltungen netzgeführter Stromrichter	184
3.4.1	Vollgesteuerte Drehstrombrückenschaltung B6C	185
3.4.2	Brückenschaltung B2C	189
3.5	Umkehrstromrichter	192
3.6	Lösungen	195

4 Gleichstromsteller 203

4.1	Einführung	203
4.2	Tiefsetzsteller	206
4.2.1	Grundschtaltung	206
4.2.2	Realer Tiefsetzsteller	208
4.2.3	Dimensionierung des LC-Filters	209
4.2.4	Stromwelligkeit	210
4.2.5	Betrieb mit lückendem Strom	214
4.3	Hochsetzsteller	219
4.3.1	Grundlegende Arbeitsweise	219
4.3.2	Betrieb mit lückendem Strom	223
4.4	Mehrquadrantensteller	224
4.4.1	Zweiquadrantensteller mit Stromumkehr	225
4.4.2	Zweiquadrantensteller mit Spannungsumkehr	227
4.5	Vollbrücke	233
4.5.1	Allgemeine Einführung	234
4.5.2	Pulsweitenmodulation	237
4.5.2.1	Pulsweitenmodulation mit zwei Spannungsniveaus (PWM2)	238
4.5.2.2	PWM mit drei Spannungsniveaus (PWM3)	241
4.6	Ansteuerschaltungen für MOS-Transistoren	251
4.6.1	Grundlagen	251
4.6.2	CMOS-Gatter	253
4.6.3	Gegentaktstufe	254
4.6.4	Beschleunigtes Abschalten	254
4.6.5	Treiber-ICs	255
4.6.6	Potenzialfreie Ansteuerung mit Impulsübertrager	256
4.7	Lösungen	260

5	Umrichter mit Gleichspannungs-Zwischenkreis	272
5.1	Einführung	272
5.2	Einphasige spannungseinprägende Wechselrichter	275
5.2.1	Halbbrücke mit Grundfrequenztaktung	275
5.2.2	Vierquadrantensteller mit Grundfrequenztaktung	278
5.2.3	Steuerverfahren zur Verstellung von Frequenz und Amplitude .	281
5.2.3.1	Pulsamplitudenmodulation	281
5.2.3.2	Vierquadrantensteller mit Unterschwingungsverfahren	281
5.2.4	Anwendungen	293
5.3	Dreiphasiger spannungseinprägender Wechselrichter	293
5.3.1	Grundlegender Aufbau und Steuerverfahren	293
5.3.1.1	Grundfrequenztaktung	294
5.3.1.2	Unterschwingungsverfahren	302
5.3.1.3	Raumzeigermodulation	309
5.3.1.4	Weitere Steuerverfahren	316
5.3.1.5	Flattop-Verfahren	318
5.3.2	Ergänzende Komponenten	319
5.4	Einsatzgebiete und Anwendungen	320
5.4.1	Elektronische Antriebstechnik	321
5.4.2	Netzeinspeisung regenerativ erzeugter Energien	322
5.4.3	Aktive Gleichrichter	323
5.4.3.1	Einführung	323
5.4.3.2	Netzanschluss und Ersatzschaltbilder	326
5.4.3.3	Raumzeiger und Koordinatensysteme	328
5.4.3.4	Regelung des aktiven Gleichrichters	334
5.5	Lösungen	341
6	Mehrpunkt-Wechselrichter	347
6.1	Grundlagen und Schaltungsvarianten	347
6.2	Dreipunkt-Wechselrichter	351
6.2.1	Einphasiger Dreipunkt-Halbbrücken-Wechselrichter	352
6.2.1.1	Pulsweitenmodulation der Dreipunkt-Halbbrücke	356
6.2.1.2	Steuergesetz und Ausgangsspannung	360
6.2.1.3	Spannungs- und Stromverläufe bei der PWM	360
6.2.1.4	Bedeutung der Klemmdioden	361
6.2.2	Dreiphasiger Dreipunkt-Wechselrichter	362
6.2.2.1	Schaltzustände und Ausgangsspannungen	363
6.2.2.2	Spannungsraumzeiger	367
6.2.2.3	Modulationsverfahren und Steuergesetz	371
6.2.2.4	Auswirkung von Verriegelungszeiten auf die Ausgangsspannung	372
6.3	Lösungen	376

7	Resonantes Schalten	381
7.1	Motivation	381
7.2	Grundlegende Analyse von LC-Kreisen	384
7.3	Grundstrukturen für weiches Schalten	393
7.4	Tiefsetzsteller mit ZCS	397
7.5	Tiefsetzsteller mit ZVS	404
7.6	Lösungen	408
A1	Fachbegriffe Deutsch-Englisch/Englisch-Deutsch	411
A2	Formelzeichen und Abkürzungen	418
A3	Glossar	422
	Literatur	425
	Index	429

1

Einführung in die Leistungselektronik

■ 1.1 Grundlagen

Lernziele

Die Lernenden ...

- unterscheiden die Begriffe schalten, steuern, umrichten, gleichrichten,
- begründen die Vorteile des Schaltbetriebs,
- kennen die unterschiedlichen Einsatzgebiete der Leistungselektronik.

Die Leistungselektronik ist ein wesentliches Teilgebiet der Automatisierungstechnik. Zudem findet man sie in vielen anderen Bereichen des täglichen Lebens. Moderne Traktionsanwendungen (U-Bahnen, Straßenbahnen, ICE), einfache drehzahlregelbare elektrische Bohrmaschinen, Computernetzteile oder der Dimmer zur Helligkeitssteuerung von Glühlampen basieren auf leistungselektronischen Schaltungen. Zunehmend mehr Haushaltsgeräte (Waschmaschinen, Kühlschränke, Geschirrspüler) werden zur Verbesserung ihres Wirkungsgrades mit Motoren ausgestattet, deren Drehzahl über Stromrichter energieeffizient gesteuert werden kann.

