

BestMasters

Mark Popenco

Allgemeine Relativitätstheorie und Gravitomagnetismus

Eine Einführung
für Lehramtsstudierende



Springer Spektrum

BestMasters

Mit „BestMasters“ zeichnet Springer die besten Masterarbeiten aus, die an renommierten Hochschulen in Deutschland, Österreich und der Schweiz entstanden sind. Die mit Höchstnote ausgezeichneten Arbeiten wurden durch Gutachter zur Veröffentlichung empfohlen und behandeln aktuelle Themen aus unterschiedlichen Fachgebieten der Naturwissenschaften, Psychologie, Technik und Wirtschaftswissenschaften.

Die Reihe wendet sich an Praktiker und Wissenschaftler gleichermaßen und soll insbesondere auch Nachwuchswissenschaftlern Orientierung geben.

Mark Popenco

Allgemeine Relativitätstheorie und Gravitomagnetismus

Eine Einführung
für Lehramtsstudierende

 Springer Spektrum

Mark Popenco
Koblenz, Deutschland

OnlinePlus Material zu diesem Buch finden Sie auf
<http://www.springer.com/978-3-658-17221-3>

BestMasters

ISBN 978-3-658-17220-6

ISBN 978-3-658-17221-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-658-17221-3

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2017

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist Teil von Springer Nature

Die eingetragene Gesellschaft ist Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Für meine lieben Eltern

Vorwort

Von der Allgemeinen Relativitätstheorie habe ich das erste Mal in der Veranstaltung „Gebietsübergreifende Konzepte und Anwendungen“ des Master of Education Physik Studiengangs an der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz gehört. Dadurch ist mir ein Blick auf eine für mich bis dahin noch völlig unbekannte Welt gewährt worden. Um Einsteins geniale Gedankengänge nachzuvollziehen, habe ich mich dazu entschlossen, mich im Rahmen meiner Masterarbeit weitergehend mit dieser faszinierenden Theorie zu befassen. Mit dem Lesen der folgenden Seiten hoffe ich, dass Sie, verehrter Leser, einen Einblick in eines der bedeutendsten Gedankengebäude der Physik gewinnen und ein Funke meiner Begeisterung für diese Theorie auf Sie überspringt.

Ohne die kompetente, fachliche Unterstützung von Stefan Scherer, der mir in zahlreichen Diskussionen stets beratend zur Seite gestanden hat, wäre diese Arbeit wohl nie zustande gekommen. Vielen Dank dafür. Auch danke ich Jonas Pohl für seine ständige Bereitschaft eines klärenden Gedankenaustausches. Ebenso bedanke ich mich bei Anna-Maria Hauck, die diese Arbeit mehr als einmal gelesen und mir damit sehr geholfen hat.

Auch bin ich dankbar für meine Freunde Marc, Julian, Patrick, Daniel und Sven, die mich während meines Studiums begleitet haben und es damit zu einer unvergesslichen Zeit werden ließen.

Koblenz, im Januar 2017

„Manche Männer bemühen sich lebenslang, das Wesen einer Frau zu verstehen. Andere befassen sich mit weniger schwierigen Dingen, zum Beispiel der Relativitätstheorie.“¹

Albert Einstein²

¹ Für dieses Zitat findet sich keine zuverlässige Quelle, die es eindeutig Einstein zuordnet. Dennoch scheint es dem Autor ein passender Einstieg in diese Arbeit zu sein.

² [1879-1955]

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
2	Klassische Mechanik.....	5
2.1	Newtons Gravitationstheorie	5
2.2	Schwaches Äquivalenzprinzip	8
3	Spezielle Relativitätstheorie.....	11
3.1	Lorentz-Transformation	11
3.1.1	Galilei-Transformation	11
3.1.2	Grundlagen der Lorentz-Transformation.....	14
3.1.3	Relativistisches Additionstheorem.....	17
3.1.4	Lorentz-Kontraktion	18
3.1.5	Zeitdilatation.....	19
3.1.6	Eigenzeit.....	19
3.2	Relativistische Feldgleichungen der Elektrodynamik	20
4	Analogien I.....	25
5	Verallgemeinerung physikalischer Gesetze.....	29
5.1	Metrischer Tensor: Beschleunigte Bezugssysteme	29
5.2	Starkes Äquivalenzprinzip.....	31
5.3	Riemann-Raum	33
5.4	Geodätengleichung I.....	35
5.5	Christoffel-Symbole.....	38
5.6	Krümmung der Raumzeit	44
6	Mathematische Voraussetzungen.....	47
6.1	Allgemeine Koordinatentransformation.....	47
6.2	Verallgemeinertes Differenzieren	49

