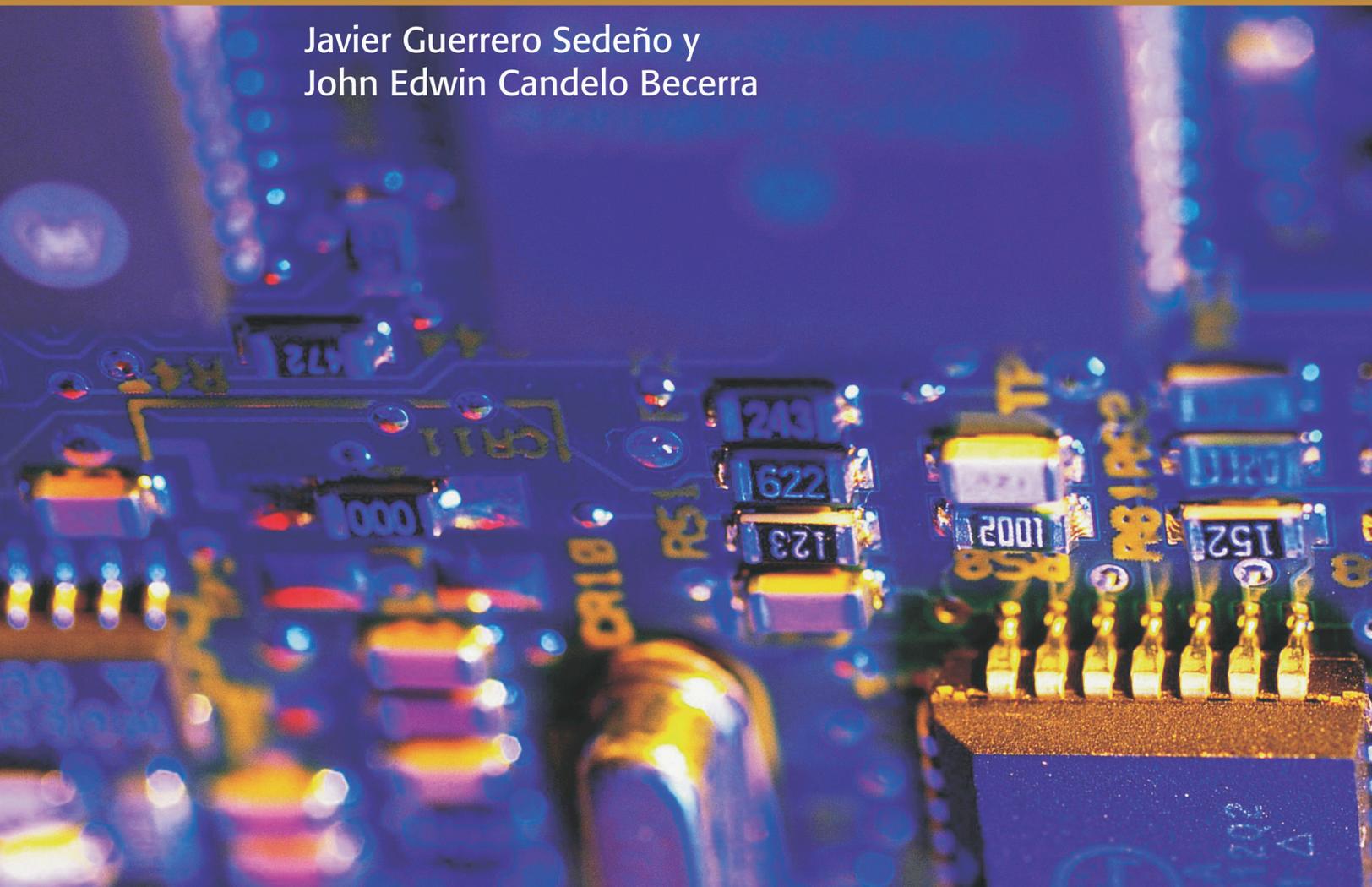


Análisis de circuitos eléctricos estado estable

Javier Guerrero Sedeño y
John Edwin Candelo Becerra



Análisis de circuitos eléctricos estado estable

Análisis de circuitos eléctricos estado estable

Javier Guerrero Sedeño
John Edwin Candelo Becerra

Área metropolitana
de Barranquilla (COLOMBIA), 2011

 **UNIVERSIDAD
DEL NORTE**
Editorial

Guerrero Sedeño, Javier.