Gegenwärtig beträgt der Anteil der elektrischen Energie am Gesamtenergieverbrauch etwa 40%, wird aber bis 2040 auf 60% anwachsen. Gleichzeitig wird der Anteil der elektrischen Energie, die über leistungselektronische Schaltungen gesteuert wird, von 40% im Jahr 2000 auf 80% im Jahr 2015 ansteigen. Damit entwickelt sich die Leistungselektronik zu einer der Schlüsseltechnologien der kommenden Jahre.

Leistungselektronische Schaltungen werden eingesetzt, um möglichst verlustarm elektrische Energie einer Spannungsebene in elektrische Energie mit einer anderen Spannung umzuwandeln.

Am Beispiel der Helligkeitssteuerung einer Glühlampe wird dies deutlich: Sie leuchtet umso heller, je größer der Strom ist, der durch den Glühdraht fließt. Um die Höhe des Stromes und damit die Leuchtstärke der Lampe zu beeinflussen, muss die Spannung, mit der die Lampe versorgt wird, geändert werden können.

Bild 1.1 zeigt dafür prinzipiell verschiedene Möglichkeiten auf. Im Teilbild a) wird ein einstellbarer Vorwiderstand verwendet. Je nach Stellung des Schleifers fällt am Vorwiderstand ein mehr oder weniger großer Teil der Netzspannung ab. Die Spannung u_0 an der Lampe ist um diesen Betrag kleiner als die Netzspannung. Somit kann durch Verändern der Schleiferstellung die Größe der Spannung u_0 gesteuert werden.

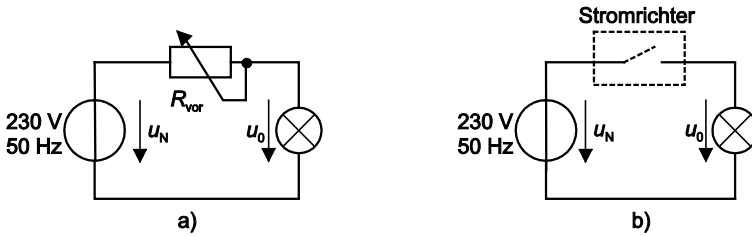


Bild 1.1 Helligkeitssteuerung einer Glühlampe a) mit Vorwiderstand b) mit Schaltbetrieb (Dimmer)

$$u_0 = \frac{R_{\text{Glühlampe}}}{R_{\text{Vor}} + R_{\text{Glühlampe}}} \cdot u_N$$

Unabhängig von der Stellung des Schleifers fließt hierbei immer Strom durch Lampe und Vorwiderstand. Diese Art der Helligkeitssteuerung ist nicht optimal, weil der Spannungsabfall am Vorwiderstand in Verbindung mit dem fließenden Strom in Wärme umgesetzt wird und somit Energie nutzlos verloren geht.

In Bild 1.1 b) wird statt des Vorwiderstandes als einfachste Variante eines Stromrichters ein elektronischer Schalter verwendet. Ist der Schalter geschlossen, so liegt die Netzspannung an der Lampe. Ist der Schalter geöffnet, dann ist die Spannung an der Lampe null und es fließt kein Strom. Diese Betriebsart heißt Schaltbetrieb.

$$\text{Schalter ein: } u_0 = u_N \quad \text{Schalter aus: } u_0 = 0$$

Die grundlegenden Unterschiede zwischen beiden Betriebsarten werden in den Zeitverläufen in Bild 1.2 deutlich. Ist der Widerstandswert des Vorwiderstandes gleich dem der Lampe, so erhält man für $u_0(t)$ den oberen Zeitverlauf. Wird der Schalter 5 ms nach jedem Nulldurchgang der Netzspannung bis zum nächsten Spannungsnulldurchgang geschlossen und danach wieder geöffnet, ergibt sich für die Spannung $u_0(t)$ an der Lampe der unten dargestellte Zeitverlauf.

Beide Zeitverläufe führen zu unterschiedlichen Helligkeiten der Lampe im Vergleich zum Betrieb mit voller Netzspannung. Anstatt mit Vorwiderstand kann die Helligkeit beim Schaltbetrieb ebenso durch Verändern der Einschaltdauer des Schalters relativ zur Periodendauer der Netzspannung gesteuert werden.

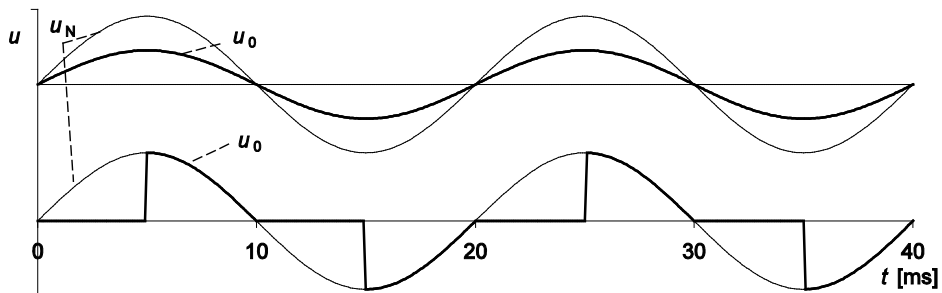


Bild 1.2 Zeitverläufe von $u_0(t)$: oben mit Vorwiderstand; unten mit Schaltbetrieb

Dadurch fließt beim Schaltbetrieb aber nur zeitweise Strom; der Vorwiderstand und die damit verbundenen Verluste entfallen. An diesem einfachen Beispiel wird bereits deutlich, wie wichtig der Schaltbetrieb für die Leistungselektronik ist. Auch wenn der Schalter zunächst idealisierend als verlustfrei angesehen wird, erhält man als qualitatives Ergebnis dieser einführenden Betrachtung:



Durch den *Schaltbetrieb* (switching mode) bleiben die Verluste in Stromrichtern gering. Die erreichbaren Wirkungsgrade sind sehr hoch.

