

# Handbuch Elektrofilter

Physik, Hochspannungsversorgung, Erdung und Auslegung





# Handbuch Elektrofilter

Josef von Stackelberg • Manfred Schmoch

# Handbuch Elektrofilter

Physik, Hochspannungsversorgung, Erdung und Auslegung



Josef von Stackelberg Rico-Werk Eiserlo & Emmrich GmbH Baunach, Deutschland Manfred Schmoch Schmoch Engineering GmbH Freudenberg, Deutschland

ISBN 978-3-658-20016-9 ISBN 978-3-658-20017-6 (eBook) https://doi.org/10.1007/978-3-658-20017-6

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

#### Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2018

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Lektorat: Daniel Fröhlich

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist Teil von Springer Nature

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

#### **Vorwort**

Elektrofilter gibt es mit unverändertem Grundprinzip seit über 100 Jahren. In den ersten Jahren wurden Bauart und Größe wesentlich durch die verfügbare Hochspannung bestimmt. Nachdem diese Begrenzung aufgehoben ist, gibt es auch heute noch Potentiale, dieses alte Produkt zu verbessern.

Eine präzise, an den einzelnen Fall angepasste Hochspannungssteuerung, eine sorgfältigere Strömungsführung, eine unter statischen und elektrischen Gesichtspunkten effektivere und kostengünstigere Bauweise haben das Elektrofilter im Wettbewerb gehalten. Im Hinblick auf seinen Energieverbrauch, seine betriebliche Robustheit, seine Unempfindlichkeit gegen hohe Temperaturen und seine besondere Fähigkeit, auch kleinste Aerosole abscheiden zu können, bleibt das Elektrofilter oft die einzige technische Möglichkeit, Staubemissionen in den vorgegebenen und verantwortlichen Grenzen zu halten.

Allerdings ist das Elektrofilter in seinem Verhalten nicht immer leicht zu verstehen. Schaltet man die Hochspannung ab, handelt es sich um einen offenen Kanal fast ohne gasreinigende Wirkung. Mit aktiver Hochspannung unterliegt es einer Reihe von Einflussgrößen, die auf den Erfolg der Staub- und Aerosolabscheidung zurückwirken. Das vorliegende Buch ordnet und gewichtet die Fülle von Einzelinformationen auf praktische Belange. Ausführlich gehen wir auf die Ausrüstung für die elektrische Hochspannung ein: die verschiedenen Typen der Hochspannungserzeuger, die unterschiedlichen Regelungsund Steuerungskonzepte.

Besonderes Interesse gilt der Erdung der Elektrofilter. Erdung ist ein Thema fast so alt wie die Herstellung und Installation von elektrischen Anlagen. Mit Erdung beschäftigen sich Normen, mit Erdung beschäftigen sich Konstrukteure und Entwickler in allen Bereichen der Elektrotechnik und Elektronik.

Die Folgen von Elektrizität kann man zwar spüren und riechen, Elektrizität kann man aber ungleich einer drehenden Welle im Maschinenbau nicht sehen. Im Umgang mit Elektrizität ist man deshalb von Anfang an auf theoretische Modelle angewiesen, die mit Hilfe mathematischer Gleichungen quantifiziert werden. Weiterhin macht die Elektrizität nicht Halt an den Grenzen eines elektrischen Leiters, sondern verwandelt sich in elektromagnetische Wellen und breitet sich über den Raum und die Zeit weiter aus.

VI Vorwort

Spätestens an dieser Stelle kommt das Thema der Erde ins Spiel, weil schon der Begriff "Erde" einen Teil des unbestimmten Bereiches außerhalb der Grenzen der Leiter beschreibt und weil "Erde" oder in einzelnen Bereichen der Elektrotechnik "Masse" als Teil des Leitungssystems für den elektrischen Strom gebraucht – und auch missbraucht wird. Im Hinblick auf den Schutz des Menschen ist es sogar notwendig, für den Notfall die Erde als Leiter zu gebrauchen, weil der Mensch selbst immer irgendwie in Kontakt mit der Erde steht. Außerdem dient die Erde als Bezugspotential für elektromagnetische Wellen; störende Wellen und deren Folgeerscheinungen werden in die Erde abgeleitet, wo sie auf irgendwelchen Pfaden den elektrischen Kreis wieder schließen.