Análisis de circuitos eléctricos : estado estable / Javier Guerrero Sedeño, John Edwin Candelo Becerra. -- Barranquilla : Editorial Universidad del Norte, 2011.

227 p. : il. ; 24 cm.

Incluye referencias bibliográficas (p. 227)

ISBN 978-958-741-164-5 (impreso)

ISBN 978-958-741-897-2 (PDF)

ISBN 978-958-741-896-5 (ePub)

I. Circuitos eléctricos. I. Candelo Becerra, John Edwin. II. Tít.

(621.3192 G934 22 ed.) (CO-BrUNB)



Vigilada Mineducación

www.uninorte.edu.co

Km 5, vía a Puerto Colombia, A.A. 1569

Área metropolitana de Barranquilla (Colombia)

© 2011, Editorial Universidad del Norte

Javier Guerrero Sedeño y John Edwin Candelo Becerra

Coordinación editorial

Zoila Sotomayor O.

Diseño y diagramación

Munir Kharfan de los Reyes

Diseño de portada

Joaquín Camargo Valle

Corrección de textos

Mercedes Castilla M.

Impreso y hecho en Colombia

Javegraf (Bogotá)

Printed and made in Colombia

© Reservados todos los derechos. Queda prohibida la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio reprográfico, fónico o informático, así como su transmisión por cualquier medio mecánico o electrónico, fotocopias, microfilm, *offset*, mimeográfico u otros sin autorización previa y escrita de los titulares del *copyright*. La violación de dichos derechos constituye un delito contra la propiedad intelectual.

*Dedicado a ti, Rosamelyn,
mi mejor editora.*

JAVIER

*Dedicado a mi esposa Laura,
por todo el amor y comprensión.*

JOHN

AUTORES

JAVIER GUERRERO SEDEÑO

Doctorante en Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Washington State (USA). Ingeniero Electricista de la Universidad del Norte (Colombia). Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad del Norte (Colombia). Ha publicado algunos trabajos en eventos internacionales y nacionales. Su interés de investigación se enfoca en la estabilidad y el control del sistema de potencia.

JOHN EDWIN CANDELO BECERRA

Doctor en Ingeniería, con énfasis en Ingeniería Eléctrica de la Universidad del Valle (Colombia). Ingeniero Electricista de la Universidad del Valle. Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, coordinador de la Maestría en Ingeniería Eléctrica y director del Grupo de Investigación en Sistemas de Potencia (GISEL) de la Universidad del Norte (Colombia). Ha publicado varios trabajos en revistas nacionales e internacionales y ha participado como conferencista en varios congresos y seminarios relacionados con Sistemas de Potencia. Sus principales intereses de investigación incluyen la estabilidad y el control de los sistemas de potencia, Smart Grid, eficiencia energética, mercados energéticos y energías renovables.

CONTENIDO

PRESENTACIÓN.xi

INTRODUCCIÓN.xiii

CAPÍTULO 1

Conceptos básicos. 1

- 1.1. Introducción1
- 1.2. Sistema Internacional de Unidades y Prefijos2
- 1.3. El átomo3
- 1.4. Corriente eléctrica5
- 1.5. Voltaje9
- 1.6. Energía y potencia eléctrica11
- 1.7. Terminología básica de los circuitos eléctricos15
- 1.8. Ejercicios17

CAPÍTULO 2

Resistencia y conductancia22

- 2.1. Introducción22
- 2.2. Resistencia23
 - 2.2.1. RESISTENCIA VS. ESTRUCTURA MOLECULAR DE LOS MATERIALES23
 - 2.2.2. RESISTENCIA VS. GEOMETRÍA DEL MATERIAL23
 - 2.2.3. RESISTENCIA VS. TEMPERATURA26
- 2.3. Tipos de resistencias28
 - 2.3.1. CÓDIGO DE COLORES DE LAS RESISTENCIAS POLICARBONADAS.28
- 2.4. Conductancia.31
- 2.5. Ejercicios32

