

Studienbücher Wirtschaftsmathematik

Alexander Herzog

Simulation mit dem Warteschlangensimulator

Mathematische Modellierung und
Simulation von Produktions- und
Logistikprozessen



Springer Gabler

Studienbücher Wirtschaftsmathematik

Reihe herausgegeben von

Bernd Luderer, Chemnitz, Sachsen, Deutschland

Die Studienbücher Wirtschaftsmathematik behandeln anschaulich, systematisch und fachlich fundiert Themen aus der Wirtschafts-, Finanz- und Versicherungsmathematik entsprechend dem aktuellen Stand der Wissenschaft. Die Bände der Reihe wenden sich sowohl an Studierende der Wirtschaftsmathematik, der Wirtschaftswissenschaften, der Wirtschaftsinformatik und des Wirtschaftsingenieurwesens an Universitäten, Fachhochschulen und Berufsakademien als auch an Lehrende und Praktiker in den Bereichen Wirtschaft, Finanz- und Versicherungswesen.

Herausgegeben von

Prof. Dr. Bernd Luderer, Technische Universität Chemnitz

Weitere Bände in der Reihe <https://link.springer.com/bookseries/12693>

Alexander Herzog

Simulation mit dem Warteschlangensimulator

Mathematische Modellierung und
Simulation von Produktions- und
Logistikprozessen

Vorwort

In den Medien liest und hört man praktisch durchgängig von der großen Bedeutung von *Industrie 4.0* und der *Digitalisierung*. Eine umfassende Definition, was genau darunter zu verstehen ist, findet sich jedoch kaum und ist aufgrund der verschiedenen Anforderungen in verschiedenen Industriebereichen auch nicht einfach festzulegen. Die meisten Personen, die sich mit diesen Themen befassen, würden aber sicher darin übereinstimmen, dass auf jeden Fall zwei Aspekte maßgeblich in diesen Bereich fallen: Die fortwährende Erfassung des Zustands der Produktion mit Hilfe von vernetzten Sensoren sowie die Planung von Fabrikanlagen mit Hilfe von 3D-Modellen und Simulation. Beide Aspekte sind ohne Frage wichtig für eine moderne Fertigung: Das fortwährende Echtzeit-Monitoring einer Fertigungsstraße ermöglicht es auf Seiten der Werkstücke abzuschätzen, wann diese die Produktion durchlaufen haben und ausgeliefert werden können. Auf der Seite der Maschinen lassen sich durch das Ansprechverhalten von Motoren usw. Lagerschäden bereits frühzeitig detektieren, so dass entsprechende Bauteile während normaler Wartungsfenster getauscht werden können, ohne dass es durch unerwartete Schäden zu Produktionsausfällen kommt. Die 3D-Modellierung ermöglicht es, eine Fertigungsstraße schon vorab virtuell in Betrieb zu nehmen. Es kann dann geprüft werden, ob der Gabelstapler, der die einzelnen Maschinen mit Paletten mit Werkstücken versorgen soll, nicht nur zwischen den Maschinen gerade so hindurchfahren kann, sondern bezogen auf seinen realen Wenderadius auch tatsächlich zwischen diesen rangieren kann.

Diese Untersuchungen sind ohne jede Frage wichtig und notwendig. Eine Frage beantworten diese jedoch noch nicht: *Ist die gesamte Produktion überhaupt wirtschaftlich?* Wenn z. B. der tatsächliche Durchsatz nicht den Erwartungen entspricht, können die verteilten Sensoren evtl. aufzeigen, an welcher Maschine sich die Werkstücke stauen, aber eine Information darüber, warum sich gerade eine Maschine, bei der man dies überhaupt nicht erwartet hätte, als Flaschenhals erweist, liefern die Sensoren nicht. An dieser Stelle wird ein von der realen Produktion oder dem realen Logistikprozess abstrahiertes *Warteschlangenmodell* benötigt, welches Erklärungen liefern kann, *warum* an bestimmten Stellen Probleme auftreten und wie diesen begegnet werden kann.

Für die beiden zuerst genannten Teilaspekte von Industrie 4.0 gibt es viele Anbieter von Hard- und Software. Systeme, bei denen die Warteschlangentheoretische Modellierung von Bediensystemen im Vordergrund steht, existieren

jedoch nur verhältnismäßig wenige. Der Grund hierfür ist recht einfach: Sensoren müssen lediglich einmalig installiert werden, danach liefern sie Daten. Die Auswertung der Daten kann zum Teil bereits mit Hilfe von künstlicher Intelligenz (KI) erfolgen. Hat ein KI-System gelernt, wie ein intaktes und wie ein beschädigtes Lager klingen bzw. wie sich diese Unterschiede aus dem Ansprechverhalten oder der Stromaufnahme eines Motors ableiten lassen, kann dieses Konzept überall angewandt werden und bedarf keines weiteren Wissens um die eigentlichen Zusammenhänge der Produktion. Auch die 3D-Planung wird immer stärker zugänglich für automatisierte Verfahren. So kann mittlerweile in vielen Fällen automatisiert ermittelt werden, über welche Brücken eine Rohrleitung von einem Start- zu einem Zielpunkt verlegt werden sollte oder wie Maschinen anzuordnen sind, so dass die Fahrtwege für Gabelstapler usw. möglichst kurz ausfallen. Beiden Fällen ist gemein, dass klare Rahmenbedingungen bzw. Eingabeparameter existieren und eine klare Fragestellung bzw. ein klares Optimierungsziel vorliegt:

- Eingabedaten: Sensorwerte von Motor
Frage: Lager defekt oder nicht?
- Eingabedaten: Hallenplan, Start- und Zielpunkt für Rohrleitung
Frage: Kürzeste Route über gegebene Aufhängepunkte

Bei der Frage nach der Wirtschaftlichkeit einer Gesamtproduktion geht es jedoch meist darum, eine *Warum*- oder eine *Wie*-Frage zu beantworten:

- Warum stauen sich die Werkstücke an einer bestimmten Stelle?
- Wie können die Durchlaufzeiten verkürzt werden?

Derartige Fragestellungen lassen sich nicht automatisiert beantworten, sondern setzen ein tiefes Verständnis der internen Abläufe der Produktion voraus sowie zusätzliche menschliche Kreativität. Die Durchlaufzeiten können durch zusätzliche Maschinen, durch eine veränderte Schichtplanung, durch eine veränderte Auftragsannahme oder vielleicht durch ganz andere organisatorische Änderungen in der Produktion verkürzt werden.

Da die Fragen in diesem Bereich also deutlich heterogener sind und sich meist auch nicht auf ein einfaches quantitatives Problem zurückführen lassen, wurden diese Überlegungen vielfach zurückgestellt. Bei der Optimierung eines Fertigungs- oder Logistikprozesses wurden verständlicherweise zunächst die Aspekte betrachtet, die sich möglichst einfach optimieren lassen und bei denen im Idealfall nur eine Hard- oder Software gekauft werden muss und nicht mühsam die Strukturen der Produktion untersucht werden müssen. Allerdings kann man sich heute nur durch die Anschaffung von Hard- und Software meist nicht mehr stark genug von seinen Wettbewerbern abheben, so dass der Druck steigt, sich auch mit dem schwierigsten Gebiet der Industrie 4.0, der *strukturellen Optimierung* der Prozesse, zu befassen.

Die schlechte Nachricht hierzu lautet: Um einen Fertigungs- oder Logistikprozess als Warteschlangenmodell modellieren und analysieren zu können, bedarf

es etwas Mathematik, insbesondere etwas Stochastik. Außerdem müssen Sie in die Fertigung gehen und sich vor Ort ansehen, wie bestimmte Abläufe in der Realität tatsächlich funktionieren und wie die Menschen vor Ort auf bestimmte Probleme reagieren bzw. wo bestimmte Werkstücke wirklich entlanggeführt werden. (Zwischen dem Werkshandbuch und der Realität gibt es hier häufig sehr große Diskrepanzen – und das Ziel ist die Modellierung der realen, tatsächlich stattfindenden Produktion, nicht der theoretischen aus dem Handbuch.) Die guten Nachrichten sind jedoch: Die Durchführung von Simulationen und insbesondere von Animationen kann viel Spaß machen, sehr häufig lassen sich mit Hilfe von ereignisorientierter Simulation große bislang unentdeckte Optimierungspotentiale heben und wer sich in diesem Thema auskennt, braucht sich die nächsten Jahrzehnte keine Sorgen machen, durch ein KI-Systemersetzt zu werden; Warum-Fragen, die ein Weltverständnis voraussetzen, liegen weit außerhalb der Grenzen dessen, was momentan durch Maschinenlernen auch nur in Ansätzen beantwortbar ist.

