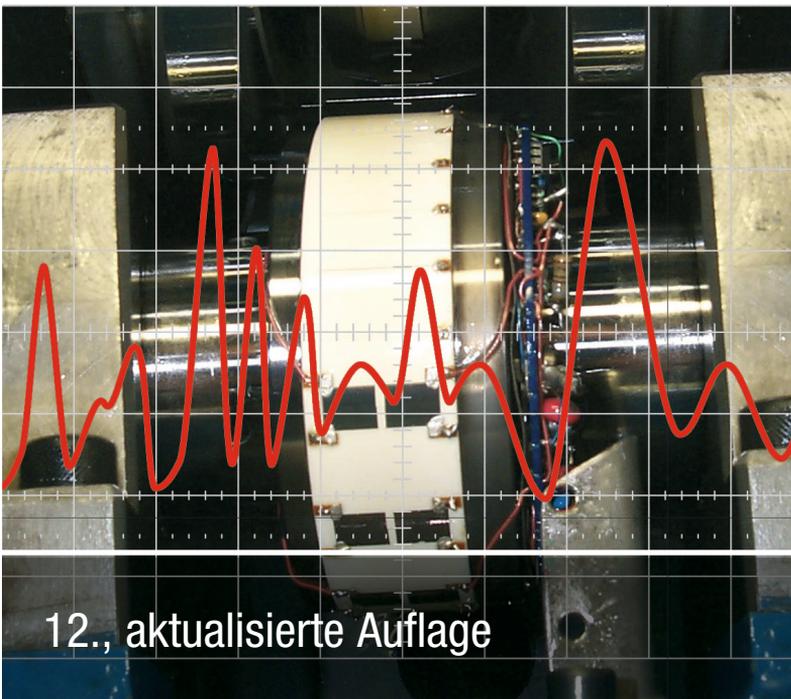


Elmar Schrüfer
Leonhard Reindl
Bernhard Zagar

Elektrische Messtechnik

Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen



12., aktualisierte Auflage



HANSER



bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Elmar Schrüfer, Leonhard Reindl, Bernhard Zagar

Elektrische Messtechnik

Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen

12., aktualisierte Auflage

Mit 364 Bildern, 44 Tabellen und 34 Beispielen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Prof. em. Dr.rer.nat. Dr.h.c.mult. Elmar Schrüfer
Lehrstuhl für Messsystem- und Sensortechnik
Technische Universität München

Prof. Dr. techn. Leonhard Reindl
Institut für Mikrosystemtechnik
Lehrstuhl für Elektrische Mess- und Prüfverfahren
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. techn. Bernhard Zagar
Institut für Elektrische Messtechnik
Johannes Kepler Universität Linz



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN: 978-3-446-45654-9
E-Book-ISBN: 978-3-446-45698-3

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.
Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2018 Carl Hanser Verlag München
Internet: <http://www.hanser-fachbuch.de>

Lektorat: Manuel Leppert, M.A.
Herstellung: Dipl.-Ing. (FH) Franziska Kaufmann
Satz: Satzherstellung Dr. Steffen Naake, Brand-Erbisdorf
Coverconcept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München
Coverrealisierung: Stephan Rönigk
Druck und Bindung: Pustet, Regensburg
Printed in Germany

Vorwort zur 12. Auflage

In der Neubearbeitung für die 12. Auflage wurden neben einige Korrekturen und Präzisierungen auch neue Inhalte aufgenommen wie zum Beispiel im Kapitel Messverstärker die Ableitung der Kennlinie einer Differenzeingangsstufe eines Operationsverstärkers oder die Darlegung der Kalibrierung bei einem Wechselstrom-Gleichstrom-Komparator. Die von der Generalkonferenz und des Internationalen Komitees für Maß und Gewicht vorgegebene Schreibweise der Einheiten, nach der bei der Angabe von Einheiten nur ein SI-Vorsatz für die Bildung von dezimalen Vielfachen verwendet werden soll, wurde durchgehend berücksichtigt, auch wenn dadurch an manchen Stellen die bei ungekürzter Schreibweise oft ersichtliche Information wegfällt (Beispiel Beweglichkeit von Ladungsträgern in m^2/Vs vs. $(\text{m/s})/(\text{V/m})$, also Geschwindigkeit bezogen auf die vorherrschende Feldstärke).

Die Autoren bedanken sich ferner bei den Studierenden für die zahlreichen Rückmeldungen zum Inhalt und für Hinweise auf typografische wie auch sonstige Fehler, die in der Neuauflage gerne berücksichtigt wurden.

Die Autoren würden sich freuen, wenn auch die aktualisierte 12. Auflage freundlich aufgenommen werden würde.

Hingewiesen sei neben der Hanser-Fachbuch-Homepage noch auf die folgenden Webseiten mit weiteren Informationen und Übungsaufgaben zur Elektrischen Messtechnik:

*www.schruefer-messtechnik.de
www.jku.at/emt*

Die Herstellung des Buches lag auf Seiten des Carl Hanser Verlags in den bewährten Händen von Frau Franziska Kaufmann und Herrn Manuel Leppert. Die Autoren sind ihnen zu großem Dank verpflichtet.

München, Freiburg, Linz, Mai 2018 Elmar Schrüfer Leonhard M. Reindl Bernhard Zagar

Vorwort zur 11. Auflage

In der Neubearbeitung für die 11. Auflage wurde versucht, das Buch einerseits etwas knapper und andererseits doch auch aktueller zu gestalten. So werden z. B. im Kapitel 1 bei den Messunsicherheiten zunehmend die Begriffe des „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)“ angewendet. Ergänzt wurden des Weiteren der Abschnitt über Induktions-Durchflussmesser, Teile des Kapitels zu optischen Aufnehmern, der Abschnitt über Mikrokanalplatten zur Restlichtverstärkung sowie eine eingehendere Diskussion der Fehler von Abtast- und Haltegliedern im Kapitel 6. Das Kapitel über Rechnergestützte Messsysteme wurde um ein anschauliches Beispiel für MATLAB erweitert. Eine Spektralanalyse wird durchgeführt, um MATLAB als nützliches Werkzeug für die Auswertung von Signalen im Frequenzbereich darzustellen.

Die Autoren würden sich freuen, wenn auch die aktualisierte 11. Auflage freundlich aufgenommen werden würde.

Hingewiesen sei noch auf die Web-Seiten mit weiteren Informationen und Übungsaufgaben zur Elektrischen Messtechnik:

www.schruefer-messtechnik.de

www.jku.at/emt/content

Die Herstellung des Buches lag auf Seiten des Carl Hanser Verlags in den bewährten Händen von Frau Franziska Jacob und Frau Franziska Kaufmann. Die Autoren sind ihnen zu großem Dank verpflichtet.

München, August 2014

Elmar Schrüfer Leonhard M. Reindl Bernhard Zagar

Inhalt

1	Grundlagen	15
1.1	Umfang und Bedeutung der elektrischen Messtechnik	15
1.2	Naturkonstanten und Maßeinheiten	17
1.2.1	Naturkonstanten	17
1.2.2	Internationales Einheitensystem, SI-Einheiten	18
1.2.3	Definition und Darstellung der Sekunde	20
1.2.4	Definition und Darstellung des Meters	22
1.2.5	Definition und Darstellung des Kilogramms	22
1.2.6	Definition und Darstellung der elektrischen Einheiten	24
1.2.7	Die SI-Einheiten der Temperatur, der Stoffmenge und der Lichtstärke	28
1.2.8	Größen- und Zahlenwertgleichungen	28
1.3	Statisches Verhalten der Messgeräte; Kennlinie und Empfindlichkeit	29
1.4	Messfehler und Messunsicherheiten	31
1.4.1	Bekannte Einflüsse; Korrektur des bekannten Messfehlers	32
1.4.2	Unbekannte, normalverteilte Unsicherheiten; eine einzige Messgröße X	34
1.4.3	Unbekannte, normalverteilte Unsicherheiten; verknüpfte Messgrößen $Y = f(X_i)$	38
1.4.4	Student'sche t -Verteilung	41
1.4.5	Unbekannte, systematische Unsicherheiten	42
1.4.6	Korrelierte Messgrößen	43
1.4.7	Zusammenfassung	46
1.5	Dynamisches Verhalten der Messgeräte	48
1.5.1	Verzögerungsglied 1. Ordnung	49
1.5.2	Verzögerungsglied 2. Ordnung	56
1.5.3	Weitere Beispiele für das Zeitverhalten	63
1.6	Dynamische Messfehler	65
1.6.1	Fehlermöglichkeiten	65
1.6.2	Korrektur des dynamischen Fehlers	67
1.7	Strukturen von Messeinrichtungen	69
1.7.1	Kettenstruktur	69
1.7.2	Parallelstruktur	70
1.7.3	Kreisstruktur	72
1.8	Die informationstragenden Parameter der Messsignale	73
1.9	Elektrisches Messen nichtelektrischer Größen	76
1.9.1	Physikalische Effekte zum elektrischen Messen nichtelektrischer Größen	76
1.9.2	Sensornahe Signalverarbeitung	77

