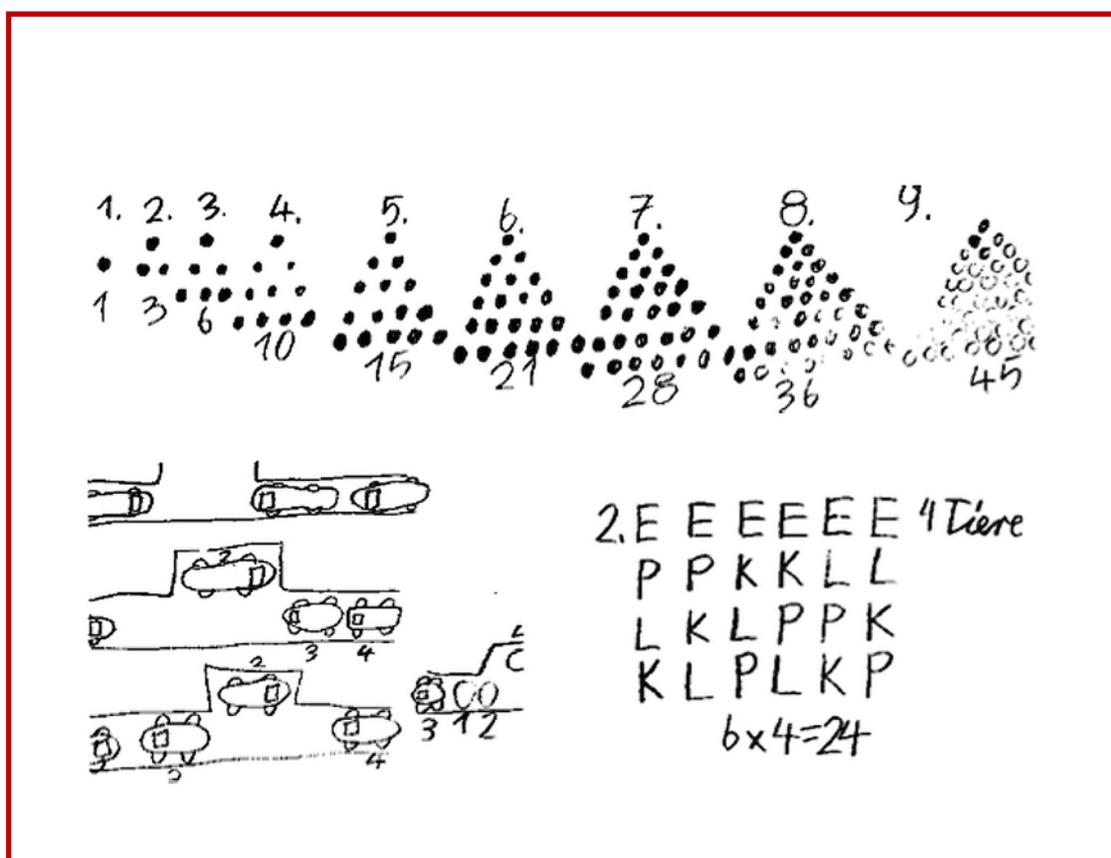


Christine Günther

STRATEGIEN MATHEMATISCH BEGABTER GRUNDSCHULKINDER BEIM PROBLEMLÖSEN



Christine Günther

**STRATEGIEN MATHEMATISCH BEGABTER
GRUNDSCHULKINDER BEIM
PROBLEMLÖSEN**

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Informationen sind im Internet über <http://dnb.de> abrufbar.

Druck durch:
winterwork
04451 Borsdorf
<http://www.winterwork.de>

Die vorliegende Arbeit wurde von der Kultur-, Sozial-, und Bildungswissenschaftlichen Fakultät der Humboldt-Universität zu Berlin als Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades doctor philosophiae (Dr. phil.) angenommen.

GutachterInnen: Prof. Dr. Marianne Grassmann,
Prof. Dr. Torsten Fritzlar
Tag der Disputation: 05. Juni 2018

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster 2018 – E-Book
ISBN 978-3-95987-104-4

Inhaltsverzeichnis

EINLEITUNG	7
TEIL 1: THEORETISCHER HINTERGRUND	17
1. MATHEMATISCHE BEGABUNG IM GRUNDSCHULALTER	17
1.1 Bedeutungsebene der Gleichheit und Verschiedenheit (Merkmale mathematischer Begabung im Grundschulalter)	24
1.1.1 Modelle allgemeiner und mathematischer Begabung	25
1.2 Bedeutungsebene der Vielschichtigkeit (Identitätskonstruktion und Begabung)	40
1.2.1 Gesellschaftliche und individuelle Bedeutung der Zuschreibung von Begabung	41
1.3 Bedeutungsebene der Veränderlichkeit (Entwicklung von Expertise)	52
1.4 Bedeutungsebene der Unbestimmtheit (Begabung und Leistung)	58
2. STRATEGIEN MATHEMATISCH BEGABTER GRUNDSCHULKINDER BEIM PROBLEMLÖSEN	62
2.1 Problemlösen	64
2.2 Probleme lösen: Lösungsstrategien einsetzen	67
2.2.1 Kategorisierungen von Lösungsstrategien	68
2.2.2 Problemlösen und Lösungsstrategien mathematisch begabter Grundschul Kinder	69
2.2.3 Mathematisch begabte Mädchen: Untersuchungen zu Genderaspekten bei Problemlösestrategien von mathematisch begabten Grundschulkindern	87
2.3 Lösungsstrategien mathematisch begabter Grundschul Kinder – eine Übersicht	89
3. FORSCHUNGSDESIDERAT UND FRAGESTELLUNG	92

TEIL 2: METHODIK	95
4. UNTERSUCHUNGSDESIGN	95
4.1 Interpretative Ausrichtung	96
4.1.1 Deutendes Verstehen von Sinnstrukturen.....	97
4.1.2 Offener Zugang zur empirischen Wirklichkeit.....	97
4.1.3 Verortung in der interpretativen Mathematikdidaktik	99
4.1.4 Merkmale und Techniken interpretativer Verfahren: Sequenzialität, Extensität und Befremdung	102
4.1.5 Wissenschaftliches Verstehen von Kindern.....	104
4.1.6 Abduktives Schließen	110
4.1.7 Rekursive Datenerhebung, Datenanalyse und Theoriebildung	112
5. DATENERHEBUNG	116
5.1 Setting.....	116
5.2 Aufgabenbearbeitungen im Interview	117
5.2.1 Problemaufgaben und Leitfaden.....	118
5.2.2 Sampling.....	124
5.3 Rahmeninformationen.....	128
5.3.1 Fragebogen Eltern	129
5.3.2 Fragebogen Lehrkraft Mathematik	129
5.3.3 Fragebogen Selbstauskunft (Interesse, Motivation, Selbstkonzept).....	130
5.3.4 Intelligenztest.....	132
5.4 „Mathetreff“: Eingangstest und Beobachtungen	134
6. DATENAUSWERTUNG	137
6.1 Datenaufbereitung: Episodenprotokolle und Transkripte	138
6.1.1 Sequenzierung: Episodenprotokolle.....	139
6.1.2 Trennung von Bild und Ton: Verbaltranskripte und Skizzen	141
6.2 Systematisch-extensionale Interpretation	142
6.2.1 Interpretationsschritte.....	143