Wenn heute ein Elektrofilter in Betrieb und die Hochspannung eingeschaltet ist, bringt die Anwendung moderner und sensibler Elektronik es mit sich, dass die Anforderungen an das Erdungssystems eines Elektrofilters mannigfaltig sind. Nur mit einer sorgfältigen Erdung lässt sich die Abscheidefähigkeit des Filters gegenüber einem einfachen, herkömmlichen System verbessern. Außerdem hat in den letzten Jahrzehnten das Bewusstsein im Hinblick auf elektromagnetische Verträglichkeit der Komponenten im elektrotechnischen Umfeld zugenommen. Normen wurden erstellt, ergänzt, erweitert. Auch hier ist dem Aspekt der Erdung großes Augenmerk zu widmen.

Wie sieht eine gute Erdung in Verbindung mit einer modernen Hochspannungs-Gleichstromumsetzanlage eines Elektrofilters aus? Die Erdung gibt es nicht, sondern verschiedene Erdungssysteme greifen teilweise konkurrierend ineinander und der Ingenieur ist gefordert, für den jeweiligen Anwendungsfall die richtige Lösung zu finden.

Gute Erdung am Elektrofilter entscheidet in dem einen oder anderen Fall darüber, ob das Elektrofilter die Anforderungen einer Emissionsrichtlinie erfüllt oder nicht. Bei schlechter Erdung fängt eine Anlage womöglich gar nicht erst an, Hochspannung zu erzeugen, sondern schaltet sofort mit Fehlermeldungen ab. Wenn erst beim Einschalten der Anlage ein Erdungsfehler festgestellt wird, dann ist es zumindest mühsam, einen technisch guten Zustand herzustellen.

Neben der Erdung gibt es aber auch in allen anderen technischen Bereichen des Elektrofilters viele Einzelheiten zu beachten. Bei aller Forschung im Detail bleibt die praktische Auslegung eines Elektrofilters eine Aufgabe, die sich für den konkreten Anwendungsfall einer strikt physikalischen Analyse entzieht. Das Buch zeigt eine Methode, wie die Auslegungsrisiken aus dieser Unsicherheit klein gehalten werden können.

Mit diesem Spektrum wendet sich das Buch an Ingenieure, die wissenschaftlich an dem Thema arbeiten, sowie an Hersteller und Betreiber von Elektrofiltern.

Eine Reihe von Einzeluntersuchungen zeigt immer wieder: Das alte Prinzip der Staubund Aerosolabscheidung im Elektrofilter hat immer noch Steigerungspotentiale zu einem Betrieb mit niedrigeren Emissionen, mit geringerem Energieverbrauch, bei höheren Temperaturen, für ein breiteres Band an Stoffen – hin zu einer sauberen Umwelt.

Freudenberg und Baunach Sommer 2017 M. Schmoch, manfred.schmoch@schmoch-engineering.com J. von Stackelberg, josef@stackelberg.com

### Inhaltsverzeichnis

1	Übe	rsicht zu Aufbau und Funktion von Elektrofiltern	1
2	Das elektrische Feld im Elektrofilter		
	2.1	Das elektrostatische Feld ohne Raumladung	5
	2.2	Entstehung und Wirkung der Korona	8
	2.3	Das elektrostatische Feld mit Raumladung	14
	2.4	Das elektrostatische Feld mit einer Staubschicht auf den Elektroden	20
		2.4.1 Staubschicht auf der Sprühelektrode	21
		2.4.2 Staubschicht auf der Niederschlagselektrode	22
	2.5	Der spezifische elektrische Staubwiderstand	23
		2.5.1 Abhängigkeiten des Staubwiderstands	30
		2.5.2 Strategien zum Umgang mit schwierigen Stäuben	33
	2.6	Das elektrische Feld im Plattenfilter	35
	Lite	ratur	37
3	Elektrische Beladung der Partikel.		
	3.1	Das elektrische Feld um ein Partikel	39
	3.2	Sättigungsladung	43
	3.3	Das elektrische Feld im staubbeladenen Elektrofilter	46
	Lite	ratur	47
4	Elektrisches Modell des Elektrofilters		
	4.1	Die Diode	50
	4.2	Der Widerstand	52
	4.3	Der Kondensator	54
	4.4	Das Funkenmodell	55
	Lite	rafur.	56