2

Messung von Strom und Spannung;

spannungs- und stromliefernde Aufnehmer		79
2.1	Elektromechanische Messgeräte und ihre Anwendung	79
2.1.1	Messwerke	79
2.1.2	Messung von Gleichstrom und Gleichspannung	82
2.1.3	Messung von Wechselstrom und Wechselspannung	88
2.1.4	Messung der Leistung	93
2.1.5	Messung der elektrischen Arbeit	98
2.2	Elektronenstrahl-Oszilloskop	99
2.2.1	Elektronenstrahl-Röhre	99
2.2.2	Baugruppen	101
2.2.3	Betriebsarten des Elektronenstrahl-Oszilloskops	106
2.3	Messverstärker	107
2.3.1	Einführung	107
2.3.2	Nicht invertierender Spannungsverstärker	114
2.3.3	Invertierender Stromverstärker	120
2.3.4	Anwendungen des Spannungsverstärkers	125
2.3.5	Anwendungen des Stromverstärkers	127
2.3.6	Nullpunktfehler des realen Operationsverstärkers	132
2.4	Elektrodynamische spannungsliefernde Aufnehmer	137
2.4.1	Weg- und Winkelmessung	138
2.4.2	Drehzahlaufnehmer	139
2.4.3	Hall-Sonde	140
2.4.4	Induktions-Durchflussmesser	144
2.5	Thermische spannungsliefernde Aufnehmer	146
2.5.1	Thermoelement	146
2.5.2	Integrierter Sperrschicht-Temperatur-Sensor	153
2.6	Chemische spannungsliefernde Aufnehmer und Sensoren	154
2.6.1	Galvanisches Element	154
2.6.2	pH-Messkette mit Glaselektrode	155
2.6.3	Sauerstoffmessung mit Festkörper-Ionenleiter	157
2.7	Piezo- und pyroelektrische ladungsliefernde Aufnehmer	159
2.7.1	Wirkungsweise und Werkstoffe	159
2.7.2	Piezoelektrischer Kraftaufnehmer	162
2.7.3	Pyroelektrischer Infrarot-Sensor	165
2.8	Optische Aufnehmer und Sensoren	167
2.8.1	Fotoelement und Fotodiode	169
2.8.2	Fotosensoren für Positionsmessungen und zur Bilderzeugung	172
2.8.3	Fotozelle	173
2.8.4	Fotovervielfacher und Mikrokanalplatte	174
2.9	Aufnehmer für ionisierende Strahlung	175
2.9.1	Ionisationskammer	175
2.9.2	Halbleiter-Strahlungsdetektor	178

3 Messung von ohmschen Widerständen;

Widerstandsaufnehmer	180
3.1 Strom- und Spannungsmessung	180
3.1.1 Gleichzeitige Messung von Spannung und Strom	180
3.1.2 Vergleich mit einem Referenzwiderstand	181
3.2 Anwendung einer Konstantstromquelle	182
3.3 Brückenschaltungen	184
3.3.1 Abgleich-Widerstandsmessbrücke	184
3.3.2 Ausschlag-Widerstandsmessbrücke	186
3.4 Verstärker für Brückenschaltungen	191
3.4.1 Subtrahierer mit invertierendem Verstärker	191
3.4.2 Subtrahierer mit Elektrometer-Verstärkern	192
3.4.3 Trägerfrequenz-Brücke und -Messverstärker	195
3.5 Widerstandsaufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	198
3.6 Widerstandstemperaturfühler	199
3.6.1 Metall-Widerstandsthermometer	199
3.6.2 Heißeleiter	203
3.6.3 Kaltleiter	205
3.6.4 Silizium-Widerstandstemperatursensor	207
3.6.5 Fehlermöglichkeiten bei der Anwendung von elektrischen Berührungsthermometern	208
3.7 Ermittlung verfahrenstechnischer Größen durch Temperaturmessungen	209
3.7.1 Füllstandswächter	209
3.7.2 Thermischer Massenstrommesser	210
3.7.3 Messung der Luftfeuchte; Messung von Gaskonzentrationen	213
3.8 Gassensoren mit halbleitenden Metalloxiden	214
3.9 Lichtempfindlicher Widerstand	215
3.10 Magnetisch steuerbarer Widerstand	216
3.10.1 Feldplatte	216
3.10.2 Anisotroper Magneto-resistiver Effekt (AMR)	217
3.10.3 Spinventil, Riesenmagnetowiderstand und Kolossaler Magnetowiderstand	218
3.11 Dehnungsmessstreifen	218
3.11.1 Prinzip	218
3.11.2 Metall-Dehnungsmessstreifen	219
3.11.3 Störgrößen	221
3.11.4 Anwendung der DMS zur Spannungsanalyse	222
3.11.5 Halbleiter-Dehnungsmessstreifen	225
3.12 Linearisieren der Widerstandsaufnehmer-Kennlinien	226
3.12.1 Linearisieren durch einen Vor- und/oder Parallelwiderstand	227
3.12.2 Messung der Spannungsdifferenz bei Differenzial-Widerstandsaufnehmern	229
3.12.3 Differenzial-Widerstandsaufnehmer in einer Halbbrücke	230

4

Messung von Blind- und Scheinwiderständen;

	induktive und kapazitive Aufnehmer	231
4.1	Strom- und Spannungsmessung	232
4.1.1	Messung der Effektivwerte	232
4.1.2	Vergleich mit Referenzelement	233
4.1.3	Getrennte Ermittlung des Blind- und Wirkwiderstandes	234
4.1.4	Messung eines Phasenwinkels	235
4.1.5	Strommessung in einem fremderregten Schwingkreis	237
4.2	Wechselstrom-Abgleichbrücke	238
4.2.1	Prinzip	238
4.2.2	Kapazität-Messbrücke nach Wien	239
4.2.3	Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell	240
4.2.4	Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell-Wien	240
4.2.5	Phasenschieber-Brücke	241
4.3	Wechselspannungs-Ausschlagbrücke	241
4.4	Induktive Aufnehmer	242
4.4.1	Tauchanker-Aufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	243
4.4.2	Queranker-Aufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	245
4.4.3	Kurzschlussring-Sensor	247
4.4.4	Anwendung der induktiven Längen- und Winkelgeber	247
4.4.5	Induktiver Schleifendetektor zur Erfassung von Fahrzeugen	248
4.4.6	Magnetoelastische Kraftmessdose	249
4.5	Kapazitive Aufnehmer	250
4.5.1	Änderung des Plattenabstands	250
4.5.2	Änderung der Plattenfläche	251
4.5.3	Geometrische Änderung des Dielektrikums	252
4.5.4	Änderung der Permittivitätszahl durch Feuchtigkeit oder Temperatur	254
4.6	Einsatz der induktiven und kapazitiven Abgriffe in Differenzdruck-Messumformern	254
4.7	Vergleich der induktiven und der kapazitiven Längenaufnehmer	256
4.7.1	Energie des magnetischen und des elektrischen Feldes	257
4.7.2	Größte der Brückenschaltung entnehmbare Leistung	258
4.7.3	Steuerleistung zum Verstellen der Aufnehmer	259

5

Digitale Grundschaltungen; Zeit- und Frequenzmesstechnik . 261

5.1	Darstellung, Anzeige und Ausgabe numerischer Messwerte	261
5.1.1	Duales Zahlensystem	261
5.1.2	Binärcodes für Dezimalzahlen	262
5.1.3	Ziffernanzeige; Vergleich mit Skalenanzeige	264
5.1.4	Umsetzung eines digitalen Signals in eine Spannung; Digital/Analog-Umsetzer; digital steuerbare Spannungsquelle	264
5.2	Bistabile Kippstufen	266
5.2.1	Asynchrones <i>RS</i> -Speicherglied	266
5.2.2	Taktgesteuertes <i>RS</i> -Speicherglied	267
5.2.3	Taktflankengesteuertes <i>D</i> -Speicherglied	268