Clausthal-Zellerfeld
24. Mai 2021

Alexander Herzog

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Simulation	3
2.1	Modellierung	4
2.1.1	Bonini-Paradoxon	5
2.1.2	Experimentierfähiges Modell	6
2.1.3	Kopplung von Modell und Realität	10
2.2	Simulationsmethoden	12
2.2.1	Deterministische Simulation	12
2.2.2	Stochastische Simulation	13
2.2.3	Statische und dynamische Simulation	14
2.2.4	Kontinuierliche und diskrete Simulation	14
2.2.5	Lokale und verteilte Simulation	15
2.2.6	Ereignisorientierte Simulation	15
2.3	Einsatzgebiete ereignisorientierter stochastischer Simulation	16
2.3.1	Wann ist Simulation notwendig?	16
2.3.2	Wann sind Simulationsmethoden einsetzbar?	19
2.3.3	Wo wird Simulation eingesetzt?	22
2.3.4	Das Unerwartete erwarten	24
2.4	Monte-Carlo-Methoden	25
2.4.1	Monte-Carlo-Integration	28
2.4.2	Beispiele für die Monte-Carlo-Integration	31
2.4.3	Monte-Carlo-Simulation	34
2.5	Gesetz der großen Zahlen	36
2.6	Funktionsweise ereignisorientierter stochastischer Simulation	39
2.6.1	Ereignisse und Regeln	39
2.6.2	Regelsatz für ein einfaches Callcenter-System	40
2.6.3	Ablauf des Simulationsprozesses	42
2.6.4	Komponenten eines ereignisorientierten stochastischen Simulators	44
3	Warteschlangentheorie	47
3.1	Determinismus versus reale Welt	47
3.1.1	Getaktete Bediensysteme	48
3.1.2	Stochastische Bedienzeiten	49

3.1.3	Stochastische Zwischenankunftszeiten	49
3.1.4	Erste Ergebnisse.	50
3.2	Grundbegriffe der Warteschlangentheorie	51
3.2.1	Grundmodell der Warteschlangentheorie	52
3.2.2	Arbeitslast und Auslastung	54
3.2.3	Warteschlangenlänge und Anzahl an Kunden im System	55
3.2.4	Kendall-Notation	56
3.2.5	Stationär und transient.	61
3.2.6	Wartezeit und Warteschlangenlänge	62
3.3	Markov-Modelle	66
3.3.1	Bediensysteme als Markov-Ketten	68
3.3.2	Bestimmung der Wartezeitenverteilung bei Markov-Modellen	69
3.4	Erlang-B- und Erlang-C-Formel	71
3.4.1	M/M/1-System.	72
3.4.2	Wirtschaftlichkeitsbetrachtung auf Basis eines M/M/1-Systems	74
3.4.3	M/M/c-System.	77
3.4.4	Economy of Scale	81
3.4.5	M/M/c/c-System	82
3.4.6	Berechnung der Modelle	84
3.5	Modelle mit allgemeinen Verteilungen	84
3.5.1	GI/G/c-System.	85
3.5.2	GI ^{bi} /G ^{bs} /c-System	87
3.5.3	Warteschlangen-Rechner	89
3.6	System-Design.	90
4	Eingabeparameter.	95
4.1	Mittelwert und Erwartungswert	96
4.1.1	Wofür wurden die Daten ursprünglich erfasst?	97
4.1.2	Statistik, Stochastik und zurück.	99
4.1.3	Umgang mit Ausreißerwerten	101
4.2	Streuemaße	104
4.2.1	Stichprobenvarianz	105
4.2.2	Stichprobenstandardabweichung.	106
4.2.3	Variationskoeffizient	107
4.3	Verteilungsanpassung.	110
4.3.1	Verteilungsfunktionen im Warteschlangensimulator.	111
4.3.2	Eigenschaften einiger wichtiger Verteilungsfunktionen	112
4.3.3	Automatisierte Verteilungsanpassung mit dem Warteschlangensimulator.	114
4.4	Kalibrierung.	118
4.4.1	Funktionsweise der Parameterkalibrierung.	121

5	Modellierung mit dem Warteschlangensimulator	125
5.1	Voraussetzungen und Installation.	125
5.1.1	Systemvoraussetzungen.	125
5.1.2	Download und Installation des Warteschlangensimulators	127
5.2	Programmoberfläche	128
5.2.1	Modell-Editor und Simulationsergebnisse.	129
5.2.2	Modell- und Statistikdateien	129
5.2.3	Vertikale Symbolleiste des Modell-Editors	130
5.2.4	Zeichenfläche des Modell-Editors	131
5.3	Erstellung eines ersten Modells	132
5.3.1	Station: Kundenquelle	134
5.3.2	Rechenausdrücke erstellen.	140
5.3.3	Station: Bedienstation	143
5.3.4	Station: Ausgang	149
5.3.5	Modelleigenschaftendialog	151
5.3.6	Schnelle Variation von Parametern	158
5.3.7	Online-Hilfe.	158
5.3.8	Modellgenerator.	160
5.4	Simulation, Animation und Ergebnisausgabe	161
5.4.1	Simulation von Modellen.	162
5.4.2	Vergleich der Simulationsergebnisse mit analytischen Rechnungen	166
5.4.3	Animation von Modellen.	167
6	Interpretation der Ergebnisse	173
6.1	Mittelwerte und Varianzen.	174
6.2	Konfidenzintervalle	175
6.2.1	Konfidenzintervalle bei Bediensystemen/Output-Analyse	176
6.2.2	Grenzen der Genauigkeit.	180
6.3	Poisson Arrivals See Time Averages	181
7	Typische Fragestellungen	183
7.1	Streuung und Verteilungstyp der Bedienzeiten	183
7.1.1	Variation der Bedienzeitverteilung	184
7.1.2	Bus-Stopp-Paradoxon	187
7.1.3	Homogenisierung des Kundenankunftsstroms	188
7.2	Ungeduldige Kunden und Wiederholer	189
7.2.1	Ungeduldige Kunden	190
7.2.2	Wiederholer	196
7.2.3	Weiterleitungen und Netze.	205
7.3	Economy of Scale	206
7.4	Prioritäten.	208
7.4.1	Prioritäten im Warteschlangensimulator	209
7.4.2	Kundenprioritäten innerhalb eines Kundentyps	211

7.4.3	Priorisierung nach Lieferterminen	215
7.4.4	Kundenprioritäten bei mehreren Kundentypen	218
7.5	Zuweisungsstrategien.	225
7.5.1	Einfluss der Varianz der Bedienzeiten	230
7.6	Push-/Pull-Produktion	231
7.6.1	Push-Produktion bzw. schiebende Produktion	231
7.6.2	Pull-Produktion bzw. ziehende Produktion	232
7.6.3	Pull-Produktion im Warteschlangensimulator	233
7.6.4	Vergleich von Push- und Pull-Produktion	238
7.6.5	Dilemma der Ablaufplanung	242
7.6.6	Begrenzung des Bestands bei komplexeren Produktionen/Umgang mit Ausfällen	243
7.7	Gemeinsame Lager	243
7.7.1	Modellierung eines gemeinsamen Lagers	246
7.7.2	Werkstattfertigung versus strenger Fließfertigung.	248
7.7.3	Auswirkung der Größe eines gemeinsamen Lagers	250
7.7.4	Reservierung von Lagerkapazität	251
7.8	Warteschlangenlängenabhängige Bedienzeiten	252
7.9	Bedieneranzahl nach Warteschlangenlänge	254
8	Fortgeschrittene Funktionen	259
8.1	Kunden- und Bedientypen	259
8.1.1	Kundentypen	259
8.1.2	Bedientypen	263
8.1.3	Beispiel für Kundentypen mit verschiedenen Eigenschaften.	265
8.1.4	Beispiel für geteilte Nutzung von Ressourcen.	268
8.1.5	Beispiel für geteilte Nutzung von Ressourcen – mit Bedienalternativen.	270
8.2	Batch-Ankünfte und Batch-Bedienungen	272
8.2.1	Batch-Ankünfte	273
8.2.2	Batch-Bedienungen	277
8.2.3	Batch-Bedienungen und Kundentypen	280
8.2.4	Kombinierte Batch-Ankünfte und Batch-Bedienungen	281
8.2.5	Temporäre und permanente Batch-Bildung.	282
8.2.6	Bedienungen mit kundentypabhängigen Batch-Größen.	290
8.2.7	Zerteilen-Stationen	291
8.2.8	Zusammenführen-Stationen.	292
8.2.9	Ausleiten-Stationen	296
8.3	Transporte	297
8.3.1	Direkte Transporte.	297
8.3.2	Transporte mit Transportern	303
8.3.3	Fertigungspläne	313

