

Fördern lernen | Intervention



Hendrik Simon
Matthias Grünke

Förderung bei Rechen- schwäche

Kohlhammer

Kohlhammer

Fördern lernen – Intervention
Herausgegeben von
Stephan Ellinger

Band 3

Hendrik Simon
Matthias Grünke

Förderung bei Rechenschwäche

Verlag W. Kohlhammer

Alle Rechte vorbehalten

© 2010 W. Kohlhammer GmbH Stuttgart

Umschlagmotiv: © Jose Manuel Gelpi – Fotolia.com

Gesamtherstellung:

W. Kohlhammer Druckerei GmbH + Co. KG, Stuttgart

ISBN 978-3-17-021216-9

Vorwort des Reihenherausgebers

Die Reihe *Fördern lernen* umfasst drei klare thematische Schwerpunkte. Es sollen erstens die wichtigsten *Förderkonzepte und Fördermaßnahmen* bei den am häufigsten vorkommenden Lern- und Verhaltensstörungen dargestellt werden. Zweitens gilt es, die wesentlichen Grundlagen pädagogischer Beratungsarbeit und die wichtigsten *Beratungskonzepte* zu diskutieren, und drittens sollen zentrale *Handlungsfelder pädagogischer Prävention* übersichtlich vermittelt werden. Dabei sind die Bücher dieser Reihe in erster Linie gut lesbar und unmittelbar in der Praxis einzusetzen.

Im *Schwerpunkt Intervention* informiert jeder einzelne Band (1–9) in seinem ersten Teil über den aktuellen Stand der Forschung und entfaltet theoriegeleitet Überlegungen zu Interventionen und Präventionen. Im zweiten Teil eines Bandes werden dann konkrete Maßnahmen und erprobte Förderprogramme vorgestellt und diskutiert. Grundlage für diese Empfehlungen sollen zum einen belastbare empirische Ergebnisse und zum anderen praktische Handlungsanweisungen für konkrete Bezüge (z. B. Unterricht, Freizeitbetreuung, Förderkurse) sein. Schwerpunkt des zweiten Teils sind also die Umsetzungsformen und Umsetzungsmöglichkeiten im jeweiligen pädagogischen Handlungsfeld.

Die Bände im *Schwerpunkt Beratung* (10–15) beinhalten im ersten Teil eine Darstellung des Beratungskonzeptes in klaren Begrifflichkeiten hinsichtlich der Grundannahmen und der zugrundeliegenden Vorstellungen vom Wesen eines Problems, den Fähigkeiten des Menschen usw. Im zweiten Teil werden die Methoden des Beratungsansatzes anhand eines oder mehrerer fiktiver Beratungsanlässe dargestellt und erläutert, so dass Lehrkräfte und außerschulisch arbeitende Pädagogen konkrete Umsetzungen vornehmen können.

Die Einzelbände im *Schwerpunkt Prävention* (16–20) wenden sich *allgemeinen Förderkonzepten und Präventionsmaßnahmen* zu und erläutern praktische Handlungshilfen, um Lernstörungen, Verhaltensstörungen und prekäre Lebenslagen vorbeugend zu verhindern.

Die Zielgruppe der Reihe *Fördern lernen* bilden in erster Linie Lehrkräfte und außerschulisch arbeitende Pädagogen, die sich entweder auf die Arbeit mit betroffenen Kindern vorbereiten oder aber schnell und umfassend gezielte Informationen zur effektiven Förderung oder Beratung von Betroffenen suchen. Die Buchreihe eignet sich auch für die pädagogische Ausbildung und als Zugang für Eltern, die sich nicht auf populärwissenschaftliches Halbwissen verlassen wollen.

Die Autorinnen und Autoren wünschen allen Leserinnen und Lesern ganz praktische *Aha*-Erlebnisse!

Stephan Ellinger

Einzelwerke in der Reihe *Fördern lernen*

Intervention

- Band 1: Förderung bei sozialer Benachteiligung
- Band 2: Förderung bei Lese-Rechtschreibschwäche
- Band 3: Förderung bei Rechenschwäche
- Band 4: Förderung bei Gewalt und Aggressivität
- Band 5: Förderung bei Ängstlichkeit und Angststörungen
- Band 6: Förderung bei ADS/ADHS
- Band 7: Förderung bei Sucht und Abhängigkeiten
- Band 8: Förderung bei kulturellen Differenzen
- Band 9: Förderung bei Hochbegabung