7. METHODENREFLEXION 1	152
TEIL 3: ERGEBNISSE	155
8. FALL- UND AUFGABENWEISE ERGEBNISDARSTELLUNG	155
9. QUALITÄTSORIENTIERTE KATEGORISIERUNG VON LÖSUNGSSTRATEGIEN	156
10. DREI FALLSTUDIEN (LEO, KARLA UND LISA)	158
10.1 Leo (*02.03.2001)	160
10.1.1 Ergebnisse aus dem Eingangstest zum „Mathetreff“	160
10.1.2 Beobachtungen aus dem „Mathetreff“	161
10.1.3 Ergebnisse aus dem Intelligenztest.....	163
10.1.4 Ergebnisse aus dem Fragebogen (Selbstauskunft)	163
10.1.5 Rekonstruktion der Lösungsstrategien.....	164
10.1.6. Zusammenfassung	186
10.2 Karla (*28.03.2002).....	190
10.2.1 Beobachtungen und Produktionen aus dem Mathetreff	191
10.2.2 Ergebnisse aus dem Eingangstest zum „Mathetreff“	192
10.2.3 Ergebnisse des Intelligenztests (KFT 4R 2000)	193
10.2.4 Ergebnisse aus den Fragebögen.....	194
10.2.5 Rekonstruktion von Lösungsstrategien	197
11.2.6. Zusammenfassung	214
10.3 Lisa (*19.06.2002)	217
10.3.1 Beobachtungen und Produktionen aus dem „Mathetreff“	218
10.3.2 Ergebnisse aus dem Eingangstest zum „Mathetreff“	218
10.3.3 Ergebnisse des Intelligenztests (KFT 4R 2000)	220
10.3.4 Ergebnisse aus den Fragebögen.....	221
10.3.5 Rekonstruktion von Lösungsstrategien	224
10.3.6 Zusammenfassung	242
10.4 Zusammenfassung: die drei Fälle Leo, Karla und Lisa	245

11. PROBLEMLÖSESTRATEGIEN	249
11.1 Aufgabe Puzzle.....	249
11.2 Aufgabe Gedicht.....	251
11.3 Aufgabe Eis	253
11.4 Aufgabe Sparbüchse	254
11.5 Aufgabe Kartenhaus	255
11.6 Aufgabe Perle.....	257
11.7 Aufgabe Figur	260
11.8 Aufgabe Einstein	262
11.9 Aufgabe Idee	264
11.10 Zusammenfassung: aufgabenweise Betrachtung der Lösungsstrategien	265
12. FAZIT: RESÜMEE UND ANKNÜPFUNGSPUNKTE AN BESTEHENDE THEORIEN	267
12.1 Lösungsstrategien mathematisch begabter Grundschul Kinder beim Problemlösen.....	267
I Die Bedeutung bisher gesammelter mathematischer Erfahrungen: mathematisches Fachwissens und Wissen über Konventionen des Faches.....	269
II Metakognitive Fähigkeiten.....	271
III Pragmatik	272
IV Kreativität.....	273
12.1.2 Mathematisch begabte Mädchen im Grundschulalter: Selbstauskunft zu mathematischem Selbstkonzept und Lösungs- und Präsentationshandeln...	274
12.2 Modellierung von Lösungsstrategien nach dem Abstraktionsgrad	276
12.3 Didaktische Konsequenzen: Strategien beim Problemlösen im Mathematikunterricht	280
13. METHODENREFLEXION 2.....	289
14. ANSCHLUSSFRAGEN	291
LITERATUR.....	293

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Bedeutungsebenen mathematischer Begabung im Grundschulalter - eine Übersicht.....	60
Tabelle 2 Verschiedene Modellierungen des Problemlösens.....	66
Tabelle 3 Fragen und Hinweise bei den Schritten des Problemlösens.....	70
Tabelle 4 Heurismen nach Schreiber, A., 2008.....	80
Tabelle 5 Lösungsstrategien mathematisch begabter Grundschul Kinder.....	89
Tabelle 6 Entwicklung des Selbst und soziale Kognition von sechs- bis zehnjährigen Kindern.....	109
Tabelle 7 Untersuchungsdesign.....	115
Tabelle 8 Aufgabenstellungen.....	120
Tabelle 9 Inhaltsbereiche und Lösungen der Aufgabenstellungen.....	123
Tabelle 10 Leitfragen für Interview Typ 2, für unmittelbares Erinnern.....	124
Tabelle 11 Alter, KFT-Ergebnisse und Eingangstestergebnisse der Kinder, die an der Untersuchung teilgenommen haben.....	127
Tabelle 12 Faktorielle Kategorisierung der Subtests des Kognitiven Fähigkeitstests (KFT 4-12+R).....	132
Tabelle 13 Aufgaben „Mathetreff“ Eingangstest.....	135
Tabelle 14 Ausschnitt Episodenprotokoll (TPM).....	140
Tabelle 15 Repräsentationsformen von Videodaten.....	141
Tabelle 16 Interpretation BILD, Teilnehmerin: CR, Video: 1, Aufgabe: 1 (Puzzle), Sequenz: Puzzlevorlage 3, erster Versuch.....	147
Tabelle 17 Interpretation WORT, Teilnehmerin CR, Video: 1, Aufgabe: 1 (Puzzle), Sequenz: Puzzlevorlage 3, Begründung.....	150
Tabelle 18 Übersicht: verwendete Transkriptionszeichen und Abkürzungen in den Transkriptabschnitten.....	159
Tabelle 19 Übersicht Strategien Leo (10 Jahre, 6 Monate).....	188
Tabelle 20 KFT-Ergebnisse Karla (9 Jahre, 7 Monate).....	194
Tabelle 21 Übersicht Strategien Karla (9 Jahre, 5 Monate).....	215
Tabelle 22 KFT-Ergebnisse Lisa (9 Jahre, 4 Monate).....	220
Tabelle 23 Übersicht Strategien Lisa (9 Jahre, 1 Monat).....	243
Tabelle 24 Zeitbedarf Lisa, Karla, Leo.....	245
Tabelle 25 Übersicht über Lösungsstrategien.....	278

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Bedeutungsebenen des Begabungsbegriffs	20
Abbildung 2 Drei-Ringe-Modell der Hochbegabung.....	28
Abbildung 3 Triadisches Interdependenzmodell der Hochbegabung	28
Abbildung 4 Differenziertes Begabungs- und Talentmodell	29
Abbildung 5 Modell mathematischer Begabungsentwicklung im Grundschulalter.....	36
Abbildung 6 Differenziertes mathematisches Begabungs- und Talentmodell.....	37
Abbildung 7 Die Identitätsformation anhand sozialer Interaktionsprozesse.....	48
Abbildung 8 Merkmalsbereiche zur Entwicklung mathematischer Expertise.....	54
Abbildung 9 Modell zur Entwicklung mathematischer Expertise nach Fritzlar ...	55
Abbildung 10 Kognitive Aktivitäten beim Problemlösen	64
Abbildung 11 Prozessmodell selbstregulierten mathematischen Problemlösens.....	72
Abbildung 12 Denk- und Arbeitsweisen mathematisch leistungsstarker Kinder	86
Abbildung 13 Pascalsches Dreieck von Leo	172
Abbildung 14 Karlas Darstellungsweise.....	190
Abbildung 15 Baumdiagramme von Karla.....	191
Abbildung 16 Rechenweg von Karla zur Aufgabe Kartenhaus	207
Abbildung 17 Rechnung von Karla zur Aufgabe Perlenschnur	210
Abbildung 18 Einstein Figur mit Buchstaben.....	213
Abbildung 19 Erfundene Aufgabe von Lisa.....	217
Abbildung 20 Lösungsweg von Lisa zur Aufgabe Eisdiel	229
Abbildung 21 Einstein Figur mit Buchstaben.....	240
Abbildung 22 Aufgabe Idee von Lisa.....	241
Abbildung 23 Kinderlösungen: Aufgabe Gedicht	253
Abbildung 24 Kinderlösungen: Aufgabe Eis.....	254
Abbildung 25 Impulse zu den vier Orientierungen beim Problemlösen	286

