

Klaus R. Zimmermann

PÄDAGOGIK *praxis*

Rechenschwierigkeiten erkennen und bewältigen

Den Erwerb mathematischer
Kompetenz erleichtern



BELTZ

Zimmermann

Rechenschwierigkeiten erkennen und bewältigen

Klaus R. Zimmermann

Rechenschwierigkeiten erkennen und bewältigen

Den Erwerb mathematischer Kompetenz erleichtern

BELTZ

Dr. Klaus R. Zimmermann ist Diplom-Mathematiker. Er hat nach seiner langjährigen Tätigkeit in leitender Funktion in der Versicherungswirtschaft Pädagogik studiert. Er förderte Kinder und Jugendliche mit Rechenschwierigkeiten im »Institut für Lernförderung« in Frankfurt am Main und wurde von der Humboldt-Universität zu Berlin mit einer Arbeit über die Entwicklung seines Konzepts zur integrativen Förderung promoviert. Klaus R. Zimmermann war Referent in der Lehrerfortbildung und Lehrbeauftragter an Universitäten zum Thema »Rechenschwierigkeiten«.

Dieses E-Book ist auch als Printausgabe erhältlich:
ISBN 978-3-407-62919-7

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

© 2014 Beltz Verlag · Weinheim und Basel
www.beltz.de

Lektorat: Dr. Cornelia Klein
Herstellung: Lore Amann
Satz: text plus form, Dresden
Reihengestaltung: glas ag, Seeheim-Jugenheim
Umschlaggestaltung: Sarah Veith
Umschlagabbildung: © Pavel L Photo and Video, Shutterstock

E-Book

ISBN 978-3-407-29375-6

Danksagung

Da ich nicht alle aufzählen kann, mit denen ich in den letzten Jahren zusammengearbeitet und von denen ich gelernt habe, bedanke ich mich besonders bei

- den Schülerinnen und Schülern sowie ihren Eltern für das Vertrauen, das sie mir bei den Beratungen und Therapien entgegengebracht haben,
- Frau Dr. C. Klein vom Beltz Verlag für die Bearbeitung des Manuskripts mit den kompliziert zu erstellenden mathematischen Formeln und Abbildungen,
- meiner Frau Ingrid M. Naegele-Zimmermann für die hilfreichen inhaltlichen Diskussionen und die Unterstützung bei der Manuskripterstellung.

Hallo Herr Doktor Mein Name ist
V. Ich Bin 10 Jahre alt
Und gehe in die 4B Mein
Wunsch ist es in Mathe Bes-
ser zu werden weil ich in
in eine real Schule zu gen
wen sie mir helfen könnten
dan wer ich sein ~~gott~~
Glücklich 😊

Inhalt

Einleitung	11
Kapitel I: Allgemeine Fragestellungen	17
1. Zu den Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts	18
1.1 Internationale Vergleichsstudien und Folgerungen	18
1.2 Bildungsstandards	20
1.3 Methodentraining	23
1.4 Nationale Lernstanderhebungen	31
2. Rechenschwäche/Dyskalkulie: Zur Begriffs- und Ursachenforschung	33
3. Theoretische Ansätze zur mathematischen Denkentwicklung bei Kindern und Jugendlichen	35
3.1 Denkentwicklung nach Piaget	35
3.2 Operative Verfahren nach Aebli	37
3.3 Darstellungsebenen nach Bruner	38
3.4 Etappen der Denkentwicklung nach Lompscher/Galperin	39
4. Verringerung von Lernschwierigkeiten nach Case	40
4.1 Fehlerdiagnose	41
4.2 Fehlstrategien ändern	41
4.3 Konflikterzeugung durch Vereinfachung	41
5. Einsatz von Funktionstrainings bei Schüler/innen mit RS	43
6. Erkenntnisse aus der Neurodidaktik	45
Kapitel II: Ansätze zum Erkennen von Rechenschwierigkeiten	47
1. Allgemeine klassische Testverfahren	48
1.1 Intelligenztests	49
1.2 Rechentests	50
2. Strukturbezogene Aufgaben zur Diagnostik	56
3. Qualitative Diagnostik	57
4. Erkennen von Lernschwierigkeiten nach Ginsburg	58
5. Beratungsgespräch zum Erkennen von RS nach dem »FIT-Konzept«	60
5.1 Erkennen der fünf Schlüsselbereiche mathematischen Lernens (nach Ginsburg)	60