Beratung

- Band 10: Pädagogische Beratung
- Band 11: Lösungsorientierte Beratung
- Band 12: Kontradiktische Beratung
- Band 13: Kooperative Beratung
- Band 14: Systemische Beratung
- Band 15: Klientenzentrierte Beratung

Prävention

- Band 16: Berufliche Eingliederung
- Band 17: Förderung der Motivation bei Lernstörungen
- Band 18: Schulische Prävention im Bereich Lernen
- Band 19: Schulische Prävention im Bereich Verhalten
- Band 20: Resilienz

Inhalt

Vorwort	11
Teil 1 Entwicklung von Rechenkompetenzen, Merkmale von Rechenschwächen sowie Prinzipien der Diagnostik und Mathematikförderung	13
1.1 Entwicklung von Rechenkompetenzen im Kindesalter	13
1.1.1 Entwicklung allgemeiner intellektueller Kompetenzen	13
1.1.2 Entwicklung spezieller Kompetenzen im mathematischen Bereich	19
1.2 Rechenschwächen	25
1.2.1 Klassifikation und diagnostische Kriterien	25
1.2.2 Symptomatik	28
1.2.3 Epidemiologie, Verbreitung und komorbide Störungen	29
1.2.4 Entstehung und Aufrechterhaltung	30
1.3 Prinzipien der Diagnostik und Förderung	34
1.3.1 Vorgehen bei der Diagnostik	34
1.3.2 Prinzipien wirksamer Fördermethoden	42
Teil 2 Praktische Förderung bei Rechenschwäche	47
2.1 Grundgedanken der Mathematikförderung	47
2.1.1 Die vier Phasen der Konzeptentwicklung	48

2.1.2	Der Übergang von der impliziten zur expliziten Strategienutzung	50
2.1.3	Das $G \times S$ -Modell	52
2.1.4	Möglichkeiten zur Einwirkung in den Lernprozess	55
2.1.5	Einsatz der Lernspiele	61
2.2	Übungen zur Verbesserung der mathematischen Vorkonzepte	64
2.2.1	Gedächtnisübung mit Ablenkung	65
2.2.2	Vorher-Nachher-Tabellen	68
2.2.3	Paralleles Zählen	70
2.2.4	Zahlrepräsentationskärtchen	73
2.2.5	Punktefelder auf Folie	76
2.2.6	Muster Nachmalen	78
2.2.7	Löcher im Kästchenpapier – Kästchenanzahl bestimmen	81
2.2.8	Rechenarten assoziieren	84
2.3	Übungen zu Addition und Subtraktion	87
2.3.1	Cuisenaire-Serien	88
2.3.2	Schälchenspiel	92
2.3.3	Verbindung der Übungen „Schälchenspiel“ und „Cuisenaire-Serien“	95
2.3.4	Steckwürfelquadrate	97
2.3.5	Handrechnen	101
2.3.6	Automatisierung des kleinen Einspluseins	102
2.3.7	Zweifarbige Zehnerstangen, Zehnerergänzung	106
2.3.8	Zweifarbige Zehnerstangen, Hunderterergänzung	108
2.4	Übungen zur Multiplikation und zum Stellenwertsystem	111
2.4.1	Anzahlen Vergleichen	112
2.4.2	Bijektion zwischen Arbeitsmitteln	114
2.4.3	Multiplikation – Bezüge zu Realsituationen herstellen	115
2.4.4	Übungen zu Reihen und Rechengesetzen	118
2.4.5	Steckwürfelstempel	120

2.4.6	Zehner und Einer Rein und Raus	123
2.4.7	Dezimale Analogien Veranschaulichen	126
2.4.8	Andere Stellenwertsysteme	129
2.5	Erarbeitung der Rechenverfahren	132
2.5.1	Allgemeiner Einsatz eines Arbeitsmittels zur Erarbeitung von Rechenverfahren auf enaktiver Ebene	134
2.5.2	Übertragung eines Rechenverfahrens von einem Arbeitsmittel auf einen anderen Konzeptträger	136
2.5.3	Mentalisierung der materialgestützten Durchführung eines Rechenverfahrens	138
2.5.4	Die wichtigsten Arbeitsmittel zur Darstellung der Rechenarten und -verfahren	141
2.5.5	Weitere Arbeitsmittel, die im Abschnitt über Förderspiele erwähnt wurden	149
2.6	Abbau von Mathematikängstlichkeit	152
	Literatur	158