Einleitung

„Es gibt so viele verschiedene Arten, das zu berechnen. (...). Das könnte man jetzt zum Beispiel in einer Gleichung lösen aber auch einfacher. Ich löse das jetzt einfach in einer Gleichung, weil das mir irgendwie mehr Spaß macht.“ Leo, 10 Jahre, Aufgabe Eisdiele, Sparbüchse

Diese Arbeit hat zum Ziel, Strategien mathematisch begabter Kinder beim Problemlösen in Mathematik zu untersuchen. Sie verortet sich in der Mathematikdidaktik als der Disziplin, die Erkenntnisse zum Lernen von Mathematik und dessen Anregung und Begleitung im Mathematikunterricht gewinnen möchte.¹ Der Mathematikunterricht der Grundschule sollte im Sinne eines inklusiven Mathematikunterrichts² Gelegenheit und Anregung für die Entwicklung und den Ausbau mathematischer Kompetenzen³ aller Kinder bieten.

*„Speziell für den Mathematikunterricht ergibt sich die Schlussfolgerung, dass jedes Kind ein Recht darauf hat **gemeinsam** mit anderen **Mathematik** zu lernen und dabei **individuell** gefördert und gefordert zu werden“⁴*

Begabte Kinder⁵ stellen neben anderen eine abgrenzbare Gruppierung dar, die im Sinne eines inklusiven Mathematikunterrichts zu berücksichtigen ist. Kinder gleichen sich in Bezug auf gewisse Grundbedürf-

¹ „Das Aufgabenfeld der Mathematikdidaktik ist die Erforschung und Entwicklung des Lernens und Lehrens von Mathematik in allen Altersstufen einschließlich seiner Voraussetzungen, Zielsetzungen und Rahmenbedingungen.“ Wittmann, E. Ch., 1998, S. 330

² vgl. Wehner, U., 2012, S. 1, 6

³ „Kompetenzen sind die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“ Weinert, F. E., 2001, S. 27f.

⁴ Fetzer, M., 2016, S. 4, Hervorhebungen von Fetzer

⁵ Zur Verwendung der Begriffe Begabung, Hochbegabung und Talent siehe Kapitel 1

nisse, z. B. das Bedürfnis nach Nahrung, Bindung und Bewegung. Sie gleichen sich auch in Bezug auf bestimmte Rechte, wie beispielsweise das Recht auf Bildung. Unterschiede zwischen Kindern lassen sich finden, wenn Differenzen erzeugende Kategorien vorgegeben und Kinder anhand dieser verglichen werden. Solche Kategorien sind z. B.: Alter, ökonomische Lebenslage, ethnisch-kulturelle Herkunft, religiöse Glaubensrichtung, Geschlechtszugehörigkeit etc.⁶ Prengel nennt neben diesen Kategorien weitere Gesichtspunkte, nach denen sich Kinder gruppieren lassen. Beispiele dafür sind: Kinder ohne sicheren Aufenthaltsstatus, Pflege- und Adoptivkinder, **hochbegabte Kinder**, luxusverwahrloste Kinder, kranke Kinder usw.

In diesem Zusammenhang ist es wichtig zu beachten, dass kategoriale verallgemeinernde Aussagen, z. B. solche über begabte Kinder, immer nur Annäherungen an kindliche Wirklichkeit erlauben.⁷ Eine Studie von Baudson zeigt in diesem Zusammenhang, dass Lehrkräfte bei der Erwähnung des Wortes „hochbegabt“ in einer Darstellung über ein Kind oder einen Jugendlichen diesem in fast allen Persönlichkeitsbereichen Unterschiede zu anderen Kindern oder Jugendlichen zugeschrieben haben. Dabei sagten sie dem Kind beispielsweise zu Unrecht Defizite im sozial-emotionalen Bereich nach.⁸ Der Mythos bzw. das Vorurteil des „unsozialen Begabten“ z. B. ist demnach noch lange nicht überwunden. Begabung als differenzbildende Kategorie zu nutzen, ist dennoch nicht generell abzulehnen. Denn nach Prengel sind fachlich fundierte Kategorien unerlässlich für Bildungsstatistik, Kommunikation, pädagogische Konzepte und diagnostische Aussagen.⁹ Nur über die Kenntnis des Entwicklungsstandes, der Fähigkeiten, Motivation und Interessen der Kinder lässt sich eine adäquate Begleitung mit geeignetem Material realisieren und somit inklusive Pädagogik umsetzen.

Neben dem Thema der mathematischen Begabung im Grundschulalter beschäftigt sich die Arbeit mit Strategien, die Grundschulkinder beim

⁶ vgl. Prengel, A., 2010, S. 3

⁷ vgl. ebd., S. 5

⁸ vgl. Baudson, T. G., 2013, S. 18ff.

⁹ vgl. Prengel, A., 2005, S. 22

Problemlösen einsetzen. Problemlösen ist eine der zentralen prozessbezogenen Kompetenzen in Mathematik.¹⁰ Um alle Kinder beim mathematischen Problemlösen begleiten zu können, ist es notwendig, gezielt auf ihr Vorgehen eingehen und geeignete Impulse zu ihrer Begleitung wählen zu können. Nach Ergebnissen der TEDS-M Studie von 2010, stellt dies allerdings für einen großen Teil der angehenden Lehrkräfte für den Grundschulbereich eine Herausforderung dar:

„Zwei Drittel der angehenden Primarstufenlehrkräfte in Deutschland sind also nur mit einer Wahrscheinlichkeit von weniger als 50 Prozent in der Lage, das von guten Lehrkräften zu erwartende unterrichtsrelevante Wissen zu zeigen, wie beispielsweise Lösungsansätze von Lernenden zu interpretieren, Fehlvorstellungen zu identifizieren, Veranschaulichungsmittel einzusetzen, um Lernprozesse zu fördern, oder zu begründen, warum eine spezifische Lehrstrategie angemessen ist.“¹¹

Aus der strukturellen Perspektive des Bildungsverlaufs angehender Lehrkräfte der Grundschule betrachtet, erscheint es sinnvoll, die mathematikdidaktische Ausbildung dahingehend zu verbessern.¹² Inhaltlich scheint es in diesem Zusammenhang außerdem zielführend, das im Zitat angesprochene unterrichtsrelevante Wissen in den Fokus zu nehmen, d. h. Lösungsansätze von Lernenden zu interpretieren, ihre Vorstellungen und Lernprozesse zu beleuchten, um diese entsprechend begleiten zu können. Spiegel beantwortet die Frage, warum es sich lohnt, sich mit den Denkweisen von Kindern zu beschäftigen, mit zwei Argumenten:¹³

- (1) *"Wenn man an das Denken der Kinder anknüpfen will, muss man es kennen und verstehen lernen."*
- (2) *"Unser eigenes Denken ist eine unzureichende Quelle für Kenntnisse über kindliches Denken."*

¹⁰ vgl. Kultusministerkonferenz, (2005) Bildungsstandards Mathematik für die Primarstufe, Beschluss vom 15.10.2004

¹¹ Blömeke, S., Kaiser, G., Lehmann, R., 2010, S. 30

¹² vgl. ebd.