6.2.1	Kovariante Ableitung.....	49
6.2.2	Parallelverschiebung.....	56
6.2.3	Raumkrümmung	57
6.3	Riemann'scher Krümmungstensor	58
6.4	Kovarianzprinzip	71
6.5	Geodätengleichung II.....	72
7	Einstein'sche Feldgleichungen.....	75
7.1	Voraussetzungen.....	75
7.2	Vakuum-Feldgleichungen	75
7.3	Materie-Feldgleichungen.....	76
7.3.1	Energie-Impuls-Tensor	76
7.3.2	Verallgemeinerte Poisson-Gleichung.....	79
7.4	Alternative Feldtheorien.....	87
7.4.1	Modifizierte Feldgleichungen.....	87
7.4.2	Quantisierte Feldgleichungen	88
8	Schwarzschild-Metrik: statische Gravitationsfelder	91
8.1	Schwarzschild-Lösung	91
8.2	Schwarzschild-Radius.....	106
8.3	Geodätengleichung in der Schwarzschild-Metrik	107
9	Klassische Tests der ART.....	117
9.1	Gravitative Rotverschiebung des Lichts	117
9.2	Lichtablenkung im Gravitationsfeld der Sonne	119
9.3	Periheldrehung des Merkur.....	122
10	Linearisierte Einstein'sche Feldgleichungen	129
10.1	Stationäre Gravitationsfelder	129
10.2	Statische Massenverteilung	144

10.3 Rotierende Quelle	146
11 Gravitomagnetismus: Lense-Thirring-Effekt.....	159
12 Analogien II	179
13 Resümee und Ausblick.....	189
Literaturverzeichnis.....	195

1 Einleitung

Am 4. November 1915 präsentiert Albert Einstein der Preußischen Akademie der Wissenschaften seine Allgemeine Relativitätstheorie (ART)³. Durch die Vereinigung von Gravitation, Raum und Zeit revolutioniert er das physikalische Weltbild. Einstein fasst in seiner Theorie die Welt als vierdimensionale Raumzeit auf und präsentiert Feldgleichungen⁴, die es ermöglichen physikalische Gesetze unabhängig von der Wahl des Bezugssystems zu beschreiben. Raum und Zeit sind voneinander abhängige Grundmotive und keine starren Gerüste mehr wie in der klassischen Mechanik. Einsteins Raumzeit wird dabei insbesondere von Materie beeinflusst, wodurch der Begriff der Gravitation völlig neu interpretiert wird.

Obwohl ihm seine Theorie zu weltweitem Ruhm und Anerkennung verhilft und fast jeder Albert Einstein mit der Relativitätstheorie in Verbindung bringen kann, wissen nur die Wenigsten um die wahre Meisterleistung Einsteins, die ihn verdienstermaßen zur Koryphäe der theoretischen Physik aufsteigen lässt. Seine Theorie hat bis heute jeden experimentellen Test erfolgreich bestanden. Als jüngstes Beispiel sind an dieser Stelle die Gravitationswellen⁵ zu nennen, die am 14. September 2015 um 09:50:45 UTC experimentell bestätigt und bereits am 14. Februar 1918 von Einstein postuliert⁶ wurden. In dieser Arbeit wollen wir darauf jedoch nicht weiter eingehen. Um die ART verstehen zu können, ist ein Grundlagenstudium der klassischen Mechanik, der Elektrodynamik sowie der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) zwingend notwendig. Mathematische Grundlagen auf dem Gebiet der Tensorrechnung, insbesondere das Herauf- und Herunterziehen sowie das Kontrahieren von Indizes, sind ebenso erforderlich.

Diese Arbeit richtet sich daher an Studenten und Absolventen der Physik und in besonderer Weise auch an Lehramtskandidaten und Lehrer, die die Theorievorlesungen des Studiums erfolgreich bewältigt haben und einen Einblick in die ART gewinnen möchten. Auf Grundlage dieser Kenntnisse erarbeiten wir nach

³ Die Publikation findet sich in (Einstein, 1915c).

⁴ Siehe dazu auch (Einstein, 1915a).

⁵ Die Publikation ist in (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration, 2016) zu finden.