5.2	Untersuchung des »Bereichs der nächsten Entwicklung«	61
5.3	Einfluss der Rolle des Kontexts	61
5.4	Grundsätze der Gesprächsführung	61

Kapitel III: Ansätze zum Überwinden von Rechenschwierigkeiten

		65
1.	Förderansätze aus Beiträgen zur mathematischen Denkentwicklung	67
1.1	Konkretes Handeln mit Gegenständen (»Begreifen«)	67
1.2	Zeichnerische Darstellung	68
1.3	Die abstrakte, symbolische Darstellung (»Begriffen haben«)	69
1.4	Die Automatisierung	69
2.	Das Prinzip der Passung	70
3.	Förderung nach dem »FIT«-Konzept	71

Kapitel IV: Hürden beim Erwerb mathematischer Kompetenz – Klassenstufen 1 bis 4

		75
1.	Erwerb des Zahlbegriffs	76
2.	Grundlagen arithmetischer Kompetenz	77
2.1	Die wichtigsten Zahlaspekte	77
2.2	Das Teile-Ganze-Prinzip	78
2.3	Das zählende Rechnen	79
3.	Dekadischer Aufbau des Zahlensystems	81
3.1	Die Zehnerbündelung	81
3.2	Das Stellenwertsystem	82
3.3	Sprech- und Schreibweise	82
4.	Verständnis der vier Grundrechenarten	84
4.1	Addition/Subtraktion	84
4.2	Simultane Anzahlerfassung	85
4.3	Automatisieren des kleinen Einspluseins	85
4.4	Multiplikation/Division	87
5.	Rechengesetze und Gleichheitszeichen	91
5.1	Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz)	91
5.2	Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz)	92
5.3	Distributivgesetz (Verteilungsgesetz)	93
5.4	Das Gleichheitszeichen	94
6.	Rechenverfahren	96
6.1	Kopfrechnen (Automatisieren des Einmaleins)	96

6.2	Halbschriftliches Rechnen	98
6.2.1	Addition/Subtraktion	99
6.2.2	Multiplikation/Division	101
6.3	Schriftliche Rechenverfahren	105
6.3.1	Schriftliche Addition/Subtraktion	107
6.3.2	Schriftliche Multiplikation/Division	112
6.4	Taschenrechner/Computer	116
7.	Sach-/Textaufgaben	118

Kapitel V: Hürden beim Erwerb mathematischer Kompetenz – Klassenstufen 5 und 6

1.	Bereich der natürlichen Zahlen	124
1.1	Der Zahlenstrahl	126
1.2	Runden, Überschlagrechnung	127
1.3	Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen	129
2.	Rechnen mit »großen« natürlichen Zahlen	133
3.	Einführung in die Bruchrechnung	136
3.1	Brüche als Divisionsaufgaben	140
3.2	Brüche als Teil eines Ganzen	142
3.3	Brüche als »Von«-Operation	145
3.4	Brüche erweitern und kürzen, sowie addieren/subtrahieren und multiplizieren/dividieren	146
4.	Einführung in die Rechnung mit Dezimalzahlen	151
4.1	Dezimalzahlen kürzen und erweitern	152
4.2	Dezimalzahlen addieren/subtrahieren	154
4.3	Dezimalzahlen multiplizieren/dividieren	156
5.	Einführung in die Prozentrechnung	159
6.	Elementare Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	162
6.1	Zufallsversuch »Münze werfen«	162
6.2	Zufallsversuch »Spielwürfel werfen«	164

Kapitel VI: Leitlinien für die schulische und außerschulische Förderung

I.	Allgemeine Leitlinien	167
II.	Inhaltliche Leitlinien	169
III.	Schlussfolgerung	174

Literatur	175
------------------	-----

Einleitung

»Etwas lernen und sich immer wieder darin üben – schafft das nicht auch Befriedigung?«

Konfuzius (551–479 v. Ch.)

Mit diesem Spruch beginnen die berühmten »Gespräche« des chinesischen Philosophen Konfuzius. »Gemeint ist üben in Anwendung des Gelernten. Das schließt wiederholen und nachahmen ein. Es meint die Einheit der geistigen und praktischen Ebene«, kommentiert der Übersetzer Moritz (Konfuzius 2008, S. 135).