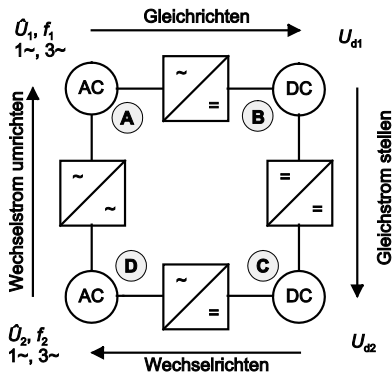


Bild 1.3 Anwendungsgebiete der Leistungselektronik

Bild 1.3 fasst die Anwendungsgebiete der Leistungselektronik zusammen. Neben der Amplitudenverstellung von Gleich-, Wechsel- oder Drehspannungen (Stellen) ermöglicht sie auch die Umwandlung von Wechsel- oder Drehspannung in Gleichspannung (Gleichrichten) und die Erzeugung von Wechsel- oder Drehspannungen mit variabler Frequenz und Amplitude aus Gleichspannungen (Wechselrichten). Des Weiteren kann eine Wechsel- oder Drehspannung einer Amplitude und Frequenz in eine Wechsel- oder Drehspannung anderer Amplitude und anderer Frequenz gewandelt werden (Umrichten). Dazu werden unterschiedliche Schaltungen eingesetzt.

1.2 Eigenschaften des Schaltbetriebs

Lernziele

Die Lernenden ...

- kennen die Unterschiede zwischen Mittel- und Effektivwert,
- berechnen Mittel- und Effektivwerte von Strömen und Spannungen für Zeitverläufe, die für die Leistungselektronik charakteristisch sind,
- berechnen Kenngrößen (Welligkeit, Klirrfaktor) von Schaltungen.

1.2.1 Gleich-, Wechsel-, Mischgrößen

Die Gemeinsamkeit aller Schaltungen der Leistungselektronik ist der Schaltbetrieb. Daraus resultiert, dass sich Spannungs- und Stromverläufe, die das Schaltungsverhalten beschreiben, aus Teilabschnitten mit teilweise sprungförmigen Übergängen zusammensetzen. Man erkennt dies am Zeitverlauf von $u_o(t)$ in Bild 1.2 unten.

Der Prozess besteht hier aus zwei Teilen der sinusförmigen Netzspannung für $5 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms}$ und $15 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms}$ sowie null während der restlichen Zeit und ist eine reine Wechselgröße. Typische Zeitverläufe bei anderen Schaltungen der Leistungselektronik können sich aus reinen Gleich- oder reinen Wechselgrößen oder Kombinationen von beiden zusammensetzen. Besteht ein Zeitverlauf aus Gleich- und Wechselanteilen, spricht man von einer Mischgröße.

Bild 1.4 zeigt den Verlauf einer solchen Mischspannung $u_d(t)$. Sie besteht nur aus den positiven Halbwellen einer sinusförmigen Spannung und hat daher einen positiven Mittelwert. Dieser arithmetische Mittelwert U_d der Spannung $u_d(t)$ wird auch Gleichanteil genannt. Er entspricht dem Flächeninhalt zwischen dem Zeitverlauf $u_d(t)$ und der Zeitachse t , wobei Flächen oberhalb der Zeitachse positiv und Flächen unterhalb der Zeitachse negativ gezählt werden. Dieser Flächeninhalt wird auch als Spannungs-Zeit-Fläche bezeichnet.

Subtrahiert man den Mittelwert U_d vom Zeitverlauf $u_d(t)$, so ergibt sich der Wechselanteil $u_{d-}(t)$ der Mischgröße. Dieser Wechselanteil zeichnet sich dadurch aus, dass positive und negative Spannungs-Zeit-Flächen gleich groß sind. Insgesamt kann man sich vorstellen, dass eine Mischgröße aus der Addition eines reinen Wechselanteils zu einem Gleichanteil entsteht.

$$u_d(t) = U_d + u_{d-}(t) \quad (1.1)$$

Die Zeitverläufe, um die es in der Leistungselektronik geht, können Gleich-, Wechsel- oder Mischgrößen sein, die ihrerseits Mittelwert, Effektivwert und Scheitelwert haben. Um den Überblick zu behalten, werden alle zeitlich veränderlichen Größen ($u_d(t)$, $u_{d-}(t)$ in Bild 1.4) mit Kleinbuchstaben bezeichnet. Größen, die nicht zeitabhängig sind (Scheitelwert \hat{U}_d , Mittelwert U_d in Bild 1.4), erhalten Großbuchstaben.

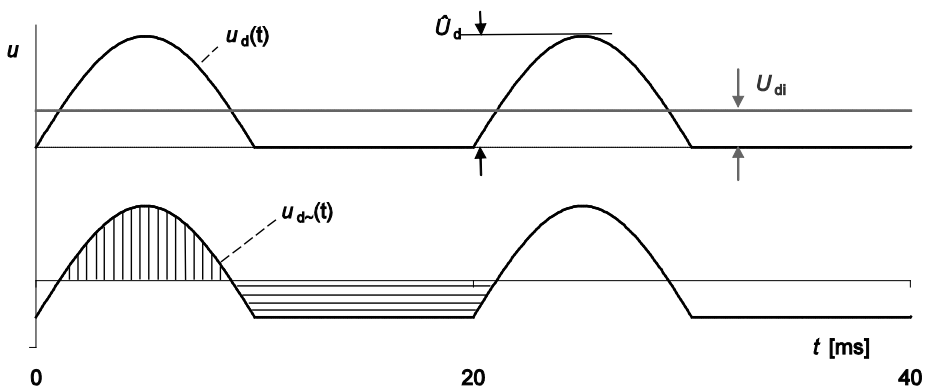


Bild 1.4 Zeitverlauf einer Mischspannung, oben: Mischspannung $u_d(t)$, arithmetischer Mittelwert U_d ; unten: Wechselanteil $u_{d-}(t)$

Zur Beschreibung von Mischgrößen wird in der Leistungselektronik eine ganze Reihe unterschiedlicher Begriffe verwendet. Die wichtigsten werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

1.2.2 Arithmetischer Mittelwert

Der arithmetische Mittelwert eines Zeitverlaufs wird auch Gleichanteil genannt. Um ihn zu berechnen, muss die Spannungs-Zeit-Fläche – also der Flächeninhalt zwischen dem Zeitverlauf der Spannung und der Zeitachse – bestimmt werden.

