

Hartmut Spiegel
Christoph Selter

Kinder & Mathematik

Was Erwachsene wissen sollten

WIE KINDER LERNEN



ISBN 978-3-7727-9045-4



Kallmeyer



Kinder & Mathematik

Was Erwachsene wissen sollten

Hartmut Spiegel
Christoph Selter

Klett | Kallmeyer

Prof. Dr. **Hartmut Spiegel**, geb. 1944, ist Diplom-Mathematiker mit Grundschullehrerausbildung. Er arbeitete als Hochschullehrer für Mathematik und ihre Didaktik an der Universität Paderborn. Zahlreiche Veröffentlichungen und Vorträge zum Mathematiklernen im Grundschulalter. Hartmut Spiegel ist mit einer Grundschullehrerin verheiratet, hat einen erwachsenen Sohn und eine erwachsene Tochter. Er lebt in Paderborn (NRW).
Kontakt: hwsp@me.com
URL: http://math-www.upb.de/~hartmut/index_main.html

Prof. Dr. **Christoph Selter**, geb. 1961, ist Grundschullehrer und Diplom-Pädagoge. Er arbeitet als Hochschullehrer für Mathematikdidaktik an der TU Dortmund. Zahlreiche Veröffentlichungen und Vorträge zum Mathematiklernen im Grundschulalter. Christoph Selter ist mit einer Grundschullehrerin verheiratet, hat einen erwachsenen Sohn und lebt in Gevelsberg (NRW).
Kontakt: christoph.selter@tu-dortmund.de
URL: <http://www.mathematik.dtu-dortmund.de/de/personen/person/Christoph+Selter.html>

Internet-Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Titel enthalten sind, wurden vor Erstellung der E-Book-Version sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind. Rechtswidrige Inhalte waren zum Zeitpunkt der Verlinkung nicht erkennbar.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Impressum

Hartmut Spiegel/Christoph Selter
Kinder & Mathematik
Was Erwachsene wissen sollten

1. Auflage 2021
Das E-Book folgt der Buchausgabe: 11. Auflage 2021

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

© 2003 Kallmeyer in Verbindung mit Klett
Friedrich Verlag GmbH
D-30159 Hannover
Alle Rechte vorbehalten.
www.friedrich-verlag.de

Titelfoto: David Ausserhofer
E-Book Erstellung: Bookwire, Frankfurt

ISBN: 978-3-7727-9045-4 (pdf)
ISBN: 978-3-7800-5238-4 (print)



Ranga Yogeshwar¹

Seitenlange Tabellen, Multiplizieren, Dividieren – und Annika behält am Ende vier Murmeln mehr als Dieter. Wozu das Ganze?

Mathematik im Schulunterricht hat sich, von wenigen Ausnahmen einmal abgesehen, nie in ihrer vollen Schönheit entfalten können. Statt das Tor in phantastische und phantasievolle abstrakte Universen aufzustoßen, statt die Spannkraft und Eleganz der Zahlenreihen zu entdecken oder die Geometrie im Spiel der Dimensionen zu erleben, reduzierte die Schulmathematik das Grandiose stets zu einem schlichten kalkulierbaren Kochrezept, befolgt von willigen Nachahmungstätern. Man nehme ...

Kopieren statt entdecken – der Lösungsweg war nie ein neuer und persönlicher Weg unter vielen, vielen denkbar anderen, sondern der Weg des Lehrers, der einzig seligmachende Weg, breitgetreten von unzähligen Schülergenerationen, die schon zuvor so und nur so zur Lösung getrieben wurden. Wer vom „rechten Weg“ abkam, wurde mit roten Kommentaren ermahnt, denn nur so lassen sich Schularbeiten per Schablone verbessern – wie einfach – wie einfallslos!

In zahlreichen Beispielen belegen die Autoren Hartmut Spiegel und Christoph Selter, wie entscheidend die sensible Diagnose kindlicher Kombinationsketten für ein wahres Mathematikverständnis ist. Das vorliegende Werk ist überfällig, ein Versuch, die Mathematik von jener Konformität zu befreien, unter der sie zu ersticken droht. Ja, es ist der Versuch, die Mathematik den Buchhaltern und Krämern zu entreißen und sie den Phantasten und Entdeckern und unseren Kindern wiederzugeben – es darf wieder gedacht und gespielt werden!