Vorwort

Probleme von Kindern beim Lesen und Rechtschreiben beschäftigen die sonderpädagogische Fachwelt intensiver als Schwierigkeiten beim Rechnen. In der computergestützten Datenbank „PSYINDEX“ finden sich $4\frac{1}{2}$ mal mehr Hinweise auf Literaturangaben, deren Titel die Worte „Legasthenie“, „Lese-Rechtschreibstörung“ oder „Lese-Rechtschreibschwäche“ beinhalten, als solche, in deren Überschriften die Begriffe „Dyskalkulie“, „Rechenstörung“ oder „Rechenschwäche“ vorkommen (Stand: Mai 2010). Aus Buchstabenfolgen Sinn entnehmen zu können und selber in der Lage zu sein, orthographisch korrekt verfasste Texte zu produzieren, sind in der Schule, im Beruf und im Alltag essenziell wichtige Kompetenzen. Wer nicht gut lesen und schreiben kann, dem bleibt der Zugang zu höherer Bildung, zu einem erträglichen Einkommen und zu vielen Freizeitaktivitäten weitgehend verwehrt.

Die Bedeutung guter rechnerischer Fähigkeiten wird hingegen häufig als relativ gering eingestuft. Besonders Mädchen sehen sich auch heute noch nicht selten mit dem Stereotyp konfrontiert, dass Mathematik für sie nicht so wichtig sei. Viele Eltern und Grundschullehrkräfte haben selbst nicht die besten Erinnerungen an ihren damaligen Rechenunterricht. Das Herunterspielen seiner Bedeutung dient oftmals der Aufarbeitung der eigenen Mathematik-Sozialisation. In jüngerer Zeit mehren sich jedoch die Anzeichen, dass der Stellenwert dieser Kulturtechnik allenthalben zunehmend stärker gewürdigt wird. Bemüht man wiederum die Datenbank „PSYINDEX“ und berücksichtigt diesmal lediglich den Veröffentlichungszeitraum zwischen 2000 und 2010, so beträgt das Verhältnis von Hinweisen auf Texte zu den unterschiedlichen Problematiken (Schwierigkeiten beim Lesen und Rechtschreiben vs. Schwierigkeiten im Rechnen) nur noch 2,4 zu 1 (Stand: Mai 2004).

Dieser Trend ist erfreulich, denn auch die Mathematik durchsetzt unser Leben auf Schritt und Tritt. Man könnte schlecht (oder gar nicht) einkaufen gehen, rechtzeitig einen Bus erwischen, einen Tisch decken, Skat spielen, Farbe für das Streichen eines Zimmers zusammenmischen, eine Steuererklärung erstellen, ein Haushaltsbuch führen, ein

Blumenbeet anlegen, eine Reise planen – ohne dabei in irgendeiner Weise rechnen zu müssen. Wer gut ausgebildete arithmetische Kompetenzen besitzt, ist klar im Vorteil. Kinder, die in dieser Hinsicht Rückstände zeigen und deren Probleme sich im Laufe der Zeit zu tiefgreifenden Störungen verfestigen, bleiben von der gesellschaftlichen Teilhabe zu einem gewissen Grad ausgeschlossen.

Dieses Buch soll hier Abhilfe schaffen. Sein Zweck besteht darin, die grundlegenden Entwicklungsschritte auf dem Weg zu hinreichend ausgeprägten Mathematikfähigkeiten zu erläutern. Es soll verdeutlichen, wo und warum es hierbei zu Schwierigkeiten kommen kann. Auf dieser Basis gilt es dann anhand sehr eingängiger Übungen praxisnah aufzuzeigen, wie sich die einzelnen Teilkompetenzen wirksam vermitteln lassen. Das hier zugrundgelegte Förderkonzept hat sich vielfach bewährt und ist auch dann gut einsetzbar, wenn man als helfende Person (als Lehrkraft, als Therapeutin oder Therapeut, als Lerntrainerin oder Lerntrainer ...) kein Mathematikstudium absolviert hat.

Der Rechenunterricht ist bei vielen Kindern, Jugendlichen und Erwachsenen mit negativen Emotionen verbunden. Unser Buch soll dazu beitragen, bei den Mädchen und Jungen, die mit Hilfe der hier dargestellte Förderung unterstützt werden, den Spaß an der Mathematik und das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten in dieser Hinsicht aufzubauen bzw. zurückzugewinnen. Wir sind zuversichtlich, dass dies gelingt.