Näherungsweise Berechnung

Zunächst wird an einem Beispiel eine überschlägige Berechnung vorgenommen und anschließend auf die exakte mathematische Darstellung erweitert [Felderhoff06].



Beispiel 1.1 Berechnung der Spannungs-Zeit-Fläche einer Sinushalbwellen

Zur überschlägigen Berechnung wird die Sinushalbwellen nach Bild 1.5 durch eine Treppenfunktion angenähert. Die Gesamtfläche ergibt sich durch die Summation der einzelnen Flächeninhalte der Treppenstufen. Aufgrund der Symmetrie der Halbwellen zu $\pi/2$ genügt es, die Treppenstufen der ersten Viertelperiode zu summieren und das Ergebnis zu verdoppeln.

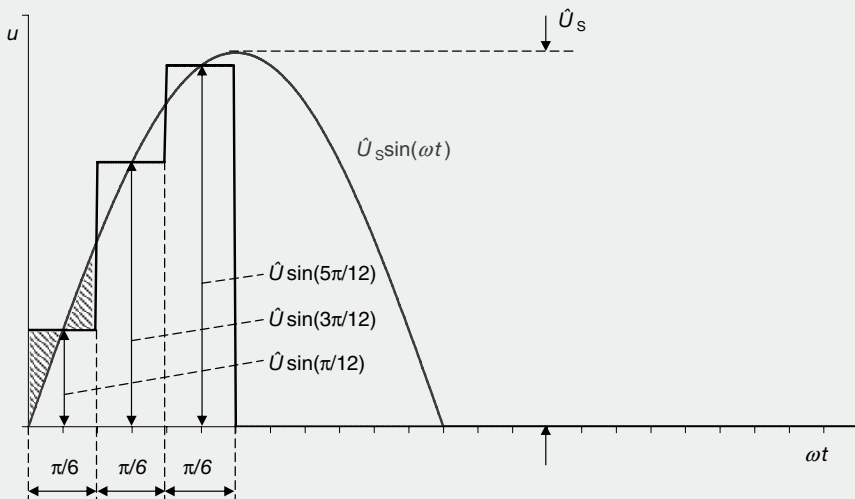


Bild 1.5 Mittelwertberechnung durch Treppenfunktion

Im Beispiel wird die Näherung durch drei Rechtecke vorgenommen. Jedes von ihnen hat die Breite $\pi/6$. Die Höhe ergibt sich aus dem Wert der Sinushalbwellen genau in der Mitte des jeweiligen Rechtecks. Für die drei eingezeichneten Rechtecke betragen die Höhen $\hat{U}\sin(\pi/12)$, $\hat{U}\sin(3\pi/12)$ sowie $\hat{U}\sin(5\pi/12)$. Der Flä-

cheninhalt $F/2$ der Viertelperiode entspricht näherungsweise der Summe der drei Rechteckflächen und ergibt sich zu

$$\frac{F}{2} = \left[\frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{3 \cdot \pi}{12}\right) + \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{5 \cdot \pi}{12}\right) \right] \cdot \hat{U}_s$$

$$F = 2 \cdot \left[\frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{3 \cdot \pi}{12}\right) + \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{5 \cdot \pi}{12}\right) \right] \cdot \hat{U}_s$$

Der Flächeninhalt der Halbperiode ist doppelt so groß wie der der Viertelperiode. Dividiert man den Flächeninhalt F durch die Periodendauer 2π , so erhält man den überschlägigen arithmetischen Mittelwert. Je kleiner die Breite der Treppenstufen, umso genauer wird die Annäherung der Überschlagsrechnung.

$$U_d = \frac{F}{2\pi} = \frac{2 \cdot \left[\frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{3 \cdot \pi}{12}\right) + \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{5 \cdot \pi}{12}\right) \right] \cdot \hat{U}_s}{2\pi} = 0.321 \cdot \hat{U}_s$$

Anhand der schraffierten Dreiecke in Bild 1.5 wird das Prinzip der Näherung deutlich. Werden die Rechtecke ausreichend schmal, so sind die Flächeninhalte der beiden schraffierten Dreiecke etwa gleich groß. Damit entspricht die Summe der Rechteckflächen näherungsweise der Fläche unter der Sinushalbwellen.

Mathematisch exakte Berechnung

Wesentlich genauer und mathematisch exakt geschieht die Bestimmung des Mittelwertes durch das bestimmte Integral nach Gl. (1.2).

$$U_d = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \hat{U}_s \cdot \sin \omega t \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \hat{U}_s \cdot \sin \omega t \cdot d\omega t \quad (1.2)$$

Angewendet auf Beispiel 1.1 der pulsierenden Gleichspannung ergibt sich für deren arithmetischen Mittelwert folgende exakte Lösung:

$$U_d = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{\pi} \hat{U}_s \cdot \sin \omega t \cdot d\omega t + \int_{\pi}^{2\pi} 0 \cdot d\omega t = \frac{\hat{U}_s}{2\pi} \cdot [-\cos \omega t]_0^{\pi} = \frac{\hat{U}_s}{2\pi} \cdot [-(-1) - (-1)] = \frac{\hat{U}_s}{\pi}$$

$$U_d = 0.318 \cdot \hat{U}_s$$

Die Abweichung zwischen der exakten Lösung und dem Ergebnis aus Beispiel 1.1 ist vergleichsweise gering.



Der *arithmetische Mittelwert* (arithmetic mean value, arithmetic average value) eines Zeitverlaufs ist der in ihm enthaltene Gleichanteil. Mathematisch entspricht er dem Flächeninhalt der Kurve bezogen auf die Zeitachse.

Allgemein wird der arithmetische Mittelwert mit Großbuchstaben bezeichnet. In Halbleiterdatenblättern verwendet man den Index AV (Average Value) für Mittelwerte. Das wird auch in diesem Buch so gehandhabt.

1.2.3 Effektivwert

Aufgrund des ohmschen Gesetzes hängt bei linearen Stromkreisen die umgesetzte Leistung quadratisch von Strom oder Spannung ab.

$$p = \frac{u^2}{R} \qquad p = i^2 \cdot R$$



Sind Strom und Spannung keine Gleichgrößen, sondern periodische zeitabhängige Größen, so muss zur Leistungsberechnung der quadratische Mittelwert verwendet werden. Dieser heißt *Effektivwert* und wird im Englischen Root Mean Square genannt.