8.3.4	Fließbandtransporte	316
8.3.5	Teleport-Transporte	317
8.4	Zeitpläne	317
8.4.1	Kundenankünfte nach Zeitplänen	319
8.4.2	Schichtpläne für Ressourcen	320
8.4.3	Erfassung des zeitlichen Verlaufs von Kenngrößen.	322
8.5	Rüstzeiten und Kampagnen	324
8.6	Ausfälle	332
8.6.1	Ausfälle versus Puffer	333
8.6.2	Ausfälle versus warteschlangenabhängige Bedienzeiten	336
8.7	Kosten	339
8.7.1	Kosten der Bedienstationen	340
8.7.2	Kosten der Bediener.	341
8.7.3	Kosten der Kunden	342
8.7.4	Sonstige Kosten	343
8.8	Zeitkontinuierliche Werte.	344
8.8.1	Analoger-Wert-Stationen.	345
8.8.2	Tank-Stationen.	348
8.8.3	Verwendung der Simulationszeit.	350
8.9	Geschlossene Warteschlangennetze.	352
8.9.1	Modellierung von geschlossenen Warteschlangennetzen	353
8.9.2	Statistikerfassung bei geschlossenen Warteschlangennetzen	355
8.10	Flusssteuerung	356
8.10.1	Verzweigungen	356
8.10.2	Schleifen	357
8.11	Exakt reproduzierbare Ergebnisse	358
8.12	Weitere Stationstypen	360
8.12.1	Aktionen	360
8.12.2	Referenzen.	361
8.12.3	Untermodule	361
8.12.4	Interaktive Animationselemente	362
9	Automatisierung	365
9.1	Aufzeichnung von Simulationsläufen	365
9.1.1	Aufzeichnung der Ereignisse.	366
9.1.2	Logging-Ausgabe während der Animation	366
9.1.3	Auswertung von Ausdrücken und Ausführung von Skripten während der Animation	367
9.1.4	Aufzeichnung von Animationsvideos	368
9.2	Reportgenerierung und Filterung der Ergebnisse	369
9.2.1	Zusammenfassungen	370
9.2.2	Filtern der Ergebnisse	371

9.3	Ein- und Ausgabe-Stationen	372
9.3.1	Tabellenquellen	372
9.3.2	Laden von Werten während der Simulation.	375
9.3.3	Speichern von Werten während der Simulation.	376
9.3.4	Datenaufzeichnung-Stationen	377
9.4	Modelle vergleichen.	377
9.5	Parameterreihen	379
9.5.1	Beispiel	383
9.5.2	Automatisierung von Simulationen mit Skripten	388
9.5.3	Varianzanalyse	389
9.6	Optimierer	391
9.6.1	Optimierungsalgorithmen	393
9.6.2	Beispiel	395
9.7	Netzwerksimulation.	398
9.7.1	Client für Netzwerksimulation	398
9.7.2	Server für Netzwerksimulation	399
9.7.3	Webserver	399
9.8	Kommandozeilenbetrieb	401
9.8.1	Aufrufarten des Warteschlangensimulators.	402
9.8.2	Simulation	402
9.8.3	Ergebnisse verarbeiten.	404
9.8.4	Parameterreihen	406
9.8.5	Optimierung.	407
9.8.6	Serverbetrieb	407
9.8.7	Interaktiver Kommandozeilenmodus.	409
	Anhang A Wahrscheinlichkeitsverteilungen.	411
	Anhang B Zufallszahlen	427
	Anhang C Beweise der Erlang-Formeln	439
	Anhang D Glossar	457
	Anhang E Formelsammlung	475
	Anhang F Bezeichnungen.	485
	Literatur.	487
	Stichwortverzeichnis.	491



Die stochastische Modellierung, Simulation und Analyse von Produktions- und Logistikprozessen bewegt sich auf der Grenze zwischen Mathematik und Betriebswirtschaftslehre bzw. dem Operations Research. Bei der Modellierung schadet etwas ingenieurtechnisches Wissen zur Fabrikplanung genauso wenig wie ein wenig Informatik-Knowhow bei der Einbettung von Simulationen in andere IT-Prozesse. All dies kann natürlich nicht in Gänze im Rahmen eines einzelnen Buches vermittelt werden. Stattdessen wird im Folgenden im Wesentlichen der Warteschlangensimulator in seiner Funktion als Analyse- und Entscheidungsunterstützungswerkzeug in praktischen Beispielen vorgestellt. Zumindest ein wenig Warteschlangentheorie ist für den sinnvollen Einsatz des Simulators jedoch notwendig; diese wird daher in den ersten Kapiteln kurz vorgestellt.

Aufbau dieses Buches

Vielfach werden falsche Erwartungen an die ereignisorientierte Simulation gestellt und auf der anderen Seite wird nicht erkannt, welche Analysemöglichkeiten ein Simulationsmodell tatsächlich eröffnet. In Kap. 2 Simulation soll daher zunächst eine generelle Einordnung des Begriffes „Simulation“ geliefert werden und erklärt werden, was mit ereignisorientierter stochastischer Simulation möglich ist.

Im Anschluss daran werden die wichtigsten warteschlangentheoretischen Begriffe in Kap. 3 Warteschlangentheorie vorgestellt. Da das vorliegende Buch keine Literatur zu den mathematischen Aspekten der Warteschlangentheorie ersetzen soll, finden sich hier keine Beweise zu den vorgestellten Zusammenhängen, sondern es werden lediglich unter Voraussetzung von so wenig wie möglich mathematischem Vorwissen die wesentlichen Begriffe und Aussagen vorgestellt. Diese Begriffe sind später auch essenziell für die Nutzung des Warteschlangensimulators. Für den mathematisch interessierten Leser finden sich einige genauere Ausführungen und Beweise im Anhang.

Bevor es dann endlich mit der Simulation losgehen kann, wird in Kap. 4 Eingabeparameter schließlich noch untersucht, wie die für die Simulation notwendigen

Eingangsparameter aus einem realen Produktions- oder Logistiksystem erhoben werden können, welche Schwierigkeiten hierbei auftreten können und wie mit diesen umgegangen werden kann.

Danach wird in Kap. 5 Modellierung mit dem Warteschlangensimulator der Warteschlangensimulator selbst vorgestellt und es wird ein erstes Modell erstellt. Auch werden hier die allgemeinen Programmfunktionen zur Simulation und Animation von Warteschlangenmodellen vorgestellt.

Jede Simulation liefert Statistikdaten, die richtig interpretiert werden wollen. Evtl. zeigen die Statistikdaten auch auf, dass eine Simulation gar nicht lange genug gelaufen ist, um bereits stabile Ergebnisse zu liefern bzw. es muss generell untersucht werden, mit welchen Unsicherheiten statistische Ergebnisse behaftet sind. Diese Überlegungen werden in Kap. 6 Interpretation der Ergebnisse angestellt.

Nachdem in den vorherigen Kapitel ein gewisses Grundwissen in Bezug auf die generellen warteschlangentheoretischen Begriffen, die Ermittlung von Eingangsdaten, die Simulation und die Interpretation der Ergebnisse vermittelt wurde, können nun in den Kap. 7 Typische Fragestellungen und 8 Fortgeschrittene Funktionen verschiedenste Fragestellungen zur Produktionsplanung mit Hilfe von Simulation untersucht werden.

In Kap. 9 Automatisierung geht es abschließend darum, wie Simulationen in weitere Systeme zur Entscheidungsfindung eingebettet werden können und wie ganze Reihen von Simulationsläufen automatisiert durchgeführt werden können, um so mit möglichst wenig Nutzerinteraktion optimale Werte für bestimmte Eingangsparameter zu ermitteln.

Zielgruppe

Zielgruppe dieses Buches sind vor allem Praktiker, die versuchen, Zusammenhänge in einem Bediensystem zu verstehen und ggf. zu optimieren. Da für die Modellierung eines realen Produktions- oder Logistiksystems in Form eines Warteschlangenmodells einige mathematische Grundlagen, insbesondere aus dem Bereich der Stochastik, erforderlich sind, schadet ein gewisses mathematisches Grundwissen jedoch absolut nicht. Es wird allerdings versucht, so viel wie möglich davon in Kap. 3 Warteschlangentheorie auf so anwenderfreundlicheweise wie möglich zu vermitteln. Für die mathematisch interessierten Leser wurden einige weiterführende Überlegungen zur Warteschlangentheorie sowie zu einigen Grundlagen der ereignisorientierten stochastischen Simulation im Anhang zusammengefasst.