CAPÍTULO 3

Leyes básicas 34

- 3.1. Introducción 34
- 3.2. Ley de Ohm. 34
- 3.3. Ley de voltaje de Kirchhoff. 37
- 3.4. Ley de corrientes de Kirchhoff 37
- 3.5. Circuitos en serie. 38
- 3.6. Circuitos en paralelo 43
- 3.7. Fuentes de corriente 46
- 3.8. Circuitos serie-paralelo 48
- 3.9. Conversiones estrella-delta 52
- 3.10. Técnica divisora de voltaje. 57
- 3.11. Técnica divisora de corriente. 59
- 3.12. Ejercicios 60

CAPÍTULO 4

Capacitores e inductores 79

- 4.1. Introducción 79
- 4.2. Capacitancia 79
- 4.3. Capacitores en serie y en paralelo 84
- 4.4. Inductancia. 86
- 4.5. Inductancias en serie y en paralelo 88
- 4.6. Ejercicios 90

CAPÍTULO 5

Senoides y fasores. 96

- 5.1. Introducción 96
- 5.2. La onda senoidal 96
- 5.3. Álgebra compleja. 101
- 5.4. Fasores 105
- 5.5. Impedancia. 108
 - 5.5.1. RESISTENCIAS 108
 - 5.5.2. INDUCTANCIAS. 109
 - 5.5.3. CAPACITANCIAS 111
- 5.6. Análisis de circuitos básicos en corriente alterna 115
- 5.7. Ejercicios 124

CAPÍTULO 6

Métodos sistemáticos para el análisis de circuitos. 130

- 6.1. Introducción 130
- 6.2. Análisis de mallas 130
- 6.3. Análisis de nodos. 140

6.4.	Fuentes controladas	150
6.5.	Ejercicios	156

CAPÍTULO 7

Teoremas de los circuitos eléctricos	168	
7.1.	Introducción	168
7.2.	Principio de linealidad y superposición	168
7.2.1.	HOMOGENEIDAD	169
7.2.2.	PROPIEDAD ADITIVA	170
7.2.3.	PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN.	171
7.3.	Teoremas de Thevenin y Norton	176
7.4.	Transformación de fuentes.	182
7.5.	Ejercicios	187

CAPÍTULO 8

Potencia en AC	197	
8.1.	Introducción	197
8.2.	Potencia en circuitos AC.	197
8.3.	Potencia promedio o activa	199
8.4.	Potencia reactiva.	201
8.5.	Potencia compleja	203
8.6.	Potencia aparente	205
8.7.	Triángulo de potencia	205
8.8.	El factor de potencia y su corrección	206
8.9.	Ejemplos sobre potencia	207
8.10.	Ejercicios	217

BIBLIOGRAFÍA	223
-------------------------------	------------

| P R E S E N T A C I Ó N |

Los autores agradecemos la acogida a esta primera edición de la obra, que esperamos sea de gran ayuda para el estudio de los circuitos eléctricos y de fácil aprendizaje a quienes la han escogido como apoyo académico en el tema.

Hemos de recordar que fue el Ing. Javier Guerrero la persona que inicialmente concibió la idea de plasmar las notas de clase y las prácticas de circuitos en un texto que combinara las técnicas y métodos de estudio de circuitos eléctricos de corriente alterna y directa. Luego, una vez que el proyecto nos une, lo hacemos realidad en corto tiempo puesto que nos dedicamos por completo a terminarlo.

Ya que la escritura de un libro y su preparación para publicarlo no es una labor fácil, nos gustaría que nuestros lectores aprovecharan al máximo los conocimientos plasmados en este texto. También esperamos que los 8 capítulos se constituyan en un material de apoyo durante el proceso de aprendizaje de la asignatura Circuitos Eléctricos.

ING. JOHN EDWIN CANDELO, PH. D.

La asignatura Circuitos Eléctricos en Régimen Estable es comúnmente dividida en dos partes por la mayoría de los autores de los libros pertinentes a la asignatura: circuitos en corriente directa y circuitos en corriente alterna. Tal esquema de la temática hace que muchas universidades se vean persuadidas a dictar la asignatura de circuitos eléctricos en tres cursos diferentes: uno para la corriente directa, otro para la alterna y un tercero para cubrir temas especiales como la potencia trifásica y circuitos en régimen transitorio.

El Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad del Norte se ha tomado la tarea de dictar el contenido de régimen estable en un curso, basándose en el hecho de que las técnicas de análisis para ambos tipos de corrientes se fundamentan en el mismo principio. Así, el Curso de Circuitos I en la Universidad del Norte contiene un análisis simultáneo de la corriente alterna y directa que ahorra un curso adicional de circuitos y le permite al estudiante tener una óptica global e integrada de los principios envueltos en el análisis de circuitos eléctricos.

Si bien es cierto que los resultados han sido totalmente positivos, existe el inconveniente de que no hay un libro con dicho enfoque integrado que los estudiantes y el profesor puedan tomar como guía académica.

Este proyecto contiene la teoría básica acerca del análisis de circuitos eléctricos en estado estable. La obra inicia con los conceptos básicos de los circuitos eléctricos comunes a cada tipo de corriente que se pueden ver en los capítulos 1 y 2. En el capítulo 3 se ilustra el análisis de circuitos elementales con una sola fuente de alimentación en corriente directa. Este análisis elemental le permite al estudiante manipular rápidamente las leyes básicas de los circuitos desde el inicio del curso. En el capítulo 4 se hace una

breve reseña del modo de funcionamiento y leyes que rigen los capacitores e inductores. En el capítulo 5 se introduce el concepto de corriente alterna y los modelos matemáticos utilizados para analizarla. Al final de este capítulo se muestra de forma inductiva cómo el análisis de circuitos en corriente directa alterna implica lo mismo que analizar circuitos en corriente directa y que los principios son igual de aplicables. Teniendo ya el enfoque integrado en el capítulo 6, se explican las técnicas de análisis de circuitos con más de una fuente. En el capítulo 7 se presentan los teoremas de análisis de circuitos eléctricos como Thevenin y Norton, los cuales permiten realizar las reducciones de circuitos eléctricos para su fácil representación.

Además de tener la teoría, esta obra cuenta con ejemplos, ilustraciones, tablas y ejercicios con los que el estudiante puede comprobar su conocimiento y el docente puede usar en clase. También cuenta con las respuestas de los ejercicios impares.

Conceptos básicos

1.1. Introducción

Entre la cantidad de fenómenos físicos que ocurren en nuestro planeta, la electricidad ha sido uno de los que más ha fascinado al hombre, y a tal punto que ha motivado grandes estudios y la producción de las aplicaciones tecnológicas altamente sofisticadas que se observan en la actualidad. Desde el inicio de la historia de este fenómeno, la expectativa ha marcado su uso: en la antigua Grecia las personas llamaron electrón a una sustancia de resina fósil (ámbar) que cuando se frotaba atraía objetos de peso liviano. Dicho fenómeno solo es explicado siglos después por William Gilbert con sus estudios en 1600 sobre las cargas electrostáticas. A partir de este instante comienzan los grandes estudios y aplicaciones: ese mismo año Otto von Guericke desarrolla la primera máquina que generaba grandes cantidades de carga y Stephen Gray logra transmitir carga a través de hilos de seda. En 1745 Peter van Musschenbroek construye el primer capacitor llamado botella de Leyden y Benjamín Franklin postula la existencia de dos tipos de carga. Cuarenta años más tarde, Coulomb demuestra que la fuerza existente entre las cargas es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. En 1799 Alessandro Volta construye la primera pila a base de la acción química entre un metal y un ácido. A principios del siglo siguiente Hans Oersted postula la relación entre la electricidad y el magnetismo y Andre Ampere comprueba los efectos magnéticos alrededor de los cables conductores de corriente. En 1826 George Ohm introduce la relación básica entre la corriente y un voltaje en un circuito. Cinco años más tarde Michael Faraday formula su teoría de inducción electromagnética. A mediados del siglo XIX James Clerk Maxwell formula sus famosas ecuaciones del electromagnetismo y Gustav Kirchhoff introduce las leyes que rigen los voltajes y corrientes en un circuito. En 1895 Wilhelm Runtgen descubre las ondas electromagnéticas de alta frecuencia o rayos X.