⁶ Siehe dazu auch (Einstein, 1918).

und nach mit vielen Zwischenschritten und Berechnungen Einsteins Feldgleichungen der ART und bestimmen deren Lösungen in konkreten Situationen. Weiterführende mathematische Kenntnisse wie die Differentialgeometrie werden in dieser Arbeit nicht thematisiert und sind zum Verständnis des hier Präsentierten auch nicht erforderlich. Wir wollen dem interessierten Leser einen Einblick in die Welt der ART bieten und durch diese Arbeit auf die Bedeutsamkeit dieser Theorie aufmerksam machen.

Die ART ist eine geometrische Theorie der Gravitation. Es gilt daher zuallererst den Begriff der Gravitation näher zu untersuchen. Die SRT gilt es als Vorläufer der ART ebenfalls zu studieren. Nach einem kurzen Abriss der SRT werden wir, in Analogie zur Herleitung der relativistischen Feldgleichungen der Elektrodynamik (ED), versuchen die relativistischen Feldgleichungen der Gravitationstheorie zu bestimmen. Anschließend werden wir uns ausführlich mit dem Prinzip des Verallgemeinerns physikalischer Gesetze befassen und die dazu notwendigen mathematischen Grundlagen erarbeiten. Erst danach wird es uns möglich sein die Einstein'schen Feldgleichungen, also jene Gleichungen, die die Wechselwirkung zwischen Materie, Raum und Zeit beschreiben, herzuleiten. Mithilfe der aufgestellten Gleichungen betrachten wir den denkbar einfachsten Fall eines Gravitationsfeldes, den Fall des statischen Gravitationsfeldes. Dort werden wir die sogenannte Schwarzschild-Lösung, die Karl Schwarzschild⁷ bereits 1916 gefunden hat⁸, mithilfe der Einstein'schen Feldgleichungen explizit berechnen. Im Anschluss wollen wir mit der Schwarzschild-Lösung die von Einstein postulierten physikalischen Konsequenzen seiner Relativitätstheorie untersuchen und uns deren experimentellen Nachweisen zuwenden.

Ferner betrachten wir auch stationäre Gravitationsfelder und suchen Lösungen der Feldgleichungen für diesen Spezialfall. Zuvor müssen wir uns dazu jedoch die mathematischen Grundlagen aneignen. Einer aus dieser Betrachtung neu resultierenden Auswirkung, einem sogenannten gravitomagnetischen Effekt, den Josef Lense⁹ und Hans Thirring¹⁰ bereits 1918 als Folgerung aus der ART

⁷ [1873-1916]

⁸ Siehe dazu auch (Schwarzschild, 1916).

⁹ [1890-1985]

¹⁰ [1888-1976]

theoretisch vorhergesagt haben¹¹, wenden wir uns im besonderen Maße zu: Dem Lense-Thirring-Effekt. Abschließen wollen wir diese Arbeit mit einem Resümee der Analogien von Gravitationstheorie und Elektromagnetismus.

Um jedoch dorthin zu gelangen, müssen wir zunächst die klassische Mechanik und das dort geltende Gravitationsgesetz thematisieren. Mit dem Begriff „Gravitation“ wird der Leser sicherlich eine der berühmtesten Anekdoten der Physik verbinden: Der vom Baum fallende Apfel, der Isaac Newton¹² 1686 zu dessen Gravitationstheorie „*Philosophiae naturalis principia mathematica*“¹³ inspiriert haben soll. Es stellt sich nun die naive Frage, weshalb Newtons Theorie nach über 200 Jahren des Erfolges von einer anscheinend allgemeineren Theorie abgelöst worden ist. Weshalb bedarf es einer neuen Gravitationstheorie und in welchem Zusammenhang steht diese mit der 1905 ebenfalls von Einstein formulierten SRT, einer Theorie von Raum und Zeit? Zur Beantwortung dieser Fragen müssen wir uns zunächst genauer mit der Newton’schen Gravitationstheorie befassen.

¹¹ Die Publikation findet sich in (Lense und Thirring, 1918).

¹² [1643-1727]

¹³ Siehe auch (Newton, 1848).