Mathematisch ergibt sich der Effektivwert als Mittelwert des quadrierten Zeitverlaufs.

$$U_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} u^2(\omega t) \cdot d\omega t} \quad (1.3)$$

Effektivwerte werden u. a. benötigt, um die Wärmebelastung von Halbleitern und die Ausgangsleistung von Wechselrichtern zu berechnen sowie Transformatoren auszulegen.

Im Deutschen dient der Index „eff“ zur Kennzeichnung von Effektivwerten. Halbleiterdatenblätter sind üblicherweise in Englisch verfasst. Dort wird der Begriff Root Mean Square als Bezeichnung für den Effektivwert benutzt. Daher lautet die Indexbezeichnung für Effektivwertangaben in Datenblättern meist RMS. Die Bezeichnung RMS für den Effektivwert wird auch in diesem Buch gebraucht.



Beispiel 1.2 Angabe der Strombelastbarkeit

Zur Beschreibung der Strombelastbarkeit gibt man im Datenblatt den maximalen Effektivwert I_{TRMSM} des Bauelementstroms an. Die Indizes haben folgende Bedeutung:

- T: Bauelementtyp, beispielsweise Thyristor
- RMS: Root Mean Square (quadratischer Mittelwert)
- M: maximal

I_{TRMSM} bezeichnet demnach den maximal zulässigen Effektivwert, mit dem der Thyristor belastet werden darf.



Beispiel 1.3 Effektivwert einer sinusförmigen Spannung

Es soll der Effektivwert des Zeitverlaufs $\hat{U}\sin(\omega t)$ aus Bild 1.6 berechnet werden.

Lösung:

Zunächst muss der Zeitverlauf $u(\omega t)$ quadriert werden.

$$u(\omega t) = \hat{U} \cdot \sin \omega t \Rightarrow u^2(\omega t) = (\hat{U} \cdot \sin \omega t)^2 = \hat{U}^2 \cdot \sin^2 \omega t$$

Anschließend wird der quadrierte Zeitverlauf nach Gl. (1.3) integriert.

$$U_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} (\hat{U} \cdot \sin \omega t)^2 \cdot d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \hat{U}^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot d\omega t}$$

Am einfachsten entnimmt man die Lösung der Integration einer mathematischen Tabelle.

$$U_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{U}^2 \cdot \left[-\frac{1}{2} \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) + \frac{\omega t}{2} \right]_0^{2\pi}}$$

Setzt man die Integrationsgrenzen ein, so ergibt sich der bekannte Zusammenhang zwischen Scheitel- und Effektivwert bei sinusförmigen Größen.

$$U_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{U}^2 \cdot \left[\left(-\frac{1}{2} \sin(2\pi) \cdot \cos(2\pi) + \frac{2\pi}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \sin(0) \cdot \cos(0) + \frac{0}{2} \right) \right]}$$

$$U_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{U}^2 \cdot \left[0 + \frac{2\pi}{2} - (0) + \frac{0}{2} \right]} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{U}^2 \cdot \frac{2\pi}{2}} = \sqrt{\frac{\hat{U}^2}{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

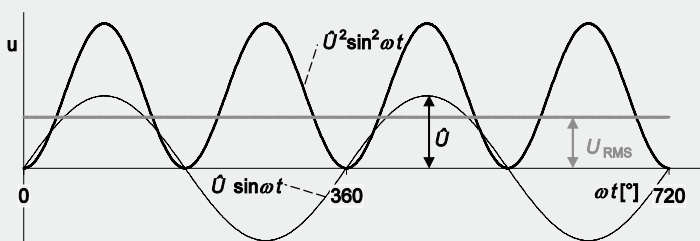


Bild 1.6 Sinusförmige Spannung $\hat{U}\sin\omega t$, quadrierte sinusförmige Spannung $\hat{U}^2\sin^2(\omega t)$ und Effektivwert U_{RMS} für $\hat{U} = 2 \text{ V}$



Übung 1.1

Berechnen Sie den Effektivwert der sinusförmigen Halbwellen in Bild 1.7.

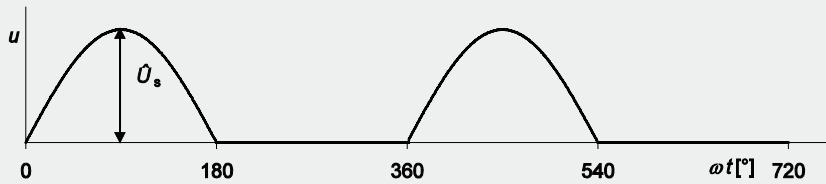


Bild 1.7 Zeitverlauf zur Übung 1.1



Übung 1.2

Berechnen Sie Effektivwert und Mittelwert der angeschnittenen sinusförmigen Halbwellen in Bild 1.8 in Abhängigkeit vom Winkel α .



Verwenden Sie zur Lösung das Applet „Charakteristische Zeitverläufe“.

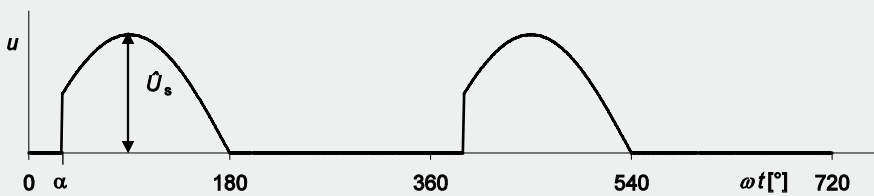


Bild 1.8 Zeitverlauf zur Übung 1.2



Übung 1.3

Berechnen Sie den Effektivwert und Mittelwert der sinusförmigen Halbwellen in Bild 1.9.