5.2.4	Taktflankengesteuertes <i>JK</i> -Speicherglied	269
5.2.5	Taktflankengesteuertes <i>T</i> -Speicherglied	269
5.3	Zähler	270
5.3.1	Synchroner Vorwärts-Dualzähler	270
5.4	Register	271
5.4.1	Parallelregister	271
5.4.2	Schieberegister zur Parallel/Serien-Umsetzung	272
5.4.3	Schieberegister zur Serien/Parallel-Umsetzung	273
5.4.4	Multiplexer als Parallel/Serien-Umsetzer	274
5.5	Digitale Zeitmessung	275
5.5.1	Einführung	275
5.5.2	Digitale Messung eines Zeitintervalls	276
5.5.3	Messung einer Periodendauer	276
5.5.4	Messung eines Phasenwinkels	277
5.6	Digitale Frequenzmessung	278
5.6.1	Digitale Messung einer Frequenz oder einer Impulsrate	278
5.6.2	Messung des Verhältnisses zweier Frequenzen oder Drehzahlen ..	279
5.6.3	Messung der Differenz zweier Frequenzen oder Drehzahlen	279
5.6.4	Universalzähler	279
5.7	Analoge Messung eines Zeitintervalls oder einer Frequenz	281
5.7.1	Analoge Messung eines Zeitintervalls; t/u -Umformung	281
5.7.2	Analoge Messung einer Frequenz oder Impulsrate; f/u -Umformung	281

6 Analog/Digital-Umsetzer für elektrische und mechanische Größen

Ben	284	
6.1	Abtast- und Halteglied	284
6.2	Direkt vergleichende A/D-Umsetzer	286
6.2.1	Komparator	286
6.2.2	Komparator mit Hysterese	287
6.2.3	A/D-Umsetzer mit parallelen Komparatoren	288
6.2.4	Kaskaden-Parallel-Umsetzer	289
6.2.5	A/D-Umsetzer mit sukzessiver Annäherung an den Messwert	290
6.3	Spannung/Zeit- und Spannung/Frequenz-Umsetzer	292
6.3.1	u/t -Zweirampen-Umsetzer	292
6.3.2	u/f -Umsetzer nach dem Ladungsbilanzverfahren	294
6.3.3	Delta-Sigma-Umsetzer	296
6.4	Kenngrößen der Analog/Digital-Umsetzer	299
6.4.1	Kennlinie	299
6.4.2	Abtasttheorem	300
6.4.3	Umsetzrate und Auflösung	301
6.4.4	Quantisierungsrauschen, Zahl der effektiven Bit	302
6.5	Analog/Digital-Umsetzer in Messgeräten	304
6.5.1	Digital-Multimeter	304
6.5.2	Digitales Speicher-Oszilloskop	305
6.6	A/D-Umsetzer für mechanische Größen	308
6.6.1	Endlagenschalter	308
6.6.2	Codierte Längen- und Winkelgeber	309

6.6.3	Inkrementale Längen- und Winkelgeber	310
6.6.4	Vergleich der codierten und inkrementalen Längengeber	314

7 Schwingungsmessungen

7.1	Astabile Kippschaltungen als Frequenzumsetzer	315
7.1.1	Kippschaltung mit Verstärker und Komparator	315
7.1.2	Kippschaltung mit stabilisierten Hilfsspannungen	318
7.2	Harmonische Oszillatoren	320
7.2.1	Erzeugung ungedämpfter Schwingungen, Prinzip	320
7.2.2	LC-Oszillator	321
7.2.3	RC-Oszillator	324
7.3	Piezoelektrische Resonatoren	326
7.3.1	Volumenschwingende Quarze	326
7.3.2	Oberflächenwellen OFW in Quarzen	333
7.3.3	Funkabfragbare Sensoren	336
7.3.4	Ultraschall-Durchflussmesser	338
7.4	Mechanische Schwingungen	341
7.4.1	Charakteristische Größen	341
7.4.2	Relative Schwingungsmessung	342
7.4.3	Absolute Schwingungsmessung	345
7.4.4	Monolithisch integrierter Beschleunigungssensor	347
7.4.5	Stimmgabel-Frequenzumsetzer	348
7.4.6	Coriolis-Massendurchflussmesser	349

8 Spektralanalyse

8.1	Aufgabenstellung	352
8.2	FTC eines zeitkontinuierlichen Signals	352
8.3	FTD eines zeitdiskreten Signals	353
8.3.1	Übergang vom zeitkontinuierlichen zum zeitdiskreten Signal	353
8.3.2	Unterschiede bei der Transformation eines zeitkontinuierlichen und eines zeitdiskreten Signals	354
8.3.3	Abtasttheorem	355
8.4	DFT eines abgetasteten, zeitbegrenzten Signals	356
8.4.1	Datensatz mit endlich vielen Werten; diskrete Spektralfunktion ..	356
8.4.2	Zusammenhang zwischen FTD und DFT; Anhängen von Nullen ..	360
8.4.3	Wahl der Abtastfrequenz	363
8.4.4	Inverse Diskrete Fouriertransformation IDFT	364
8.5	DFT eines abgetasteten, nicht zeitbegrenzten Signals	366
8.5.1	Konstantes Signal	366
8.5.2	Periodisches Signal	369
8.5.3	Anhängen von Nullen, Abtastfrequenz und Messzeit	374
8.5.4	Inverse Diskrete Fouriertransformation IDFT	374
8.6	Fensterfunktionen	376
8.6.1	Kriterien zur Beurteilung	376
8.6.2	Fensterfunktionen und ihre Spektren	377
8.6.3	Fensterung bei transienten Signalen	384
8.7	Anwendungen der DFT	385
8.8	Leistungsmessung im Zeit- und Frequenzbereich	386

9	Rechnerunterstützte Messsysteme	391
9.1	Einführung	391
9.2	Aufbau eines Personal Computers	391
9.2.1	Gerätetechnik	391
9.2.2	Software	392
9.3	Schnittstellen und Bussysteme	392
9.3.1	Einführung	392
9.3.2	Serielle RS-232-Schnittstelle und abgeleitete Schnittstellen	395
9.3.3	Universal Serial Bus USB	398
9.3.4	Paralleler IEC-Bus (GPIB-Bus, IEEE-488-Bus)	398
9.3.5	Kabellose Netzwerke; Bluetooth, WLAN und IrDA	402
9.4	Messgeräte mit integrierter digitaler Schnittstelle	403
9.4.1	Anschluss	403
9.4.2	Steuerung	404
9.5	Messgeräte ohne integrierte Schnittstelle	405
9.5.1	Prinzip	405
9.5.2	Aufbau einer Messkarte	405
9.6	Messprogramme	409
9.6.1	Aufgaben der Messprogramme	409
9.6.2	Ablauf eines rechnergestützten Messprozesses	410
9.6.3	Virtuelles Messgerät	413
9.6.4	LabVIEW	414
9.6.5	MATLAB	419
9.7	Energieautarke, funkabfragbare verteilte Messsysteme	424
	Literatur	431
	Index	441

1

Grundlagen

Das Messen ist das quantitative Erfassen einer Größe. Die Messgeräte erweitern dabei in einem fast unvorstellbaren Ausmaß die über unsere Sinne wahrnehmbare Umwelt. Sie erschließen uns Bereiche, in denen wir blind oder taub sind. So sieht unser Auge z. B. von den elektromagnetischen Schwingungen nur die Strahlung mit Wellenlängen zwischen 0,38 und 0,78 μm , während den Messgeräten ein Wellenlängenbereich von über 18 Zehnerpotenzen zugänglich ist. Gemessen und berechnet werden Größen, die weit außerhalb unserer direkten Erfahrung liegen, wie etwa der Durchmesser von Atomkernen oder die Ausdehnung des Weltalls.

Das objektive, quantitative Beobachten bildet zusammen mit dem logischen Denken die Quelle jeder naturwissenschaftlichen Erkenntnis¹⁾. Diese von Galilei konsequent angewandte Methode führte zur Entwicklung der Naturwissenschaften und diese wiederum bilden die Grundlage unserer durch die Technik geprägten Zivilisation. Hier ist das Messen wichtig für Forschung, Entwicklung, Fertigung, Produktion und Prüffeld in der Industrie, für den Austausch von Gütern im Handel und für die Zuverlässigkeit und Sicherheit der Transportsysteme. Darüber hinaus hilft die Messtechnik auf den Gebieten des Umweltschutzes und der Medizin unsere Lebensbedingungen zu verbessern. Aus diesem breiten Einsatz resultiert, dass nicht nur die mit Entwicklung, Fertigung und Vertrieb der Messgeräte befassten Ingenieure, sondern praktisch alle in der Naturwissenschaft oder Technik Tätigen als potenzielle Anwender der Messtechnik entsprechende Kenntnisse benötigen.

■ 1.1 Umfang und Bedeutung der elektrischen Messtechnik

Die elektrische Messtechnik befasst sich zunächst mit der Messung elektrischer Größen wie z. B.

- Spannung,
- Ladung, Strom,
- Widerstand, Induktivität, Kapazität,
- Phasenwinkel,
- Frequenz.