VIII Inhaltsverzeichnis

5	Spa	nnungs	versorgung eines Elektrofilters	57		
	5.1	Erzeug	gung hoher Gleichspannung	57		
		5.1.1	Spannungsvervielfacher	58		
		5.1.2	Netzfrequente Spannungsumsetzer	59		
		5.1.3	Spannungsumsetzer in Schaltnetzteiltechnik	69		
		5.1.4	Mikropulser	73		
	5.2	Steuer	rung der Spannungsversorgung	75		
		5.2.1	Regelung des Hochspannungsumsetzers	76		
		5.2.2	Pulsbetrieb	78		
		5.2.3	Optimierung des Energiebedarfs	80		
	5.3	Erford	lerliche Leistung zur Staubabscheidung	81		
	5.4	Erdun	g des Elektrofilters	84		
		5.4.1	Netzformen der Leistungsversorgung	84		
		5.4.2	Erdungsstromkreise im Elektrofilter	96		
		5.4.3	Erdungswiderstand	102		
		5.4.4	Leiterformen für Elektrofiltererden	103		
		5.4.5	Dimensionierung der Erdungsverbindungen	107		
	5.5	Dämp	fungswiderstand			
	Lite	ratur		110		
6	Strö	Strömungsführung im Elektrofilter				
	6.1	Anströ	bmung des Elektrofilters	113		
	6.2	2 Strömung im Filterraum				
	6.3	Strömungsprofil vor der Austrittshaube				
	6.4	Physikalische Strömungsmodelle				
	6.5	•				
	Lite	teratur1				
7	Asp	ekte zu	r Gestaltung eines Elektrofilters	123		
	7.1	Eintrit	tskanäle und -hauben	123		
	7.2	Austri	ttshauben und -kanäle	125		
	7.3	Gehäu	se mit Bunkerbereich	126		
	7.4	Stützis	solatoren, Beheizung	128		
	7.5	Elektro	oden	129		
		7.5.1	Niederschlagselektroden	129		
		7.5.2	Sprühelektroden	131		
	7.6	Gasser	nweite	132		
		7.6.1	Verfahrenstechnische Wirkungen der Gassenweite			
		7.6.2	Bauliche Auswirkungen der Gassenweite			
	7.7		einrichtung			
	7.8	-	u des Filterdaches.			

Inhaltsverzeichnis IX

8	Auslegung eines Elektrofilters		
	8.1	Eingangsdaten	
	8.2	Definition des Reingasstaubgehaltes	
	8.3	Der Abscheidegrad	
	8.4 Die Wandergeschwindigkeit		
	8.5		
	8.6 Referenzfilter		
	8.7	Schrittfolge der Auslegungsrechnung	
		8.7.1 Beschreibung des Referenzfilters und Anforderungen an das	
		neue Filter	
		8.7.2 Der Berechnungsablauf	
		8.7.3 Korrekturkoeffizienten	
	8.8	Hochspannungsauslegung	
	8.9	Einbindung des Elektrofilters in die Gesamtanlage	
	Literatur		
9	Schl	lussbemerkungen	
	Anh	nang	
	Stic	hwartvorzojahnic 175	

# Bezeichnungen

lateinische Buchstaben		Dimension
r	Radius	m, mm
$r_a$ , $r_i$	Außen-, Innenradius	m, mm
S	Abstand der Elektroden = halbe Gassenweite	m, mm
E	elektrische Feldstärke	V/m, kV/cm
R	elektrischer Widerstand	Ω
$Z_{l}$	Wellenwiderstand einer Leitung	V/A
U	Spannung	V, kV
U <sub>0</sub>	vorgegebene Spannung der Sprühelektrode	V, kV
$U_a$	Spannung des Zylindermantels	V, kV
$U_{st}$	Spannung über der Staubschicht	V, k V
$U_KE$	Koronaeinsatzspannung	V, kV
$U_k$	Kurzschlussspannung	%
$U_F$	Diodenspannung	V
С	Partikelkonzentration	g/m³, mg/m³
V	Geschwindigkeit	m/s
$W_{St}$	Abscheidegeschwindigkeit, zeitlich konstant	cm/s
$w_{st}^*$	Abscheidegeschwindigkeit, zeitlich modifiziert	cm/s
$\dot{m}$	Massenstrom	kg/s
<i>V</i>	Volumenstrom	m³/s
x, y, z	kartesische Koordinaten	
r, φ, z	Zylinderkoordinaten	
r, φ, θ	Kugelkoordinaten	
t	Zeit	s, min
T	absolute Temperatur	K