Außer für Anwender in der Industrie stellt der Warteschlangensimulator auch ein sehr leistungsfähiges Werkzeug zur Untersuchung von Forschungsfragestellungen, die über die Grenzen der analytischen Warteschlangentheorie zum Teil weit hinausgehen, dar. Daher richtet sich dieses Buch durchaus auch an Mathematiker und alle, die sich generell für die Erforschung von warteschlangentheoretischen Zusammenhängen interessieren.

Als Vorbereitung auf die Modellierung und Simulation konkreter Bediensysteme werden in diesem Kapitel zunächst die elementaren Begriffe aus dem Bereich der ereignisorientierten stochastischen Simulation kurz vorgestellt und es wird erklärt, welche Fragestellungen auf welche Art mit Hilfe von Simulationsmethoden untersucht werden können.

Für die Entwicklung von Simulationswerkzeugen sind eine ganze Reihe von Techniken nötig, deren Erklärung den Rahmen dieses Buches bei Weitem sprengen würde. Allerdings ist auch nicht das Wissen um alle diese Konzepte für die Anwendung von Simulatoren notwendig, so dass für die zur Implementierung eines stochastischen Simulators notwendigen Details z. B. auf Kolonko (2008), Waldmann und Helm (2016) und Gutenschwager et al. (2017) verwiesen sei. Insbesondere das zuletzt genannte Buch liefert einen sehr guten Einblick in die Anforderungen, die an einen ereignisorientierten Simulator aus Sicht der Produktions- und Logistikplanung gestellt werden.

Was bedeutet „Simulation“?

Auch wenn sich der Begriff *Simulation* ursprünglich von dem lateinischen Wort *simulatio* ableitet, welches direkt übersetzt soviel bedeutet wie Heuchelei, Verstellung, Vorwand, Schein oder (Vor-)Täuschung (vgl. Pons, 2018), so ist in einem technischen Umfeld heute jedoch mit einer Simulation üblicherweise wertneutral die *Nachbildung eines komplexen realen Systems in Form eines einfacher zu handhabenden Modells* für verschiedene Zwecke gemeint. (Eine formalere und detailliertere Definition des Simulationsbegriffs, die auch die Begriffe System, Modell und Experiment mit einschließt, findet sich in VDI, 2014.)

Mit der Durchführung einer Simulation sollen meist eines oder mehrere der folgenden Ziele erreicht werden:

- Gewinnung von Erkenntnissen über die *Zusammenhänge* des Systems bzw. das Systemverhalten als solches.
Beispiele hierfür sind die Erkennung von Engpässen in einem Produktionssystem, die in der realen Fabrikation so nicht direkt sichtbar werden, oder aber die Untersuchung des Crash-Verhalten von Fahrzeugen.
- *Prognose* des zukünftigen Verhaltens eines Systems.
Beispiele hierfür sind Wetter- und Klimasimulationen, aber auch Modelle zur Vorhersage des Verhaltens von Menschen in Bezug auf wirtschaftliche Fragestellungen usw.
- *Bewertung* der Auswirkungen von verschiedenen Änderungen an einem System.
Beispiele sind Verkehrsmodelle und Produktionsmodelle, in denen untersucht wird, welche Auswirkungen z. B. das Hinzufügen einer neuen Buslinie bzw. einer neuen Maschine haben.
Der Begriff „Bewertung“ schließt hier auch bereits das Auffinden einer bestmöglichen Veränderung eines Systems, d. h. die *Optimierung*, mit ein.

Aus den wenigen in dieser Auflistung genannten Beispielen wird auch bereits klar, warum auf Simulationsmethoden zurückgegriffen wird und nicht stets am Original experimentiert wird: In vielen Fällen wäre es zu aufwendig, langwierig, teuer oder gefährlich, das reale System für die Experimente zu verwenden.

2.1 Modellierung

Die Tatsache, dass ein Experiment nicht an dem realen System durchgeführt werden kann oder darf, führt sofort zu dem Begriff des Modells bzw. der Modellierung. Um ein reales System in einer wie auch immer gearteten Simulation zu untersuchen, muss von dem realen System ein *Modell* abgeleitet werden, welches dann in der Simulation verwendet wird.

Den Vorgang der Aufstellung bzw. Ableitung eines Modells von einem realen System nennt sich die *Modellierung* und stellt meist den schwierigsten Teil der Untersuchung des Systems dar, vgl. Abb. 2.1.

Wie die praktische Modellierung von industriellen Prozessen im Warteschlangensimulator funktioniert, wird ausführlich in Kap. 5 Modellierung mit dem Warteschlangensimulator beschrieben. An dieser Stelle sollen zunächst generelle Fragen rund um den Prozess der Modellierung von realen Systemen behandelt werden.

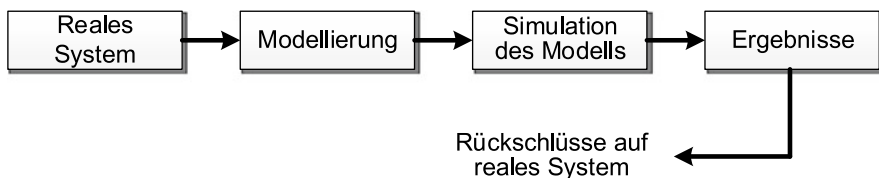


Abb. 2.1 Ablauf einer Simulation

2.1.1 Bonini-Paradoxon

Jedes Modell stellt eine gewollte Vereinfachung der Realität dar – andernfalls könnte bereits direkt das reale System bzw. eine Kopie davon für die Experimente verwendet werden. Ziel der Vereinfachung ist es, das Modell entweder einfach genug zu gestalten, so dass es in sinnvoller Zeit bzw. mit begrenztem finanziellem Aufwand simuliert werden kann, oder aber um Effekte sichtbar zu machen, die in der Realität durch die Vielfalt der Details nicht mehr klar erkenntlich sind. Generell gilt für die Anzahl an abzubildenden Details stets:

So wenige Parameter wie möglich, so viele Parameter wie nötig.

Dieser Leitsatz existiert in diversen Formulierungen und wird nach CHARLES P. BONINI, der diesen Zusammenhang erstmals formulierte, in etwas abgewandelter Form auch *Bonini-Paradoxon* genannt. Vereinfacht ausgedrückt besagt das Bonini-Paradoxon, dass ein Modell eines komplexen Systems umso unverständlicher für den Betrachter wird, je mehr Eigenschaften dieses abbildet (vgl. Bonini, 1963). Ist ein Modell letztendlich genauso komplex bzw. vollständig wie das reale System, so lassen sich keine generellen Erkenntnisse mehr daraus ableiten, die nicht auch bereits unmittelbar aus dem realen System hätten gewonnen werden können.

Neben der Tatsache, dass unnötige Parameter die Erkennung, welche Ursachen zu welchen Auswirkungen führen, erschweren, erhöht jeder weitere Parameter auch den Aufwand für die Ermittlung der Eingangsgrößen für die Parameter sowie die Simulationslaufzeit. Werden hingegen zu wenige oder die falschen Parameter im Modell abgebildet, so besteht die Gefahr, dass Effekte, die in der Realität auftreten und die für die zu untersuchenden Fragestellungen relevant sind, in der Simulation nicht mehr auftreten und das Modell folglich an wichtigen Stellen strukturell von der Realität abweicht.

Generell ist es also nicht das Ziel einer Modellierung, alle Aspekte der Realität in einem Simulationsmodell abzubilden, sondern nur die für die jeweiligen Fragestellungen relevanten Eigenschaften.

Die Frage, welche Eigenschaften die richtigen zu modellierenden Eigenschaften sind, hängt jeweils von der konkreten Fragestellung ab: Sollen die chemischen Vorgänge in einer prozesstechnischen Anlage simuliert werden, so ist die genaue chemische Zusammensetzung der Ausgangsstoffe und der Produkte von Interesse. Geht es jedoch um die Modellierung der Auslastung eines Produktionsstrangs, so sind die Mengen an Ausgangsstoffen sowie die theoretischen Kapazitäten der beteiligten Maschinen von Bedeutung – wie die Verarbeitung innerhalb der Maschinen im Einzelnen abläuft bzw. welche chemischen und physikalischen Vorgänge dabei auftreten, ist für diese Fragestellung nicht erheblich.

