



Beiträge zur Schulentwicklung | PRAXIS

Uwe Schürmann & Gilbert Greefrath (Hrsg.)

Modellieren im Mathematikunterricht

Fachdidaktische Erkenntnisse und Handlungsempfehlungen für die Sekundarstufe I und II

Modellieren im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II

Hürden in der Praxis überwinden

Uwe Schürmann & Gilbert Greefrath (Hrsg.)

Beiträge zur Schulentwicklung I PRAXIS

**herausgegeben von der Qualitäts- und UnterstützungsAgentur –
Landesinstitut für Schule des Landes Nordrhein-Westfalen**

(QUA-LiS NRW)

Uwe Schürmann & Gilbert Greefrath (Hrsg.)

Modellieren im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II

Hürden in der Praxis überwinden



Beiträge zur Schulentwicklung

© 2021 wbv Publikation
ein Geschäftsbereich der
wbv Media GmbH & Co. KG, Bielefeld

Gesamtherstellung:
wbv Media, Bielefeld
wbv.de

Redaktion QUA-LiS NRW: Hermann Meuser,
Peter Dobbstein, Ulrich Janzen, Dr.in
Veronika Manitius, Tanja Webs

Lektorat QUA-LiS NRW: Henrieke Oppmann,
Luise Germann, Angelika Freund, Andrea
Pöpping

Umschlaggestaltung: Pleßmann Design,
Ascheberg

Abbildungen: QUA-LiS NRW

Coverfoto: Adobe Stock/Africa Studio

Bestell-Nr.: 6004904
ISBN: 978-3-7639-6778-0 (Print)
ISBN: 978-3-7639-6779-7 (E-Book)
DOI: 10.3278/6004907w

Printed in Germany

Das Werk einschließlich seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Insbesondere darf kein Teil dieses Werkes ohne vorherige schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (unter Verwendung elektronischer Systeme oder als Ausdruck, Fotokopie oder unter Nutzung eines anderen Vervielfältigungsverfahrens) über den persönlichen Gebrauch hinaus verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Für alle in diesem Werk verwendeten Warennamen sowie Firmen- und Markenbezeichnungen können Schutzrechte bestehen, auch wenn diese nicht als solche gekennzeichnet sind. Deren Verwendung in diesem Werk berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese frei verfügbar seien.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Inhalt

Vorwort	7
Einleitung	9
I Modellierungsaufgaben gezielt auswählen, modifizieren und erstellen	15
<i>Raphael Wess</i> Modellierungsaufgaben kriteriengeleitet entwickeln und analysieren	17
<i>Uwe Schürmann</i> Zur Bedeutung von Grundvorstellungen beim Lösen von Mathematikaufgaben mit Realitäts- bezug	35
<i>Denise van der Velden</i> Einstieg in das Modellieren mit Fermi-Aufgaben am Beispiel der „Grillfeier-Aufgabe“	53
II Modellierungsaktivitäten in Lehr- und Lernsituationen	73
<i>Corinna Hankeln</i> „Da kann ich einfach ausprobieren“ – Wie dynamische Geometrie-Software beim Mathema- tischen Modellieren zur Hilfe werden kann	75
<i>Ilja Ay & Jana Tobschall</i> Die Riesenpizza – Produktiv üben und natürlich differenzieren am Kreis (ab Jahrgangsstufe 8)	89
<i>Stephan Günster & Hans-Stefan Siller</i> Mathematik als Fundament kritischen Denkens – evidenzbasiert und exemplarisch an Bei- spielen dargestellt	111
III Modellierungskompetenzen diagnostizieren und prüfen	127
<i>Gilbert Greefrath</i> Diagnose von Teilkompetenzen des Modellierens	129
<i>Stefan-Harald Kaufmann & Joachim Roß</i> Modellieren in Prüfungsaufgaben – Beispiele aus NRW	139
Über die Autorinnen und Autoren	163