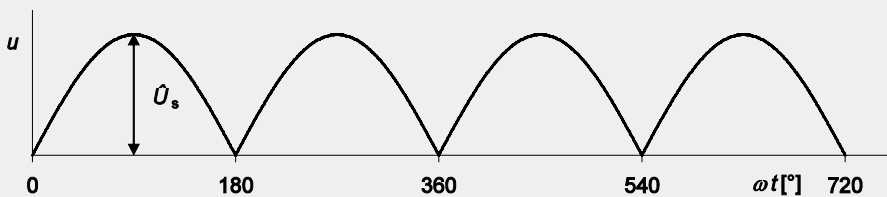


Bild 1.9 Zeitverlauf zur Übung 1.3



Übung 1.4

Berechnen Sie Effektivwert und Mittelwert der sinusförmigen Halbwellen in Bild 1.10 in Abhängigkeit vom Winkel α .



Verwenden Sie zur Lösung das Applet „Charakteristische Zeitverläufe“.

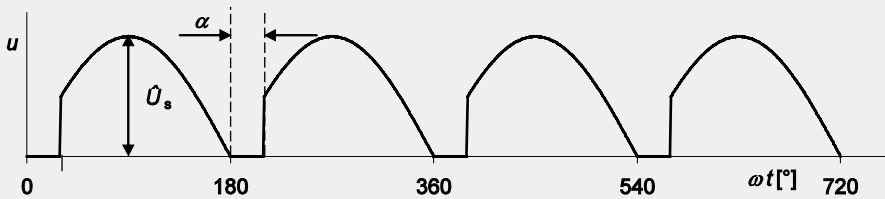


Bild 1.10 Zeitverlauf zur Übung 1.4



Übung 1.5

Berechnen Sie den Effektivwert des Stromverlaufs aus Bild 1.11 in Abhängigkeit von τ , T und I_d .



Kontrollieren Sie Ihre Lösung mit dem Applet „Charakteristische Zeitverläufe“.

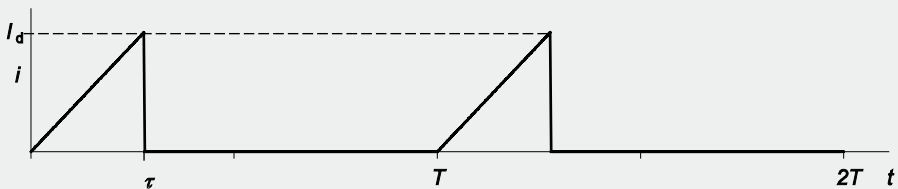


Bild 1.11 Zeitverlauf zur Übung 1.5

1.2.4 Gesamteffektivwert, Klirrfaktor, Formfaktor und Welligkeit

Ausgehend von Mittelwert und Effektivwert sind weitere Begriffe üblich, um Mischgrößen zu beschreiben.

Gesamteffektivwert

Nach Gl. (1.1) kann eine Mischspannung als Addition von Gleich- und Wechselanteil aufgefasst werden. Der Gesamteffektivwert der Mischgröße setzt sich daher zusammen aus dem quadratischen Mittelwert des Gleichanteils U_d und dem Effektivwert des Wechselanteils $U_{\text{RMS,-}}$. Somit gilt:

$$U_{\text{RMS,ges}}^2 = U_d^2 + U_{\text{RMS,-}}^2 \quad \Rightarrow \quad U_{\text{RMS,ges}} = \sqrt{U_d^2 + U_{\text{RMS,-}}^2} \quad (1.4)$$



Der *Gesamteffektivwert* einer Mischgröße ergibt sich aus der geometrischen Summe der Einzeleffektivwerte.

Welligkeit

Bei Gleichrichtern ist von Interesse, wie viel Wechselspannungsanteile in der gleichgerichteten Spannung enthalten sind.



Bezieht man den Effektivwert des Wechselanteils (ripple content) auf den Gleichanteil (DC component), so bekommt man ein Maß für den prozentualen Wechselspannungsgehalt der Mischgröße. Dieses Maß wird als *Welligkeit* (ripple) bezeichnet und kann für Spannungen und Ströme gleichermaßen verwendet werden.

$$w_u = \frac{U_{\text{RMS,-}}}{U_d} = \sqrt{\frac{U_{\text{RMS,ges}}^2 - U_d^2}{U_d^2}} = \sqrt{\frac{U_{\text{RMS,ges}}^2}{U_d^2} - 1} \quad (1.5)$$

$$w_i = \frac{I_{\text{RMS,-}}}{I_d} = \sqrt{\frac{I_{\text{RMS,ges}}^2}{I_d^2} - 1}$$

Für reine Gleichgrößen wird $w = 0$. Reine Wechselgrößen zeichnen sich dadurch aus, dass kein Gleichanteil vorhanden ist und w sehr groß wird.

Klirrfaktor

Leistungselektronische Schaltungen ermöglichen auch die Umwandlung von Gleich- in Wechselspannungen. Bei dieser Umwandlung entstehen allerdings neben der Wechselspannung mit der gewünschten Frequenz zusätzliche Spannungskomponenten mit anderen Frequenzen. Diese werden als Oberschwingungen bezeichnet und sind unerwünscht. Um die Güte eines solchen Wechselrichters zu beurteilen, wird der Begriff Klirrfaktor (K) verwendet. Er bezeichnet das prozentuale Verhältnis zwischen dem Effektivwert aller Oberschwingungen und dem Gesamteffektivwert. Ebenso wie die Welligkeit kann er für Spannungen und Ströme angegeben werden. Die englische Bezeichnung lautet Total Harmonic Distortion (*THD*), verwendet aber als Bezugsgröße den Effektivwert der Grundschwingung. Der Index u wird für Spannungen, der Index i für Ströme verwendet.

$$K_u = \frac{U_{\text{RMS,OS}}}{U_{\text{RMS}}} \quad K_i = \frac{I_{\text{RMS,OS}}}{I_{\text{RMS}}}$$

$$THD_u = \frac{U_{\text{RMS,OS}}}{U_{\text{RMS,1}}} \quad THD_i = \frac{I_{\text{RMS,OS}}}{I_{\text{RMS,1}}}$$

Formfaktor

Unter dem Formfaktor F versteht man das Verhältnis zwischen dem Gesamteffektivwert einer elektrischen Größe und ihrem arithmetischen Mittelwert.

$$F = \frac{U_{d,RMS}}{U_d}$$

1.2.5 Überschlägige Berechnung bei einfachen Kurvenverläufen

Bei Zeitverläufen, die während einer Periode lediglich zwei diskrete Werte annehmen, können sowohl Mittelwert als auch Effektivwert auch ohne aufwändige Integralrechnung angegeben werden.