Bei jeglicher Modellierung eines realen System muss man sich also darüber im Klaren sein, dass das Modell keine zweite Wirklichkeit darstellt – und dies auch überhaupt nicht das Ziel ist. Ein Modell soll sich in Bezug auf ganz bestimmte Aspekte (auch *Modellkontext* genannt) so verhalten wie die Realität. In Bezug auf alle anderen Eigenschaften ist eine Übereinstimmung von Modell und Realität weder gefordert noch meist vorherrschend.

Bei der Vereinfachung der Realität in Form eines Modells werden im Wesentlichen zwei Vorgehensweisen verwendet (vgl. auch Gutenschwager et al., 2017, Abschn. 2.2.4):

- *Reduktion:*
Es werden Eigenschaften des realen Systems, die in dem Modellkontext nicht von Bedeutung sind, weggelassen.
- *Idealisierung:*
Eigenschaften des realen Systems, die für den Modellkontext von Bedeutung sind, aber nicht direkt abgebildet werden können (wie z. B. die Bedienzeiten der einzelnen Kunden), werden durch einfachere bzw. für den Simulator beherrschbare Varianten (wie z. B. Wahrscheinlichkeitsverteilungen) ersetzt.

In der Realität liegen beispielsweise die aufgezeichneten Bedienzeiten an einer Maschine vor. Um ein experimentierfähiges Modell zu erhalten (siehe nächster Abschnitt) müssen diese in eine theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung überführt werden. Diesen Übergang nennt man eine Idealisierung (der aufgezeichneten Daten hin zu deren theoretischer Repräsentation). Diese Idealisierung kann nun wiederum auf zwei Arten erfolgen:

- Bei einer *induktiven* Idealisierung wird die theoretische Regel für das Modell (im Beispiel oben die Bedienzeitenverteilung) als Näherungsverteilung aus den Messwerten bestimmt (vgl. auch Abschn. 4.3 Verteilungsanpassung).
- Bei einer *deduktiven* Idealisierung werden hingegen nicht einzelne Messwerte aus den historisch aufgezeichneten Produktionsdaten verwendet, sondern es wird allgemeines Wissen über den Produktionsprozess verwendet (z. B. das Datenblatt zu der jeweiligen Maschine, aus dem mittlere Bediendauer, Streuung usw. hervor gehen).

Welche Form der Idealisierung sich für welchen Parameter anbietet, hängt von den jeweils verfügbaren Daten und der Art des Parameters ab. Sowohl bei der induktiven Idealisierung als auch bei der deduktiven Idealisierung muss darauf gedacht werden, ob die jeweiligen Ausgangsdaten auch wirklich die abzubildende Eigenschaft in der Realität beschreiben. In Kap. 4 Eingabeparameter wird noch im Detail auf diese Probleme eingegangen werden.

2.1.2 Experimentierfähiges Modell

Häufig ist im Kontext von Simulation auch von einem *experimentierfähigen Modell* die Rede. Ein Modell gilt als experimentierfähig, wenn es auf der einen Seite alle für die zu untersuchenden Fragestellungen relevanten Eigenschaften des realen Systems abbildet, so dass von Experimenten am Modell auf das Verhalten des realen Systems zurückgeschlossen werden kann, aber auf der anderen Seite das Modell allgemein

genug gehalten ist, um Experimente mit von der bisherigen Realität abweichenden Eingangsparametern zu ermöglichen.

Während die Notwendigkeit der ersten Eigenschaft recht schnell einzusehen ist, wird die Bedeutung der zweiten Eigenschaft häufig unterschätzt: Werden z. B. die Abläufe in einer Fabrik beginnend mit dem Auftragseingang bis zur Auslieferung der fertigen Produkte simuliert und werden dabei konkrete historische Daten für den Auftragseingang verwendet (z. B. Datum des Auftragseingangs, Anzahl der zu liefernden Einheiten pro Produkttyp, vereinbartes Lieferdatum, usw.) so ist dieses Modell in Hinsicht auf viele Fragestellungen nicht experimentierfähig (siehe auch Abb. 2.2).

So kann nicht untersucht werden, wie sich die Situation in der Fertigung verändern würde, wenn sich die Anzahl an Aufträgen ändert oder aber wenn sich die Anteile der Anfragen nach den verschiedenen Produktgruppen ändern. Um ein experimentierfähiges Modell zu erhalten, müssen die bisherigen Auftragseingänge so weit abstrahiert werden, dass auf dieser Basis abweichende, bestimmte Szenarien darstellende Auftragseingangsverteilungen gebildet werden können. Man spricht hier davon, dass es möglich sein muss, *synthetische* Aufträge zu generieren. Gleiches gilt für die Prozesse in der Produktion: Werden hier die historischen Bedienzeiten für jedes einzelne Werkstück hinterlegt, so lässt sich der historische Datensatz in der Simulation exakt nachbilden; wenn jedoch z. B. zusätzliche Aufträge in die simulierte Produktion aufgenommen werden sollen, so liegen hierfür keine historischen Bedienzeiten vor und folglich können keine derartigen Fragen untersucht werden. Die Lösung besteht auch in diesem Fall darin, statt mit konkreten historischen Bedienzeiten zu arbeiten, diese zu Bedienzeitverteilungen zu abstrahieren, so dass auch Experimente mit von der Historie abweichenden Szenarien durchgeführt werden können (siehe auch Abb. 2.3).

Eine derartige *Abstraktion* bzw. *Vergrößerung* hat zur Folge, dass sich bei der Simulation einer vom tatsächlichen historischen Auftragseingang abstrahierten Fassung nicht mehr exakt die Ergebnisse wie in der Realität einstellen. Dafür gewinnt man die Eigenschaft der Experimentierfähigkeit, d. h. es ist nun möglich, neue Fragestellungen zu untersuchen.

Häufig wird durch den Auftraggeber einer Simulationsstudie verlangt, dass die Simulationsergebnisse die Realität mit einer Abweichung von höchstens x % widerspiegeln müssten (wobei gerne Werte unterhalb von 1 % gefordert werden). Konkret wird der Bezug zwischen Simulation und Realität dabei an einem konkreten historischen Datensatz festgemacht. Dies ist für ein gutes Simulationsmodell wie oben beschrieben Unsinn! Ein gutes, d. h. für Experimente nutzbares, Simulationsmodell sollte die Realität bei der Betrachtung eines langen Untersuchungszeitraumes zwar relativ gut widerspiegeln. Eine nahe zu 100 %ige Übereinstimmung zwischen Realität und Modell bezogen auf einen einzelnen, konkreten historischen Datensatz ist jedoch nur zu erzielen, indem das Modell mit konkreten historischen Werten parametrisiert wird, was jegliche Möglichkeiten zur Untersuchung zukünftiger Szenarien zu nichte macht. Zusammenfassend gilt also:

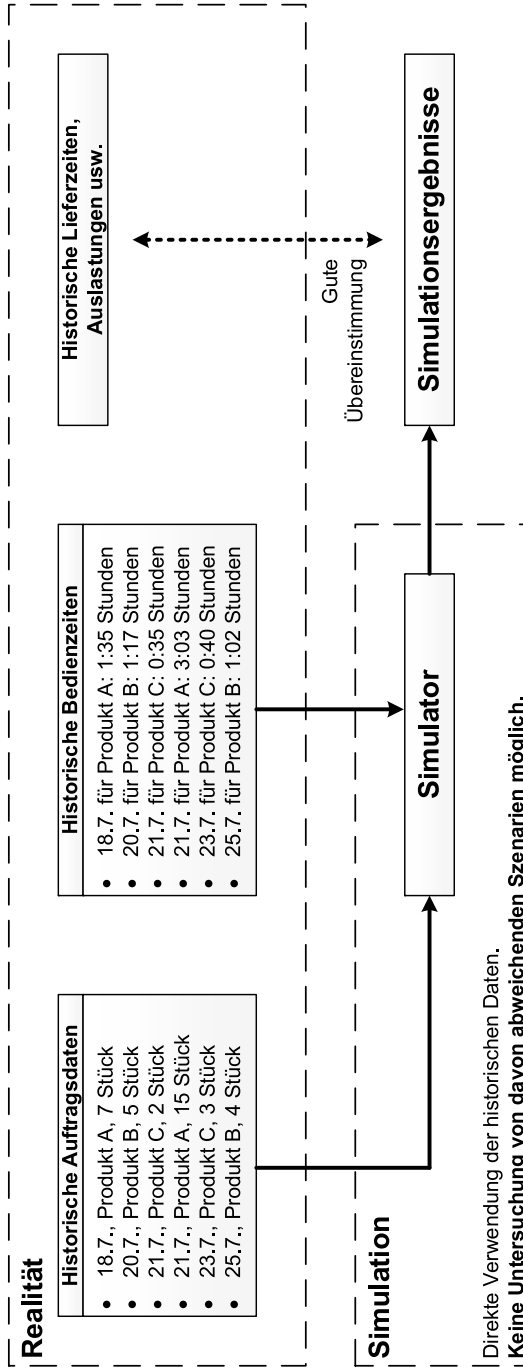


Abb. 2.2 Nicht experimentierfähiges Modell

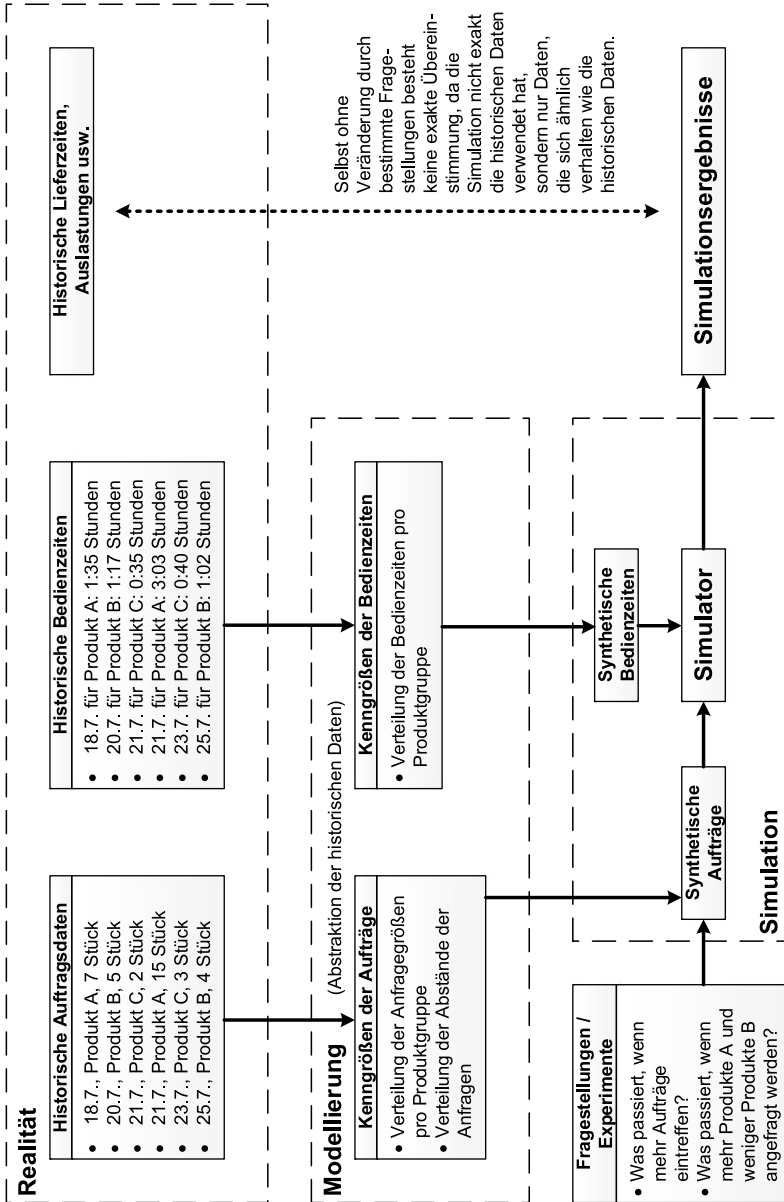


Abb. 2.3 Experimentierfähiges Modell

*Ein (bezogen auf historische Daten) exaktes Modell und
ein (bezogen auf neue Szenarien) experimentierfähiges Modell
schließen sich gegenseitig aus.*

Die Bedeutung der Experimentierfähigkeit für ein Modell zeigt sich auch darin, dass der VDI bezogen auf Simulationsmodelle für Produkt und Logistik die Experimentierfähigkeit direkt als integralen Bestandteil eines jeden Simulationsmodells ansieht. In VDI (2014) wird eine Simulation als „das Nachbilden eines Systems mit seinen dynamischen Prozessen in einem experimentierbaren Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind“ beschrieben. Dies führt auch direkt zu der im nächsten Abschnitt beschriebenen Kopplung von Modell und Realität: Welche Erkenntnisse aus dem Simulationsmodell lassen sich auf welche Weise auf die Wirklichkeit übertragen?

2.1.3 Kopplung von Modell und Realität

Auch wenn ein Modell nicht alle Eigenschaften eines realen Systems umfasst bzw. umfassen soll, so ist es dennoch die Grundidee jeder Modellierung, dass sowohl qualitative als auch quantitative Bezüge zwischen Realität und Modell existieren, d. h. dass sich das Modell in Bezug auf die betrachteten Kenngrößen fast so verhält wie die Realität und dass Änderungen am Modell im Wesentlichen dieselben Auswirkungen haben, wie es die vergleichbaren Änderungen an dem realen System auf die realen Ergebnisse hätten (vgl. Abb. 2.4).

Während die ersten beiden Pfeile in Abb. 2.4 vom realen System zum Modell führen, führt der dritte Pfeil zurück zur Realität, d. h. es findet eine Rückkopplung vom Modell in die Realität statt. Diese Rückkopplung ist meist nicht nur auf die Interpretation der Ergebnisse beschränkt, sondern die komplette Modellierung erfolgt häufig in mehreren Stufen: Es wird ein initiales Modell aufgestellt und es werden die zugehörigen Werte für die Parameter im realen System erhoben. Im Anschluss daran wird das Modell simuliert und die Ergebnisse werden mit den realen Ergebniswerten verglichen. Auf dieser Basis wird untersucht, an welchen Stellen das Modell die Wirklichkeit bereits für die jeweiligen Fragestellungen hinreichend gut abbildet und an welchen Stellen noch strukturelle Abweichungen bestehen. Um diese Abweichungen zu reduzieren und damit die Aussagekraft des Modells zu erhöhen, werden in einem zweiten Durchgang weitere Eigenschaften zu dem Modell hinzugefügt, bei denen vermutet wird, dass die Nicht-Berücksichtigung dieser die Ursache für die bestehenden Abweichungen darstellt. Das erweiterte Modell wird dann erneut simuliert und es wird geprüft, ob das Hinzufügen der neuen Eigenschaften die gewünschten Verbesserungen erbracht hat oder ob der Erweiterungsprozess weiter fortgesetzt werden muss.

Generell lautet die Empfehlung, zunächst mit einem möglichst groben Modell des zu betrachtenden Systems zu beginnen und dann sukzessive nach Bedarf weitere Eigenschaften hinzuzufügen. Der Versuch, direkt mit einem Modell zu beginnen, welches alle möglicherweise relevanten Eigenschaften abbildet, führt hingegen in

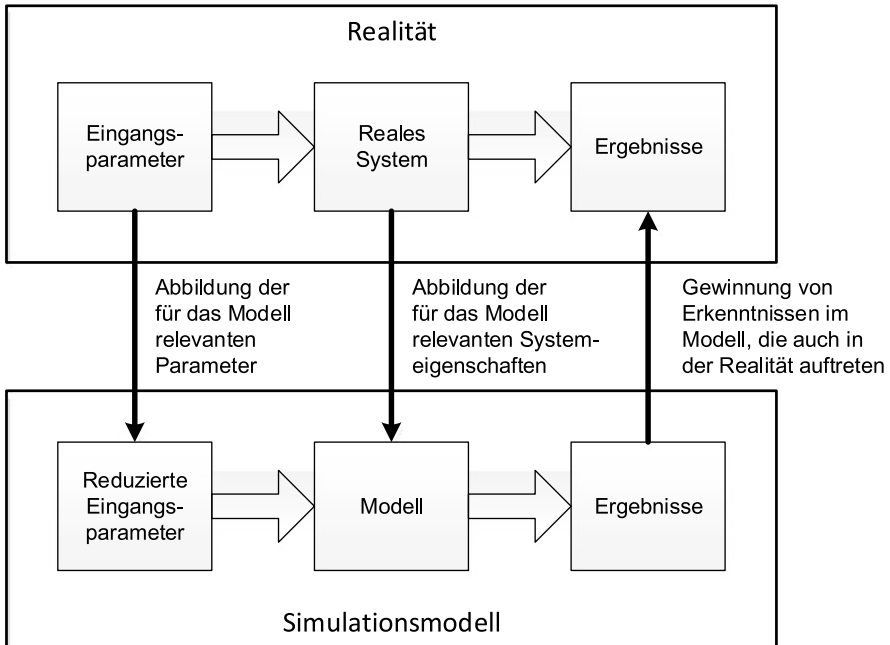


Abb. 2.4 Zusammenhang zwischen Realität und Modell

der Regel zu einem überparametrisierten Modell, aus dem am Ende nur noch wenige Erkenntnisse gezogen werden können (siehe auch Abschn. 2.1.1 Bonini-Paradoxon) und bei dem unnötig viel Zeit auf die Erhebung von Werten für Eingangsparameter, die für das eigentliche Modell letztendlich unerheblich sind, verwendet werden muss.