XII Bezeichnungen

Α	Fläche	m²
A <sub>NE</sub>	Fläche der Niederschlagselektrode	m²
Aq	Durchströmungsfläche des elektrischen Feldes	m²
$A_{st}$	Fläche der Staubschicht	m²
S	Leiterquerschnitt	mm²
Н	(aktive) Höhe,	m
	Höhe der Niederschlagselektrode	
В	(aktive) Breite	m
L	(aktive) Länge	m
n	Anzahl	-
1	Strom	A, mA
$I_{F}$	Diodenstrom in Flussrichtung	Α
$I_S$	Sättigungssperrstrom der Diode	Α, ρΑ, μΑ
d	Durchmesser, Abstand von Kondensatorplatten	m, mm, μm
P	elektrische Leistung	kW
Q	elektrische Ladung	C, pC
С	elektrische Kapazität	F
C'	Kapazitätsbelag einer Leitung	F/km
L'	Induktivitätsbelag einer Leitung	H/km
a	Proportionalitätsfaktor	-
$N_0$	Ionenkonzentration	1/m³
$K_0$	ursprünglicher Exponent der e-Funktion	-
$K_{t}$	korrigierter Exponent der e-Funktion	-
$C_{t}$	Korrekturfaktor zur Bestimmung von $K_t$	-
$N_0$	Ionenkonzentration	1/m³
i	spezifischer Strom oder Stromdichte	A/m²
PEN	Kombinierter PE- und Neutralleiter	
griechische Buchstaben	Beschreibung	Dimension
ρ	Raumladung	C/m³, pC/m³
$\rho_{\text{st}}$	spezifischer Staubwiderstand	$\Omega$ m, $\Omega$ cm
Φ	Potential	V, kV
$\epsilon_0$	Permittivitätskonstante	C/(V m)
$\epsilon_{r}$	Permittivitätszahl	-
ε	Permittivität: $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$	C/(V m)
λ	mittlere freie Weglänge	m
η	Abscheidegrad	-, %
γ	Zwischenkonstante	
9	Temperatur	°C

 $m^2/(V s)$ 

Beweglichkeit

μ

Bezeichnungen XIII

Indizes Beschreibung i, a innen, außen

0 vorgegeben, Startwert

roh, rein vor, nach Filter

st Staub
g Gas
G Gasse
ein, aus vor, nach

NE Niederschlagselektrode

SE Sprühelektrode q Querschnitts-1, 2, 3 ... laufender Index

p Partikel m mittlere ...

max, min maximale, minimale ...
t Korrekturwert
m Messwert
KE Koronaeinsatz

D Überschlag, Durchschlag

k Kurzschluss

Konstanten Beschreibung Zahl Dimension Elementarladung 1,602 176 53 ·10<sup>-19</sup> С  $q_{\text{e}}$ Permittivitätskonstante 8,854 187 817 ·10<sup>-12</sup> F/m, C/(V m)  $4\cdot \pi \cdot 10^{\text{--}7}$ Permeabilitätskonstante H/m  $\mu_0$ 1,380 650 5 ·10<sup>-23</sup>  $k_B$ Boltzmann-Konstante J/K

Ein Elektrofilter besteht in seinem aktiven Teil aus mehreren Kanälen, die aus geerdeten Platten gebildet werden, den Niederschlagselektroden. Die Platten können gerade sein oder auch Rohre formen, z. B. Zylinder oder Prismen. Durch die freien Gassen dazwischen oder durch die Rohre strömt das partikelbeladene¹ Gas (siehe Abb. 1.1 und 1.2). Plattenfilter werden in der Regel horizontal, Röhrenelektrofilter vertikal von unten nach oben durchströmt.