A handwritten signature in black ink, reading 'Ranga Yogeshwar' in a cursive style.

Warum und für wen wir dieses Buch geschrieben haben

4

VORWORT



Wie es so läuft: Im Freundeskreis wird erzählt, ein Wort gibt das andere und irgendwann geht's um Berufliches, in unserem Fall um Mathematik. Schnell werden Erinnerungen aus der Schulzeit aller Beteiligten hervorgekramt, meist unangenehme. Für den einen war das Rechnen schon immer ein Buch mit sieben Siegeln. Die andere fühlte sich im Mathematikunterricht nicht ernst genommen und verlor darüber das Interesse. Einen Dritten plagten Alpträume vor jeder Klassenarbeit.

Genau genommen ist also nicht die Mathematik an sich das Thema in Gesprächen wie diesen, sondern die leider so oft unbefriedigende Beziehung, die viele mit ihr teilen. Zieht man darunter einen Strich, sieht das Ergebnis traurig aus. Mathematik erscheint in diesem Licht wie eine Sammlung von mehr oder weniger komplizierten Rezepten und Vorschriften, die man nicht verstehen kann, aber auch nicht verstehen muss, weil vieles davon auch mechanisch angewendet werden kann.

Dem Mathematikunterricht ergeht es in der Erinnerung nicht besser. Hier lernte man vor allem dem eigenen Denken nicht zu trauen und der vorgegebenen Lösungsmöglichkeit zu folgen. So wurden Schüler zu Rotkäppchen, die mit dem Rechenweg die Warnung erhielten: Verlass ihn

nicht, du weißt, im Zahlendickicht lauert der Wolf, sprich: der Fehler. Diese Haltung beendet naturgemäß jede mathematische Entwicklung. Denn wer nicht neugierig sein darf, verliert die Lust. Und ohne Lust lässt es sich nicht gut lernen.

Es geht aber auch anders. Denn wie sehr Kinder tatsächlich in der Lage sind, kreativ und erfolgreich mit Mathematik umzugehen, das haben wir in zahlreichen Gesprächen und Beobachtungen mit ihnen erlebt. Und diese Erlebnisse möchten wir mit Ihnen teilen. Von Kindern zu lernen, zu erfahren wie Kinder wirklich denken, das wollen wir Ihnen durch dieses Buch ermöglichen. Wir nehmen Sie mit auf eine ‚Entdeckungsreise in die Welt des mathematischen Denkens von Kindern‘, eine Reise, in deren Anschluss Sie deren mathematische Überlegungen anders sehen und ihnen in diesem Bereich anders begegnen werden als zuvor.

Sie werden erfahren, dass es beim Umgang mit Kindern weniger darum geht, diese möglichst schnell über das zu belehren, was Erwachsene für angemessen und richtig halten. Stattdessen ist es wichtig, sie zu ermuntern, sich zu äußern und Fragen zu stellen, ihnen zuzuhören, ihr Denken ernst zu nehmen, sie verstehen zu wollen und sie im Vertrauen auf die Kraft ihres eigenen Denkens zu stärken.



Wen das interessieren soll? Für wen wir dieses Buch geschrieben haben? Für alle,

- denen Kinder am Herzen liegen,
- die Kinder besser verstehen wollen,
- die Kinder so ernst nehmen wollen, wie es ihnen gebührt, und für jene,
- die wissen wollen, was man richtig und was man falsch machen kann, wenn man Kindern beim Lernen von Mathematik helfen will.

Ein Buch also für Eltern, Großeltern, Erzieherinnen und Erzieher, Sozialpädagoginnen und -pädagogen, Schulpsychologinnen und -psychologen, Grundschullehrerinnen und -lehrer, Sonderpädagoginnen und -pädagogen, Lehrerinnen und Lehrer der weiterführenden Schulen, Lehrer-ausbilderinnen und -ausbilder, ...