¹⁾ Plato (427–347 v. Chr.): „Das beste Mittel gegen Sinnestäuschungen ist das Messen, Zählen und Wägen. Dadurch wird die Herrschaft der Sinne über uns beseitigt. Wir richten uns nicht mehr nach dem sinnlichen Eindruck der Größe, der Zahl, des Gewichts der Gegenstände, sondern berechnen, messen und wägen sie. Und das ist Sache der Denkkraft, Sache des Geistes in uns.“ [Der Staat, Kröner Stuttgart 1973]

- die bequeme Übertragbarkeit über weite Entfernungen,
 - die leichte Verarbeitung der Messdaten
- und hat sich so weitgehend durchgesetzt.

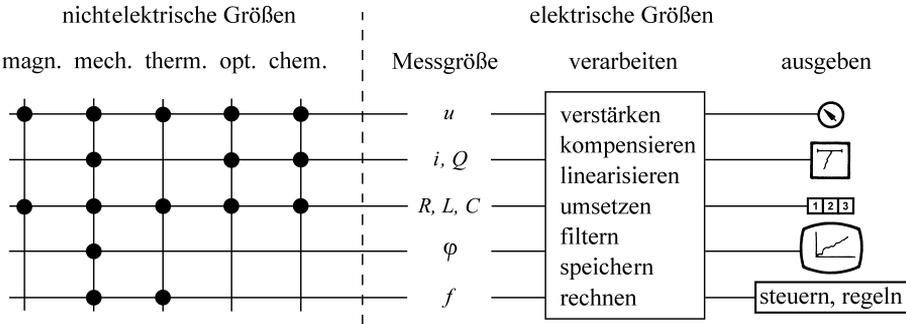


Bild 1.2 Mit Hilfe von Sensoren oder Aufnehmern werden nichtelektrische Größen in elektrische umgeformt und damit der elektrischen Messung zugänglich

1.2 Naturkonstanten und Maßeinheiten

Eine physikalische Größe ist die messbare Eigenschaft eines Objekts, Zustands oder Vorgangs. Die Messung der physikalischen Größe erfolgt durch einen Vergleich mit einer Maßeinheit. Die Zahl, die angibt, wie oft die Einheit in der zu messenden Größe enthalten ist, wird als Zahlenwert der physikalischen Größe bezeichnet:

$$\text{Physikalische Größe} = \text{Zahlenwert} \cdot \text{Einheit.} \tag{1.1}$$

Um messen zu können, müssen also vorher die Einheiten definiert sein. Diese orientierten sich zunächst am Menschen (Elle, Fuß) oder an den Abmessungen und der Umdrehungszeit unserer Erde (Meile, mittlerer Sonntag). Sie werden teilweise von Ort zu Ort unterschiedlich gehandhabt und erschwerten damit sowohl den Austausch von Gütern des täglichen Bedarfs als auch den von wissenschaftlichen Erkenntnissen. So werden seit über hundert Jahren große Anstrengungen unternommen, die Einheiten allgemein verbindlich, genau und zeitlich beständig zu definieren.

1.2.1 Naturkonstanten

Schon 1889 hat Max Planck vorgeschlagen, das System der Einheiten nicht auf Materie zu gründen, sondern auf die Fundamentalkonstanten, die Naturkonstanten, selbst. Diese sind unabhängig von den spezifischen Eigenschaften der Stoffe. So sind die Naturkonstanten von besonderem Interesse für die Messtechnik, da sie die Basis der Einheiten bilden können. Das Ziel ist, die Einheiten weniger durch Maßverkörperungen zu definieren, sondern mehr durch Experimente, die überall und immer wieder nachvollzogen werden können. Dabei werden die Einheiten gleichzeitig auf Fundamentalkonstanten zurückgeführt. [1.3, 1.4, 1.5].

In folgender Tabelle sind die von CODATA (Committee on Data for Science and Technology) 2014 empfohlenen physikalischen Fundamentalkonstanten zusammengestellt.

Tabelle 1.1 Physikalische Fundamentalkonstanten [1.3]

	Zahlenwert	Einheit	rel. Unsicherheit
Avogadro-Konstante N_A	$6,022140857(74) \cdot 10^{23}$	mol^{-1}	$5,0 \cdot 10^{-8}$
Boltzmann-Konstante k	$1,38064852(79) \cdot 10^{-23}$	J K^{-1}	$1,7 \cdot 10^{-6}$
elektrische Elementarladung e	$1,6021766208(98) \cdot 10^{-19}$	A s	$2,5 \cdot 10^{-8}$
elektrische Feldkonstante ϵ_0	$8,854187817\dots \cdot 10^{-12}$	$\text{A s V}^{-1} \text{m}^{-1}$	null
Faraday-Konstante $F = e N_A$	96485,33289(59)	A s mol^{-1}	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Gravitationskonstante G	$6,67408(31) \cdot 10^{-11}$	$\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$	$1 \cdot 10^{-4}$
Josephson-Konstante $K_J = 2e/h$	$4,835978525(30) \cdot 10^{14}$	Hz V^{-1}	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0	299792458	m s^{-1}	null
magnetische Feldkonstante μ_0	$4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$	$\text{V s A}^{-1} \text{m}^{-1}$	null
Ruhemasse des Elektrons m_0	$9,10938356(11) \cdot 10^{-31}$	kg	$5,0 \cdot 10^{-8}$
Planck'sches Wirkungsquantum h	$6,626070040(81) \cdot 10^{-34}$	J s	$5,0 \cdot 10^{-8}$
universelle Gaskonstante $R = k N_A$	8,3144598(48)	$\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$
Von-Klitzing-Konstante $R_K = h/e^2$	$2,58128074555(59) \cdot 10^4$	Ω	$6,8 \cdot 10^{-10}$

Die Lichtgeschwindigkeit c_0 ist als Konstante festgelegt zu

$$c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s.} \quad (1.2)$$

Auch die elektrische Feldkonstante ϵ_0 (Permittivität des Vakuums) und die magnetische Feldkonstante μ_0 (Permeabilität des Vakuums) sind mit Zahlenwert und Einheit definiert. Sie sind mit der Lichtgeschwindigkeit verknüpft über

$$c_0^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \quad (1.3)$$

Durch diese Festlegung wird erreicht, dass die mechanisch und elektrisch gemessenen Werte für Kraft, Energie und Leistung übereinstimmen.

1.2.2 Internationales Einheitensystem, SI-Einheiten

Die Generalkonferenz für Maß und Gewicht hat 1960 das „Système International d’Unités“ empfohlen, das inzwischen weltweit eingeführt und auch in der Bundesrepublik Deutschland gesetzlich vorgeschrieben ist [1.6, 1.7, 1.8]. Das System definiert die sogenannten SI-Einheiten (Tabelle 1.2), denen die Basiseinheiten zugrunde liegen (Tabelle 1.3). Durch Multiplikation und/oder Division der Basiseinheiten werden die für die anderen physikalischen Größen benötigten Einheiten abgeleitet, wie z. B. die Einheit m/s für die Geschwindigkeit oder m/s^2 für die Beschleunigung. Wird die Ableitung so vorgenommen, dass bei der Umrechnung nur der Zahlenfaktor 1 auftritt, so sind die dabei entstandenen Einheiten **kohärent**. Sie bilden zusammen mit den Basiseinheiten ein kohärentes System. Einige der abgeleiteten SI-Einheiten haben dabei selbstständige Namen mit eigenen Kurzzeichen bekommen.

Tabelle 1.2 Abgeleitete SI-Einheiten; die in Klammern stehenden Einheiten sind veraltet

