

}essentials{

Karim Ghaib

Einführung in die numerische Strömungsmechanik



Springer Vieweg

essentials

essentials liefern aktuelles Wissen in konzentrierter Form. Die Essenz dessen, worauf es als „State-of-the-Art“ in der gegenwärtigen Fachdiskussion oder in der Praxis ankommt. *essentials* informieren schnell, unkompliziert und verständlich

- als Einführung in ein aktuelles Thema aus Ihrem Fachgebiet
- als Einstieg in ein für Sie noch unbekanntes Themenfeld
- als Einblick, um zum Thema mitreden zu können

Die Bücher in elektronischer und gedruckter Form bringen das Expertenwissen von Springer-Fachautoren kompakt zur Darstellung. Sie sind besonders für die Nutzung als eBook auf Tablet-PCs, eBook-Readern und Smartphones geeignet. *essentials*: Wissensbausteine aus den Wirtschafts-, Sozial- und Geisteswissenschaften, aus Technik und Naturwissenschaften sowie aus Medizin, Psychologie und Gesundheitsberufen. Von renommierten Autoren aller Springer-Verlagsmarken.

Weitere Bände in der Reihe <http://www.springer.com/series/13088>

Karim Ghaib

Einführung in die numerische Strömungsmechanik

Karim Ghaib
Zwingenberg, Deutschland

ISSN 2197-6708

essentials

ISBN 978-3-658-26922-7

<https://doi.org/10.1007/978-3-658-26923-4>

ISSN 2197-6716 (electronic)

ISBN 978-3-658-26923-4 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2019

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Was Sie in diesem *essential* finden können

- Mathematische Grundlagen der numerischen Strömungsmechanik
- Eine systematische Beschreibung der Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie
- Wichtigste Modelle zur Berechnung von Turbulenzen
- Bedeutendste Methoden zur Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen
- Kriterien zur Beurteilung der Qualität und Feinheit der Rechennetze

Vorwort

Die Eigenschaften und Auswirkungen von Strömungen sind in vielen Bereichen der Naturwissenschaften und des Ingenieurwesens von Bedeutung. Ihre Vorhersage kann durch analytische, experimentelle und numerische Strömungsmechanik erreicht werden. Hierbei fällt der numerischen Strömungsmechanik eine immer größere Bedeutung zu. Verantwortlich dafür ist zum größten Teil die kontinuierlich steigende Leistung der Rechner. Die aktuell zur Verfügung stehenden Einzelplatzrechner sind so leistungsstark, dass die Berechnung komplexer Strömungsprobleme auf ihnen möglich ist.

Die Anwender von der numerischen Strömungsmechanik müssen einiges über die Methoden dieses Gebietes wissen. Das vorliegende Essential führt in die numerische Strömungsmechanik ein. Nach einem Überblick über mathematische Grundlagen werden die Erhaltungsgleichungen der Strömungsmechanik formuliert. Im Anschluss werden Turbulenzmodelle erläutert. Die wichtigsten numerischen Methoden werden dann beschrieben. Zum Schluss werden Arten und Beurteilungskriterien der Rechnetze angegeben.

Dieses Buch ist sowohl dem Einsteiger als auch dem Anwender auf dem Gebiet der numerischen Strömungsmechanik zu empfehlen.

Karim Ghaib

Inhaltsverzeichnis

- 1 Mathematische Grundlagen. 1**
 - 1.1 Differenzialrechnung für Funktionen von
einer Variablen 1
 - 1.2 Differenzialrechnung für Funktionen von
mehreren Variablen 4
 - 1.3 Potenzreihenentwicklung einer Funktion 10
 - 1.4 Lösen von linearen Gleichungssystemen. 12
 - 1.4.1 Matrizenschreibweise. 12
 - 1.4.2 Gauß-Algorithmus 13
 - 1.4.3 Iterative Algorithmen 14
 - 1.5 Vektoralgebra und -analyse 17
 - 1.5.1 Vektoroperationen 18
 - 1.5.2 Projektion eines Vektors auf einen
zweiten Vektor 22
 - 1.5.3 Differenziation eines Vektors nach
einem Parameter. 23
 - 1.5.4 Flächen im Raum 25
 - 1.5.5 Differenziation von Feldern: Gradient
und Divergenz 26
 - 1.5.6 Oberflächenintegrale 28
 - 1.5.7 Gaußscher Integralsatz. 30
- 2 Erhaltungsgleichungen. 33**
 - 2.1 Massenerhaltungsgleichung 33
 - 2.2 Impulserhaltungsgleichungen 35
 - 2.3 Energieerhaltungsgleichung. 40

3	Turbulente Strömungen	45
3.1	RANS-Methode	46
3.1.1	Wirbelviskositätsmodelle	52
3.1.2	Reynoldsspannungsmodelle	60
3.2	Large-Eddy-Simulation	62
4	Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen	65
4.1	Finite-Differenzen-Methode	66
4.2	Finite-Volumen-Methode	71
4.3	Lösungsverfahren	76
4.4	Randbedingungen	76
5	Rechennetz	79
	Literatur	83

Mathematische Grundlagen

1

1.1 Differenzialrechnung für Funktionen von einer Variablen

Die Strömungsmechanik beruht auf der Differenzialrechnung. In diesem und dem folgenden Abschnitt wird die Differenzialrechnung in kurzer Fassung beschrieben.

Differenzierbarkeit einer Funktion

Eine Funktion $f(x)$ ist im Punkt x_0 differenzierbar, wenn der Grenzwert

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \right) \quad (1.1)$$

vorhanden ist.

Man bezeichnet den Grenzwert als die erste Ableitung oder als der Differenzialquotient der Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 und kennzeichnet ihn durch $y'(x_0)$, $f'(x_0)$ oder $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$.

Geometrisch kann man die Ableitung wie folgt interpretieren. Eine Sekante S wird durch die Punkte P und Q der Funktion $f(x)$ festgelegt. Man stellt sich vor, Q wandert auf der Kurve der Funktion und strebt gegen P . Die Steigung von S geht so in die Steigung der Tangente T über. Die Ableitung der Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 ist demnach die Steigung der Tangente an die Kurve im Punkt P (Abb. 1.1).