

BestMasters

Lars Reichwein

Struktur von Coulomb-Clustern im Bubble-Regime



Springer Spektrum

BestMasters

Mit „**BestMasters**“ zeichnet Springer die besten Masterarbeiten aus, die an renommierten Hochschulen in Deutschland, Österreich und der Schweiz entstanden sind. Die mit Höchstnote ausgezeichneten Arbeiten wurden durch Gutachter zur Veröffentlichung empfohlen und behandeln aktuelle Themen aus unterschiedlichen Fachgebieten der Naturwissenschaften, Psychologie, Technik und Wirtschaftswissenschaften. Die Reihe wendet sich an Praktiker und Wissenschaftler gleichermaßen und soll insbesondere auch Nachwuchswissenschaftlern Orientierung geben.

Springer awards “**BestMasters**” to the best master’s theses which have been completed at renowned Universities in Germany, Austria, and Switzerland. The studies received highest marks and were recommended for publication by supervisors. They address current issues from various fields of research in natural sciences, psychology, technology, and economics. The series addresses practitioners as well as scientists and, in particular, offers guidance for early stage researchers.

Weitere Bände in der Reihe <http://www.springer.com/series/13198>

Lars Reichwein

Struktur von Coulomb-Clustern im Bubble-Regime

 Springer Spektrum

Lars Reichwein
Düsseldorf, Deutschland

ISSN 2625-3577

ISSN 2625-3615 (electronic)

BestMasters

ISBN 978-3-658-28897-6

ISBN 978-3-658-28898-3 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-658-28898-3>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2020

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

für Alexandra

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Einführung in die Plasmaphysik	7
2.1	Was ist Plasma?	7
2.1.1	Debye-Länge	7
2.1.2	Plasmafrequenz	9
2.2	Das Bubble-Regime	11
2.2.1	Die ponderomotorische Kraft	12
2.2.2	Entstehung der Bubble	13
3	Theoretische Grundlagen	17
3.1	Normierung	17
3.2	Bewegungsgleichungen und Felder	18
3.3	Rekapitulation bisheriger Ansätze	20
3.3.1	Ansatz mittels Taylor-Reihe	20
3.3.2	Equilibrium Slice Model (ESM)	24
3.4	Ansätze via 3D-Kräfte-Gleichgewicht	28
3.4.1	Ansatz über Lorentz-transformierte Felder	28
3.4.2	Ansätze über Liénard-Wiechert-Potentiale	35
4	Weiterführende mathematische Überlegungen	39
4.1	Analytische Approximation der retardierten Zeit	39
4.2	Vergleich von Nah- und Fernfeld	42
4.3	Topologische Defekte	45
4.4	Äquivalenz des Lagrangian zum Kräftegleichgewicht	46
4.5	Skalierungsgesetze	48
4.6	Abschätzung Quanteneffekte	51

5	Programmierung	53
5.1	Steepest Descent	53
5.2	Wahl der Schrittweite	54
5.2.1	Stochastisches Tunneln	56
5.3	Das INI-File	57
5.4	Auswertungs-Skripte	59
5.4.1	Filamentierung	59
5.4.2	Topologische Defekte	60
5.4.3	Elektronendichte	61
6	Auswertung	63
6.1	Phänomenologische Beschreibung	63
6.1.1	Filamente	63
6.1.2	Topologische Defekte	66
6.2	Impuls	67
6.3	Plasmawellenlänge	68
6.4	Teilchenzahl	71
6.5	Vergleich der verschiedenen Ansätze	75
6.5.1	Liénard-Wiechert-Ansatz	76
6.5.2	Vergleich mit Taylor-Reihen-Ansatz	80
6.5.3	Vergleich mit dem Equilibrium Slice Model	80
7	Ausblick	83
	Literaturverzeichnis	87

Abbildungsverzeichnis

1.1	Bubble mit Vergrößerung des Elektronenbündels . . .	2
2.1	Debye-Sphäre	9
2.2	Bildliche Überlegung zur Plasmafrequenz	11
2.3	Schematische Darstellung der Bubble	15
3.1	Skizze zur Lorentz-Transformation	30
4.1	Approximation der retardierten Zeit	41
4.2	Form der retardierten Zeit	43
4.3	Vergleich von Fern- und Nahfeld	44
4.4	Kristallstruktur mit topologischen Defekten	46
4.5	Schema des Kräftegleichgewichts	48
5.1	Steepest Descent	54
5.2	Erläuterung zur Schrittweitensteuerung	54
5.3	Stochastisches Tunneln	56
6.1	Entwicklung des Filaments	64
6.2	Schema zur Ko-Propagation zweier Teilchen	65
6.3	Kristallstruktur mit topologischen Defekten für $N = 1000$	67
6.4	Teilchenabstand in Abhängigkeit des Impulses	69
6.5	Teilchenabstand in Abhängigkeit der Plasmawellenlänge	70
6.6	Teilchenabstand in Abhängigkeit der Teilchenzahl . . .	72
6.7	Bilden der verschiedenen Schalen im 2D-Modell	73
6.8	Struktur für $N = 20000$ Teilchen	74
6.9	Teilchenzahl in Abhängigkeit des Radius der Verteilung	75
6.10	Vergleich der verschiedenen Ansätze	77
6.11	Trichter-Bildung im Liénard-Wiechert-Modell	78
6.12	Filament für $N = 100$ Teilchen mit radiativem Anteil .	79

Listings

5.1	Steepest-Descent-Verfahren	55
5.2	INI-Datei	59
5.3	Filament-Bestimmung	60
5.4	Topologische Defekte	61
5.5	Gleichverteilung der Elektronen	62



1 Einführung

Teilchenbeschleuniger stellen ein fundamentales Werkzeug zur Untersuchung der Grundlagen der Physik dar. Häufig werden dazu Linearbeschleuniger eingesetzt, die ein elektrisches Feld nutzen, um Teilchen wie z.B. Elektronen oder Protonen zu beschleunigen [1]. Prinzipiell gilt dabei, dass eine höhere Feldstärke sowie eine längere Beschleunigungsstrecke mit einer höheren Endgeschwindigkeit/Energie der Teilchen einhergehen. Die Energie E eines Teilchens berechnet sich mittels

$$E = T + mc^2 = \gamma mc^2, \quad (1.1)$$

wobei hier T die kinetische Energie, m die Ruhemasse des Teilchens und c die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet. Der Lorentzfaktor γ ist gegeben als

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.2)$$

mit v als Geschwindigkeit des betrachteten Teilchens. Die maximal verwendbare Feldstärke ist für gewöhnlich dadurch begrenzt, dass es ab einem gewissen Punkt zum elektrischen Durchschlag kommt. Somit bleibt zunächst nur die Option einer längeren Beschleunigungsstrecke. Neben den Linearbeschleunigern gibt es daher das Konzept der Ringbeschleuniger, bei denen die Teilchen die Beschleunigungsstrecke mehrfach durchlaufen [2, 3]. Diese bieten weiterhin den Vorteil, dass Teilchen gespeichert werden können. Allerdings führt die zirkulare Bahn zu Strahlungseffekten, die für die Beschleunigung der Teilchen möglichst zu vermeiden sind. Der Vorteil in der Verwendung eines Plasmas besteht darin, dass hier wesentlich höhere Feldstärken ohne elektrische Durchschläge erreicht werden können, sodass nur eine