Größe und Formelzeichen	SI-Einheit	Beziehung	Weitere und zum Teil veraltete Einheiten
ebener Winkel α	Radian rad	1 rad = 1 m/m	Grad: $1^\circ = \pi/180$ rad
räumlicher Winkel Ω	Steradian sr	1 sr = 1 m ² /m ²	
Frequenz f, ν	Hertz Hz	1 Hz = 1/s	
Kraft F	Newton N	1 N = 1 kg m/s ²	1 kp \approx 9,81 N (1 dyn \approx 10 ⁻⁵ N)
Druck p	Pascal Pa	1 Pa = 1 N/m ²	Bar: 1 bar = 10 ⁵ Pa (1 kp/m ² \approx 0,98 bar)
Energie E	Joule J	1 J = 1 Nm = 1 W s = 1 kg m ² /s ²	1 kWh = 3,6 · 10 ⁶ J 1 eV = 1,60 · 10 ⁻¹⁹ J (1 cal \approx 4,19 J) (1 erg = 10 ⁻⁷ J)
Leistung P	Watt W	1 W = 1 J/s = 1 N m/s = 1 kg m ² /s ³	(Pferdestärke) (1 PS \approx 735,499 W)
elektr. Ladung Q	Coulomb C	1 C = 1 A s	
elektr. Spannung U	Volt V	1 V = 1 W/A	
elektr. Feldstärke E	V/m		
elektr. Widerstand R	Ohm Ω		
Leitwert G	Siemens S	1 S = 1/ Ω	
Induktivität L	Henry H	1 H = 1 Wb/A = 1 Vs/A	
elektr. Kapazität C	Farad F	1 F = 1 C/V = 1 As/V	
magn. Feldstärke H	A/m		(Oersted Oe: 1 Oe \approx 80 A/m)
magn. Fluss Φ	Weber Wb	1 Wb = 1 V s	(Maxwell M: 1 M = 10 ⁻⁸ Vs)
magn. Flussdichte B	Tesla T	1 T = 1 Vs/m ²	(Gauß G: 1 G = 10 ⁻⁴ Vs/m ²)
Lichtstrom Φ	Lumen lm	1 lm = 1 cd sr	
Beleuchtungsstärke E	Lux lx	1 lx = 1 lm/m ²	
Aktivität A einer radioaktiven Substanz	Becquerel Bq	1 Bq = 1/s	(Curie Ci: 1 Ci = 3,7 · 10 ¹⁰ s ⁻¹ = 3,7 · 10 ⁻¹⁰ Bq)
Energiedosis D	Gray Gy	1 Gy = 1 J/kg	(Rad rd: 1 rd = 10 ⁻² J/kg)
Ionendosis J	C/kg		(Röntgen R: 1 R = 2,58 · 10 ⁻⁴ C/kg)
Äquivalentdosis	Sievert Sv	1 Sv = 1 J/kg	(Rem rem: 1 rem = 10 ⁻² J/kg)

Tabelle 1.3 Basisgrößen und Basiseinheiten

Gebiet	Basisgröße	Formelzeichen	Basiseinheiten	Einheitenzeichen
Mechanik	Länge	l	Meter	m
	Masse	m	Kilogramm	kg
	Zeit	t	Sekunde	s
Elektrotechnik	Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamik	Temperatur	T	Kelvin	K
Optik	Lichtstärke	I_v	Candela	cd
Chemie	Stoffmenge	n	Mol	mol

Um bei den SI-Einheiten unter Umständen recht unhandliche Zahlenwerte zu vermeiden, dürfen durch dezimale Vorsätze neue vergrößerte oder verkleinerte Einheiten gebildet werden (Tabelle 1.4). Die so entstandenen Einheiten, wie z. B. MW, cm, mV, μ A sind dann allerdings nicht mehr kohärent.

Tabelle 1.4 Vorsätze zur Kennzeichnung dezimaler Vielfacher und Teile von Einheiten

Vorsatz	Zeichen	Zahlenwert	Vorsatz	Zeichen	Zahlenwert
Exa-	E	10^{18}	Dezi-	d	10^{-1}
Peta-	P	10^{15}	Zenti-	c	10^{-2}
Tera-	T	10^{12}	Milli-	m	10^{-3}
Giga-	G	10^9	Mikro-	μ	10^{-6}
Mega-	M	10^6	Nano-	n	10^{-9}
Kilo-	k	10^3	Piko-	p	10^{-12}
Hekto-	h	10^2	Femto-	f	10^{-15}
Deka-	da	10	Atto-	a	10^{-18}

1.2.3 Definition und Darstellung der Sekunde

a) SI-Einheit der Sekunde

Die Sekunde ist das 9 192 631 770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Nuklids Cs¹³³ entsprechenden Strahlung (1967).

Die Sekunde ist die Einheit, die sich mit der größten Genauigkeit, der kleinsten Unsicherheit, messen lässt. Das geschieht zur Zeit mit den Cäsium-Atomuhren.

Cäsium-Atomuhr

In dieser „primären“ Uhr werden Cs-133-Atome verdampft, laufen durch ein Magnetfeld und treffen auf einen Detektor. Beim Passieren des magnetischen Wechselfeldes nehmen die Cs-Atome in einer Resonanzabsorption Energie auf und gehen in den energiereicheren Zustand über. Ändert sich die Frequenz des Wechselfeldes, so ändert sich die Zahl der auf

den Detektor treffenden Cs-Atome. Die Frequenz, bei der der Detektorstrom sein Maximum hat, wird zu

$$f_0 = 9\,192\,631\,770 \text{ Hz}$$

definiert und die Sekunde ergibt sich als die entsprechende Zahl von Periodendauern (Atomuhr). Die Resonanzabsorption ist sehr ausgeprägt und wird nicht durch andere Effekte gestört. Gleichzeitig lassen sich Frequenzen im GHz-Bereich gut messen, so dass die Sekunde mit der außerordentlich geringen Unsicherheit von nur 10^{-14} dargestellt werden kann.

Eine noch größere Genauigkeit erreicht die **Cs-Fontänen-Uhr**. Hier werden die Cs-Atome auf eine Temperatur nahe dem absoluten Nullpunkt abgekühlt [1.9]. Dabei verringert sich die thermische Bewegung auf wenige cm/s. Die Atome lassen sich sammeln und als „Fontäne“ durch das Magnetfeld schicken. Dadurch verbessert sich das Signal/Rausch-Verhältnis und die Genauigkeit steigt um eine Zehnerpotenz.

Zusätzlich zur Messung der Sekunde müssen die Nationalen Metrologischen Institute sich dann noch darüber verständigen, welche Sekunde als die erste eines Tages zu nehmen ist. Das Ergebnis wird in Deutschland durch den Normalfrequenz- und Zeitzeichensender DCF 77 (Langwelle) in Mainflingen bei Frankfurt/Main übertragen. Während jeder Minute werden die Informationen über Minute, Stunde, Kalendertag, Wochentag, Monat und die beiden letzten Ziffern des Jahres BCD-codiert gesendet (Funkuhr) [1.10].

b) Optische Uhren

Das sichtbare Licht hat eine etwa 50 000mal höhere Frequenz als die Mikrowellenstrahlung. So liegt der Gedanke nahe, die höhere optische Frequenz für eine Uhr zu benutzen. Dabei wird nicht nur eine höhere Auflösung erwartet, sondern auch eine verbesserte Stabilität und Genauigkeit. So wird in naher Zukunft die SI-Einheit Sekunde über optische Frequenzen neu definiert werden. [1.11, 1.12, 1.13, 1.14].

Die hohen Frequenzen des sichtbaren Lichtes lassen sich nicht direkt mit elektronischen Baugruppen messen. Sie müssen aber auf die Frequenz der Mikrowellenstrahlung zurückgeführt werden. Dies gelingt mit optischen Teilerstufen und optischen Synthesizern oder mit Frequenzkämmen (J. Hall und Th. Hänsch, Nobelpreis 2005). Darin werden optische Frequenzen ohne Verlust an Genauigkeit auf leicht messbare Radiofrequenzen abgebildet. Diese Frequenzkammgeneratoren sind eine wesentliche Komponente einer optischen Uhr [1.15, 1.16].

Für optische Uhren sind scharfe Spektrallinien, sehr schmalbandige Übergänge zwischen den Spektralniveaus, erforderlich. Deshalb werden die Messaufbauten alle in der Nähe des absoluten Nullpunkts betrieben. Viele Elektronenübergänge in Atomen oder Ionen wurden untersucht. Besonders geeignet erwiesen sich die Isotope Strontium-88, Indium-115, Ytterbium-171 und Quecksilber-190 [1.17].

Insgesamt werden bei den optischen Uhren Unsicherheiten im Bereich von 10^{-17} bis 10^{-18} s erwartet. Bei diesen Auflösungen ist schon die Allgemeine Relativitätstheorie zu berücksichtigen. Diese erklärt den Einfluss der Schwerkraft auf die Ganggenauigkeit. Der Gangunterschied ist mit einer relativen Frequenzverschiebung von $1,1 \times 10^{-16}$ pro Meter Höhenunterschied zwar sehr klein, aber doch von Bedeutung. Die Ganggeschwindigkeit ändert sich schon um 10^{-18} , wenn die Uhr um einen Zentimeter angehoben wird. Schon jetzt ist bei dem Zeitvergleich der für die offizielle Zeit zuständigen Staatsinstitute deren Höhenlage zu berücksichtigen [1.18].

1.2.4 Definition und Darstellung des Meters

Das Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während des Intervalls von (1/299 792 458) Sekunden durchläuft (1983).

Das Meter wird also als die Länge der Strecke erklärt, die das Licht im Vakuum während des Zeitintervalls (1/299 792 458) s durchläuft. Damit ist die Längeneinheit messtheoretisch von der Zeitmessung abhängig. Das Meter wird aber weiterhin als Basiseinheit bezeichnet und verwendet.