¹³ vgl. Spiegel, H., 1999, S. 124

Ein Ziel dieser Arbeit ist es daher, dieses Denken konkretisiert im Problemlösen der Kinder zu untersuchen. Problemlösen ist dabei von einem Lösen von Routineaufgaben abzugrenzen. Zur Lösung von solchen Nicht-Standard-Problemen¹⁴ werden Strategien eingesetzt.¹⁵ Genau diese Lösungsstrategien, die Grundschul Kinder einsetzen, sind hier bezogen auf das unterrichtsrelevante Wissen im Fach Mathematik von besonderem Interesse.

Empirisch konnte bereits mehrfach gezeigt werden, dass mathematisch begabte Kinder besondere Leistungen im Problemlösen zeigen und bereits im Grundschulalter verschiedene Lösungsstrategien einsetzen.¹⁶ In den jeweiligen Untersuchungen¹⁷ wurden bei der Kategorisierung der Lösungsstrategien mathematisch begabter Kinder unterschiedliche Schwerpunkte gesetzt: auf den Prozess (Strategien in den verschiedenen Phasen des Problemlösens), auf die Methode (Nutzung und Einsatz von Strategien), auf eine Theorie (Merkmale mathematischer Begabung im Grundschulalter) und auf Typen (Vorgehensweisen, Stile).

Der Schwerpunkt der Qualität (z. B. nach Kriterien der Effektivität (Zielerreichung), Komplexität (einfach-komplex) oder dem Allgemeingrad der Strategie (konkret-allgemein)) wurde bisher weniger beleuchtet. In den einzelnen Kategorisierungen werden außerdem Konstrukte sehr unterschiedlicher Qualitäten nebeneinandergestellt, wie z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten gleichrangig neben dem systematischen Probieren.

Genau an dieser Stelle setzt die vorliegende Arbeit an und widmet sich der weiteren Untersuchung von Lösungsstrategien mathematisch begabter Grundschul Kinder. Die Perspektiven des Einsatzes und der Nutzung von Strategien (Methodenorientierung) und der Qualität der Strategie (Qualitätsorientierung) liefern den Bezugsrahmen für die konkrete Fragestellung.

Aufbauend auf die Untersuchung mathematischen Problemlösens als eine der zentralen kognitiven Aktivitäten von Grundschulkindern im

¹⁴ vgl. ebd.

¹⁵ vgl. Bruder, R., Collet, C., 2011

¹⁶ vgl. Heinze, A., 2005, Fuchs, M., 2006

¹⁷ Heinze, A., 2005, Fuchs, M., 2006, Sefien, E. Sh. M., 2007, Aßmus, D., 2008, Lack, C., 2009

mathematischen Bereich¹⁸ ist es zudem Ziel dieser Arbeit, daraufhin mögliche Impulse zur Begleitung von Problemlösenden zu erarbeiten. Um diese Ziele der Untersuchung zu erreichen, wurde neben einer theoretischen Auseinandersetzung eine empirische Untersuchung durchgeführt.

Der erste Teil der Arbeit beinhaltet die theoretische Auseinandersetzung mit der Bedeutungsvielfalt des Begabungsbegriffs. Dieser wird anhand mathematischer Begabung im Grundschulalter konkretisiert und mithilfe der folgenden vier Bedeutungsebenen¹⁹ aufgeschlüsselt:

- Gleichheit und Verschiedenheit,
- Vielschichtigkeit,
- Veränderlichkeit und
- Unbestimmtheit.

Danach wird das der Untersuchung zugrunde liegende Verständnis der Begriffe Problemlösen und Lösungsstrategie erarbeitet, indem ein Überblick über eine Differenzierung von Kategorisierungen zum Problemlösen vorgenommen und dazu der jeweilige Forschungsstand zu Lösungsstrategien mathematisch begabter Grundschul Kinder vorgestellt wird. Die Kategorisierungen werden dabei in Anlehnung an Fuchs und Käpnick²⁰ unterschieden in:

- a) prozessorientiert (Unterscheidung von Prozessstufen),
- b) qualitätsorientiert (Unterscheidung von Niveaustufen),
- c) methodenorientiert (Unterscheidung bezüglich des Nutzens heuristischer Strategien),
- d) theorieorientiert (Unterscheidung nach Problemlösetheorien) und
- e) typenorientiert (Unterscheidung nach Vorgehensweisen bzw. Stilen).

¹⁸ vgl. Bos, W. et al., 2012, TIMSS 2011, S. 80

¹⁹ vgl. Prengel, A., 2010

²⁰ vgl. Fuchs, M., 2013, S. 111ff.

Aus den theoretischen Erarbeitungen werden danach das Forschungsdesiderat und die Ziele der Untersuchung abgeleitet:

- (1) Erkenntnisse über das mathematische Problemlösen, genauer über die Lösungsstrategien von mathematisch begabten Grundschulkindern zu gewinnen und
- (2) Impulse für die Lernbegleitung, die das Erkennen und Nutzen von Mustern und Strukturen und die Konstruktion individueller Lösungsstrategien während des Lösungsprozesses unterstützen können, zu entwickeln.

Diese Ziele konkretisieren sich in handlungsleitenden Forschungsfragen in drei Bereichen:

- (1) Lösungen von Problemaufgaben durch die Kinder,
- (2) Systematisierung bzw. Kategorisierung der gefundenen Lösungsstrategien und
- (3) Impulse zur Begleitung beim mathematischen Problemlösen.

Die ersten beiden Fragenbereiche können durch die theoretische Auseinandersetzung und besonders durch Ergebnisse der empirischen Untersuchung beantwortet werden. Für die Beantwortung des dritten Fragenbereichs sollen einerseits Schlussfolgerungen aus dem empirischen Teil der Arbeit genutzt werden, zusätzlich spielen dabei allerdings auch normative Aspekte, d. h. die Frage, was guten Unterricht in Mathematik ausmacht, eine Rolle. Dazu werden die Ergebnisse der empirischen Untersuchung auf die Leitideen Zimmermanns²¹ angewendet, die einen auf einem konstruktivistischen Lernverständnis basierenden Mathematikunterricht, der durch Problemlösen und -finden charakterisiert ist, konkretisieren.

Der zweite Teil der Forschungsarbeit widmet sich methodischen Fragen. Das gewählte methodische Vorgehen wird ausgehend von einer methodologischen Verortung in der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung beschrieben. Daraufhin erfolgt die Darstellung der Methoden der Datenerhebung in Form von videografierten Aufgaben-

²¹ Zimmermann, B., 1991, S. 16

bearbeitungen, eingebettet in eine Interviewsituation.²² Danach folgen Darstellungen der Methoden der Datenaufbereitung und der Datenauswertung. Die darin enthaltenen, auf die Forschungsfragen ausgerichteten Interpretationsschritte orientieren sich an der systematisch-extensionalen Interpretation²³, der objektiven Hermeneutik²⁴ und methodischen Aspekten bezogen auf videografierte Daten.²⁵ Zum Abschluss dieses Teils der Arbeit werden Gütekriterien qualitativer Forschung mit Umsetzungsideen für diese Untersuchung beleuchtet.