Ein Buch über Kinder und Mathematik wäre aber unvollständig, wenn nicht auch etwas dafür getan würde, das Bild von der Mathematik als Rezeptsammlung zu verändern. Daher laden wir Sie ein, ausgehend von einfachen für die Grundschule geeigneten Fragestellungen selbst ein wenig Mathematik zu betreiben. Keine Sorge – wir wollen ja, dass Sie Freude daran haben, bekommen und behalten. Was derzeit Stoff und Ziele des Mathematikunterrichts in der Grundschule sind und wie sich das

Problem des Umgangs mit leistungsschwachen und leistungsstarken Kindern darstellt – auch darüber werden Sie in diesem Buch informiert.

Wir haben uns besonders um Lesbarkeit bemüht und meinen, dass man Vieles mit Spaß und ohne allzu große Anstrengung lesen kann. Für diejenigen von Ihnen, die sich mit einzelnen Themen unseres Buches intensiver auseinander setzen wollen, haben wir über die Kapitel verstreut einige kleine Denkanstöße vorgesehen.

Um diesen nachzugehen, brauchen Sie etwas mehr Zeit. Sie werden auf diesem Wege selbst Erfahrungen machen können, die Ihnen helfen, das noch besser zu verstehen, woran uns liegt. Sie werden feststellen, dass es sich lohnt!

Wir hoffen, dass Sie dieses Buch mit Gewinn und mit Vergnügen lesen werden. Wenn Sie noch mehr über das Denken von Kindern erfahren wollen, empfehlen wir das Kira-Buch (Götze, Selter, Zannetin, 2019).

Letztlich möchten wir auf die Website des Projekts proprima.dzlm.de und speziell für Eltern auf PIKAS.DZLM.DE/NODE/1335 hinweisen. Wenn Sie konkrete Anregungen zur Förderung Ihrer Kinder suchen: mahiko.dzlm.de. Schauen Sie dort einmal vorbei. Es lohnt sich.




Kinder & Mathematik

Was Erwachsene wissen sollten

4 Warum und für wen wir dieses Buch geschrieben haben

KAPITEL 1

8 Erkennen Sie die Fähigkeiten Ihres Kindes!

Warum Kinder Schafe und Ziegen zusammenzählen,
um das Alter eines Kapitäns zu ermitteln

KAPITEL 2

16 Kinder denken anders

Warum ein halber Bus zum Auswärtsspiel fahren muss

KAPITEL 3

26 Kinder sind Entdecker

Warum man Kindern ermöglichen sollte, eigene Lösungswege zu gehen

KAPITEL 4

36 Mit Fehlern darf gerechnet werden

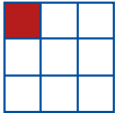
Warum ‚ENIE‘ ein Grund zur Belustigung wie auch zur Verärgerung sein kann

KAPITEL 5

44 Mathematik ist keine bittere Medizin

Was eine Münzreihe und Lotto miteinander zu tun haben

- 60** **KAPITEL 6**
Was Kinder am Ende der Grundschulzeit können sollten
Warum Ausrechnen-Können nicht ausreicht
- 78** **KAPITEL 7**
Was ist Leistung im Mathematikunterricht?
Warum unterstützen wichtiger ist als auslesen
- 86** **KAPITEL 8**
Rechenschwäche ist keine Krankheit
Wie Erwachsene Kinder manchmal beim Lernen behindern
- 98** **KAPITEL 9**
Das leistungsstarke Kind – das vernachlässigte Kind?
Warum Matilda von ihrem Vater als Lügnerin und Betrügerin
bezeichnet wird, obwohl sie richtig rechnet
- 108** Nachwort
- 110** Anmerkungen und Literatur



Warum Kinder Schafe und Ziegen zusammenzählen, um das Alter eines Kapitäns zu ermitteln

8

Was glauben Sie, wie Kinder auf die Aufgabe ‚Auf einem Schiff befinden sich 16 Schafe und 12 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?‘ reagieren? Werden sie sagen, dass man keine Lösung angeben kann? Oder werden sie die 16 und die 12 zusammenzählen und als Antwort ermitteln, dass der Kapitän 28 Jahre alt sei? Wir haben vier ähnliche Aufgaben einmal Kindern eines 3. Schuljahres vorgelegt.¹