2 Klassische Mechanik

2.1 Newtons Gravitationstheorie

Die ART ist eine klassische Feldtheorie. Um diese Theorie verstehen zu können, ist eine Auseinandersetzung mit den Grundlagen der klassischen Mechanik unabdingbar. Deshalb widmen wir uns zunächst der historisch ersten Theorie, die die Gravitation darzustellen versucht: Der Newton'schen Gravitationstheorie. Newton beschreibt die gravitative Wechselwirkung von N Massenpunkten durch die Gleichung

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i(t)}{dt^2} = -G \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{m_i m_j [\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)]}{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)|^3}. \quad (2.1)$$

Dabei ist $\mathbf{r}_i(t)$ die Position des i -ten Körpers zur Zeit t , m_i dessen Masse und G Newtons Gravitationskonstante¹⁴. Mithilfe von (2.1) lassen sich viele mechanische Bewegungen, wie Wurfparabeln, Kepler-Ellipsen, nach Johannes Kepler¹⁵, oder Kometenbahnen, beschreiben. Im Hinblick auf eine Verallgemeinerung von (2.1) ist zunächst eine Umformulierung notwendig. Dazu wird das skalare Gravitationspotential

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \sum_j \frac{m_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|} = -G \int d^3 r' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2.2)$$

¹⁴ Die experimentell bestimmte Gravitationskonstante $G = (6.674 \pm 0.001) \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ findet sich in (Mohr, Newell und Taylor, 2015).
¹⁵ [1571-1630]

eingeführt. Im letzten Ausdruck von (2.2) wird über die einzelnen Beiträge $dm = \rho(\mathbf{r}') d^3r'$ der Massendichte ρ summiert und der Bahnvektor des i -ten Massenpunkts in (2.1) mit $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_i(t)$ bezeichnet. Das Gravitationspotential $\Phi(\mathbf{r})$ wird dabei durch die Massen aller anderen Teilchen bestimmt. Wegen

$$\nabla \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|} = -\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|^3} \quad (2.3)$$

folgt aus (2.1) und (2.2) die Bewegungsgleichung

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -m\nabla\Phi(\mathbf{r}) = m\mathbf{g} \quad (2.4)$$

eines Teilchens im Gravitationskraftfeld. Zudem ergibt sich aus (2.2) und

$$\Delta \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.5)$$

die Feldgleichung

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = -G \int d^3r' \Delta \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = 4\pi G\rho(\mathbf{r}), \quad (2.6)$$

die auch als Poisson-Gleichung, nach Siméon Denis Poisson¹⁶, bekannt ist. Im Spezialfall des Vakuums mit $\rho(\mathbf{r}) = 0$ ergibt sich schließlich die Laplace-Gleichung

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.7)$$

nach Pierre-Simon (Marquis de) Laplace¹⁷. Aus (2.6) wird ersichtlich, dass die Massendichte $\rho(\mathbf{r})$ als Quelle des Gravitationskraftfeldes fungiert und damit Masse ein skalares Gravitationspotential erzeugt, welches das Gravitations-Kraftfeld bestimmt.

In Analogie dazu möchten wir die Elektrostatik betrachten, in der die Ladung q als Quelle des elektrischen Feldes fungiert. Ebenso finden sich weitere analoge Strukturen. So hat etwa (2.6) die gleiche Struktur wie die Feldgleichung der Elektrostatik

$$\Delta\Phi_e = -4\pi\rho_e. \quad (2.8)$$

¹⁶ [1781-1840]

¹⁷ [1749-1827]

Ferner stellen wir fest, dass (2.6) und (2.8) unterschiedliche Vorzeichen haben. Das negative Vorzeichen aus (2.8) resultiert aus der Unterscheidung von negativer und positiver elektrischer Ladung. Da sich gleichnamige Ladungen abstoßen, muss die entsprechende Coulomb-Kraft, nach Charles Augustin de Coulomb¹⁸, abstoßend wirken, weshalb es eines negativen Vorzeichens bedarf. In der Gravitationstheorie existieren keine negativen Massen, sodass die Gravitationskraft stets anziehend wirkt und wir deswegen ein positives Vorzeichen schreiben.

Auch (2.4) hat dieselbe Struktur wie die nichtrelativistische Bewegungsgleichung

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -q \nabla \Phi_e, \quad \mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} = -\nabla \Phi_e \quad (2.9)$$

eines Teilchens mit Ladung q . Dabei ist ρ_e die Ladungsdichte, Φ_e das elektrostatische Potential und \mathbf{E} das statische elektrische Feld.