Im dritten, empirischen Teil werden die Ergebnisse der Datenauswertung vorgestellt und Konsequenzen für die pädagogische Praxis abgeleitet. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt dabei mit zwei Schwerpunkten: Kind und Aufgabe. Das heißt, die Ergebnisse werden zuerst anhand von Fallbeispielen dreier Kinder und anschließend anhand der Problemaufgaben dargestellt.

Es werden dabei vier verschiedene inhaltliche Orientierungen herausgearbeitet, die die Kinder, die an der Untersuchung teilgenommen haben, beim Problemlösen zeigten:

- Bedeutung bisher gesammelter mathematischer Erfahrungen (mathematisches Fachwissen und Wissen über Konventionen des Faches),
- Metakognition (Betrachtung des eigenen Aufgabenlöses von einem höheren Standpunkt aus),
- Pragmatik (systematisches Probieren) und
- Kreativität (assoziative Bezüge und künstlerisch, schöpferische Lösungen).

Bei den drei Fällen zeigt sich, dass bestimmte Orientierungen bei den Kindern jeweils gehäuft über die Aufgaben hinweg auftreten und die anderen Orientierungen entsprechend seltener gezeigt werden.

²² Lautes Denken (Ericsson, K. A., Simon, H. A., 1979), Leitfadeninterview (Flick, U., 2010, Hopf, Ch., 1978)

²³ Beck, C., Maier, H., 1994

²⁴ Oevermann, U., 2002

²⁵ Dinkelaker, J., Herrle, M., 2009

Um eine passende Begleitung zu gestalten, kann es für Lehrkräfte der Grundschule nützlich sein, diese vier Orientierungen zu kennen und sie zu berücksichtigen.

Mit den vier Orientierungen (mathematische Erfahrung, Metakognition, Pragmatik und Kreativität) werden durch diese Arbeit Erkenntnisse über den Einsatz und die Nutzung von Strategien mathematisch begabter Grundschul Kinder erweitert. (C. Methodenorientiert (Einsatz und Nutzen heuristischer Strategien)).

Während der Untersuchung wurde eine Unterscheidung von Strategien unterschiedlichen Allgemeinheitsgrades in allgemeine Heuristiken, aufgabenspezifische Makrostrategien und aufgabenspezifische Mikrostrategien vorgenommen. Diese Kategorisierung liefert einen Beitrag zur Systematisierung der gefundenen Lösungsstrategien und somit zum Aspekt der Qualität von Lösungsstrategien. (B: Qualitätsorientiert (Qualität, Niveaus)).

Mit der Entwicklung von Impulsen zur Begleitung vom Problemlösen mathematisch begabter Grundschul Kinder unter Bezugnahme auf die Leitideen Zimmermanns liefert die Untersuchung zudem konkrete Entwicklungen im Bereich der Anwendungsmöglichkeiten der Erkenntnisse für den Mathematikunterricht.

Diese Arbeit zeigt neben diesen drei Hauptergebnisfeldern, wie lohnenswert und bereichernd die Untersuchung mathematischer Denkprozesse von Kindern ist. Diese werden besonders in den Falldarstellungen von Leo, Karla und Lisa deutlich.

Dazu ein erstes Beispiel anhand einer Kinderlösung:

*„Es war einmal ein Baum,
Der wuchs in meinem Traum.
Er hatte jede Nacht,
Ne´ bunte Blütenpracht.
Und jeden Tag da kamen,
Zehn klitzekleine Samen.
Die brachten zehn Blüten dazu,
Und drei legten sich zur Ruh,
In jeder Nacht fiel eine Blüte in den Teich.
Zehn Nächte blieb es gleich.
Dann bin ich aufgewacht,
Die bunte Blütenpracht.
Wie viel´ sind jetzt dazu gekommen?
Du hast es sicher mitbekommen.“ Lisa (9 Jahre), Aufgabe Idee*

Lisa schrieb dieses Gedicht im Rahmen der Aufgabenbearbeitung einer völlig offenen Aufgabe innerhalb dieser Untersuchung. Das Gedicht ist nicht nur beeindruckend gereimt, sondern enthält dazu noch eine mathematische Aufgabe.

Teil 1: Theoretischer Hintergrund

Das Forschungsinteresse, Strategien mathematisch begabter Grundschul-
kinder beim Problemlösen zu untersuchen, liefert zwei wesentliche Be-
zugspunkte für die theoretische Auseinandersetzung: Zum einen handelt
es sich um das mathematische Problemlösen und die Strategien, die
Grundschul-
kinder dabei einsetzen, und zum anderen um den Bereich der
mathematischen Begabung im Grundschulalter. Diese beiden zentralen
Themenbereiche werden im theoretischen Teil der Arbeit beleuchtet, um
daraus Forschungsdesiderate, die konkreten Ziele der Untersuchung und
die Forschungsfragen abzuleiten. Darüber hinaus bildet dieser Abschnitt
neben den Kapiteln zur Methodik einen Teil der theoretischen Grundlage
für die empirische Arbeit. Er liefert zudem Bezugspunkte für die Einord-
nung der Ergebnisse der empirischen Untersuchung. Vor der Auseinan-
dersetzung mit dem Bereich der Strategien beim mathematischen Prob-
lemlösen wird sich dabei zuerst dem Thema der mathematischen Bega-
bung im Grundschulalter gewidmet.

1. Mathematische Begabung im Grundschulalter

Um sich dem Begriff der mathematischen Begabung mit der Fokussie-
rung auf das Grundschulalter zu nähern, werden in diesem Kapitel zu-
erst ausgehend von der Betrachtung von Besonderheiten des allgemeinen
Begabungsbegriffs, Modelle allgemeiner Begabung vorgestellt, um dann
darauf folgend das der Arbeit zugrundeliegende Verständnis einer spezi-
fisch mathematischen Begabung für das Grundschulalter zu erarbeiten.

Besonderheiten des Begabungsbegriffs

Die Begabungsforschung blickt bereits auf eine über hundertjährige Tra-
dition zurück. Darüber, was Begabung genau bedeutet und wie der Be-
gabungsbegriff verwendet wird, besteht allerdings bisher unter den Be-
gabungsforscherinnen und Begabungsforschern kein Konsens. Denn der

Begabungsbegriff bringt wissenschaftlich betrachtet gewisse Besonderheiten mit sich.

Definitionen und Synonyme

Es lassen sich beispielsweise diverse Definitionen zum Begriff Begabung finden.²⁶ Davis und Rimm²⁷ unterscheiden folgende Kategorien von Definitionen des Begriffs:

1. Ex-Post-Facto-Definitionen: Begabung wird einer Person nach der Erbringung einer außergewöhnlichen Leistung zugeschrieben.
2. IQ basierte Definitionen: Als begabt gilt, wer in einem Intelligenztest einen bestimmten Punktwert erreicht (z. B. >130).
3. Talentdefinitionen: Als begabt gilt, wer in einem bestimmten Tätigkeitsbereich, wie beispielsweise Sport, Musik oder Kopfrechnen hervorragende Leistungen zeigt.
4. Prozentsatzdefinitionen: Begabt ist ein bestimmter Prozentsatz der Bevölkerung.
5. Kreativitätsdefinitionen: Schöpferische, kreativ hervorragende Produktionen bestimmen die Zuschreibung von Begabung zum Produzenten.