Al final del siglo XIX ya se han establecido las leyes básicas de la electricidad y comienzan las aplicaciones prácticas para la humanidad. En el transcurso de este texto se van a analizar algunas de esas leyes que competen a los circuitos eléctricos y su utilidad en la actualidad.

1.2. Sistema Internacional de Unidades y Prefijos

Antes de entrar en materia es importante estudiar las convenciones de medida que se utilizan en el mundo. En 1960 la Oficina Internacional de Pesos y Medidas convocó a una asamblea general en Francia para acordar mediante consenso las unidades básicas de medida de magnitudes física, en el llamado sistema internacional de medidas o S.I., que dejó de lado los distintos parámetros propuestos en el pasado por norteamericanos y europeos. Como las mediciones que se hacían en diferentes partes del mundo variaban según el lugar, el objetivo de la conferencia era unificar los criterios en un solo sistema a utilizarse internacionalmente. En la tabla 1. se ilustra las unidades del S.I para las variables físicas básicas:

Tabla 1.1. Unidades del Sistema Internacional

CANTIDAD	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Corriente	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad	Candela	cd

Por otro lado, en ingeniería es común encontrarse con magnitudes relativamente grandes, con muchos ceros a la derecha. Por ejemplo, una central térmica promedio puede generar alrededor de 1000000000 W. Para expresar estas magnitudes de una forma más cómoda se utilizan las potencias de 10. Algunas de estas tienen abreviaturas o prefijos que se colocan antes de las unidades. Por ejemplo en el caso de la central térmica mencionada anteriormente la cantidad de potencia generada se expresa como 1 GW (1×10^9 W). En la tabla 1.2 se muestran los prefijos más usados y su respectiva potencia de 10.

Tabla 1.2. Prefijos

POTENCIA DE 10	PREFIJO	SÍMBOLO
10^{18}	EXA	E
10^{15}	PENTA	P
10^{12}	TERA	T
10^9	GIGA	G
10^6	MEGA	M
10^3	KILO	K
10^2	HECTO	H
10^1	DECA	DA
10^{-1}	DECI	D
10^{-2}	CENTI	C
10^{-3}	MILI	M
10^{-6}	MICRO	μ
10^{-9}	NANO	N
10^{-12}	PICO	P
10^{-15}	FEMTO	F
10^{-18}	ATO	A

1.3. El átomo

Para entender los fenómenos macroscópicos de la electricidad, es necesario que primero nos familiaricemos con la estructura atómica de los materiales. El átomo es la unidad básica de la materia; está compuesto por dos tipos de partículas: electrones y protones. Estos últimos se encuentran agrupados en el núcleo del átomo, mientras que los electrones orbitan a su alrededor. Una característica particular de los componentes del átomo es la carga, que la entenderemos como la propiedad de la materia a partir de la cual puede experimentar fenómenos eléctricos. Los protones se caracterizan por tener una carga positiva y los electrones una carga negativa. La carga se mide en coulombs (C) y un electrón tiene una carga de 1.602×10^{-19} C. La figura 1.1 muestra un esquema del átomo basado en el modelo postulado por Niels Bohr.

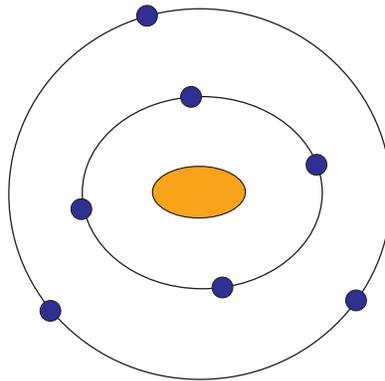


Figura 1.1. Modelo del átomo

Pero ¿por qué se mantienen los electrones orbitando alrededor del núcleo? Porque existe una fuerza de atracción de tal magnitud entre estas cargas que les permite interactuar. La magnitud de semejante fuerza está dada por la ley de Coulomb:

$$F = \frac{KQ_1Q_2}{r^2}$$

Donde F es la fuerza de atracción o repulsión (atracción si las cargas son de polaridades opuestas y repulsión si tienen la misma polaridad), Q_1 es la carga de una partícula y Q_2 es la carga de la otra partícula; r es la distancia entre las partículas y K es una constante de proporcionalidad cuyo valor es $9.0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{C}^2$ (ver figura 1.2).