Diese Gedanken, die sowohl Lehrende als auch Lernende ansprechen, ziehen sich wie ein roter Faden durch das vorliegende Buch. Es beinhaltet eine Vielzahl pädagogisch-didaktischer Hilfen, Hinweise und Darstellungen für das Fach Mathematik der Grundschule (erste bis vierte Klasse) und der Sekundarstufe I (fünfte und sechste Klasse)*. Die Verbindung des Primar- und Sekundarstufenbereiches ergibt sich aus der Mathematik mit ihrem hierarchischen Aufbau. Schwierigkeiten bei den mathematischen Lernprozessen beginnen in der Regel im Primarbereich. Bei allen Schüler/innen, die mir während meiner praktischen Tätigkeit vorgestellt wurden, lag der Beginn ihrer Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. Insbesondere der schulische Anfangsunterricht zeigte sich für die gesamte Schulkarriere von zentraler Bedeutung.

Unter Rechenschwierigkeiten (RS) verstehe ich anhaltende, systematisierbare und subjektive Fehlleistungen vor allem in Arithmetik. Schüler/innen mit RS haben in Bezug auf den Lernstoff ihrer Jahrgangsstufe einen Rückstand in wichtigen mathematischen Bereichen. Dabei bestätigte sich in meiner praktischen Arbeit immer wieder, dass bei einem entsprechenden Entwicklungsrückstand der Schüler/innen eine Förderung möglichst frühzeitig einsetzen sollte. Allerdings ist es nicht selten, dass Probleme im Rechnen erst spät, d. h. nach der Grundschulzeit, erkannt werden. Werden Schwierigkeiten im arithmetischen Grundschulbereich nicht rechtzeitig bemerkt und beseitigt, setzen sie sich im Sekundarstufenbereich fort, bzw. verstärken sich dort sogar (Zimmermann 2005, S. 207). Es ist deshalb für die Lehrenden notwendig, die Hürden in beiden Bereichen zu kennen, um die Rechenschwierigkeiten ihrer Schüler/innen verstehen und abbauen zu können. Leider werden in der Lehreraus- und -fortbildung nicht immer ausreichende fachspezifische Kenntnisse vermittelt, die es ermöglichen, Schüler/innen angemessen und effektiv beim Aufbau mathematischer Kompetenz zu helfen. Zu ähnlichen Feststellungen führte auch der erste Bundesländervergleich der

* Berlin und Brandenburg haben die sechsjährige Grundschule.

Grundschulen 2012: »Lange Zeit wurde die *Bedeutung des Fachwissens von Lehrern* in der Bildungsdebatte unterschätzt [...] Lehrer mit Mathematikkenntnissen sind, so banal das klingt, einfach bessere Mathelehrer, ihre Schüler lernen mehr, als wenn sie von fachfremden Lehrern unterrichtet werden« (Kerstan 2012, Ziff. 6).

Die fachliche und didaktische Kompetenz angehender deutscher Mathematiklehrkräfte wurde auch in der internationalen Vergleichsstudie »TEDS-M« (*Teacher Education and Development Study in Mathematics*) mit untersucht, die 2010 veröffentlicht wurde. Danach treten in kaum einem Land so große Unterschiede in der fachbezogenen Kompetenz von Lehrkräften einer Schulstufe auf, wie in Deutschland. »Probleme zeigen sich bei stufenübergreifend ausgebildeten Grundschul-, Hauptschul- und Realschullehrern ohne Mathematik als Studienfach, die als Klassenlehrkräfte in der Grundschule aber Mathematik unterrichten müssen. (...) Fast die Hälfte der deutschen Haupt- und Realschullehrkräfte weist nur ein mathematisches bzw. mathematikdidaktisches Wissen aus, das dem unteren TEDS-M-Kompetenzniveau entspricht. Demnach haben diese Lehrkräfte zum Teil selbst Schwierigkeiten, mathematische Nichtstandardaufgaben zu lösen, die auf dem Niveau der zu unterrichtenden Schüler liegen« (Pressemitteilung der Humboldt-Universität zu Berlin vom 15. 4. 2010). Das hat natürlich gravierende Auswirkungen auf die Unterrichtsqualität. Besonders betroffen durch die fehlende Qualifizierung sind diejenigen Schüler/innen, denen es nicht gelingt, im Rahmen des schulischen Unterrichts ausreichende mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten zu erlangen und besondere pädagogisch-didaktische Hilfe benötigen. Woher sollen die zitierten Lehrkräfte das Wissen und die Erfahrung haben, die erforderlich sind, um Rechenschwierigkeiten ihrer Schüler/innen zu vermeiden oder zu beheben?