Kalibrierung

Einen Spezialfall der Rückkopplung zwischen Modell und realem System stellt die *Parameterkalibrierung* dar, auf die im Kontext der Ermittlung der Eingabeparameter im Abschn. 4.4 Kalibrierung noch näher eingegangen wird. Häufig ist die Ermittlung des Wertes für einen bestimmten Eingabeparameter nur sehr schwierig oder systembedingt überhaupt nicht möglich. Um dennoch ein valides Simulationsmodell aufstellen zu können, verwendet man die Parameterkalibrierung, die in etwa vergleichbar mit dem Eichen einer Waage ist (vgl. auch Abb. 4.10 in Abschn. 4.4 Kalibrierung): Der unbekannte Eingabeparameter wird zunächst auf einen willkürlich gewählten Wert bzw. auf einen grob geschätzten Wert eingestellt. Im Anschluss daran wird ein Modell, welches auf historischen Daten basiert, simuliert. In diesem Fall ist bekannt, welche Ergebniswerte sich in der Realität ergeben haben. Es werden nun die Ergebnisse der Simulation mit den realen Ergebnissen verglichen. Weichen diese signifikant voneinander ab, so muss (sofern das Modell ansonsten alle relevanten Eigenschaften korrekt abbildet) die Ursache in dem unbekanntem Eingangsparameter liegen. Dieser wird nun variiert und es wird erneut eine Simulation

durchgeführt. Dieser Prozess der Anpassung des unbekanntem Eingangsparameters wird so lange iteriert, bis die Simulationsergebnisse und die historischen Ergebnisse hinreichend gut übereinstimmen.

2.2 Simulationsmethoden

In dem vorangegangenen Abschn. 2.1 wurde bereits der Begriff *Simulation* verwendet, ohne dass vorab geklärt wurde, was damit im Detail gemeint ist. Dies soll nun nachgeholt werden. Meist wird heute der Begriff Simulation mit *Computersimulation* gleichgesetzt, was jedoch nicht ganz korrekt ist: Auch z. B. die Durchführung eines Crash-Tests mit Hilfe eines Beschleunigungsschlittens und eines Dummies oder die Durchführung von Experimenten in einem Windkanal mit einem Flugzeugmodell fallen in die Kategorie Simulation. Der echte Unfall bzw. das Verhalten des echten Flugzeugs werden durch einfachere Modelle (nur relevante Teile der Karosserie, kein Mensch, der verletzt werden könnte, ...) ersetzt, um Erkenntnisse über das reale System zu gewinnen. Da jedoch immer mehr dieser physikalischen Simulationen direkt im Computer durchgeführt werden können, werden heute die Begriffe Simulation und Computersimulation meist synonym verwendet.

Führt man Untersuchungen nicht an dem realen System, für das man sich eigentlich interessiert, sondern an einem Modell durch, so spricht man ganz allgemein von Simulation (vgl. auch Abb. 2.5, die in ähnlicher Form aus dem zu diesem Thema empfohlenen Buch Law & Kelton, 2014 entliehen ist). Wie bereits oben beschrieben, spricht man auch bei der Untersuchung eines (meist verkleinerten physischen Modells, z. B. von einem Flugzeugmodell im Windkanal) von Simulation. Löst man sich von der physischen Modellierung, so lässt sich ein System entweder in Form von Formeln abbilden, oder aber, wenn keine geschlossenen Formeln zur Abbildung des Verhaltens aufgestellt werden können, über einen Satz von Regeln im Computer simulieren.

Die computerbasierten Simulationssysteme lassen sich wiederum auf verschiedene Arten unterteilen. Um von einer gemeinsamen Basis zur Bezeichnung dieser Systeme auszugehen, sollen die wichtigsten Klassifikationsmerkmale im Folgenden vorgestellt werden.

2.2.1 Deterministische Simulation

Unter einer deterministischen Simulation versteht man meist das computergestützte Lösen von untereinander abhängigen (Differential-) Gleichungssystemen. Beispiele hierfür sind Wettervorhersagen, Klimamodelle, virtuelle Crash-Tests, virtuelle Windkanäle usw. Da die hier zugrunde liegenden Differentialgleichungssysteme in aller Regel nicht analytisch gelöst werden können, werden zumeist numerische Methoden eingesetzt. Für die Berechnung der Lösungen müssen häufig immer wieder dieselben Rechenoperationen auf verschiedene Daten angewandt werden. Da die GPUs (*Graphics Processing Units*) auf modernen Grafikkarten genau auf dieses

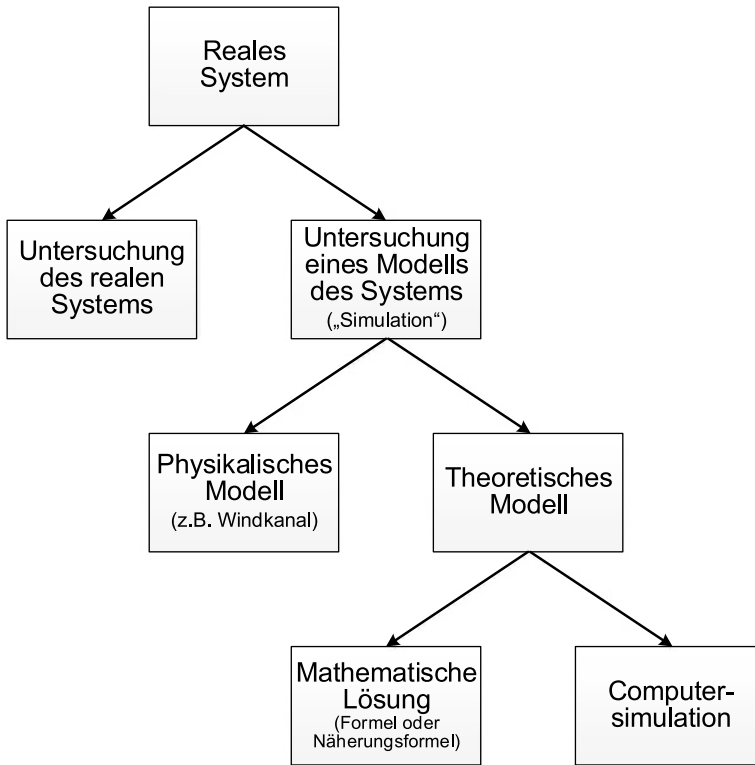


Abb. 2.5 Klassifikation von Simulationskonzepten

SIMD-Konzept (*Single Instruction Multiple Data*) ausgerichtet sind, lässt sich die Geschwindigkeit bei der Lösung solcher Systeme in vielen Fällen durch den Einsatz von GPU-Beschleunigerkarten massiv erhöhen.

Das entscheidende Merkmal der deterministischen Simulation besteht darin, dass sich bei Verwendung derselben Eingangsdaten auch stets exakt dasselbe Endergebnis ergibt.

2.2.2 Stochastische Simulation

Eine Simulation wird stochastisch genannt, wenn (Pseudo-) Zufallszahlen in dem Simulationsprozess verwendet werden. (Der mathematisch interessierte Leser findet in Anhang B Zufallszahlen weitere Informationen zur Bedeutung von Pseudozufallszahlen und zu ihrer Erzeugung.) In diesem Fall spricht man auch von einer *Monte-Carlo-Simulation*, auf die in Abschn. 2.4 Monte-Carlo-Methoden noch näher eingegangen wird. Die Zufallszahlen werden dabei meist stellvertretend bzw. als Realisierungen einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung eingesetzt. Folglich ergibt sich damit für jeden Simulationslauf ein etwas anderes Ergebnis. Erst durch die

Bildung eines Mittelwertes über hinreichend viele einzelne Simulationsläufe lässt sich ein stabiles Endergebnis erzielen.

Während bei einer deterministischen Simulation die Genauigkeit meist von der numerischen Genauigkeit des zugrunde liegenden numerischen Verfahrens sowie von der Modellierung (z. B. der zeitlichen und räumlichen Auflösung) abhängt, ist bei einer stochastischen Simulation die Anzahl der Simulationsläufe der maßgebliche Faktor für die Genauigkeit.