In der Längenmesstechnik werden Strecken mit Hilfe von Interferometern gemessen. Diese benötigen eine sichtbare Strahlung, deren **Wellenlänge** λ bekannt sein muss. Laser z. B. sind als Strahlenquellen geeignet. Ihre Frequenz f wird wie bei optischen Uhren mittels Frequenzkammgeneratoren ermittelt. Aus der Lichtgeschwindigkeit c_0 ergibt sich dann die für Längenmessungen benötigte Wellenlänge λ .

$$c_0 = f \cdot \lambda. \quad (1.4)$$

Größere Entfernungen werden über Laufzeitmessungen ermittelt. Hier bestimmt die Genauigkeit der Zeitmessung den Fehler in der Längenmessung.

1.2.5 Definition und Darstellung des Kilogramms

a) SI-Einheit des Kilogramms

Das Kilogramm ist die Einheit der Masse; es ist gleich der Masse des Internationalen Kilogrammprototyps (1889).

Zusätzlich zu dem Internationalen Kilogrammprototyp wurden noch Referenz- und Arbeitsnormale angefertigt. Nachprüfungen (1988–1992) der verschiedenen Prototypen zeigten, dass das Ur-Kilogramm in 100 Jahren etwa um 50 Mikrogramm leichter geworden ist. Dieser Zustand ist nicht befriedigend, und so wird daran gearbeitet, eine neue Kilogramm-Einheit an eine Normalkonstante anzubinden. Aussichtsreich erscheinen zwei Wege: Zum einen wird versucht, das Kilogramm über die Avogadro-Konstante zu definieren (Avogadro-Projekt), zum anderen über die Planck-Konstante (Wattwaage) [1.19, 1.20, 1.22].

b) Quantennormale für das Kilogramm

Avogadro-Projekt. Im Avogadro-Projekt geht es zunächst darum, die Avogadrozahl N_A genauer zu bestimmen als bisher. Das soll über die folgende Beziehung geschehen:

$$N_A = \frac{M V n}{m} \quad \text{mit der Einheit} \quad \text{mol}^{-1} = \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \text{m}^3 \frac{1}{\text{m}^3} \frac{1}{\text{kg}}. \quad (1.5)$$

In dieser Gleichung bedeuten

- N_A : Avogadro-Konstante in mol^{-1} ,
- M : molare Masse in $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$,
- V : Volumen in m^3 ,
- n : Teilchendichte in m^{-3} ,
- m : Masse in kg.

An diesem Projekt beteiligen sich Forschungsinstitute aus verschiedenen Ländern. Für die Masse m dient das monokristalline hochreine Isotop Silizium-28. Es wurde in einer russischen Isotopenanlage hergestellt. Daraus wurden in Australien zwei Kugeln mit einem Durchmesser von 93,7 mm und einem Gewicht von ungefähr 1 kg gefertigt. Die für Gl. (1.5) nötigen Größen wurden dann wie folgt ermittelt:

Die Masse m der Kugeln wurde durch einen Vergleich mit internationalen Normalen gefunden (Japan, Deutschland).

Das Volumen V der äußerst sorgfältig polierten Kugeln wurde mit einem Kugelinterferometer bestimmt [1.21]. Die Ungenauigkeiten bei den Rundheitsmessungen lagen im Bereich von wenigen Nanometern (Japan, Australien, Deutschland).

Die Teilchendichte n wurde aus Messungen mit einem Röntgeninterferometer erhalten (Italien, USA).

Die mittlere molare Masse M ergab sich aus Messungen mit einem Massenspektrometer, wofür ein neues Verfahren entwickelt worden ist (Deutschland). Berücksichtigt wurden eventuell vorhandene Kristallfehler, Fremdatome und die Oberflächenschicht aus Siliziumdioxid.

Damit konnte 2010 die Avogadro-Konstante bis auf eine Unsicherheit von $3 \cdot 10^{-8}$ bestimmt werden. Das ist eine Verbesserung gegenüber dem bisherigen Wert, reicht aber noch nicht für eine Neudefinition des Kilogramms. Dafür wird eine Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ verlangt. Dieses scheint möglich zu sein. Danach könnte das Kilogramm mit einer festgelegten Avogadrozahl neu definiert und die Masse m könnte über Gl. (1.5) gemessen werden.

Wattwaage. In der Wattwaage wird eine mechanische Kraft mit einer elektrischen Kraft verglichen [1.8, 1.20]. Sehr vereinfacht beschrieben, wird auf der einen Seite der Waage die Masse m aufgelegt (Gewichtskraft), auf der anderen Seite wird eine bewegliche Spule in einem homogenen Magnetfeld aufgehängt. Die Wägung erfolgt in zwei Schritten. Zunächst wird der Strom I durch die bewegliche Spule so eingestellt, dass die Waage im Gleichgewicht ist (statischer Modus). In einem zweiten Schritt wird dann die bewegliche Spule mit der Geschwindigkeit v im Magnetfeld verschoben, wobei die Spannung $U(v)$ induziert wird. Die Geschwindigkeit und die induzierte Spannung werden gemessen (bewegter Modus). Nach einigen Umformungen kann dann die folgende Beziehung erhalten werden:

$$I(v=0) \cdot U(v) = 4 m g v \quad \text{mit der Einheit} \quad \Delta V = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{W}. \quad (1.6)$$

In dieser Gleichung bedeuten:

- I : Strom in der Spule bei Abgleich $v = 0$ A ,
- U : induzierte Spannung bei Bewegung in V ,
- m : zu bestimmende Masse in kg ,
- g : Erdbeschleunigung in m/s^2 ,
- v : Geschwindigkeit der Spule in m/s .

Damit sind in Gl. (1.6) alle Größen bekannt, um die Masse m zu bestimmen.

Der letzte Satz ist nicht falsch, aber nur die halbe Wahrheit. Bei der angestrebten Präzisionsmessung wird die Spannung $U(v)$ durch einen Vergleich mit einem Josephson-Normal (Abschnitt 1.2.6) ermittelt. Auch für den Strom $I(v=0)$ wird die Josephson-Spannung benötigt, da der Strom $I(v=0)$ über einen Hall-Widerstand läuft und mittels des Spannungsabfalls bestimmt wird. Für die Messung von $U(v)$ und $I(v=0)$ werden die Gln. (1.11) und (1.13) benötigt. In diesen Gln. treten die Josephson-Konstante K_J und die von-Klitzing-Konstante

R_K auf. In beiden Konstanten kommen das Planck'sche Wirkungsquantum h und die Elementarladung e vor. Diesen ist zur Zeit ein Zahlenwert zugewiesen. Dieser ist aber für eine Neudefinition des Kilogramms noch nicht gut genug. So dienen die Experimente mit der Wattwaage zur Zeit dazu, die Planck'sche Konstante h genauer zu bestimmen. Ist dieses Ziel erreicht, dann kann das Kilogramm eventuell über Gl. (1.6) neu definiert werden. Zur Zeit ist noch nicht abzusehen, ob die neue Einheit Kilogramm über die Avogadro-Zahl oder über das Planck'sche Wirkungsquantum definiert werden kann.

1.2.6 Definition und Darstellung der elektrischen Einheiten

a) SI-Einheit des Ampere

Das Ampere ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stroms, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von 1 m voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 m Leiterlänge die Kraft von 2×10^{-7} Newton hervorrufen würde (1948).

Die Definition sieht also zwei parallel geführte Leitungen vor (Bild 1.3).

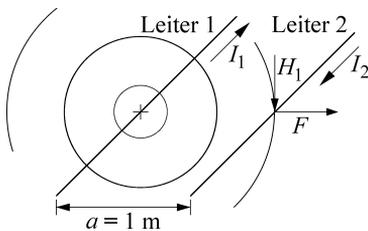


Bild 1.3 Anordnung der Leiter bei der Definition der Einheit Ampere

Der durch den Leiter 1 fließende Strom I_1 führt in dem Abstand a zu einem Magnetfeld mit der Feldstärke H_1 und der Induktion B_1 :

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi a}, \quad B_1 = \mu_0 H_1. \quad (1.7)$$

Die durch dieses Magnetfeld auf den parallel geführten, vom Strom I_2 durchflossenen Leiter der Länge l ausgeübte Kraft F ist

$$F = I_2 l B_1 = \mu_0 I_2 l \frac{I_1}{2\pi a}. \quad (1.8)$$

Die Definition des Ampere sagt, dass für $I_1 = I_2 = I$ der durch die Leiter fließende Strom I dann genau 1 Ampere ist, wenn für $a = l = 1 \text{ m}$ die Kraft $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ ist. Für diese Zahlenwerte ergibt sich die magnetische Feldkonstante μ_0 aus der letzten Gleichung zu

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} = 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{A m}}. \quad (1.9)$$

Sie wird also nicht mehr experimentell bestimmt, sondern ist durch die Definition des Ampere festgelegt. Der irrationale Faktor π ist dabei in die Feldkonstante eingerechnet.