Hendrik Simon und Matthias Grünke

Teil 1

Entwicklung von Rechenkompetenzen, Merkmale von Rechenschwächen sowie Prinzipien der Diagnostik und Mathematikförderung

1.1 Entwicklung von Rechenkompetenzen im Kindesalter

1.1.1 Entwicklung allgemeiner intellektueller Kompetenzen

Zur Beschreibung der kognitiven Entwicklung von Kindern wird nach wie vor häufig die entsprechende Theorie von Piaget (1952) herangezogen. Sie hat im Laufe der Jahre diverse kleinere Modifikationen und Ausdifferenzierungen erfahren. Mitunter wurden ihr auch verschiede-

ne Alternativen entgegen gesetzt (vgl. Demetriou, Shayer & Efklidas, 2007). Als die wichtigsten Modelle lassen sich in dieser Hinsicht der Informationsverarbeitungs-, der Wissenserwerbs- und der soziokulturelle Ansatz nennen (Atkinson, Atkinson, Smith, Bem & Loen-Hoeksema, 2001). Beim ersten Konzept wird kognitive Entwicklung als Ausdruck des Erwerbs mehrerer voneinander abgetrennter Fähigkeiten der Informationsverarbeitung gesehen (Case, 1985; Klahr & MacWhinney, 1998). Beim Wissenserwerbsansatz geht man davon aus, dass Erwachsene gegenüber Mädchen und Jungen jenseits des Kleinkindalters ein besseres Verständnis davon haben, wie Fakten in einem bestimmten Wissensbereich organisiert sind. Die grundlegenden kognitiven Prozesse und Fähigkeiten sind hingegen relativ ähnlich (Chi, 1978). Gemäß des soziokulturellen Ansatzes sind Kinder als Subjekte zu betrachten, die als unbedarfte Neulinge lernen, die soziale Wirklichkeit aus der Perspektive der Kultur zu sehen, in die sie hineingeboren wurden (Bem, 1993). Die genannten Modelle haben wichtige Impulse für das Verständnis der geistigen Reifung im Kindesalter geliefert. Piagets (1996) Theorie gilt in dieser Hinsicht trotzdem nach wie vor als wegweisend. Die folgenden Ausführungen weisen die Grobstruktur seines Stufenmodells auf und enthalten wichtige Prämissen seines Konzepts. Allerdings wurden an den jeweils relevanten Stellen aktuellere Erkenntnisse mit einbezogen und Erweiterungen vorgenommen.

Kinder müssen verschiedene Entwicklungsphasen durchlaufen, um letztendlich in der Lage zu sein, zielgerichtete geistige Handlungen durchzuführen. Dies ist eine wichtige Voraussetzung dafür, um später den Anforderungen im Mathematikunterricht gerecht zu werden und daran anknüpfende Alltagskompetenzen zu entwickeln. Im Fokus der Theorie von Piaget (1952) steht die so genannte Adaptation. Damit ist das Formen von spezifischen psychologischen Strukturen gemeint, die als Schemata bezeichnet werden. Diese entstehen im Zuge einer aktiven Auseinandersetzung mit der Umwelt. Im Kleinkindalter handelt es sich bei diesen Schemata um einfache sensumotorische Handlungsmuster: Ein Mädchen oder Junge nimmt über die Sinne einen Stimulus wahr (sensorisch), reagiert handelnd darauf (motorisch) und erfährt im Anschluss die Wirkung seines Verhaltens (sensorisch). So lernt ein Kind beispielsweise, eine ins Blickfeld geratene Birne zu nehmen, zum Mund zu führen, diesen zu öffnen, ein Stück abzubeißen, zu kauen und he-

runter zu schlucken. Ein solches Schema im Sinne einer Abfolge von zusammengehörigen und aufeinander aufbauenden Schritten lässt sich dann auch bei Äpfeln und manchen weiteren Fruchtarten zielführend einsetzen. Bei Orangen sowie bei manchen anderen Obstsorten und Lebensmitteln funktioniert dies allerdings u. U. nicht gut bzw. überhaupt nicht. Gleiches gilt für nicht essbare Gegenstände. Bei der Adaptation kommt es deswegen ständig zu zwei entgegen gesetzten Aktivitäten: Assimilation und Akkomodation. Beide Prozesse sind für die geistige Entwicklung notwendig. Während der Assimilation werden neue Erfahrungen oder Erlebnisse in bestehende Schemata eingeordnet, um die äußere Welt zu strukturieren. Hingegen entwickeln sich bei der Akkomodation neue bzw. angepasste Schemata als Reaktion auf neue Umweltanforderungen. Tritt eine neue Herausforderung auf, wird zunächst versucht, das Ereignis mit Hilfe bereits vorhandener Repräsentationen zu erklären (Assimilation). Funktioniert dies nicht, passt sich das Kind der neuen Umweltanforderung an (Akkomodation).