Ein ausgedehnter Körper mit sphärisch-symmetrischer Massenverteilung übt im Außenraum¹⁹ dieselbe Gravitationswirkung aus, wie wenn seine gesamte Masse in seinem Schwerpunkt läge. Daher können wir ausgedehnte Himmelskörper näherungsweise als Massenpunkte beschreiben.

Für eine Kraft \mathbf{F} , die von einer Masse M auf eine andere Masse m im Abstand \mathbf{r} ausgeübt wird, lautet Newtons Gesetz nach (2.1)

$$\mathbf{F} = -\frac{MmG}{r^3} \mathbf{r}. \quad (2.10)$$

Analog zur elektrischen Feldstärke der Elektrostatik kann nun auch in der Gravitationstheorie die Gravitationsfeldstärke $\mathbf{g} := \frac{\mathbf{F}}{m}$ definiert werden. Damit gilt nach (2.10) für die Feldstärke im Abstand \mathbf{r} von der Masse M

$$\mathbf{g} = -\frac{GM}{r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (2.11)$$

Unter Berücksichtigung von (2.2) und (2.4) kann (2.11) zu

$$\mathbf{g} = -\nabla \Phi, \quad \Phi(r) = -\frac{GM}{r} \quad (2.12)$$

¹⁸ [1736-1806]

¹⁹ Nach dem Newton'schen Schalentheorem wirkt in einem beliebigen Abstand r vom Mittelpunkt einer kugelsymmetrischen Massenverteilung die Gravitationskraft, die genau von dem Anteil der Gesamtmasse erzeugt wird, der innerhalb einer Kugel mit dem Radius r liegt.

umgeschrieben werden. Newtons Gravitationstheorie wird somit lediglich durch eine Gleichung beschrieben²⁰.

2.2 Schwaches Äquivalenzprinzip

Betrachtet man die Kopplungskonstante q der Wechselwirkung in (2.9), so ist festzustellen, dass diese von der auf der linken Seite der Gleichung stehenden Masse m nicht beeinflusst wird. Beim Untersuchen der dazu analogen Gleichung (2.4) fällt auf, dass beide Seiten der Gleichung die Masse m beinhalten. In Analogie zur Elektrostatik könnte daher der Verdacht aufkommen, dass zwischen diesen beiden Massen unterschieden werden müsste. Da die linke Masse auf Newtons Trägheitssatz zurückzuführen ist, wird sie auch als träge Masse m_t bezeichnet. Je größer die träge Masse m_t ist, desto mehr Kraft muss auf einen trägen Körper wirken, um ihn zu beschleunigen. Die rechte Masse hingegen ist an die Gravitation gekoppelt und wird deshalb schwere Masse m_s genannt. Zwei Körper mit schweren Massen ziehen sich demzufolge nach Newtons Gravitationsgesetz an. Analog zu (2.9) sind diese Massen mathematisch voneinander unabhängig.

Das Eötvös-Experiment²¹, nach Loránd Ágoston Eötvös²², hat jedoch 1891 mit einer Genauigkeit von 10^{-9} gezeigt, dass die Gravitationskraft proportional zur trägen Masse ist. Auch Galileo Galilei²³ formulierte bereits 1638 in seinen „Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nuove scienze“, dass alle Körper gleich schnell fallen²⁴. Diese Äquivalenz von träger und schwerer Masse wird deshalb in Abgrenzung zum in Abschnitt 5.2 vorgestellten Starken Äquivalenzprinzip auch als Schwaches Äquivalenzprinzip²⁵ bezeichnet. Aktuelle Messungen weisen das Schwache Äquivalenzprinzip mit einer Genauigkeit von 10^{-14} nach²⁶. Derzeit sind

²⁰ Später wird sich herausstellen, dass die ART durch zehn Gleichungen beschrieben wird, die im Spezialfall in den Newton'schen Grenzfall übergehen.

²¹ Weitere Informationen zum Eötvös-Experiment finden sich in Kapitel 5 aus (Eötvös, 1891).

²² [1848-1919]

²³ [1564-1642]

²⁴ Siehe dazu (Galilei, 1890).

²⁵ Weiterführendes zum Schwachen Äquivalenzprinzip und dessen Tests findet sich in Unterabschnitt 4.5.1 aus (Camenizid, 2016) und in der Zeitschrift *Classical and Quantum Gravity*, Jahrgang 29, Heft 18 vom 21. September 2012.