Im Gegensatz zur deterministischen Simulation besteht der Programmcode einer stochastischen Simulation meist aus der Verkettung vieler Regeln (wie auch in Abschn. 2.6 Funktionsweise ereignisorientierter stochastischer Simulation genauer beschrieben wird). Jede Regel hat dabei eine oder mehrere Verzweigungen im Programmablauf zur Folge, so dass hier leider SIMD-Programmierkonzepte und damit GPUs zur Beschleunigung der Rechnungen nicht eingesetzt werden können. Da jedoch die einzelnen Simulationsläufe, die zusammengenommen erst das Ergebnis liefern, untereinander unabhängig sind, können diese ohne durch Abhängigkeiten bedingte Verzögerungen auf unterschiedlichen CPU-Kernen ausgeführt werden, so dass von modernen Mehrkern-CPU profitiert werden kann.

2.2.3 Statische und dynamische Simulation

Wird die Zeit in der Simulation abgebildet (z. B. bei der Berechnung einer Luftströmungsvorhersage für die Wettervorhersage), so spricht man von dynamischer Simulation. Wird hingegen ein statisches System in der Simulation abgebildet, bei dem keine zeitlichen Veränderungen auftreten (z. B. bei der Berechnung der Wärmeverteilung in einem Bauteil, welches auf der einen Seite kontinuierlich beheizt wird und auf der anderen Seite kontinuierlich gekühlt wird – wie etwa die Wand eines Hochofens), so spricht man von statischer Simulation.

2.2.4 Kontinuierliche und diskrete Simulation

Verlaufen die Veränderungen des Systems bei Veränderung der Eingangsgrößen fließend, so spricht man von kontinuierlicher Simulation. Meist nennt man Simulationsmodelle bereits kontinuierlich, wenn diese *zeitstetig* sind, d. h. keine Sprünge der Werte entlang der Zeitachse aufweisen. Während der Simulation wird der Systemzustand dann an diskreten, meist auf einem Gitter liegenden Punkten berechnet.

Bei einer diskreten Simulation treten Zustandsänderungen üblicherweise sprunghaft an durch Ereignisse festgelegten, nicht notwendigerweise äquidistanten Zeitpunkten ein. Daher kann hierbei auch keine im Vorherein festgelegte zeitliche Schrittweite zur Simulation des Systems verwendet werden, sondern es muss sichergestellt werden, dass stets genau die Zeitpunkte, an denen Änderungen im System stattfinden, abgebildet werden. Ein weiteres Merkmal diskreter Simulation besteht darin, dass die Abhängigkeiten innerhalb des Modells üblicherweise nicht mehr

durch geschlossene Formeln beschrieben werden können, sondern in Form von Regeln definiert werden müssen.

2.2.5 Lokale und verteilte Simulation

Ein im Wesentlichen für die Implementierung interessantes Merkmal ist die Unterscheidung in lokale und verteilte Simulationssysteme. Während eine lokale Simulation auf einem Computer abgearbeitet wird, arbeiten an einer verteilten Simulation mehrere Rechenkerne, die evtl. auf mehrere Systeme verteilt sind, gleichzeitig. Voraussetzung dafür ist, dass die einzelnen Rechenschritte nicht unmittelbar aufeinander aufbauen. Je stärker die einzelnen Rechenschritte voneinander abhängen, desto mehr Kommunikation muss zwischen den einzelnen Rechenkernen erfolgen und desto geringer ist die Leistungssteigerung durch die Verteilung der Arbeitslast.

Da bei der stochastischen Simulation üblicherweise das komplette Modell mehrfach simuliert wird und lediglich am Ende die Ergebnisse zusammengeführt werden müssen, lassen sich stochastische Simulationen meist verhältnismäßig gut parallelisieren, sofern die Anzahl der beteiligten Rechenkerne höchstens so hoch wie die Anzahl an Wiederholungen der Simulation ist. Darüber hinaus lassen sich stochastische Simulationen meist überhaupt nicht parallelisieren, da aufgrund des internen Ablaufs der Simulation (d. h. der sukzessiven Abarbeitung von Regeln) der nächste Simulationsschritt immer unmittelbar auf den vorherigen aufbaut bzw. auf die durch die vorherigen Schritte vorgenommenen Änderungen am System aufbaut und daher mehrere Schritte einer Simulation nicht parallel ausgeführt werden können.

Bestehen bei einer verteilten Simulation Abhängigkeiten zwischen den auf verschiedenen Rechenkernen oder auf verschiedenen Rechnern ermittelten Teilergebnissen, so ist eine niedrige Latenz in der Datenübertragung zwischen den Teilkomponenten von hoher Bedeutung. Im Falle einer stochastischen Simulation sind die einzelnen Simulationsläufe zwar meist vollständig unabhängig, dennoch existiert auch hier ein Flaschenhals, der die Parallelisierung häufig limitiert: Bei der stochastischen Simulation werden meist weit verteilte Daten in kurzer zeitlicher Folge benötigt, so dass weniger gut von den Caches moderner Prozessoren profitiert werden kann und stattdessen eine höhere Speicherbandbreite benötigt wird. Sind viele Rechenkerne innerhalb einer CPU über einen gemeinsamen Bus mit dem Arbeitsspeicher verbunden, so kann sich diese Verbindung als der begrenzende Faktor der Simulationsgeschwindigkeit erweisen.

2.2.6 Ereignisorientierte Simulation

Bei der ereignisorientierten Simulation (*discrete event-driven simulation*, DES) handelt es sich um ein *dynamisches, diskretes System zur Modellierung von realen Prozessen*. Fließen (Pseudo-) Zufallszahlen in den Simulationsprozess ein, um Wahrscheinlichkeitsverteilungen abzubilden, die einem realen, *stochastischen* Prozess zugrunde liegen, spricht man von ereignisorientierter stochastischer Simulation

(*event-driven stochastic simulation*). Statt jeweils Zeitpunkte mit demselben Abstand voneinander zu betrachten, werden bei der ereignisorientierten Simulation nur die Zeitpunkte, an denen ein Ereignis stattfindet, abgebildet.

Die ereignisorientierte Simulation kann als eine Erweiterung der Theorie der Petri-Netze (siehe Petri, 1962) aufgefasst werden. Die Hauptunterschiede zu klassischen Petri-Netzen bestehen darin, dass bei der ereignisorientierten Simulation der Übergang von einem Zustand zu einem anderen eine gewisse Zeit dauern kann. Außerdem können Verzweigungen basierend auf verschiedenen Eigenschaften des Systemzustands stattfinden, die sich selbst mit der Symbolik der stochastischen Petri-Netze nur schwer abbilden lassen.

Da es sich bei dem in diesem Buch vorgestellten Simulationsprogramm um einen ereignisorientierten stochastischen Simulator handelt, wird auf dieses Simulationskonzept in Abschn. 2.6 Funktionsweise ereignisorientierter stochastischer Simulation noch im Detail eingegangen werden.

2.3 Einsatzgebiete ereignisorientierter stochastischer Simulation

Bei der Untersuchung der Einsatzgebiete von ereignisorientierter stochastischer Simulation stellen sich im Wesentlichen zwei Fragen, die im Folgenden beantwortet werden sollen: „Wann ist Simulation notwendig?“ und „Wann sind Simulationsmethoden einsetzbar?“

2.3.1 Wann ist Simulation notwendig?

Das Ziel der Durchführung einer Simulation besteht meistens nicht (nur) darin, etwas über das zugrundeliegende reale System zu erfahren, sondern häufig vor allem darin, das System zu *optimieren*.

Ein Optimierungsmodell besteht im Wesentlichen aus den folgenden drei Komponenten (vgl. auch Abb. 2.6):

- *Eingangsgrößen:*
Dies sind die Parameter, deren Werte zumindest zum Teil vorgegeben werden können (z. B. die Anzahl an Bedienern an einer Station oder das Routing der Werkstücke durch die Produktion). Am Ende sollen möglichst gute Werte für die beeinflussbaren Parameter gefunden werden, so dass die jeweils betrachteten Kenngrößen (Durchsatz, Gewinn, Wartezeiten, ...) möglichst große oder kleine Werte annehmen.
- *System:*
Das System arbeitet auf Basis der Eingangsparameter. Mit dem System kann eine reale Fabrik bzw. können reale Logistikabläufe oder aber auch ihre Repräsentation in Form von Formeln oder einem Simulationsmodell gemeint sein.