Im Rahmen der Lehrerbildung fehlen bislang oft Studienangebote für den Bereich »Rechenschwierigkeiten«. Die Folge ist, dass überforderte Lehrkräfte Schüler/innen mit Lernschwierigkeiten an außerschulische Einrichtungen delegieren, in der Hoffnung, dass deren Personal über mehr fachdidaktische Qualifikation als sie selbst verfügen. Dies ist aber häufig nicht der Fall – genauso wenig wie das Versprechen einiger außerschulischer Einrichtungen, Mathematikprobleme mit Auswendiglernen und Drill erfolgreich lösen zu können.

Derartige Szenarien erlebte ich immer wieder bei meinen Gesprächen mit Lehrkräften und mit den Eltern der Kinder, mit denen ich Beratungen oder Therapien durchführe. Auch bei meinen Veranstaltungen zur Lehrerfortbildung musste ich oft diese Erfahrung machen. Desgleichen fiel mir bei meiner Tätigkeit als Lehrbeauftragter die lückenhafte Kenntnis der Lehramtsstudierenden auf. Selbst die Mitarbeiter/innen der Sozialämter und Kinder-Jugend-Eltern-Beratungsstellen, die bestimmen, ob und wo außerschulische Therapien nach dem Sozialgesetzbuch finanziert werden, verfügen nach meiner Erfahrung oft über keine ausreichenden Sachkenntnisse auf dem Gebiet der Rechenschwierigkeiten. Dies gilt ebenso für andere in der Förderung Engagierte wie Kindertherapeut/innen, Psycholog/innen, Nachhilfelehrer/innen, Studierende oder Eltern, die mit Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwierigkeiten zusätzlich arbeiten.

Aus diesen Gründen halte ich ein Praxisbuch mit didaktischen Hinweisen für Personengruppen für notwendig, die im Rahmen einer schulischen oder außerschulischen Förderung Schüler/innen helfen, ihre Hürden beim Erwerb mathematischer Kompetenz zu überwinden. Doch auch Lehrer/innen, in deren Klassen sich aktuell keine Kinder mit Lernschwierigkeiten feststellen lassen, können mit den in diesem Buch dargestellten Hilfen die mathematischen Kompetenzen ihrer Schüler/innen verbessern.

Mathematische Kompetenz wird in unterschiedlicher Weise definiert, z. B. im Rahmen der Bildungsstandards, der »PISA«- und »IGLU«-Studien oder anderer Untersuchungen, wie im Internet nachzulesen ist. So findet sich in der ersten »Internationalen Grundschul-Lese-Untersuchung« 2001 und ihrer Erweiterung um Mathematik (»IGLU-E«) von Walther und anderen eine Definition mathematischer Grundbildung. Im Zentrum dieser Definition stehen Fähigkeiten zum Anwenden von Mathematik in außermathematischen Situationen, zur Bearbeitung innermathematischer Fragestellungen und zur Bewältigung von mathematischen Aufgabenstellungen mit »Barriere«, für die nicht unmittelbar abrufbare Lösungsverfahren zur Verfügung stehen, sondern Lösungen erst »auf eigenen Wegen« entwickelt werden müssen (Walther et al. 2004, S. 118).

Häufig wird zur Erläuterung des allgemeinen Kompetenzbegriffs die bekannte Definition von Weinert herangezogen. Er definiert Kompetenz als »die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können« (Weinert 2001, S. 27/28).