Vorwort

Die Qualitäts- und UnterstützungsAgentur – Landesinstitut für Schule (QUA-LiS NRW) ist die zentrale Einrichtung für pädagogische Dienstleistungen im Geschäftsbereich des Ministeriums für Schule und Bildung in Nordrhein-Westfalen. Kern ihrer Arbeit ist es, die Schulen und Einrichtungen der gemeinwohlorientierten Weiterbildung des Landes bei der Qualitätssicherung und Qualitätsentwicklung systematisch zu unterstützen. Dies geschieht für die Schulen des Landes u. a. durch die Entwicklung von Kernlehr- und Bildungsplänen, die Bereitstellung von Aufgaben für die zentralen Prüfungen, durch die Qualifizierung und Professionalisierung der Lehrerfortbildung und des Leitungspersonals, aber auch durch Unterstützung in bildungspolitisch aktuellen Handlungsfeldern wie z. B. die inklusive Bildung in der Schule, das gemeinsame längere Lernen im Ganztag oder die interkulturelle Schulentwicklung. Bei allen Angeboten ist es der QUA-LiS NRW ein wichtiges Anliegen, den Schulen für die herausfordernden Prozesse der Schul- und Unterrichtsentwicklung entsprechende Unterstützungsangebote bereitzustellen.

Einen Beitrag dazu stellt die Publikationsreihe „Beiträge zur Schulentwicklung“ dar. Dieses Publikationsformat greift zum einen aktuelle wissenschaftliche, unterrichtsfachliche und fachdidaktische Diskurse auf und stellt diese interessierten Leserinnen und Lesern für die Diskussion zur Verfügung; zum anderen richtet es sich unter dem Label „Praxis“ gezielt an die schulischen Akteurinnen und Akteure vor Ort und bietet Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern, Eltern und Erziehungsberechtigten konkrete Unterstützungsmaterialien für die Anwendung in Schule und Unterricht an.

Der vorliegende Band mit dem Schwerpunkt auf mathematische Modellierungen im Mathematikunterricht stellt ein solches praxisbezogenes Unterstützungsangebot dar. Unter dem Motto „Modellieren im Mathematikunterricht – Fachdidaktische Erkenntnisse und Handlungsempfehlungen für die Sekundarstufe I und II“ werden hier Beiträge versammelt, die fachdidaktische Erkenntnisse aus der Forschung zu mathematischen Anwendungen und Modellierungen in konkrete Handlungsempfehlungen für die schulische Praxis in der Sekundarstufe I und II übersetzen.

Mein Dank gilt insbesondere den Autorinnen und Autoren dieses Bandes für ihre Beiträge zur Verknüpfung von Forschung und Praxis in der Mathematikdidaktik. Aus diesen Beiträgen ergibt sich bezogen auf Anwendungen und Modellierungen im Mathematikunterricht ein vielfältiges Bild aus unterschiedlichen theoretischen Perspektiven und empirischen Zugängen. Dabei hält jeder Beitrag konkrete Handlungsempfehlungen für Lern- aber auch Kontrollsituationen in der schulischen Praxis bereit.

Eugen L. Egyptien
Direktor der Qualitäts- und UnterstützungsAgentur –
Landesinstitut für Schule (QUA-LiS NRW)

Einleitung

Mathematische Modellierungskompetenz meint die Fähigkeiten, das Wissen und die emotionale Bereitschaft, die es benötigt, um im Zusammenhang mit mathematischen Modellierungen relevante Tätigkeiten durchführen zu können. Diese Tätigkeiten sind das Identifizieren relevanter Aspekte einer realen Situation, das Übersetzen solcher Aspekte in die Sprache der Mathematik und das Interpretieren und Validieren des so entstehenden mathematischen Problems in Bezug auf die gegebene Situation sowie die Analyse und der Vergleich bestehender Modelle (vgl. Niss, Blum & Galbraith 2007, S. 12). Es sprechen gute Gründe dafür, Modellierungsaufgaben vermehrt im Mathematikunterricht einzusetzen. Blum (1996, S. 17 f.) formuliert hierfür folgende Argumente:

- Die Fähigkeit, außermathematische Situationen zu verstehen und zu bewältigen, resultiert nicht automatisch aus der Lehre reiner Mathematik, sondern kann nur durch die Beschäftigung mit solchen realen Situationen im Unterricht erreicht werden (pragmatisches Argument).
- Generelle Kompetenzen und Haltungen können auch durch Anwendungen und Modellierungen erreicht werden. Insbesondere die Fähigkeit, Probleme zu lösen und mathematische Verfahren auf außermathematische Situationen anzuwenden, kann im Unterricht durch Modellierungsbeispiele erreicht werden (formales Argument).
- Reflexionen auf einer Metaebene können aus der Verbindung von Mathematik mit außerschulischen Kontexten, wie sie in Modellierungen üblich sind, entstehen. Modellierungen befördern ein adäquates Bild von Mathematik, wenn sie in kritischer Absicht verwendet werden, um zu zeigen, auf welche Bereiche der Realität mathematische Verfahren anwendbar sind und auf welche nicht (kulturbezogenes Argument).
- Durch mathematisches Modellieren realer Situationen können mathematische Inhalte motiviert werden. Ebenso kann die Interpretation mathematischer Inhalte in realen Kontexten zu einem verbesserten und tieferen Verständnis und einem längeren Behalten solcher Inhalte führen (lernpsychologisches Argument).

Mathematisches Modellieren nimmt in den nordrhein-westfälischen Kernlehrplänen und in den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (KMK 2004, 2012) als prozessbezogene Kompetenz eine zentrale Rolle ein. Das Modellieren ist jedoch nicht nur durch die Bildungsstandards und die Kernlehrpläne im Mathematikunterricht implementiert; Modellierungskompetenzen werden ebenso durch Erhebungen und zentrale Prüfungen erfasst. Neben internationalen Schulleistungsstudien (z. B. PISA und TIMSS) werden auch nationale Schulleistungsstudien (Bildungstrend) sowie Vergleichsarbeiten (VERA-3 und VERA-8) durchgeführt, die u. a. die Modellierungskompetenzen von Schülerinnen und Schülern messen. In NRW werden selbstverständlich auch in den zentralen Prüfungen (ZP10 und Abitur) u. a. Modellierungskompetenzen getestet. Ab dem Jahr 2017 steht außerdem ein Aufgabenpool mit Abiturprüfungsaufgaben zur Verfügung, aus dem alle Bundesländer Aufgaben für die Abiturprüfungen entnehmen können. Mit der Koordination der Entwicklung des Aufgabenpools wurde das IQB (Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen), eine wissenschaftliche Einrichtung aller Bundesländer, beauftragt. Dies ist ein wichtiger Schritt, um die Qualität der Prüfungsaufgaben zu verbessern und das Anforderungsniveau in den Ländern perspektivisch anzugleichen. Alle Aufgaben sind auf der Basis der Bildungsstandards entwickelt und enthalten daher auch standardmäßig Aufgabenteile zum mathematischen Modellieren.

Nicht nur aktuelle Bestrebungen bzw. Bestrebungen seit des sogenannten PISA-Schocks richten sich auf die Stärkung der Bindung zwischen Mathematikunterricht und Lebenswelt. Solche Bestrebungen lassen sich in der Geschichte der Mathematikdidaktik im deutschsprachigen Raum immer wieder ausmachen. Blum (1985) spricht von „Wellenbewegungen“ bezüglich der Rolle von

Anwendungen im Mathematikunterricht; ein mehr oder weniger starker Anwendungsbezug tritt demnach in wechselnder Abfolge immer wieder in der Geschichte des Mathematikunterrichts auf.