Beispiel 1.4 Berechnung von Mittel- und Effektivwert

Berechnen Sie Mittelwert und Effektivwert des rechteckigen Stromverlaufs in Bild 1.12.



Verwenden Sie zur Lösung das Applet „Charakteristische Zeitverläufe“.

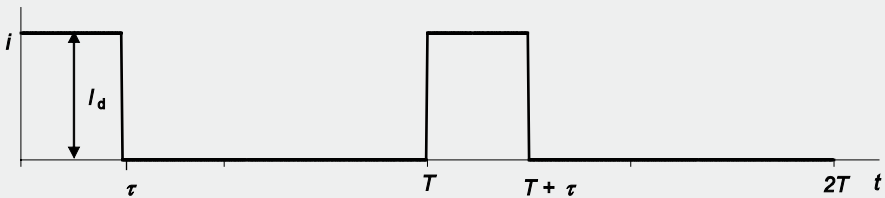


Bild 1.12 Zeitverlauf zum Beispiel 1.4

Lösung:

Der Mittelwert des Stromverlaufs ergibt sich zu

$$I_{d,AV} = \frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^{\tau} I_d \cdot dt + \int_{\tau}^T 0 \cdot dt \right) = \frac{I_d}{T} [t]_0^{\tau} = \frac{I_d}{T} \tau$$

Definiert man das Tastverhältnis $D = \tau / T$, so erhält man

$$I_{d,AV} = D \cdot I_d$$

Allgemein berechnet man den Effektivwert des Stromverlaufs mit Gl. (1.3). Setzt man auch hier wieder den Tastgrad D ein, so ergibt sich

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^{\tau} I_d^2 \cdot dt + \int_{\tau}^T 0 \cdot dt \right)} = \sqrt{\frac{I_d^2}{T} \cdot [t]_0^{\tau}} = I_d \cdot \sqrt{\frac{\tau}{T}} = I_d \cdot \sqrt{D}$$

Diese Ergebnisse können verallgemeinert werden. Ist $a(t)$ ein Zeitverlauf, der während $t < \tau$ den Wert A und während der restlichen Zeit der Periode T den Wert 0 annimmt, so beträgt dessen Mittelwert A_{AV}

$$A_{AV} = \frac{\tau}{T} \cdot A = D \cdot A$$

Für den Effektivwert A_{RMS} des Zeitverlaufs gilt dagegen:

$$A_{RMS} = \sqrt{\frac{\tau}{T}} \cdot A = \sqrt{D} \cdot A$$

In manchen Fällen kann man den zu untersuchenden Zeitverlauf in Teilverläufe zerlegen. Dies lohnt immer dann, wenn Mittel- und Effektivwerte dieser Teilverläufe einfach berechnet werden können.



Beispiel 1.5 Mittel- und Effektivwert des Stromverlaufs in Bild 1.13

Für den gegebenen Zeitverlauf sind in Abhängigkeit von τ , T und I_d der Mittelwert und der Effektivwert anzugeben.



Kontrollieren Sie Ihre Lösung mit dem Applet „Charakteristische Zeitverläufe“.

Lösung:

Es handelt sich um einen reinen Wechselstrom. Daher ist der Mittelwert gleich null. Der Effektivwert beträgt:

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^{\tau} I_d^2 dt + \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2} + \tau} I_d^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left([I_d^2 \cdot t]_0^{\tau} + [I_d^2 \cdot t]_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2} + \tau} \right)}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left[(I_d^2 \cdot \tau - I_d^2 \cdot 0) + (I_d^2 \cdot (\frac{T}{2} + \tau) - I_d^2 \cdot \frac{T}{2}) \right]}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left[(I_d^2 \cdot \tau) + (I_d^2 \cdot \frac{T}{2} - I_d^2 \cdot \frac{T}{2} + I_d^2 \cdot \tau) \right]}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left[(I_d^2 \cdot \tau) + (I_d^2 \cdot \tau) \right]} = I_d \cdot \sqrt{\frac{2\tau}{T}}$$

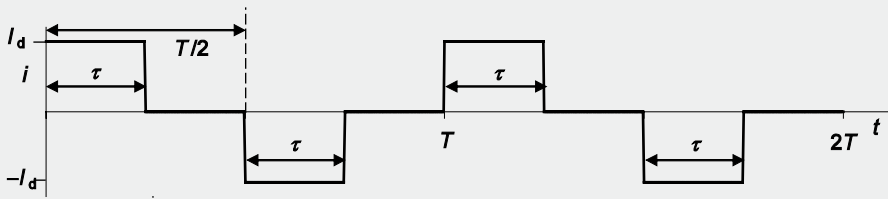


Bild 1.13 Zeitverlauf zu Beispiel 1.5

Einfacher wird die Berechnung, wenn man den vorliegenden Stromverlauf $i(t)$ aus Bild 1.13 in zwei Anteile $i_1(t)$ und $i_2(t)$ wie in Bild 1.14 zerlegt, die zusammengesetzt wieder den ursprünglichen Zeitverlauf ergeben.