En los metales como el cobre, la última capa de electrones orbitantes (llamada capa de valencia) está constituida por un solo electrón. Tal característica hace que las fuerzas intraatómicas sobre este electrón sean muy bajas, pero asimismo le da al electrón cierto grado de libertad para circular por el material compuesto por tales átomos. En física esto se conoce como estado de conducción.

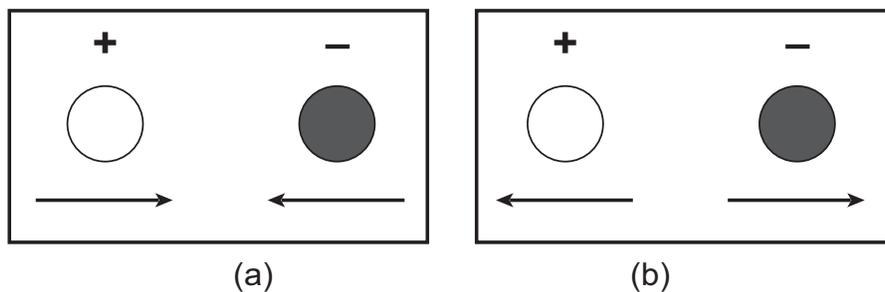


Figura 1.2. (a) Cargas con polaridades opuestas, (b) cargas con polaridades iguales

Existen materiales cuyos átomos tienen muchos electrones en la capa de valencia, razón por la que los enlaces y fuerzas intraatómicas son más fuertes sobre cada electrón. A su vez, esto impide que el electrón tenga mucha libertad y que se pueda conducir electricidad por el material. Precisamente, aquellos materiales que no conducen electricidad con tanta facilidad y que, por el contrario, se oponen a la conducción eléctrica se les conoce como aislantes.

También existen otros materiales cuyo contenido de electrones en la capa de valencia es moderado y que reúnen características tanto de aislantes como de conductores. A estos materiales se les conoce como semiconductores; entre otros encontramos en este grupo al silicio, galio y germanio, y todos son de especial interés en la construcción de circuitos electrónicos.

Para que un electrón de cobre pase de la capa de valencia a un estado de conducción se requiere muy poca energía (con la energía térmica del ambiente es suficiente) ya que el número de electrones en esta capa es escaso (uno o dos máximo). Por tal razón que decimos los metales como el cobre son muy buenos conductores de electricidad (ver figura 1.3).

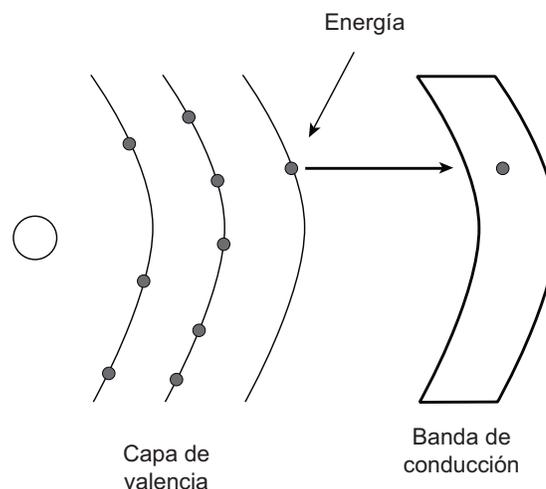


Figura 1.3. Electrón cruzando de la banda de valencia a la banda de conducción

1.4. Corriente eléctrica

Cuando los electrones de varios átomos del material se encuentran en estado de conducción y se desplazan uniformemente por el material decimos que hay una corriente eléctrica (ver figura 1.4).