Bis Anfang des 19. Jahrhunderts waren Anwendungsbezüge ein zentraler Bestandteil des Mathematik- bzw. Rechenunterrichts. Im 19. Jahrhundert änderten sich Ziele des Mathematikunterrichts jedoch; angestrebt wurden z. B. formale Ziele wie die Entwicklung des logischen Denkens. Dadurch sind Anwendungen zunächst in den Hintergrund getreten.

Im Übergang zum 20. Jahrhundert wurden dann Rufe nach Veränderung des Mathematikunterrichts laut. Felix Klein, der sich schon vorher auf Hochschulebene darum bemühte, eine Brücke zwischen Universitätsmathematik, Schulmathematik und Industrie zu bauen (vgl. Klein & Rieke 1900), beabsichtigte mit den von ihm mitinitiierten Meraner Reformvorschlägen, die gymnasiale Schulmathematik darauf auszurichten, stärker auf das Berufsleben (z. B. im Ingenieurwesen) vorzubereiten, indem bereits in der Schule Anwendungen der Mathematik behandelt werden. Uneinheitlich ist das Bild, welches sich ergibt, wenn man auf die Umsetzung dieser Reformen blickt. So spricht einiges für die Behauptung, dass die Meraner Reformvorschläge den deutschen Mathematikunterricht trotz der bildungspolitischen Zäsuren zweier Weltkriege nachhaltig geprägt haben (vgl. Inhetveen 1976). Gleichzeitig wird darauf verwiesen, dass zentrale Forderungen wie die „Stärkung des räumlichen Anschauungsvermögens“ und die „Erziehung zur Gewohnheit des funktionalen Denkens“ allenfalls oberflächlich umgesetzt worden sind (vgl. Krüger 2000).

Im Nationalsozialismus gelangten dann mathematische Anwendungsaufgaben in die Schulbücher, die dazu beitragen sollten, Schülerinnen und Schüler auch im Mathematikunterricht im Sinne der nationalsozialistischen Ideologie zu erziehen. So wurde beispielsweise dazu aufgefordert, die Kosten zu bestimmen, die der Gesellschaft durch Menschen mit erblich bedingten Krankheiten entstünden (vgl. Schürmann 2018). Diese Art von Anwendungen zeichnet sich nicht so sehr durch ihren Realitätsbezug, sondern vielmehr durch ihren Ideologiebezug nationalsozialistischer Prägung aus. Gleichwohl mahnen diese Beispiele, stets ethische Dimensionen im realitäts- und anwendungsbezogenen Mathematikunterricht mitzudenken.

In den Nachkriegsjahren nahm an den Universitäten der Einfluss zu, der vom Autorenkollektiv Bourbaki (1939–1968) und seinen Lehrbüchern „Elemente der Mathematik“ ausging. Die Lehrbücher sollten dazu dienen, alle wesentlichen Inhalte der Mathematik in einem stringenten, formalen Aufbau darzustellen. Die gesamte angewandte Mathematik wurde dabei ausgeschlossen bzw. als unwesentlich verworfen. Die streng formalistische Auffassung von Mathematik hielt, angetrieben durch einzelne Mitglieder der Bourbaki-Gruppe, auch Einzug in den Unterricht. Wie später beim sogenannten PISA-Schock bot ein externes Ereignis den Anlass dafür: Auf den Start des ersten künstlichen Erdsatelliten durch die Sowjetunion im Jahre 1957 folgten bildungspolitische Reaktionen in Europa und den USA. Vor dem Hintergrund des sogenannten Sputnik-Schocks wurde die „Neue Mathematik“ in Lehrwerken und Lehrplänen eingeführt. Ebenso wurde in Westdeutschland der von Georg Picht 1964 konstatierten „Bildungskatastrophe“ mit der verbindlichen Einführung der Neuen Mathematik für alle Schulformen begegnet. Dadurch sind beispielsweise Kinder in der Grundschule noch vor der Einführung in das Zahlenrechnen mit elementarer Mengenlehre konfrontiert worden.