Daneben existieren zum Begabungsbegriff viele synonym oder im Zusammenhang verwendete Begriffe wie Talent, Hochbegabung, potenzielle Begabung, Intelligenz, Exzellenz etc. Verschiedene Autorinnen und Autoren haben darüber hinaus Begriffsverständnisse formuliert, die auf den jeweiligen zugrunde gelegten Theorien und Modellen fußen. So versteht beispielsweise Gagné unter Begabung die Anlagen (natürliche Fähigkeiten), die zu einem Talent führen können.²⁸ Für Renzulli ist Begabung dagegen das Resultat aus dem Zusammenwirken von Intelligenz, Motivation und Kreativität.²⁹

²⁶ vgl. Bardy, P., 2013, S. 10

²⁷ Davis, G. A., Rimm, S. B., 1985, zitiert in: Holling, H., Kanning, U. P., 1999, S. 5f. oder auch in Feger 1988, S. 57ff.

²⁸ vgl. Gagné, F., 2000, S. 67– 93

²⁹ vgl. Renzulli, J. R., z. B. in Holling, H., Kanning, U. P., 1999, S. 8f.

Neben den unterschiedlichen Definitionen und synonym verwendeten Begriffen ist seine Verwendung zum Erklären oder Beschreiben eine weitere Herausforderung bei der Auseinandersetzung mit dem Begabungsbegriff.

Erklärungs- oder Beschreibungsbegriff

Ein Modell zur Differenzierung des Verständnisses von Begabung im Zusammenhang mit den Begriffen bzw. Diskursen zum Verhältnis von Begabung zu Disposition (Handlungsvoraussetzungen), Anlage (Vererbung), Umwelt (Sozialisation), Potenzial (Fähigkeiten und Fertigkeiten) und Leistung (Performanz) lieferten Schiefele und Krapp schon in den 1970er Jahren durch die Anwendung der Unterscheidung zwischen explikativem und deskriptivem Begabungsbegriff.³⁰

In diesem Modell werden dem Begabungsbegriff verschiedene Bedeutungsebenen zugewiesen. Auf der ersten Ebene werden verschiedene Faktoren fokussiert, die Begabung erklären können. Es werden drei Theorien (Milieutheorie [Soziologie, Umwelt], Vererbungstheorie [Biologie, Anlage] und Interaktionstheorie [Interaktion zwischen Erbe und Umwelt]) zur Erklärung von Begabung dargestellt. Die zweite Bedeutungsebene im Modell thematisiert Begabung als Fähigkeit, als Potenzial zu Lernen und zu Leisten. Dieses Verständnis ist grundlegend für einige aktuelle allgemeine und bereichsspezifische Begabungsmodelle.³¹ Die dritte Bedeutungsebene des Begabungsbegriffs nach Schiefele und Krapp nimmt die einzelnen Ereignisse und Handlungen begabter Personen in den Fokus, die beobachtet und beschrieben werden können. Begabung wird hier als Beschreibungs- und nicht als Erklärungs-begriff verwendet. Wegner³² bemerkt dazu, Begabung als Erklärungs-begriff zu verwenden rekurren auf Deutungsmuster, Begabung als internes, stabiles, globales Merkmal, als ererbte Disposition zu begreifen. Durch die Verwendung von Begabung als Beschreibungsbegriff ergibt sich nach Wegner die Chance, Begabung als Phänomen zu verstehen:

³⁰ vgl. Schiefele, H., Krapp, A., 1973, S. 26, siehe auch Helbig, P., 1988, S. 34

³¹ vgl. Gagné, F., 1991, Heinze, A., 2005, Fuchs, M., 2006

³² vgl. Wegner, R., 1996, S. 20

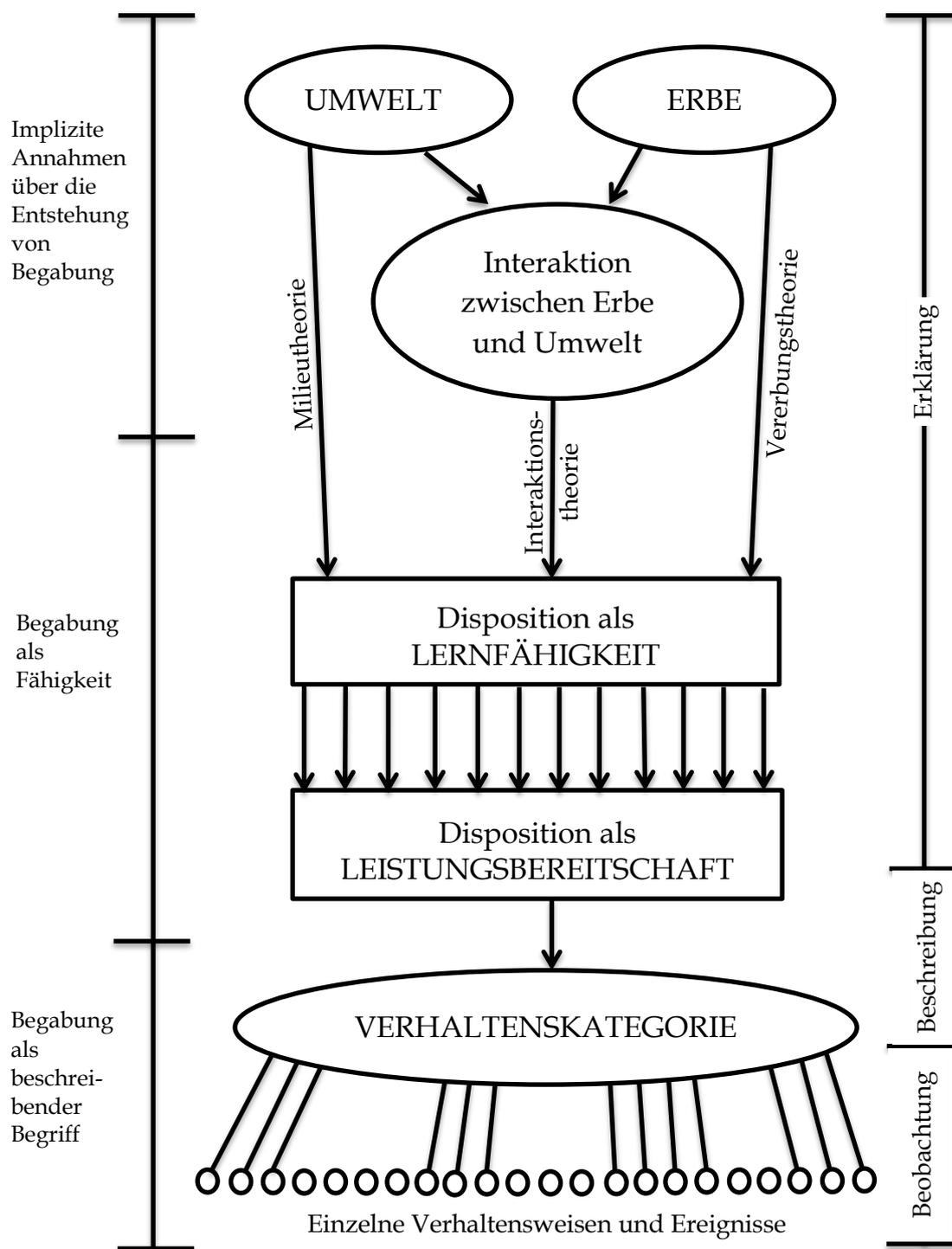


Abbildung 1 Bedeutungsebenen des Begabungsbegriffs
(Schiefele, H., Krapp, A., 1973, S. 26)