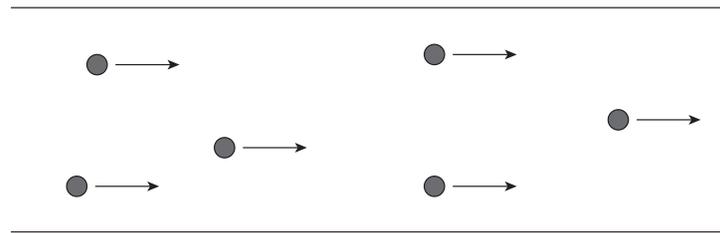


Figura 1.4. Flujo de electrones

La corriente eléctrica se define como la razón de cambio de la carga con respecto al tiempo. Es decir,

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Donde I es la corriente medida en amperios (A), q es la carga que pasa por el material en coulombs y t es el tiempo en segundos.

Para entender el concepto de corriente imaginémonos un caudal de agua que fluye a través de una tubería. En tal caso la corriente es análoga a la medida del caudal de agua.

Por convención se ha definido que la magnitud de la corriente es positiva para un sentido de flujo contrario al de los electrones. Esto quiere decir que tomaremos de ahora en adelante la convención según la cual la dirección de la corriente es contraria a la que siguen los electrones. La razón de esta convención radica en que en un inicio se creía que los portadores de carga en un material eran las partículas cargadas positivamente. Pero con el tiempo se demostró que eran los electrones. Sin embargo se mantuvo la misma convención que se tenía desde un inicio (ver figura 1.5).

Cabe notar que para que pueda existir una corriente es necesaria una excitación que promueva el movimiento de los electrones. También es necesario que exista una trayectoria cerrada por la cual fluyan los electrones para que se cumpla el principio de conservación de la carga.

Dependiendo de cómo varía la magnitud de la corriente en el tiempo, encontramos dos tipos de corriente básicas con las que se trabajaran en este texto:

- Corriente directa: es una corriente cuya magnitud es constante en el tiempo (ver figura 1.6 (a)).
- Corriente alterna: es una corriente cuya magnitud varía senoidalmente en el tiempo (ver figura 1.6 (b)).

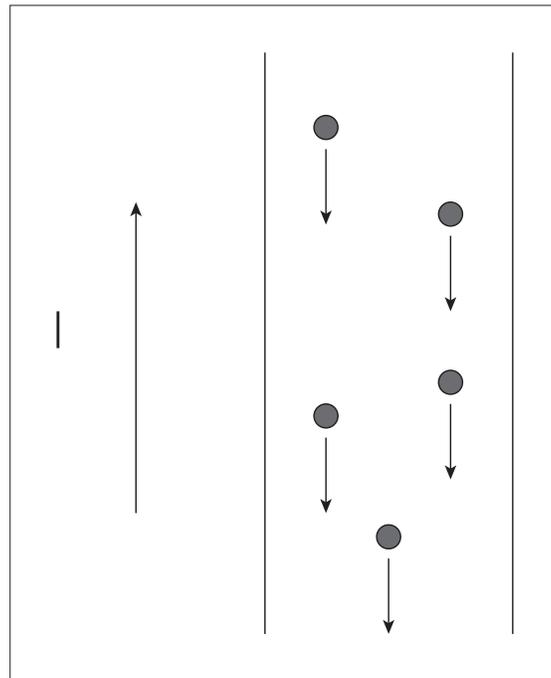


Figura 1.5. Convención del signo de la corriente

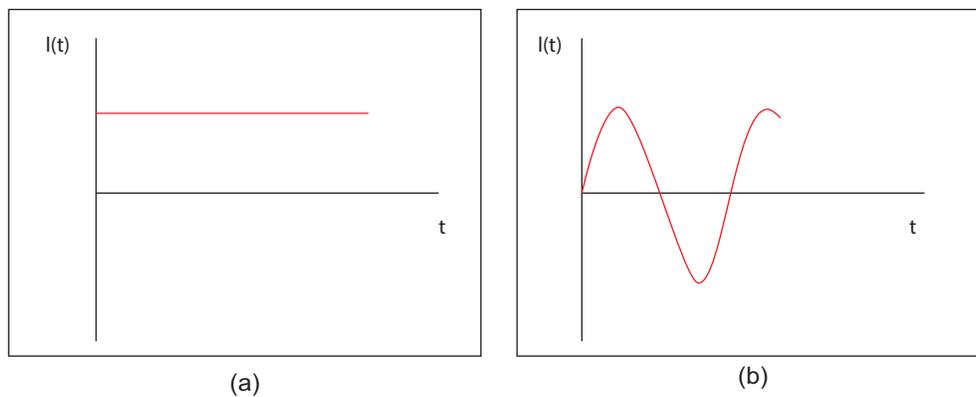


Figura 1.6. Gráfica de señales: (a) corriente directa. (b) corriente alterna

Ejemplo 1.1

Si la carga que pasa por un circuito eléctrico está dada por una función del tiempo $q(t) = 5e^{-t} + 4 \cos 3t$, halle la corriente en ese circuito como una función del tiempo.