Das Vorhaben, eine anschauungsfreie, rein formale Mathematik im Schulunterricht zu lehren, sollte sich bald als problematisch erweisen, weshalb man nur wenige Jahre später davon Abstand nahm und die eingeführten Reformen rückgängig machte. Seither wurden wieder Vorschläge unterbreitet, wie Anwendungen stärker in den Mathematikunterricht einbezogen werden können. Die intensivere Beschäftigung mit mathematischem Modellieren in Deutschland startete dann in den 1980er-Jahren. Dabei wurde sich insbesondere mit dem Charakter von Anwendungen auseinandergesetzt. Kritik wurde an eingekleideten Aufgaben geübt, bei denen ein außermathematischer Kontext lediglich dann herangezogen wird, wenn er der Illustration eines mathematischen Inhalts dient. Demgegenüber sprach man bald von „Modellierungsaufgaben“, bei denen es zunächst der Entscheidung der Schülerinnen und Schüler obliegt, aus verschiedenen mathematischen Modellen ein geeignetes auszuwählen bzw. geeignete Modelle zu erstellen. Auch aufgrund

der allenfalls mittelmäßigen Ergebnisse deutscher Schülerinnen und Schüler in der ersten PISA-Erhebung (vgl. Baumert 2001; PISA-Konsortium Deutschland 2004) und des damit verbundenen sogenannten PISA-Schocks wurden Modellierungen gerechtfertigt (vgl. Blum, Neubrand, Ehmke u. a. 2004, S. 47 ff.) und sind heute, wie oben bereits beschrieben, in Lehrpläne, Unterricht und Prüfungen eingeführt.

Mathematische Modellierungen sind seit einiger Zeit auch ein weltweit anerkanntes Forschungsgebiet der Mathematikdidaktik. Dies zeigt sich beispielsweise in der alle zwei Jahre stattfindenden *International Conference on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling and Applications* (www.ictma.net) und in den daraus resultierenden Konferenzbänden. Auch Forscherinnen und Forscher aus dem deutschsprachigen Raum leisten hier regelmäßig wichtige Beiträge. Für die Implementierung von Desideraten aus diesem Forschungsgebiet in den Unterricht setzt sich in Deutschland beispielsweise die *ISTRON-Gruppe* (www.istron-gruppe.de) ein. Die ISTRON-Gruppe besteht aus Lehrkräften an Schulen und Hochschulen, Curriculumentwicklerinnen und -entwicklern, Schulbuchautorinnen und -autoren, Personen aus dem Fortbildungsbereich und Herausgeberinnen und Herausgebern von Fachzeitschriften. Sie gibt die Schriftenreihe „(Neue) Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht“ heraus, die vor allem dazu dient, Unterrichtsmaterialien für das realitätsbezogene Lehren und Lernen von Mathematik bereitzustellen. Als weiterer praxisorientierter Akteur zur Förderung von Anwendungen und Modellierungen im Mathematikunterricht ist in Deutschland beispielsweise die *MUED* (www.mued.de), ein Netzwerk engagierter Mathematiklehrkräfte, zu nennen. MUED hat es sich zum Ziel gesetzt, einen handlungsorientierten und realitätsnahen Mathematikunterricht in allen Schulformen zu ermöglichen.