Kompetenz bezogen auf die Mathematik kann beschreibend definiert werden als das Verständnis für mathematische Begriffe/Strategien und zahlenmäßige Zusammenhänge und ihre Beherrschung. Sie ist verbunden mit der Fähigkeit, mathematische Aufgaben vor allem im Grundlagenbereich, aber auch im Bereich der Bruch- und Dezimalrechnung, der Prozentrechnung und anderer mathematischer Bereiche wie Wahrscheinlichkeitsrechnung selbstständig zu lösen. Dieser mathematische Kompetenzbegriff liegt dem vorliegenden Band zugrunde. Dabei unterscheide ich vom Grundsatz her die angestrebten mathematischen Kompetenzen der Schüler/innen mit RS nicht von denjenigen, die keine Schwierigkeiten haben.

Im Mittelpunkt des schulischen und außerschulischen Lernens muss demnach das Verstehen des mathematischen Stoffgebiets stehen. »Verstehen als das übergreifende Ziel und Medium des schulischen Lernens muss ansetzen an den Inhalten, die allgemein verpflichtend den Lehrplan bestimmen. Verstehen ist die Voraussetzung für die Kompetenzen, die uns nicht durch den bloßen Vollzug des Lebens zufallen,« führt Gruschka aus und erläutert darüber hinaus: »Verstehen zu lehren bedeutet, nimmt man es als Ausgangspunkt und Ziel der didaktischen Bemühungen, dass alles das vermieden werden muss, was das Verstehen behindern kann« (Gruschka 2011, S. 135/136). Zum Verständnis mathematischer Aufgaben gehört das Wissen, aufgrund welcher mathematischen Beziehungen sich ein Lösungsweg ergibt.

Haben die Schüler/innen ein Stoffgebiet verstanden, muss das Verstandene intensiv geübt, d. h. automatisiert werden, was nicht immer ausreichend berücksichtigt wird.

Allerdings entspricht diese Sichtweise dann nicht der Auffassung von Lehrkräften, Therapeut/innen und Eltern, wenn sie die Probleme beim Erwerb mathematischer Kompetenz auf im Kind liegende Defizite zurückführen, die auf medizinisch/organischen Ursachen beruhen. Defizite im mathematischen Bereich werden häufig als »Teilleistungs-« bzw. »Wahrnehmungsschwäche« bezeichnet. Diese sollen durch den Einsatz von Funktionstrainings behoben werden. Für die Behandlung derartiger »Schwächen (Störungen)« mit Funktionstrainings gibt es allerdings bislang keine Nachweise dafür, dass sie eine wirksame Förderung darstellen (vgl. Kap. I.5).

Selbst für einen Mathematiker wie Stanislaus Dahaene, der in den Bereichen experimentelle Psychologie, Neurowissenschaft und neuronale Netze arbeitet, sind Kinder, bei denen »zerebrale Läsionen selektiv das Kopfrechnen behindern können« eher selten. Er führt hierzu aus: »Es kommt mir wahrscheinlicher vor, dass viele dieser mathematisch behinderten Kinder eigentlich normal begabte Kinder sind, die aber in der Mathematik keinen guten Start hatten. Ihre ersten Erfahrungen in der Schule überzeugten sie bedauerlicherweise davon, dass das Rechnen reine Schulsache ist, ohne praktisches Ziel und ohne offensichtlichen Sinn« (Dehaene 1999, S. 164). In meiner langjährigen therapeutischen Tätigkeit sind mir keine Schüler/innen begegnet, die wegen einer attestierten Teilleistungs-/Wahrnehmungsschwäche keine ausreichenden mathematischen Kompetenzen erlangen konnten.

Der vorliegende Band grenzt sich bewusst von einer medizinisch orientierten Sichtweise ab und verzichtet auf Funktionstrainings. Es werden Maßnahmen vorgestellt, die auf integrativen und pädagogisch-entwicklungspsychologischen Ansätzen beruhen und direkt am mathematischen Lernentwicklungsstand des einzelnen Lernenden ansetzen.

Mein Vorgehen resultiert aus dem Wissen, das sich aus einer Synthese einschlägiger Tätigkeiten, einem universitären Studium der Mathematik und deren Didaktik, der Auseinandersetzung mit der fachbezogenen Literatur sowie der praktischen Arbeit als Berater und Therapeut von Schüler/innen mit Rechenschwierigkeiten und als Seminarleiter und Lehrbeauftragter ergab.