- Ein Hirte hat 19 Schafe und 13 Ziegen.
Wie alt ist der Hirte?
- Ein 27 Jahre alter Hirte hat 25 Schafe und 10 Ziegen.
Wie alt ist der Hirte?
- In einer Klasse sind 13 Jungen und 15 Mädchen.
Wie alt ist die Lehrerin?
- Ein Bienenzüchter hat 5 Bienenkörbe mit jeweils 80 Bienen.
Wie alt ist der Bienenzüchter?

ZUM AUSPROBIEREN

Vielleicht haben oder kennen Sie Kinder im Alter von 8 oder 9 Jahren, denen Sie diese Aufgaben vorlegen können.

Beobachten Sie die Kinder und befragen Sie sie dazu, was sie sich überlegen, während sie die Aufgaben bearbeiten.

Bei älteren oder jüngeren Kindern können Sie die Zahlenwerte vereinfachen oder erschweren. Es wird sicherlich interessant sein, Ihre eigenen Beobachtungen auf die folgenden Ausführungen zu beziehen.

Das Kapitänsaufgaben-Phänomen

In unserer Untersuchung berechneten *sämtliche* Schüler bei *allen* Aufgaben ein Ergebnis. Selbst bei der zweiten Aufgabe, in der das Alter des Hirten doch ganz deutlich angegeben worden war, hatten die Kinder addiert oder subtrahiert. Ein Kind beispielsweise, Sebastian, hatte die drei Zahlen addiert ($27 + 25 + 10$), während sein Mitschüler Dennis die ersten beiden zusammengezählt und die dritte davon abgezogen hatte ($27 + 25 - 10$).

Als wir das bemerkten, bateten wir die Kinder, sich den Text noch einmal ganz genau durchzule-

sen. Die Kinder sollten merken, dass das Alter des Hirten doch klar erkennbar im Text enthalten war. Aber es kam ganz anders ...

SEBASTIAN: *Ich weiß es. Ein 27 Jahre alter Hirte, da muss man die 25 noch dazu zählen. Und die 10 Ziegen, die laufen ja nicht weg!*

FRAGE: Die laufen nicht weg?

SEBASTIAN: *Ne, hab' ich ja geschrieben!*

FRAGE: Und was musst du da rechnen?

SEBASTIAN: *27 plus 25 plus die 10.*

FRAGE: Weil die Ziegen nicht weglaufen?

SEBASTIAN: *Ja.*

FRAGE: Und was meinst du? (ZU DENNIS)

DENNIS: *Die laufen weg! Der passt da nicht 'drauf auf!*

Sebastian und Dennis gaben allen Ernstes an, dass hinzukommende oder weglaufernde Tiere Einfluss auf das Alter des Hirten hätten. Zuvor hatten sie bei der Aufgabe ‚Ein Hirte hat 19 Schafe und 13 Ziegen.‘ ihren Rechenweg wie folgt erklärt: *„Wir haben die Schafe und die Ziegen zusammengezählt. Da kommt dann 'raus, wie alt der Hirte ist!“* Die sonst so aufgeweckten Kinder hatten an diesem Morgen ihren Verstand mit Betreten des Klassenzimmers offenkundig ausgeschaltet.

Dieser Eindruck wird durch weitere Forschungsergebnisse zum Kapitänsaufgaben-Phänomen gestützt. So nahmen an einer anderen Erhebung mehr als 300 Vorschulkinder bzw. Grundschüler teil.² Die Ergebnisse sind aufschlussreich: Während von den Kindergartenkindern bzw. den Erstklässlern nur etwa 10% der Kapitänsaufga-

ben ‚gelöst‘ wurden, lagen die entsprechenden Prozentsätze bei den Schülern des 2. Schuljahres (etwa 30%) sowie der 3. bzw. 4. Klasse (zwischen 54 und 71%) ungleich höher.