Die frühen Schemata sind sensumotorischer Natur. Es bilden sich im Laufe der Zeit zunehmend kognitive Handlungsmuster heraus, welche die Grundlage für die Durchführung verschiedener Denkoperationen darstellen. Nach Piaget (1996) verläuft die kindliche Entwicklung im kognitiven Bereich in vier Stadien:

(1) Sensumotorische Phase (Geburt bis 2 Jahre): Hier lernen Kinder, die Beziehungen zwischen ihren Handlungen und deren Konsequenzen zu erkennen. Ihnen wird beispielsweise bewusst, dass eine Blumenvase deswegen vom Tisch fällt, weil sie an der Decke gezogen haben, auf der diese stand. Sie erkennen, was passiert, wenn sie Gegenstände berühren, stoßen, ziehen oder fallen lassen. Derartige Einsichten bilden sich zunächst über die aktive Wiederholung bestimmter Verhaltensweisen heraus, später dann über gezieltes Experimentieren. Auf diese Weise erlernen die Kinder über die Adaptation auch, Objekte allmählich kategorial zu erfassen. Während für sie zunächst jeder Gegenstand, mit dem sie in Kontakt kommen, eine einzigartige Individualität besitzt, erkennen sie später, dass verschiedene Objekte aufgrund bestimmter Merkmale als ähnlich oder gleich angesehen werden können (Hasselhorn, 1996). Ein Ball ist irgendwann nicht mehr in seiner Art einmalig, sondern ein Teil einer Gruppe, deren Elemente mehr oder minder homo-

gen sind. Das hauptsächlich verbindende Merkmal ist in diesem Fall die Kugelform. Kinder beginnen ihre Ordnungsbildung zunächst in sehr grober und ungenauer Weise. In einem frühen Stadium werden z. B. eine Christbaumkugel oder eine Wassermelone als Teil derselben Klasse wahrgenommen, in der sich auch die Bälle befinden. Erst im Zuge des eben erwähnten aktiven Wiederholens und des gezielten Experimentierens mit den als gleichartig angesehenen Objekten erkennen die Kinder, dass diese weiter ausdifferenziert werden müssen. Denn eine Christbaumkugel bleibt nicht genauso unbeschadet wie ein Plastikball, wenn man sie eine Treffe hinunterwirft oder sie fest zusammendrückt (Grünke & Stemmler, 2004).

In den letzten Jahren sind im Rahmen verschiedener Studien zahlreiche so genannte Habituiierungsversuche durchgeführt worden, bei denen es darum ging, zu erkunden, zu welchen Ordnungsbildungen bereits Kleinkinder verschiedenen Alters fähig sind. Die meisten dieser Arbeiten basieren auf der Annahme, dass sie neue Gegenstände länger betrachten als solche, an die sie sich bereits gewöhnt haben. Präsentiert man neunmonatigen Kindern beispielsweise hintereinander mehrere Spielzeugmöbelstücke, so schenken sie diesen in der Regel immer weniger Aufmerksamkeit. Gibt man ihnen jedoch zwischendurch ein Element einer anderen Kategorie in die Hand (z. B. ein Plastiktier), so beschäftigen sie sich damit vergleichsweise lange (Pauen, 2002). Die Fähigkeit zur ökonomischen Ordnungsbildung ist ein wesentliches Merkmal einer guten allgemeinen intellektuellen Leistungsfähigkeit. Denn eine sinnvolle Kategorisierung erleichtert die Abspeicherung und den Abruf von Informationen ganz erheblich. Das zunehmende Wissen über Objekte und ihre Zugehörigkeit zu Klassen aufgrund bestimmter Eigenschaften erweitert außerdem die Handlungskompetenz. Kinder können zusehends treffsicherer solche Mittel auswählen, die notwendig sind, um bestimmte Ziele zu erreichen. Möchten sie sich z. B. Süßigkeiten aus einem Küchenschrank holen, so wissen sie im Laufe der Zeit immer besser, welche Bewegungsabfolgen zu vollführen sind und welche Gegenstände sich dazu eignen, um darauf zu steigen und sich damit Zugang zu den Leckereien zu verschaffen.

Charakteristisch für die sensumotorische Phase ist außerdem das allmähliche Erkennen der so genannten Objektpermanenz. Damit ist gemeint, dass Mädchen und Jungen lernen, Dinge auch dann als exis-