Die Aussagen dieses Buches basieren neben meinen persönlichen Erfahrungen auf allgemeinen pädagogisch-didaktischen Grundsätzen, wie sie in der einschlägigen Fachliteratur beschrieben und in der Schule im Regelunterricht eingesetzt werden bzw. eingesetzt werden sollten. Diese Grundsätze entsprechen in wesentlichen Zügen auch denjenigen, die bei Schüler/innen mit RS anzuwenden sind. Sie werden allerdings an entscheidenden Stellen modifiziert und ergänzt, soweit es mir im Hinblick auf die Bedürfnisse von Schüler/innen erforderlich erscheint. Die Grundsätze kommen also allen Lernenden zugute und dienen der Vermeidung von Rechenschwierigkeiten. An verschiedenen Stellen des Buches verwende ich sinngemäße Aussagen aus meinen bisherigen Veröffentlichungen, ohne immer ausdrücklich darauf hinzuweisen.

Im Laufe meiner Tätigkeit habe ich auch Erfahrungen gesammelt, die im Gegensatz zu denen anderer Fachleute stehen. Ich vertrete beispielweise die Ansicht, dass vor allem Schüler/innen mit RS das halbschriftliche Rechenverfahren – d.h. das Rechnen mit Zahlen – verstehen und beherrschen müssen, ehe sie zum schriftlichen Verfahren – d.h. zum Rechnen mit Ziffern – übergehen. Nur so kann es auch ihnen gelingen, Aufgaben zu den Grundrechenarten verständnisvoll und nicht nur mechanisch zu lösen. Obwohl dieser Weg für das einzelne Kind meist mit größerem Aufwand verbunden ist, eröffnet sich ihm dadurch die Möglichkeit, Text- und Sachaufgaben selbstständig lösen zu können.

Zum Aufbau des Buchs: Es beginnt im ersten Kapitel mit allgemeinen Fragestellungen, zu denen die Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts in deutschen Grundschul- und Sekundarstufe I -Klassen gehören, erläutert die Begriffe »Rechenschwäche« bzw. »Dyskalkulie« und stellt Ansätze aus der entwicklungspsychologischen Forschung vor. Ein abschließender Abschnitt erläutert kurz, ob Erkenntnisse aus der Neurodidaktik hilfreich bei der Förderung sein können. Das zweite Kapitel ist dem Thema »Ansätze zum Erkennen von Rechenschwierigkeiten« gewidmet und beschreibt die bekanntesten unterschiedlichen Diagnoseverfahren. Ausgehend von Ginsburgs Schlüsselbereichen mathematischen Lernens wird ein Beratungsgespräch nach dem FIT-Konzept beschrieben. Das nächste Kapitel betrifft allgemeine Ansätze zum Überwinden von Rechenschwierigkeiten und beschreibt Förderansätze wie das bereits erwähnte FIT-Konzept (»Frankfurter integratives Therapiekonzept«, Zimmermann 2005).

Die Kapitel vier und fünf beschreiben ausführlich die Hürden, die den Erwerb mathematischer Kompetenzen in der Grundschule und in der Sekundarstufe/Förderstufe behindern und wie sie durch eine schulische und/oder außerschulische Förderung überwunden werden können. Weil hier natürlich nicht der gesamte mathematische Unterrichtsstoff mit seinen Schwierigkeiten bis zur sechsten Klasse angesprochen werden kann, werden nur diejenigen Stoffgebiete behandelt, die nach meiner Erfahrung die größten Hürden darstellen. Sie entstehen vorwiegend bei der Einführung der einzelnen mathematischen Stoffgebiete. Dabei werden nicht nur einschlägige Forschungsergebnisse verschiedener Verfasser zusammengetragen und kommentiert, sondern auch die Ergebnisse meiner eigenen Untersuchungen und Beobachtungen dargestellt. Zahlreiche Fallbeispiele aus meiner Praxis mit Schüler/innen ergänzen meine Ausführungen, die im Einzelnen beschrieben werden. Abschließend werden im sechsten Kapitel in zusammengefasster Form Leitlinien für die schulische und außerschulische Förderung gegeben.