„Es ist nicht allein gemeint, dass jemand etwas besser kann als ein anderer, weniger Begabter, sondern vor allem, dass er etwas kann, wofür ein anderer keinen Sinn hat... Es geht nicht mehr darum in

einer bestimmten Situation zu bestehen oder sich zu bewähren, mit Aufgaben fertig zu werden und ein vom Tun ablösbares Ziel zu erreichen, sondern es geht ihm um eben dieses Tun, das sein Ziel in sich selbst hat. Das Wertvolle ist nicht mehr allein das, was bei dieser Art von Tätigsein entsteht, vielmehr wird beharrliche, hingebende Arbeit als Eigenwert erlebt und hält ein leidenschaftliches, alles andere absorbierendes Interesse wach. Das ist gemeint, wenn wir sagen, dass eine große Begabung von einem Menschen Besitz ergriffen hat.“³³

Bei der Auseinandersetzung über die Verwendung des Begabungsbegriffs als Erklärungs- oder Beschreibungsbegriff können allerdings einige zentrale Fragen zum Begabungsbegriff nicht geklärt werden. So bleibt z. B. die Frage bestehen, ob eine Begabung bereichsspezifisch ist oder sich auch von einer allgemeinen Begabung sprechen lässt oder auch die Frage, ob und wie sich eine Begabung entwickeln kann. Diese Besonderheiten des Begabungsbegriffs werden im nächsten Abschnitt beleuchtet.

Bereichsspezifik und Dynamik

Besondere Leistungen können in verschiedenen Bereichen demonstriert werden. Zur Höchstleistung gehört nach Ziegler³⁴ Spezialisierung. Leistungsexzellenz benötigt Zuwendungs- und Übungszeiten, die anderen Betätigungen nicht entgegengebracht werden. Begabung ist also nicht da und bleibt immer gleich. Erst durch die Beschäftigung im Begabungsbereich entfaltet sie sich. So gesehen ist Begabung immer in Entwicklung. Begabungen, die in Höchstleistungen sichtbar werden können, äußern sich demnach zudem bereichsspezifisch.

Begabung ist jedoch mehr als Höchstleistung, wie das Phänomen des Underachievement³⁵ (erwartungswidrige Minderleistung) zeigt. Als einen Zugang zum Begabungsbegriff beschreibt Weigand³⁶ u.a. die philosophisch-hermeneutische Perspektive, in der die gesellschaftliche Norm, die für die Zuschreibung einer Begabung von Bedeutung ist, fokussiert

³³ Mühle, 1968, S. 74ff. zitiert in: Wegner, R., 1996, S. 20

³⁴ vgl. Aktiotop-Modell (Ziegler, A., 2005, S. 411-436 oder 2009, S. 15)

³⁵ vgl. Baudson, T. G., 2010, S. 8-10

³⁶ vgl. Weigand, G., 2011, S. 48

wird. Es geht bei diesem Zugang um eine normative, wertorientierte Herangehensweise, Begabungen und den Umgang mit ihnen zu beschreiben, denn

„... die Begriffe der (Hoch-)Begabung und der Begabungs- und Begabtenförderung (sind)³⁷ mit jeweils epochaltypischen Menschenbildern und Gesellschaftsvorstellungen eng und unauflösbar verhängt“.³⁸

Wie diese gesellschaftlich konstruierte Norm aussieht, an der Leistungen gemessen werden, welche normativen Grundgedanken in der sich verändernden Welt ihnen zugrunde liegen, wird bei diesem Zugang zum Begabungsbegriff betrachtet.

Begabung erscheint zusammenfassend als komplexer Begriff. Er kann als Erklärungs- oder Beschreibungsbegriff verwendet werden, woraus sich unterschiedliche Forschungsinteressen ergeben. Dabei werden Aspekte wie Anlage-Umwelt, Fähigkeit als Potenzial und die beobachtbare Leistung angesprochen. Außerdem ist der Gesichtspunkt der Veränderlichkeit zu beachten, denn Personen entwickeln sich über ihre gesamte Lebensspanne. Zudem ist Begabung in Abhängigkeit von einer gesellschaftlichen Norm zu betrachten und daher als wandelbar zu verstehen.

Im folgenden Abschnitt wird der Begriff der Begabung theoretisch fundiert, indem ein umfassendes ganzheitliches Verständnis von einer konkreten Begabung im Grundschulalter aufgebaut und verschiedene theoretische Ansätze dazu miteinander in Verbindung gebracht werden (Begabungsforschung, Psychologie, Soziologie).

Dazu werden folgende vier Bedeutungsebenen des Begabungsbegriffs³⁹ entwickelt und nacheinander vorgestellt.

³⁷ Einfügung der Autorin

³⁸ Müller-Oppliger, V., 2011, S. 55

³⁹ Prengel nutzt diese Bedeutungsebenen zur Fundierung des Begriffs der Heterogenität im Zusammenhang der inklusiven Pädagogik (vgl. Prengel, A., 2005, S. 20ff.). In dieser Arbeit werden diese Bedeutungsebenen auf den Begabungsbegriff übertragen, da sich zu allen Ebenen theoretische Bezüge finden lassen und die vier Bedeutungsebenen eine sinnvolle Möglichkeit bieten, die theoretischen Grundlagen zum Begriffsverständnis zu strukturieren.

1. Gleichheit und Verschiedenheit: Definition von mathematischer Begabung und ihren Determinanten, konkretisiert z. B. in Merkmalen mathematischer Begabung im Grundschulalter
2. Vielschichtigkeit: Relevanz einer mathematischen Begabung bei der Identitätskonstruktion
3. Veränderlichkeit: Entwicklung von Expertise
4. Unbestimmtheit: Begabung und Leistung

Diese Bedeutungsebenen werden jeweils am Beispiel der mathematischen Begabung im Grundschulalter konkretisiert.

1.1 Bedeutungsebene der Gleichheit und Verschiedenheit (Merkmale mathematischer Begabung im Grundschulalter)

„Wenn wir Gegebenheiten wie zum Beispiel Sprachen, Kulturen oder Begabungen als verschieden bezeichnen, bildet eine Gleichheitsaussage die Grundlage denn darin, dass sie beispielsweise eine Sprache haben, gleichen sich die verschieden sprechenden Personen (...) Wenn Heterogenität auf wissenschaftlicher Ebene zum erkenntnisleitenden Interesse wird, entstehen Forschungsvorhaben, die Lernende in ihrer Mannigfaltigkeit untersuchen, um herauszufinden, wie verschieden sie als einzelne, in Gruppierungen oder als Generation leben und lernen.“⁴⁰

Prengel versteht Verschiedenheit im Sinne von Vielfalt: gleichberechtigt und unhierarchisch. Übertragen auf den Begabungsbegriff hieße das, begabte Personen gleichen sich darin, dass sie begabt sind. Die Entfaltungen der Begabungen sind individuell vielfältig verschieden.

Zur Bedeutungsebene Gleichheit und Verschiedenheit lassen sich demnach folgende Fragen formulieren, denen im folgenden Teil nachgegangen wird:

Was ist mathematische Begabung? Worin gleichen und worin unterscheiden sich mathematisch begabte Kinder im Grundschulalter? Was macht ihre Begabung aus? Wie gestalten sich individuelle mathematische Begabungen?