²⁶ Siehe dazu (Baessler et al., 1999).

sogar Experimente in Planung, die die Äquivalenz von träger und schwerer Masse bis zu einer Genauigkeit von 10^{-17} bestimmen sollen²⁷.

An dieser Stelle sei noch einmal ausdrücklich darauf verwiesen, dass eine Unterscheidung von m_t und m_s mathematisch durchaus Berechtigung fände. Die Äquivalenz von m_t und m_s ist lediglich eine Erfahrungstatsache und damit keineswegs trivial. Da die Struktur der Newton'schen Theorie trotz Unterscheidung von m_t und m_s erhalten bliebe, erscheint die Äquivalenz in Newtons Theorie eher zufällig. In der ART hingegen ist dieses Äquivalenzprinzip ein grundlegender Ausgangspunkt.

Obwohl die Poisson-Gleichung (2.4) und die Laplace-Gleichung (2.7) ausreichend für die Beschreibung vieler mechanischer Probleme sind, sind sie nicht allgemein gültig, da sie nicht relativistisch sind. Da sie sich jedoch in vielen Alltagssituationen bewährt haben, müssen sie zwangsläufig der Grenzfall einer allgemeineren, relativistischen Theorie sein. Diese allgemeinere Theorie ist die ART.

Um die ART verstehen zu können, ist jedoch eine Auseinandersetzung mit der SRT unumgänglich. Im folgenden Kapitel werden daher die Grundlagen der SRT dargestellt und die für die Beschreibung der ART notwendigen Aspekte herausgearbeitet.

²⁷ Siehe dazu (Reasenberg, Patla, Phillips und Thapa, 2012).

3 Spezielle Relativitätstheorie

3.1 Lorentz-Transformation

3.1.1 Galilei-Transformation

Um physikalische Vorgänge adäquat beschreiben zu können, bedarf es stets eines Bezugssystems (BS). Wird sich in einem Bezugssystem auf bestimmte Koordinaten festgelegt, so wird dieses BS Koordinatensystem (KS) genannt. In manchen, speziellen KS erscheinen physikalische Gesetze einfacher als in anderen und nur in diesen gelten die Newton'schen Bewegungsgleichungen. Diese speziellen KS werden Inertialsysteme²⁸ (IS) genannt. Experimentell wurde der Begriff des IS darüber klassifiziert, dass sich IS relativ zum Fixsternhimmel²⁹ und damit auch relativ zueinander stets mit konstanter Geschwindigkeit bewegen und die Beschreibung physikalischer Vorgänge außerdem unabhängig von dieser Geschwindigkeit ist. Aufgrund dieser geradlinig gleichförmigen Bewegung wirken in IS keine Trägheitskräfte, da diese nur in beschleunigten BS auftreten.³⁰ Nicht-IS sind damit BS, die relativ zum Fixsternhimmel beschleunigt sind und in denen demzufolge Trägheitskräfte auftreten. In diesem Kapitel wollen wir uns zunächst nur mit IS beschäftigen. Im nächsten Kapitel betrachten wir dann auch beschleunigte BS. Aufgrund der Unabhängigkeit physikalischer Gesetze vom betrachteten IS formuliert Galilei 1632 in seinem „Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo“ das Relativitätsprinzip, dass alle IS gleichwertig seien³¹.

Wenn alle IS gleichwertig sind, müssen physikalische Gesetze in allen IS dieselbe Form haben. Formal heißt dies, dass Gesetze unter Transformation von IS zu IS' ihre Form bewahren müssen, was auch als Forminvarianz oder Kovarianz bezeichnet

²⁸ Inertialsysteme werden erstmals in (Lange, 1885) erwähnt.

²⁹ Der Begriff des Fixsterns stammt aus der Antike und bezeichnet einen scheinbar unbeweglichen Stern am Himmel. Tatsächlich haben aber auch diese Sterne eine Eigenbewegung. Der Begriff des Fixsternhimmels ist damit wissenschaftlich unpräzise. Näherungsweise kann jedoch von einem Fixsternhimmel ausgegangen werden, da uns diese Bewegungen aufgrund der großen Entfernung sehr langsam erscheinen. Siehe dazu auch Unterabschnitt 1.1.4 aus (Hanslmeier, 2013).

³⁰ Zur Klassifikation von Trägheitskräften und deren Bedeutung siehe auch Abschnitt 4.3 aus (Tipler, Mosca und Wagner, 2015).

³¹ Siehe dazu auch (Galilei, 1891).