Notizen

Kapitel I

Allgemeine Fragestellungen

Nachfolgend fasse ich die allgemeinen Rahmenbedingungen zusammen, die sich in den letzten Jahren aufgrund der internationalen und nationalen Vergleichsstudien sowie der, von der Kultusministerkonferenz (KMK) veröffentlichten, Bildungsstandards und den Erwartungen bezüglich der Methodenkompetenz für die Lehrenden und Lernenden im mathematischen Bereich ergeben haben. Die Bildungsstandards im Primarbereich werden in einem Fallbeispiel ausführlich diskutiert. Daran schließen sich Überlegungen zur Begriffsbildung und Ursachenforschung an, die im Zusammenhang mit den weitverbreiteten Bezeichnungen »Rechenschwäche«/»Dyskalkulie« stehen und die sich von der in diesem Buch durchgehend verwendeten Bezeichnung »Rechenschwierigkeiten« (RS) abheben. Zum besseren Verständnis der hier vertretenen Vorgehensweise bei der Förderung von Schüler/innen werden die wichtigsten theoretische Ansätze zur mathematischen Denkentwicklung im Einzelnen dargestellt und Möglichkeiten der Verringerung von Lernschwierigkeiten nach Case (1999) beschrieben. In den letzten beiden Abschnitten wird erläutert, weshalb Funktionstrainings und bisherige Erkenntnisse aus der Neurodidaktik bei RS nicht weiterhelfen.

1. Zu den Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts

1.1 Internationale Vergleichsstudien und Folgerungen

Große öffentliche Aufmerksamkeit erhielten die unbefriedigenden Leistungen deutscher Schüler/innen der siebten und achten Klassenstufe, als sie erstmals an einer internationalen Vergleichsstudie in Mathematik teilnahmen. Die Ergebnisse der »TIMS«-Studie (*Third International Mathematics and Science*) 1995 zeigten, dass die Leistungen im Sekundarstufenbereich in Mathematik – im Vergleich zu Gleichaltrigen anderer Länder – nur durchschnittlich waren. Es zeigten sich Mängel »vor allem im Bereich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen [...], denen eine zentrale Bedeutung beim Aufbau mathematischen Verständnisses zukommt [...]«. Bessere Ergebnisse wurden bei Aufgaben erzielt, bei denen es mehr auf die Anwendung eingeübten Regelwissens ankam (Walther/Granzer 2009, S. 108)

Eine Folgerung aus der 1997 veröffentlichten »TIMS«-Studie war in Deutschland die Einrichtung eines Bund-Länder-Kommission-Modellversuchsprogramms zur Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts (*SINUS*), das sich zunächst auf die Sekundarstufe I konzentrierte. Die Weiterentwicklung des Modellversuchs ist das Programm *SINUS-Transfer*, das in Programmwellen durchgeführt wurde. Daran beteiligten sich 13 Bundesländer. Erweitert wurde das Programm um den Schwerpunkt »SINUS an Grundschulen« (*SINUS-Transfer Grundschule* 2004). Seit 2007 wird die Organisation von den einzelnen Bundesländern dezentral vorgenommen (www.sinus-transfer.de). Schwerpunkte des Programms werden in einzelnen Modulen behandelt. So heißt das Modul G 4 des *SINUS-Transfers Grundschule* »Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern« (Schipper 2005). Darin erläutert Schipper an einem Fallbeispiel ausführlich seine Erfahrungen mit Rechenstörungen. Als Symptome dafür benennt er unter anderem Links-Rechts-Unterscheidung und Intermodalitätsprobleme. Gut nachvollziehbar sind die von ihm festgestellten Probleme, die sich durch das zählende Rechnen bei Grundschüler/innen ergeben. Wenig ermutigend ist seine Bilanz: »Unter den gegebenen schulischen Rahmenbedingungen wird diese Ablösung vom zählenden Rechnen bei solchen Kindern, die bereits ganz tief in den Brunnen gefallen sind, sicher noch schwieriger zu erreichen sein als in unserer Beratungsstelle, in der Einzelförderung stattfinden kann« (Schipper 2005, S. 56).

Die erste internationale Vergleichsstudie im Grundschulbereich war 2001 die »IGLU-E«-Studie (*Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung*), die in Deutschland für zwölf Bundesländer um die Bereiche »Mathematik« und »Naturwissenschaften« ergänzt wurde. Hierzu erläutert Walther: »Mit den bei IGLU-E erhobenen Leistungsdaten in Mathematik versuchen wir, nachträglich die deutschen Schülerleistungen in