Der Zusammenhang zwischen den elektrischen und den mechanischen Grundeinheiten einerseits und den direkt berührten Fundamentalkonstanten andererseits ist in Bild 1.4 dargestellt.

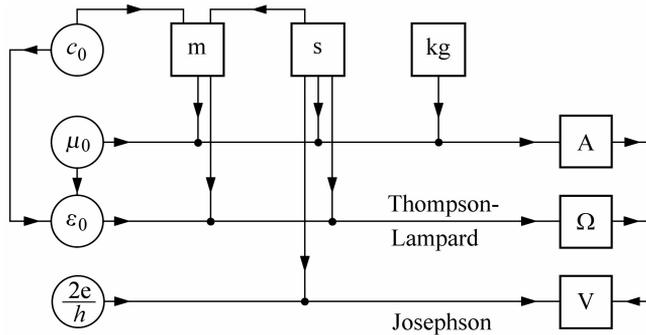


Bild 1.4 Zusammenhang zwischen SI-Einheiten und Fundamentalkonstanten; mechanische und elektrische Einheiten sind miteinander und über Naturkonstanten verknüpft. Dadurch gewährleistet das SI-System die Gleichheit der mechanisch und elektrisch gemessenen Kräfte, Energien und Leistungen.

Die Darstellung des Ampere erfolgt nicht – wie die Definition vorsieht – an zwei einzelnen Leitern, sondern an Spulen wegen der dabei erzielbaren größeren Kräfte. Die von den stromdurchflossenen Leitern im Magnetfeld ausgeübte Kraft wird mit der Gewichtskraft einer Masse im Schwerfeld der Erde verglichen. Die Unsicherheit der Messung beträgt einige 10^{-8} , da die geometrischen Abmessungen der Spulen nicht genauer zu ermitteln sind.

Volt. In ähnlicher Weise wird bei der Darstellung der Einheit Volt die mit Hilfe einer Kondensatoranordnung erzeugte elektrostatische Kraft zu einer Gewichtskraft in Bezug gesetzt.

b) Quantennormale für die elektrischen Größen

Die elektrischen Größen Spannung, Widerstand und Strom lassen sich über Quanteneffekte und die Verknüpfung mit Naturkonstanten genauer messen als das Ampere nach der SI-Definition. Die neuen Verfahren sind invariant gegenüber Änderungen von Ort und Zeit [1.8, 1.17]. Dadurch werden für Vergleichsmessungen Unsicherheiten erreicht, die geringer sind als bei der Darstellung im SI-System.

Spannungsmessung mit dem Josephson-Effekt

Beim **Josephson-Effekt** [1.23]–[1.27] fließt zwischen zwei schwach gekoppelten Supraleitern (Tunnelelemente) beim Anlegen einer Gleichspannung ein Suprastrom der Frequenz f . Diese ist über die Elementarladung e und das Planck'sche Wirkungsquantum h mit der Spannung U verknüpft:

$$f = \frac{2e}{h} U. \quad (1.10)$$

Umgekehrt kann bei Einstrahlung einer Mikrowelle der Frequenz f der Josephson-Oszillator angeregt werden. Der Josephson-Oszillator schwingt dann auch mit Oberwellen $n f$ und es entstehen Spannungsstufen $U(n)$

$$U(n) = n \frac{h}{2e} f \quad \text{bei } n = 1, 2, \dots \quad (1.11)$$

mit $U(1) = 145 \mu\text{V}$ bei $f = 70 \text{ GHz}$.

Diese Spannungsstufen stellen äußerst präzise Referenzspannungen dar, da die Frequenz f des Oszillators mit Hilfe der Cs-Atomuhren bestimmt wird. Die verbleibende Unsicherheit in dem Faktor $2e/h$, der so genannten Josephson-Konstante K_J wird dadurch umgangen, dass dieser Konstanten im Jahr 1990 der Wert

$$K_{J-90} = \frac{2e}{h} = 483\,597,9 \text{ GHz/V} \quad (1.12)$$

zugewiesen wurde. Vergleichsmessungen lassen sich nun mit der relativen Unsicherheit von nur $5 \cdot 10^{-11}$ verwirklichen. Die Josephson-Gleichung gilt universell. Sie ist in weiten Grenzen unabhängig vom Material der Supraleiter, dem Typ und der Geometrie der Tunnelemente, der Temperatur unterhalb der Temperatur für die Supraleitung und der Leistung der Mikrowellenstrahlung.

Für die praktische Anwendung werden auf einem Si-Chip sehr viele hintereinander liegende Josephson-Kontakte integriert. Dadurch können Spannungsnormale zwischen 1 und 10 Volt realisiert werden (Bild 1.5). Obwohl z. B. bei 14 000 Kontakten die Chipfläche nur etwa $1 \times 2 \text{ cm}^2$ beträgt, ist das komplette System doch relativ aufwändig.

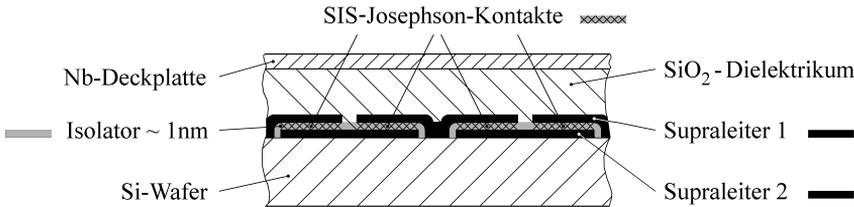


Bild 1.5 Ausschnitt der periodischen Streifenleitung mit 4 Josephson-Kontakten [1.26] (Supraleiter-Isolator-Supraleiter SIS)

Es umfasst die Kühlung, den Probehälter mit den Kontakten, ein Nano-Voltmeter und die komplette Steuerung und wird inzwischen kommerziell angeboten [1.27].

Widerstandsmessung mit dem Quanten-Hall-Effekt

Dieser Effekt wird auch nach seinem Entdecker von-Klitzing-Effekt genannt (Nobelpreis 1985 [1.28, 1.29, 1.30]). Werden extrem dünne Schichten bei tiefen Temperaturen einem starken Magnetfeld ausgesetzt, so liegt in diesen Schichten ein so genanntes zweidimensionales Elektronengas mit großer Elektronenbeweglichkeit vor. Die Kennlinie des Hall-Widerstandes in Abhängigkeit von der magnetischen Induktion verläuft dann stufenförmig (Bild 1.6).

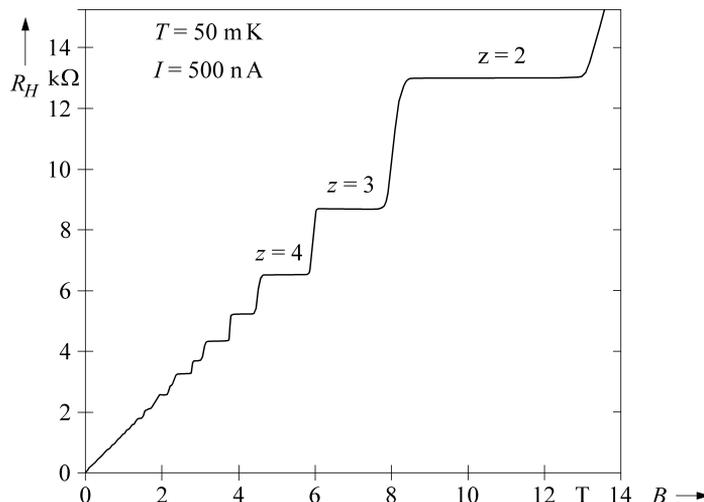


Bild 1.6 Quanten-Hall-Effekt, gemessen an einer GaAs-Probe [1.30]

Es entstehen für den Hall-Widerstand konstante Plateaus, deren Werte durch

$$R_H(z) = \frac{1}{z} \frac{h}{e^2} \Omega \quad (1.13)$$

gegeben sind. In dieser Gleichung sind z ein Zählparameter, h das Planck'sche Wirkungsquantum und e die Elementarladung. Der Faktor h/e^2 wird als von-Klitzing-Konstante R_K bezeichnet. 1990 wurde dafür nach einem Abgleich verschiedener Messungen der Wert

$$R_{K-90} = \frac{h}{e^2} = 25\,812,807 \Omega \quad (1.14)$$

festgelegt. Unabhängige Messungen zeigen, dass der Hall-Widerstand mit einer Unsicherheit von $4 \cdot 10^{-10}$ unabhängig ist von Material, Geometrie und Quantenzahl [1.30].