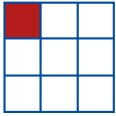
Die Vermutung liegt nahe, dass Mathematik von vielen Schulkindern als eine Art Spiel mit künstlichen Regeln angesehen wird, das keine Beziehungen zur außerschulischen Lebenswirklichkeit aufweist. Dass bestimmte Lösungen mit der Realität oder den Bedingungen einer Aufgabe nicht vereinbar sind, wird von vielen Grundschülerinnen und Grundschulern wohl nicht erkannt.

Eine andere Sichtweise

Jedoch: Ist das wirklich so? Sind die Kinder wirklich ‚geistig umnachtet‘? Oder deuten wir ihr Verhalten nur so? Blenden sie die Bedeutung wirklich aus? Oder konstruieren sie einen anderen Zusammenhang?

Und: Wie würden sich die Kinder verhalten, wenn sie die Aufgaben nicht von Erwachsenen in der Schule, sondern von Gleichaltrigen am Nachmittag gestellt bekämen? Wie würden sie reagieren, wenn man eingangs anmerken würde, einige der Aufgaben seien lösbar, andere allerdings nicht? Oder was würde geschehen, wenn eine unbeteiligte Person den Kindern vorab einige Scherzaufgaben ankündigen würde?

Mit diesen Fragen im Hinterkopf wurden die Aufgaben denselben Kindern einige Wochen später nochmals gestellt. Die Untersuchung wurde also gewissermaßen wiederholt, allerdings unter



veränderten Bedingungen. Bevor den Kindern die Aufgaben vorgelegt wurden, wurde ihnen gesagt, dass einige der Aufgaben lösbar sein würden, andere nicht. Außerdem wurde bei der Auswertung bewusst danach geschaut, was die Schülerinnen und Schüler dazu veranlasste, die Kapitänsaufgaben auszurechnen, und wie sie ihr Vorgehen rechtfertigten.

Tatsächlich sagten nun deutlich mehr Schüler, dass die Aufgaben nicht zu berechnen seien. Vielen Kindern war zudem klar, dass sie die Zahlenangaben eigentlich nicht miteinander verknüpfen durften. Andererseits, so ihre Überlegung, musste die Lösung irgendwo im Text versteckt sein. Denn die Schülerinnen und Schüler hatten gelernt, dass im Mathematikunterricht jede Aufgabe eine Lösung hat: „*Eigentlich kann das nicht stimmen. Aber sonst kann man ja nichts rechnen!*“ Und wenn dann ein unsinniges Ergebnis herauskam, gaben nicht wenige Kinder es eben an und wiesen – so wie Julia – die Schuld dafür dem Aufgabensteller zu.

LEHRER: Du hast 10 Bleistifte und 20 Buntstifte.
Wie alt bist du?

JULIA: 30 Jahre alt!

LEHRER: Aber du weißt doch genau, dass du nicht 30 Jahre alt bist!

JULIA: Ja, klar. Aber das ist nicht meine Schuld.
Du hast mir die falschen Zahlen gegeben!

Nicht wenige Kinder versuchten, die Aufgaben in einen anderen Zusammenhang zu stellen. Dabei entwickelten sie zum Teil sehr kreative ‚Rechtfertigungen‘ dafür, dass sie ein Ergebnis errechneten:

→ *Der Hirte hat in jedem Jahr, das er gelebt hat, ein Schaf oder eine Ziege zum Geburtstag geschenkt bekommen.*

→ *Der Hirte konnte sich nie merken, wie alt er denn nun ist. Deshalb hat er sich für jedes Lebensjahr ein Tier gekauft. Wenn er wissen will, wie alt er ist, muss er nur noch seine Tiere zählen.*

→ *In der Aufgabe ist es halt so, dass der Hirte genauso viele Tiere hat, wie er alt ist. Kann doch sein!*

→ *Wenn man Geburtstag hat, dann schenkt man sich halt 30 Rosen oder so was. Der Hirte hat eben 36 Tiere geschenkt bekommen.*

→ *Man muss bei der vierten Aufgabe ja was rechnen. Wenn der Hirte 27 Jahre wäre, würde da ja nicht stehen ‚ein 27 Jahre alter‘, sondern ‚ein 27 Jahre junger Hirte‘.*