Solución

De la ecuación 2 tenemos que:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(5e^{-t} + 5\cos 3t) = -5e^{-t} - 12\text{Sen}3t$$

Ejemplo 1.2.

En un circuito eléctrico fluye una corriente cuya magnitud varía según la figura 1.7. Halle la carga que pasa por el circuito entre los periodos $t = 0$ y $t = 4$.

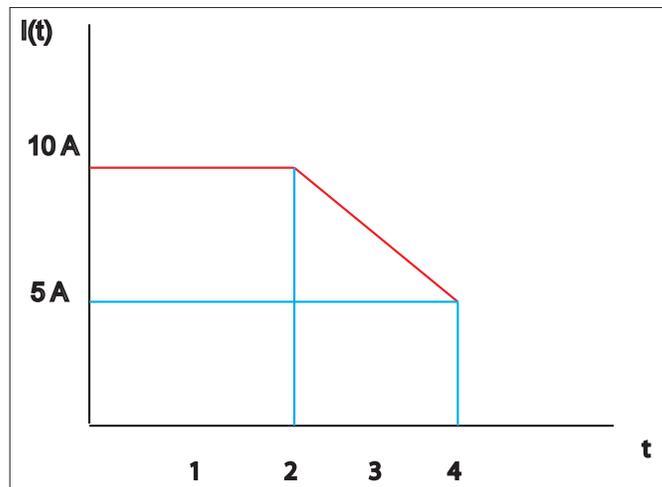


Figura 1.7. Diagrama de señal para el ejemplo 1.2

Solución

De la ecuación 2 tenemos que:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Si despejamos la carga tenemos que:

$$q = \int_{t_0}^{t_1} I(t) dt$$

Entre los instantes $t = 0$ y $t = 2$ $I(t) = 10$ A se define que la carga total durante este periodo es:

$$q = \int_0^2 10 dt = 10(t)_0^2 = 10 * 2 = 20C$$

Entre los instantes $t = 2$ y $t = 4$ la corriente varía linealmente. Por tal razón hallamos la ecuación de la recta:

$$I - I_0 = \frac{I_1 - I_0}{t_1 - t_0}(t - t_0)$$

$$I - 10 = \frac{10 - 5}{2 - 4}(t - 2)$$

$$I - 10 = \frac{-5}{2}(t - 2)$$

$$I = \frac{-5}{2}t + 15$$

Entonces tenemos que la carga entre los instantes $t = 2$ y $t = 4$ es:

$$q_2 = \int_2^4 \left(-\frac{5}{2}t + 15\right) dt = \left(-\frac{5}{4}t^2 + 15t\right)_2^4 = 40 - 25 = 15C$$

Por lo tanto, la carga entre los instantes $t = 0$ y $t = 4$ es la suma de las dos cargas parciales que hemos hallado:

$$q = q_1 + q_2 = 20C + 15C = 35C$$

1.5. Voltaje

Bajo condiciones normales, los electrones de un material que se encuentran en estado de conducción tiene entonces un movimiento aleatorio (ver figura 1.8).

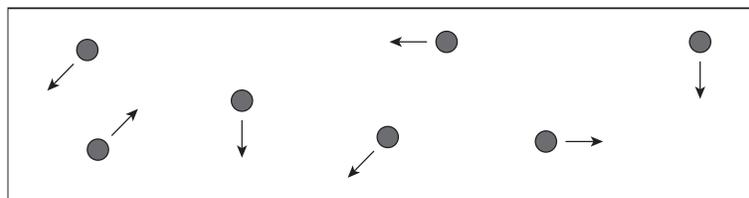


Figura 1.8. Electrones en un material bajo condiciones normales