In der Mitte zwischen den geerdeten Platten (blau) sitzen die Sprühelektroden (rot). Im Falle von Industriefiltern² stehen die Sprühelektroden unter hoher negativer Gleichspannung. Kennzeichnend für Sprühelektroden sind Spitzen und kleine Radien, an denen sich schon bei relativ niedriger Spannung von wenigen kV eine Korona bildet.

Bei Röhrenelektrofiltern verläuft die Sprühelektrode in der Achse jedes Zylinders; die Zylinderinnenflächen bilden die Niederschlagselektrode.

Die geometrischen Ausformungen der Sprühelektroden sind sehr unterschiedlich. Sie reichen von einem dünnen gespannten Draht bis zu Platten, die mit Spitzen besetzt sind.

Über einige Zwischenstufen erzeugt die Korona an der Sprühelektrode negative Gasionen (Abb. 1.3). Diese lagern sich zum Teil an die Partikel im durchströmenden Gas an; der andere Teil geht direkt zur geerdeten Niederschlagselektrode und wird dort entladen.

Auf die negativ geladenen Partikel wirken elektrostatische Kräfte des elektrischen Feldes zwischen Sprüh- und Niederschlagselektrode. Unter ihrer Wirkung driften die Partikel zur Niederschlagselektrode und bilden dort mit der Zeit im Fall von Staubpartikeln eine Staubschicht oder im Fall von Tröpfehen einen feuchten Film (Abb. 1.4).

Die mit den Partikeln mitgeführten Ladungen und die direkt an der Staubschicht eintreffenden Gasionen sorgen für elektrostatische Kräfte, die den Staub an der

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Partikel = Staubkorn oder Tröpfchen.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Im Gegensatz zu Raumluftfiltern, diese werden mit einer positiv geladenen Sprühelektrode geschaltet, um eine Ozonbildung zu vermeiden. Der prinzipielle physikalische Vorgang bleibt gleich.



**Abb. 1.1** Horizontal durchströmtes Elektrofilter, Platten als Niederschlagselektroden – ältere Bauart der Firma Apparatebau Rothemühle

Niederschlagselektrode halten und die Agglomeration der Staubschicht fördern. In der Staubschicht wandern die Ladungen zur geerdeten Niederschlagselektrode. Ohne Ladungsnachschub würde sich die Staubschicht langsam entladen, sich neutralisieren und unkontrolliert von der Platte abfallen.

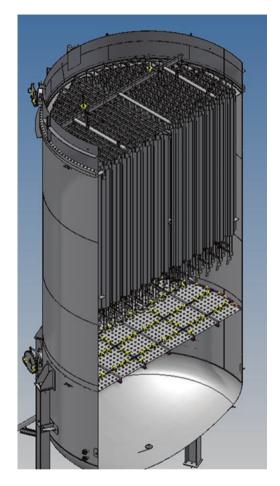
Wenn die Staubschicht mit der Zeit eine ausreichende Stärke erreicht hat, wird sie durch gezielte Hammerschläge gegen die elektrostatischen Haltekräfte von der Platte gelöst. Das Agglomerat fällt in einen Staubtrichter unterhalb der Elektroden und wird von dort aus dem Filtergehäuse abgezogen. Erst dann ist der Vorgang der Entstaubung des Gases abgeschlossen!

Werden Tröpfchen aus dem Gasstrom getrennt, bildet sich an der Niederschlagselektrode ein feuchter Niederschlag, der an der Platte nach unten rinnt. Manchmal, bei zähen Stoffen oder unzureichender Menge, muss der Vorgang durch zusätzliches Spülen unterstützt werden.

Durch Nebenreaktionen schlagen sich auch an der Sprühelektrode Staubpartikel nieder. Zur vorbeugenden Reinigung wird die Sprühelektrode deswegen von Zeit zu Zeit geklopft, damit sich keine störende Staubschicht aufbauen kann.

Schon bei dieser groben Beschreibung der grundlegenden Vorgänge wird deutlich, dass darin einige nur schwierig zu berechnende Vorgänge enthalten sind. Es handelt sich nicht um ein rein elektrostatisches Problem, denn in Form von wandernden und driftenden Ladungen fließt auch ein Strom; eine Staubschicht wird elektrostatisch – und auch mechanisch – an der Niederschlagselektrode gehalten und von Ladungen durchflossen.