Neben dem oben angesprochenen philosophisch-hermeneutischen Zugang befasst sich Weigand⁴¹ u.a. mit dem für die Klärung, was mathematische Begabung ist, relevanten empirischen Zugang zum Begabungsbegriff. Dabei geht es um die Erforschung der Ursache, Existenz, Ausprägung und Identifikation von Begabung mithilfe der Empirie. Begabung zu definieren, sie selbst und ihre Determinanten zu beschreiben ist hier Forschungsanliegen. Durch Definitionen und Modelle, die durch empirische Untersuchungen gestützt werden, wird sich dabei dem Begriff genähert. Dieser Zugang wird nun für die Beantwortung der formulierten

⁴⁰ Prengel, A., 2005, S. 21

⁴¹ Weigand, G., 2011, S. 48

Fragen zur Bedeutungsebene der Gleichheit und Verschiedenheit genutzt, indem Modelle mathematischer Begabung systematisiert und vorgestellt werden.

1.1.1 Modelle allgemeiner und mathematischer Begabung

Viele Modelle mathematischer Begabung sind durch ein bestimmtes Verständnis allgemeiner Begabung geprägt. So ist Heinzes „Differenziertes mathematisches Begabungs- und Talentmodell“ z. B. stark durch das allgemeine „Differenzierte Begabungs- und Talentmodell“ von Gagné geprägt.⁴² Aus diesem Grund und um eine fundierte Grundlage zum Verständnis mathematischer Begabungsmodelle zu erarbeiten, werden hier zuerst verschiedene Modelle allgemeiner Begabung vorgestellt und zueinander in Beziehung gesetzt. Darauf aufbauend werden verschiedene Modelle mathematischer Begabung im Grundschulalter vorgestellt und deren Unterschiede und Gemeinsamkeiten herausgearbeitet, um zu dem der Arbeit zugrunde liegenden Verständnis mathematischer Begabung im Grundschulalter zu gelangen.

Begabungsmodelle lassen sich nach der Anzahl der Faktoren, die Begabung erklären sollen, kategorisieren.⁴³ Ein-Faktoren-Modelle erklären Begabung mit nur einem einzigen Faktor, z. B. mit Intelligenz wie bei Rost.⁴⁴

Begabung nur mit Intelligenz zu erklären, wird jedoch der Komplexität des Begabungsbegriffs nicht gerecht. Zur Beschreibung kognitiver und intellektueller Fähigkeiten ist das Konstrukt der Intelligenz unabdingbar. Begabung lässt sich jedoch nicht allein durch die mit einem Intelligenztest erfassbaren Leistungen einer Person beschreiben.

Helbig⁴⁵ z. B. versteht Begabung als einen Begriff, der gegenüber der Intelligenz zusätzliche Bedeutungen aufweist, nämlich als

- (1) einen bereichsbezogenen kognitiven Lernstand, der reichhaltiges Wissen und automatisierte Denkroutinen mit einschließt,

⁴² Beide Modelle werden folgend genauer vorgestellt.

⁴³ Die Kategorisierung nach der Anzahl der Faktoren ist nur eine weitere unter vielen Möglichkeiten, die verschiedenen Modelle zu systematisieren.

⁴⁴ vgl. Rost, D. H., 2009, S. 257

⁴⁵ vgl. Helbig, P., 1988, S. 46f.

- (2) Kernfaktoren der Persönlichkeit wie Phantasie, Aufgeschlossenheit, Kreativität etc.,
- (3) Faktoren des Charakters wie Arbeitshaltung und Wille,
- (4) und Motivation und Interesse werden von Helbig als zentrale Komponenten der Begabung beschrieben.

Käpnick fasst verschiedene Aspekte der Kritik am klassischen Intelligenzansatz zusammen:⁴⁶

- Ein Intelligenztest misst eine momentane Leistung in einer spezifischen Testsituation und vermag deshalb nicht das tatsächliche Leistungsvermögen einer Person zu erfassen.
- Einen Schwellenwert für eine Hochbegabung bei einem IQ-Testwert von 130 festzulegen, steht im Gegensatz zur Beachtung individueller Begabungsausprägungen.
- Entwicklungspotenziale werden nicht beachtet.
- Andere Einflussfaktoren neben den kognitiven Fähigkeiten werden nicht beachtet.
- Intelligenztests messen nicht mathematisches Tätigsein in seiner Komplexität, da schon die Struktur des Tests und die Testsituation per se nicht dem „Wesen` mathematisch produktiven Tuns“ entsprechen.
- Käpnick kann die Annahme, dass Intelligenz eine notwendige Voraussetzung für sehr gute mathematische Fähigkeiten ist, empirisch nicht in allen Fällen bestätigen. So begegnen ihm in seinen Kursen immer wieder Kinder, bei denen die mathematikspezifischen Leistungen in den IQ-Tests wesentlich höher sind als die anderen IQ-Leistungen (mit einer Differenz von 15 bis sogar 40 Punkten).
- Die Förderung von Kindern bleibt bei der Intelligenzmessung zunächst außer Acht. Es werden lediglich momentane Leistungen gemessen.

Foth und van der Meer weisen dazu empirisch einerseits einen hohen Zusammenhang zwischen Intelligenz und mathematischer Leistung nach, andererseits liefern sie empirische Befunde für verschiedene andere

⁴⁶ vgl. Käpnick, F., 2013, S. 12

Faktoren überdurchschnittlicher mathematischer Leistungen.⁴⁷ Denn hohe mathematische Leistungen sind nach Foths und van der Meers Befunden beeinflusst von:

- den kognitiven Fähigkeiten (Intelligenz),
- dem Interesse an Mathematik (welches durch Kompetenzerleben beeinflusst wird),
- der Motivation (Leistungsmotivation und intrinsische Lernmotivation) und
- einem positiven akademischen Selbstkonzept (als Resultat sozialer Vergleichsprozesse (interpersonal) oder intrapersonaler Vergleiche (verschiedene Fächer)), welches eine reziproke Wirkung mit hohen mathematischen Leistungen hat.

Foth und van der Meer weisen mit ihren Untersuchungen empirisch nach, dass hohe mathematische Leistungen nicht nur über einen Faktor zu erklären sind. Daher ist eine Gleichsetzung von Begabung mit einem Faktor, z. B. dem der Intelligenz, abzulehnen.

Neben der eindimensionalen Erklärung der Begabung mit Intelligenz existieren allgemeine Begabungsmodelle, die mehrere Faktoren als Erklärung für das Zustandekommen einer allgemeinen Begabung einbeziehen.

So entsteht Begabung im Drei-Ringe-Modell von Renzulli (**Abbildung 2**) aus dem Zusammenwirken von überdurchschnittlicher Intelligenz, Aufgabenverpflichtung und Kreativität. Renzulli setzt in seinem Modell Begabung mit Leistung gleich und nimmt eben diese drei Faktoren als Voraussetzungen für Hochbegabung an. Die Aufgabenverpflichtung entspricht dabei dem Begriff der Leistungsmotivation⁴⁸. Mönks entwickelt dieses Modell weiter, indem er den drei Faktoren den Aspekt der Umwelt hinzufügt. Umwelteinflüsse wirken nach seinem Triadischen Interdependenzmodell (**Abbildung 3**) auf die drei Faktoren: Intelligenz, Motivation und Kreativität ein und beeinflussen somit das Zustandekommen einer Begabung.

⁴⁷ vgl. Foth, M., van der Meer, E., 2013, S. 197-201

⁴⁸ vgl. Holling, H., Kanning, U. P., 1999, S. 8f.