Auch dieser Band möchte dazu beitragen, diese beiden Seiten des mathematischen Modellierens – die Seite der Praxis im Mathematikunterricht und die Seite der fachdidaktischen Forschung – zusammenzubringen, indem aktuelle Forschungsdesiderate zum mathematischen Modellieren aufbereitet und anhand praxistauglicher Beispiele präsentiert werden. Es gibt eine Vielzahl fachdidaktischer Ergebnisse, die konkrete Hinweise für den Mathematikunterricht liefern. Um gleichzeitig eine schnelle Erfassung und praktische Umsetzung der in den Beiträgen unterbreiteten Vorschläge zu begünstigen, bezieht sich jeder Beitrag dieses Bandes auf Inhalte aus den aktuellen Kernlehrplänen für die beiden Sekundarstufen. Zudem enthält jeder Beitrag eine Kopiervorlage, die in der Schulpraxis verwendet werden kann. Durch die Beiträge wird eine Vielzahl an Situationen adressiert, die im Zusammenhang mit Modellierungen im Mathematikunterricht auftreten. Zu solchen Situationen zählen die Entwicklung und Einführung von Modellierungen im Unterricht, die Wahrnehmung von Chancen, die sich durch den Einsatz von Modellierungen ergeben, und die Diagnose und Prüfung von Modellierungskompetenzen von Schülerinnen und Schülern.

Der Beitrag „Modellierungsaufgaben kriteriengeleitet entwickeln und analysieren“ von *Raphael Wess* zielt darauf ab, Lehrkräfte in die Lage zu versetzen, Modellierungsaufgaben gezielt auswählen und ggf. für den eigenen Unterricht und an die Bedürfnisse der Lerngruppe anpassen zu können. Dadurch erhalten Lehrkräfte die Möglichkeit, Modellierungsprozesse im Unterricht gesteuert zu initiieren.

Im Beitrag „Zur Bedeutung von Grundvorstellungen beim Lösen von Mathematikaufgaben mit Realitätsbezug“ von *Uwe Schürmann* wird dann das Augenmerk auf eine besondere Facette von Modellierungsaufgaben gelegt. In der Mathematikdidaktik hat sich für zulässige und sinnvolle Deutungen mathematischer Begriffe und Verfahren in realen Kontexten das Konzept der Grundvorstellungen etabliert. Dazu werden im Beitrag wesentliche Aspekte von Grundvorstellungen beleuchtet, Beispiele vorgestellt und diskutiert und es wird auf offene Fragen zum Umgang mit Grundvorstellungen in Modellierungsprozessen eingegangen.

Denise van der Velden setzt sich in ihrem Beitrag mit der Herausforderung auseinander, Schülerinnen und Schüler in den Jahrgangsstufen 5 und 6 an Modellierungen heranzuführen. Ihr Beitrag „Einstieg in das Modellieren mit Fermi-Aufgaben am Beispiel der ‚Grillfeier-Aufgabe‘“ erläutert anhand von Studienergebnissen, warum sich hierfür Fermi-Aufgaben, sofern sie authentisch und schülernah sind, eignen.

Der Beitrag „Da kann ich einfach ausprobieren‘ – Wie dynamische Geometrie-Software beim mathematischen Modellieren zur Hilfe werden kann“ von *Corinna Hankeln* zeigt exemplarisch auf, wie der Kompetenzaufbau im Bereich des Modellierens durch ein digitales Werkzeug unterstützt werden kann. Untermauert durch Ergebnisse aus qualitativer und quantitativer Forschung wird dargelegt, wie Lernende dynamische Geometrie-Software in den einzelnen Modellierungsschritten sinnvoll nutzen können.

Im Beitrag „Die Riesenpizza – Produktiv üben und natürlich differenzieren am Kreis (ab Jahrgangsstufe 8)“ von *Ilja Ay* und *Jana Tobschall* wird gezeigt, wie Modellierungsaufgaben auch in Übungs- und Sicherungsphasen des Unterrichts verwendet werden können. Der Autor und die Autorin führen an einer Beispielaufgabe vor, wie mit Modellierungsaufgaben „natürlich“, ohne Zuweisung unterschiedlicher Arbeitsaufträge durch die Lehrkraft, differenzierend unterrichtet werden kann.