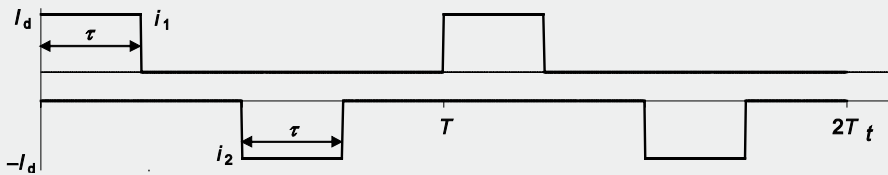


Bild 1.14 Zeitverlauf zerlegt in zwei Einzelverläufe, zu Beispiel 1.5

Für jeden Teilverlauf $i_1(t)$ und $i_2(t)$ können jetzt Mittel- und Effektivwert vereinfacht berechnet werden. Der Gesamtmittelwert ergibt sich aus der Summe der einzelnen Mittelwerte.

$$I_{1,AV} = \frac{\tau}{T} \cdot I_d \quad \text{und} \quad I_{2,AV} = \frac{\tau}{T} \cdot (-I_d)$$

$$I_{AV} = I_{1,AV} + I_{2,AV} = \frac{\tau}{T} \cdot [I_d + (-I_d)] = 0$$

Ähnliches gilt für den Gesamteffektivwert. Allerdings müssen die Effektivwerte der Teilverläufe vor der Addition quadriert werden. Der Gesamteffektivwert entspricht der Wurzel aus dieser Summe.

$$I_{1,RMS} = \sqrt{\frac{\tau}{T}} \cdot I_d \quad \text{und} \quad I_{2,RMS} = \sqrt{\frac{\tau}{T}} \cdot I_d$$

$$I_{RMS} = \sqrt{(I_{1,RMS})^2 + (I_{2,RMS})^2} = \sqrt{\frac{\tau}{T} \cdot I_d^2 + \frac{\tau}{T} \cdot I_d^2} = \sqrt{\frac{2\tau}{T}} I_d$$



Übung 1.6

Berechnen Sie den Gesamteffektivwert der Spannung $u_{\text{aM}}(t)$, der im Zeitverlauf in Bild 1.15 enthalten ist.

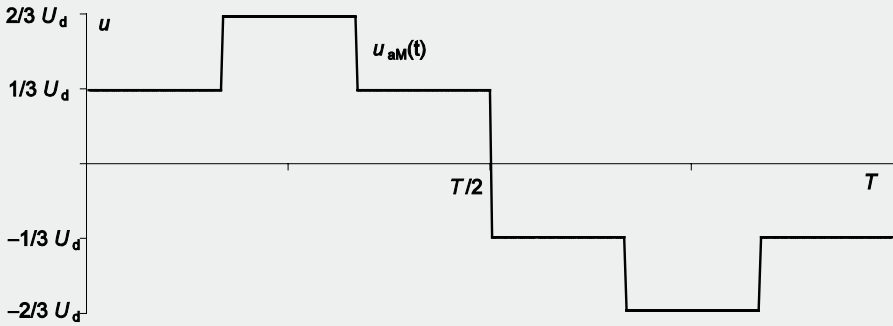


Bild 1.15 Zeitverlauf zu Übung 1.6

Abschätzung bei komplexen Kurvenverläufen

Wenn man nur an einer groben Abschätzung interessiert ist, können komplizierte Zeitverläufe häufig durch einen einfacheren Verlauf angenähert werden. Ist beispielsweise die Änderung $i_b - i_a$ des Stromverlaufs aus Bild 1.16 ausreichend klein, dann kann der eigentlich trapezförmige Verlauf als nahezu rechteckförmig mit der Amplitude $\frac{1}{2} (i_b + i_a)$ angesehen werden. Unter dieser Annahme ergeben sich folgende Näherungswerte für Mittel- und Effektivwert (vgl. dazu die Ergebnisse der Übung 1.7):

$$I_{\text{AV}} = \frac{\tau}{T} \cdot \frac{1}{2} (i_b + i_a) = D \cdot \frac{1}{2} (i_b + i_a) \quad \text{sowie}$$

$$I_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\tau}{T}} \cdot \frac{1}{2} (i_b + i_a) = \sqrt{D} \cdot \frac{1}{2} (i_b + i_a)$$



Übung 1.7

Ermitteln Sie den Effektivwert des Kurvenverlaufs aus Bild 1.16 mit Hilfe der Ergebnisse von Beispiel 1.4 und Übung 1.5.



Kontrollieren Sie Ihre Lösung mit dem Applet „Charakteristische Zeitverläufe“.

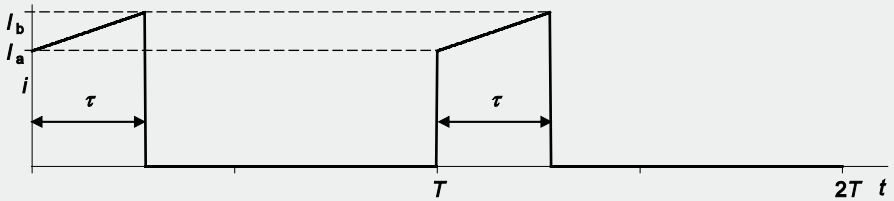


Bild 1.16 Zeitverlauf zur Übung 1.7



Übung 1.8

Ermitteln Sie den THD_u des Spannungsverlaufes $u(t)$ aus Bild 1.17.

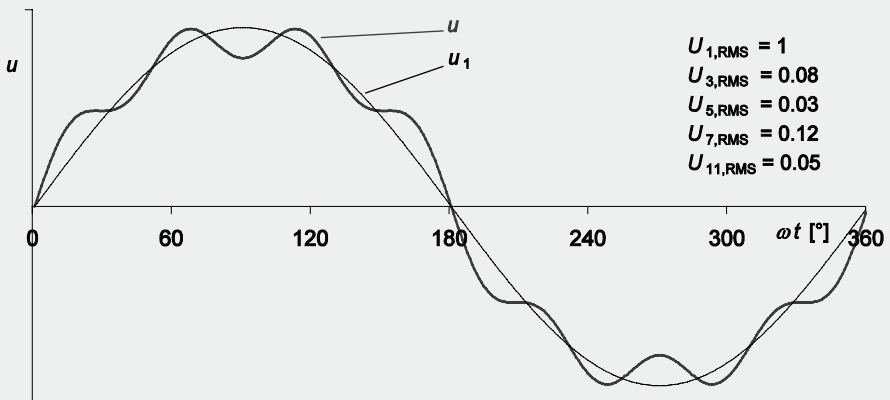


Bild 1.17 Zeitverlauf zur Übung 1.8