Strommessung mit der Einzelelektronen-Pumpe

Die neue Einheit des Ampere soll durch die Elementarladung definiert werden. Sie kann z. B. mit Hilfe von Quellen quantisierter Ströme (Einzelelektronen-Pumpen) erfolgen [1.31]. Eine Einzelelektronen-Pumpe besteht aus einem Schaltkreis, in dem im Takt einer Wechselspannung, der Pumpfrequenz, einzelne Elektronen tunneln. Damit lässt sich ein quantisierter Strom I erzeugen mit

$$I = n e f \quad \text{mit der Einheit} \quad A = \text{As} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (1.15)$$

Dabei ist n die Zahl der parallel geschalteten Einzelelektronenpumpen, e die Elementarladung und f die Pumpfrequenz. Bei $n = 3$ und $f = 500 \text{ MHz}$ ergibt sich der Strom I zu

$$I = 3 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 10^6 = 2,403 \cdot 10^{-10} \text{ A}. \quad (1.16)$$

Damit sollen Ströme mit einer Unsicherheit $\leq 1 \cdot 10^{-8}$ erzeugt werden können.

Eine weitere Möglichkeit, die Strommessung auf Naturkonstanten zurückzuführen, bieten der Josephson- und der Quanten-Hall-Effekt. Dabei fließt der zu messende Strom über den Quanten-Hall-Widerstand. Der Spannungsabfall am Widerstand wird in einem Vergleich mit einem Josephson-Normal ermittelt. Der gesuchte Strom ergibt sich dann aus dem Ohm'schen Gesetz („Quanten-Ampereometer“).

Quantenmetrologisches Dreieck. Das quantenmetrologische Dreieck (Bild 1.7) verdeutlicht, dass in den elektrischen Größen Spannung, Strom und Widerstand die Naturkonstanten Elementarladung und Planck'sches Wirkungsquantum stecken. Die Physikalisch-Technische-Bundsanstalt PTB plant ein Experiment, um die Werte von e und h zu überprüfen und gegebenenfalls auszugleichen. Für dieses Dreiecksexperiment sind Josephson-Spannungsnormale, Quanten-Hall-Widerstände, Einzelelektronenpumpen und Kryostromkomparatoren erforderlich [1.17].

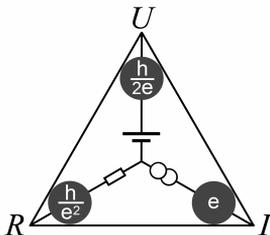


Bild 1.7 Das quantenmetrologische Dreieck [1.17]. In einem Quantenampereometer fließt der Strom über einen Quanten-Hall-Widerstand. Der dabei entstehende Spannungsabfall wird mit einem Josephson-Normal bestimmt.

1.2.7 Die SI-Einheiten der Temperatur, der Stoffmenge und der Lichtstärke

Die SI-Einheiten der Temperatur (Kelvin), der Stoffmenge (Mol) und der Lichtstärke (Candela) werden hier nur aufgeführt, ohne auf die Darstellung einzugehen.

Temperatur

Das Kelvin, die Einheit der thermodynamischen Temperatur, ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wasser (1967).

Temperatur-Messwerte dürfen auch in der Einheit $^{\circ}\text{C}$ angegeben werden. Als Celsius-Temperatur ϑ wird dabei die „besondere Differenz“ zwischen einer beliebigen thermodynamischen Temperatur T in Kelvin und der Temperatur $T_0 = 273,15\text{ K}$ bezeichnet, also

$$\vartheta = (T - T_0) = (T - 273,15). \quad (1.17)$$

Für die Differenz $\Delta\vartheta$ zweier Celsius-Temperaturen

$$\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 = (T_1 - T_0) - (T_2 - T_0) = T_1 - T_2 = \Delta T \quad (1.18)$$

sind die Einheiten K und $^{\circ}\text{C}$ zulässig, obwohl die Temperaturdifferenz nicht im Sinne der obigen Definition auf die Temperatur T_0 bezogen ist.

Die zukünftige Darstellung der Einheit Kelvin kann vielleicht mit Hilfe der Boltzmannkonstante k erfolgen, dem Konversionsfaktor zwischen thermischer und mechanischer Energie.

Stoffmenge

- 1 **Das Mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebensoviel Einzelteilchen besteht, wie Atome in 0,012 Kilogramm des Kohlenstoffnuklids ^{12}C enthalten sind; sein Zeichen ist „mol“.**
- 2 **Bei der Benützung des Mols müssen die Einzelteilchen spezifiziert sein und können Atome, Moleküle, Ionen, Elektronen sowie andere Teilchen oder Gruppen solcher Teilchen genau angegebener Zusammensetzung sein.**

Lichtstärke

Die Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlenquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz 540×10^{12} Hertz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 Watt durch Steradian beträgt.

1.2.8 Größen- und Zahlenwertgleichungen

Gleichungen beschreiben die Beziehungen zwischen physikalischen Größen. Sie heißen **Größengleichungen**, wenn sie ausschließlich aus den mit dem Zahlenfaktor 1 multiplizierten physikalischen Größen bestehen. So ergibt sich z. B. die in einem Verbraucher umgesetzte elektrische Energie E aus der anliegenden Spannung U , dem durchgehenden Strom I und der Zeit t zu

$$E = U I t. \quad (1.19)$$

Die physikalischen Gleichungen sind unabhängig von den Einheiten, in denen die Größen gemessen werden. Zweckmäßig werden nun die Einheiten so gewählt, dass für sie die gleichen Formeln wie für die Größen gelten. Dieses Ziel wird durch die Verwendung kohärenter Einheiten erreicht. Für unser Beispiel bedeutet dies, die elektrische Energie in Ws, die Spannung in V, die Stromstärke in A und die Zeit in s zu messen:

$$1 \text{ W s} = 1 \text{ V A s} . \quad (1.20)$$

Von den Größengleichungen werden die **Zahlenwertgleichungen** unterschieden. In ihnen werden nichtkohärente Einheiten verwendet und Zahlenwerte, Umrechnungsfaktoren, müssen berücksichtigt werden. Soll in unserem Beispiel die Energie in kWh ausgedrückt werden, so gilt die Zahlenwertgleichung

$$E \text{ (in kWh)} = 0,28 \cdot 10^{-6} \cdot U \text{ (in Volt)} \cdot I \text{ (in A)} \cdot t \text{ (in s)} . \quad (1.21)$$

Zahlenwertgleichungen führen oft zu Irrtümern und sollen deshalb vermieden werden. Da den Zahlenfaktoren ganz bestimmte Einheiten zu Grunde liegen, müssen diese Einheiten immer angegeben werden.

Auch bei Größengleichungen empfiehlt es sich, möglichst oft die Einheiten hinzuschreiben und zu überprüfen. Aus der Tatsache, dass auf jeder Seite einer Gleichung dieselben Einheiten stehen müssen, ergibt sich leicht eine Kontrolle der durchgeführten Rechnungen. Summen und Differenzen können nur von Größen mit gleichen Einheiten gebildet werden und als Exponenten oder als Argumente von Funktionen dürfen nur Zahlen, d. h. „dimensionslose“ Größen, auftreten.

■ 1.3 Statisches Verhalten der Messgeräte; Kennlinie und Empfindlichkeit

Die messtechnischen Eigenschaften eines Geräts werden durch sein **statisches** und **dynamisches Verhalten** und durch seine **Unsicherheiten** charakterisiert. Diese Begriffe sollen im Folgenden etwas näher erläutert werden.

Der stationäre Zustand eines Messgeräts ist bei zeitlicher Konstanz aller Eingangsgrößen nach Ablauf aller Ausgleichsvorgänge erreicht. Für diesen Zustand beschreibt die **Kennlinie** die Abhängigkeit des Ausgangssignals x_a eines Messgeräts vom Eingangssignal x_e :

$$x_a = f(x_e) . \quad (1.22)$$

Der Zusammenhang beider Größen wird oft als mathematischer Ausdruck, seltener in Form einer Wertetabelle angegeben. Aus der Kennlinie ergibt sich die **Empfindlichkeit E** , indem am Arbeitspunkt die beobachtete Änderung des Ausgangssignals durch die sie verursachende Änderung des Eingangssignals dividiert wird (Bild 1.8):

$$E = \frac{dx_a}{dx_e} \frac{\text{Einheit des Ausgangssignals}}{\text{Einheit des Eingangssignals}} . \quad (1.23)$$

Bei den Messgeräten, bei denen Ein- und Ausgangssignal gleichartige Größen sind (z. B. Ein- und Ausgangsspannung eines Verstärkers), kürzen sich die Einheiten heraus, und die Empfindlichkeit ist eine reine Zahl. Ist dies nicht der Fall, so sind die Einheiten stets mit anzugeben.