**Abb. 1.2** Röhrenelektrofilter, vertikal von unten nach oben durchströmt, Röhren in Wabenform als Niederschlagselektroden – Bauart der Firma R&R Beth



Elektrische Eigenschaften des Staubes spielen eine Rolle, seine Agglomerationsneigung und sein Fließverhalten.

Je besser man diese Einflussgrößen versteht und beschreiben kann, desto besser gelingt die problemgerechte Gestaltung des Filters, eine genaue Auslegung der Filtergröße und die an die jeweiligen Bedingungen angepasste Führung der Hochspannungsversorgung.

Mit Elektrofiltern können kleine Volumenströme von wenigen m³/h gereinigt werden bis hin zu großen Volumenströmen von mehreren Millionen m³/h. Entsprechend unterschiedlich fallen die Größen und Konstruktionsmerkmale aus: von kleinen Apparaten bis zu großen Anlagen, die Grundflächen größer als ein Fußballfeld benötigen. Auch bei den großen Anlagen können Reingasstaubgehalte von deutlich unter 5 mg/m³ eingehalten werden.

Über die alte Technik des Elektrofilters weiter nachzudenken und es in seiner Funktion zu verbessern, lohnt sich. Im Vergleich zu allen anderen kennt diese Filtertechnik als einzige keine Grenzkorngröße, die nicht mehr aus einem Gasstrom abgeschieden werden könnte; auch feinste Aerosole werden von dem Filter erfasst. Außerdem bewältigt das Elektrofilter diese Aufgaben mit einem äußerst niedrigen Energieaufwand.

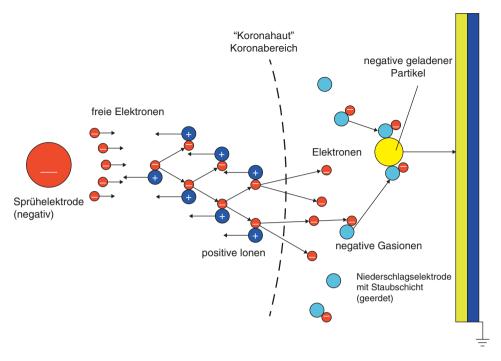
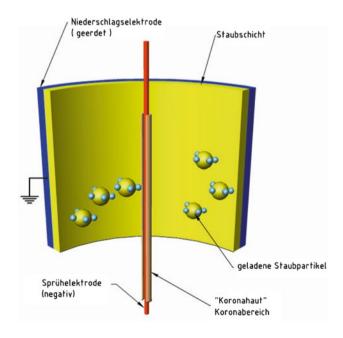


Abb. 1.3 Erzeugung von negativen Gasionen aus der Korona

**Abb. 1.4** Prinzipielle Vorgänge der elektrostatischen Partikelabscheidung aus einem Gas



Das elektrische Feld im Elektrofilter

2

Die Fragestellungen des elektrostatischen Feldes im Elektrofilter werden am einfachsten in Zylinderkoordinaten an einem rotationssymmetrischen Feld erörtert (Abb. 2.1).

Diese Anordnung hat den Vorzug, dass meist eine geschlossene Lösung der grundlegenden Differenzialgleichungen existiert, deren Eigenschaften sich anschaulich diskutieren lassen. Wie sich zeigen wird, lassen sich die Ergebnisse dieser Rechnung nicht nur für Röhrenelektrofilter verwerten, auch für die Gestaltung eines Plattenelektrofilters lassen sich wichtige Schlussfolgerungen ziehen.

Grundlegend für die Ausprägung des elektrostatischen Feldes ist die Poisson-Gleichung:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{2.1}$$

Bei Feldern ohne Raumladung wird die Ladungsdichte  $\rho$  zu Null. Diese Gleichung wird dann unter dem Namen Lagrange-Gleichung geführt.

Die Herleitung dieser Gleichungen findet sich in einer Reihe einschlägiger Werke, z. B. [1, 2, 3, 4]. Die Gleichungen sind ein Teil der Maxwell-Gleichungen.

