BestMasters

Christoph Lohmann

Galerkin-Spektralverfahren für die Fokker-Planck-Gleichung

Springer Spektrum

BestMasters

Mit „BestMasters“ zeichnet Springer die besten Masterarbeiten aus, die an renommierten Hochschulen in Deutschland, Österreich und der Schweiz entstanden sind. Die mit Höchstnote ausgezeichneten Arbeiten wurden durch Gutachter zur Veröffentlichung empfohlen und behandeln aktuelle Themen aus unterschiedlichen Fachgebieten der Naturwissenschaften, Psychologie, Technik und Wirtschaftswissenschaften.
Die Reihe wendet sich an Praktiker und Wissenschaftler gleichermaßen und soll insbesondere auch Nachwuchswissenschaftlern Orientierung geben.

Christoph Lohmann

Galerkin-Spektralverfahren für die Fokker-Planck-Gleichung

Springer Spektrum

Christoph Lohmann
Dortmund, Deutschland

BestMasters
ISBN 978-3-658-13310-8 ISBN 978-3-658-13311-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-13311-5

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist Teil von Springer Nature
Die eingetragene Gesellschaft ist Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Vorwort

Der Lehrstuhl für Angewandte Mathematik und Numerik (LS III) der Fakultät Mathematik an der Technischen Universität Dortmund beschäftigt sich unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. Stefan Turek und Herrn Prof. Dr. Dmitri Kuzmin im Bereich des Wissenschaftlichen Rechnens mit der Numerik für Partielle Differentialgleichungen. Hierbei stehen unter anderem die Aspekte von effizienten Löserverfahren im Bezug auf hardwareorientierten Implementierungen sowie die Sicherstellung physikalischer Eigenschaften im Fokus der Forschung. Letzterer Forschungsschwerpunkt diskutiert beispielsweise positivitätserhaltende Finite-Elemente-Approximationen oder die Vermeidung künstlicher Oszillationen.

In diesem Zusammenhang entstand das Themengebiet der Feinstrukturmodellierung von Fasersuspensionen und die im Wintersemester 2014/15 verfasste und in diesem Werk veröffentlichte Masterarbeit mit dem Titel „*Physikkonforme Galerkin-Verfahren zur Simulation der Orientierungszustände in Fasersuspensionen*“.

Da das Fließverhalten von Fasersuspensionen auf der lokalen Zusammensetzung der Mixtur sowie den Orientierungen der mikroskopischen Fibern aufbaut, wird in bewährten Modellen eine makroskopische Verteilungsfunktion eingeführt und Kopplungen der verschiedenen Phasen mittels sogenannter Orientierungstensoren beschrieben. Diese müssen aus physikalischen Gründen die Eigenschaften der positiven Semidefinitheit und der normierten Spur bewahren. In dieser wissenschaftlichen Arbeit werden aus diesem Grund die Tensoren unter besonderer Berücksichtigung der Definitheit untersucht, entsprechende Bedingungen hergeleitet und numerische Korrekturverfahren aufgestellt. Die dabei entstandenen Methoden lassen sich ohne Beschränkungen auch auf andere Modelle mit tensoriellen Größen übertragen.

Die Arbeit wurde betreut durch Herrn Prof. Dr. Dmitri Kuzmin, der mir jederzeit mit Rat und Tat zur Seite stand und die Publizierung initiiert hat. Aus diesem Grund gilt ihm ein besonderer Dank.
Bedanken möchte ich mich außerdem beim gesamten Lehrstuhl für die besondere Arbeitsatmosphäre. Dieser hat mich eine lange Zeit während meines Studiums begleitet und damit die Entstehung dieses Werkes erst ermöglicht und mitbeeinflusst.

Christoph Lohmann

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung

In vielen Bereichen des täglichen Lebens treten Strömungen unterschiedlichster Flüssigkeiten auf. Hierbei kann es sich um die auf den ersten Blick belanglose Strömung eines Flusses als auch um die diffizile Befüllung eines Negatives in der Fertigungsindustrie handeln. Während ersteres nur selten von Bedeutung ist, werden gewerbliche Vorgänge sehr genau untersucht und hängen regelmäßig mit dem Erfolg und Gewinn eines Projekts zusammen. Infolgedessen werden bei komplexen und kostspieligen Prozessen Simulationen eingesetzt, die zeitraubende Experimentierphasen abwenden sollen. Hierfür werden entsprechende Modelle mit mathematisch abgestimmten Methoden greifbar gemacht und Resultate für unterschiedliche Konfigurationen berechnet. Einphasige Strömungen, wie sie bei fließendem Wasser in einem Flussbett auftauchen, können beispielsweise durch die Navier-Stokes-Gleichungen nachgeahmt werden. Wird der Bewegung eine weitere Phase hinzugefügt, so handelt es sich aufgrund der Interaktion um ein gekoppeltes System.

Bei Fasersuspensionen werden dem Fluid Fibern beigemischt, die sich gegenseitig in ihrer Bewegung einschränken und damit die Viskosität der Flüssigkeit stark verändern können. Solange die Konzentrationsdichte gering ist, kann die Mixtur gut durch eine reine Flüssigkeit approximiert werden. Durch Hinzufügen weiterer Fasern nähert sich das Verhalten des Gemisches der Bewegung eines Festkörpers an. Situationen dieser Art finden sich vermehrt bei der Papierherstellung wieder. Hierbei wird dem Gemenge aus Wasser und Cellulosefasern durch unterschiedliche Produktionsabläufe die Feuchtigkeit entzogen, sodass final eine Papierschicht mit einem möglichst optimalen Flächenmasseprofil entsteht.

Im Gegensatz zur Vergangenheit, in der ein qualitativ hochwertiges Produkt im Fokus stand, verlagert sich das Interesse der papiererzeugenden Industrie zu einem erhöhten Produktionsausstoß bei (energie-)effizienteren und ressourcenschonenderen Verfahren [23]. Detaillierte Simulationen können beispielsweise bei dem Design von Turbulenzerzeugern und Düsengeometrien eingesetzt werden, um eine optimale Verteilung der Fasern im Gemisch bei einem minimalen Einsatz von Ressourcen zu gewährleisten.

Das Fundament einer solchen Prognose liefert ein mathematisches Modell zur Simulation der Fasersuspension. Beachtliche Fortschritte in den Bereichen der „Computational Fluid Dynamics“ (CFD) und des „High Performance Computing“ (HPC) erlauben heutzutage Simulationen von zweiphasigen Strömungen in komplexen Geometrien. Unter Verwendung der Lagrangeschen Betrachtungsweise können

C. Lohmann, *Galerkin-Spektralverfahren für die Fokker-Planck-Gleichung*,
BestMasters, DOI 10.1007/978-3-658-13311-5_1