Stephan Günster und *Hans-Stefan Siller* gehen in ihrem Beitrag „Mathematik als Fundament kritischen Denkens – evidenzbasiert und exemplarisch an Beispielen dargestellt“ der Frage nach, wie durch Modellierungsaufgaben Schülerinnen und Schüler auch im Mathematikunterricht zum kritischen Denken angeregt und zur Mündigkeit in gesellschaftlichen und politischen Belangen befähigt werden können. Dazu wird die Modellierungskompetenz mit dem kritischen Denken, wie es in den 21st Century Skills formuliert wird, in Verbindung gebracht.

Im Beitrag „Diagnose von Teilkompetenzen des Modellierens“ von *Gilbert Greefrath* wird der Begriff der Modellierungskompetenz näher erläutert. Dabei wird insbesondere aufgezeigt, wie Aufgaben gestaltet sein müssen, um Teilkompetenzen diagnostizieren zu können, die in Modellierungsprozessen benötigt werden.

Stefan-Harald Kaufmann und *Joachim Roß* gehen dann abschließend in ihrem Beitrag „Modellieren in Prüfungsaufgaben – Beispiele aus NRW“ auf die Rolle von Modellierungsaktivitäten in zentralen Prüfungen (ZP10 & Abitur) ein. Ziel des Beitrags ist es, im Rahmen einer kurzen Analyse exemplarisch zu illustrieren, in welcher Form mathematisches Modellieren gegenwärtig in zentralen Prüfungen enthalten ist.

Literatur

- Baumert, J. (Hg.) (2001). *PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Blum, W. (1985). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. *Mathematische Semesterberichte*, 32(2), 195–232.
- Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In G. Kadunz, H. Kautschitsch, G. Ossimitz & E. Schneider (Hg.), *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik: Vol. 23. Trends und Perspektiven: Beiträge zum 7. Internationalen Symposium zur "Didaktik der Mathematik" in Klagenfurt vom 26. - 30.9.1994*, 15–38. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.
- Blum, W., Neubrand, M., Ehmke, T., Senkbeil, M., Jordan, A., Ulfig, F. & Carstensen, C. H. (2004). Mathematische Kompetenz. In PISA-Konsortium Deutschland (Hg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland: Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs*, 47–92. Münster u. a.: Waxmann.
- Bourbaki, N. (1939–1968). *Éléments de mathématique*. Paris: Hermann.
- Inhetveen, H. (1976). *Die Reform des Gymnasialen Mathematikunterrichts zwischen 1890 und 1914: Eine sozioökonomische Analyse*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Klein, F. & Rieke, E. (1900). *Über angewandte Mathematik und Physik in ihrer Bedeutung für den Unterricht an den höheren Schulen: Nebst Erläuterung der bezüglichen Göttinger Universitätseinrichtungen*. Leipzig: Teubner.
- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302–310. doi: 10.1007/BF02652813.
- Kaiser-Meißner, G. (1986). *Anwendungen im Mathematikunterricht. Bd. 1 – Theoretische Konzeptionen*. Hildesheim: Franzbecker.

- KMK (Hg.) (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Beschluss vom 4.12.2003)*. Köln: Luchterhand.
- KMK (Hg.) (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012)*. Köln: Wolters Kluwer.
- Krüger, K. (2000). *Erziehung zum funktionalen Denken: Zur Begriffsgeschichte eines didaktischen Prinzips*. Berlin: Logos.
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311. doi: 10.1007/s13138-010-0010-2.
- Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Hg.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*, 3–32. Boston, MA: Springer. doi: 10.1007/978-0-387-29822-1_1.
- PISA-Konsortium Deutschland (Hg.) (2004). *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland: Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs*. Münster u. a.: Waxmann.
- Schürmann, U. (2018). The Separation of Mathematics from Reality in Scientific and Educational Discourse. In P. Ernest (Hg.), *The Philosophy of Mathematics Education Today: ICME-13 Monographs*, 241–251. Cham: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-77760-3_15.

I Modellierungsaufgaben gezielt auswählen, modifizieren und erstellen