#### 2.1 Das elektrostatische Feld ohne Raumladung

Setzt man einen dünnen Draht in der Achse eines metallischen Zylinders unter negative Gleichspannung und erdet den Zylindermantel, dann ergibt sich ein rotationssymmetrisches Feld, das von der zentralen Achse bis zum Zylindermantel einen Potenzialverlauf nach Abb. 2.2 aufweist.

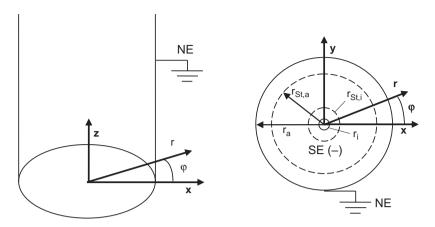
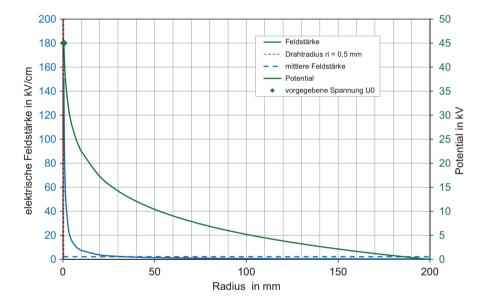


Abb. 2.1 Koordinatensystem für das Röhrenelektrofilter



**Abb. 2.2** Verlauf von Potential und elektrischer Feldstärke in einem zylindrischen Feld ohne Raumladung

Der Draht mit dem Radius  $r_i$  hat dabei das Potenzial  $U_0$ . Dem geerdeten Zylindermantel wird ein Potenzial 0 zugeordnet. Zwischen den Elektroden herrscht also eine Spannung von  $U_0$ .

Setzt man dies als Randbedingung zu Gl. (2.1) ein, dann erhält man folgende Lösung für den Potentialverlauf:

$$\Phi(r_i) = U_0$$

$$\Phi\left(r_{a}\right) = U_{a}$$

$$\Phi\left(r\right) = \frac{\rho}{4\varepsilon} \left(r_{a}^{2} - r_{i}^{2}\right) + \frac{U_{0} - U_{a} - \frac{\rho}{4\varepsilon} \left(r_{a}^{2} - r_{i}^{2}\right)}{\ln\left(\frac{r_{a}}{r_{i}}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r_{a}}{r}\right) + U_{a}$$
(2.2)

Diese allgemeinere Lösung führt mit den Randbedingungen für den raumladungsfreien Bereich zwischen den Elektroden zu der Gleichung für das Potenzial.

$$U_{a} = 0$$

$$\rho = 0$$

$$\Phi(r) = \frac{U_{0}}{\ln\left(\frac{r_{a}}{r_{i}}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r_{a}}{r}\right)$$
(2.3)

Abb. 2.2 zeigt den Verlauf des Potenzials nach dieser Gleichung. 1

Die Ableitung des Potentials nach Gl. (2.2) über den Radius r führt zum Verlauf der elektrischen Feldstärke:

$$E(r) = -\frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

$$E(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon} r + \frac{U_0 - U_a - \frac{\rho}{4\varepsilon} (r_a^2 - r_i^2)}{r \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$$
(2.4)

Mit den gleichen Randbedingungen wie für Gl. (2.3) wir daraus der einfachere Ausdruck

$$E\left(r\right) = \frac{U_0}{r \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \tag{2.5}$$

Auch der Verlauf der elektrischen Feldstärke ist in Abb. 2.2 über dem Radius r dargestellt. Dabei ist zu beobachten, dass die Feldstärke an der Drahtoberfläche einen sehr hohen Wert aufweist, dann steil abfällt und zu einem niedrigen Wert an der Zylinderwand ausläuft.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Allen Diagrammen liegt dieselbe Filterkonstellation zugrunde. Alle haben z. B. einen Elektrodenabstand von 200 mm und einen Durchmesser der Sprühelektrode von 1 mm. Weitere Festlegungen für die Zahlenbeispiele sind in Anhang 1 aufgeführt. Die eigentlich negative Spannung und Feldstärke werden in diesem und den folgenden Diagrammen als positive Werte aufgezeichnet.