

Aktuelle Forschung Medizintechnik –  
Latest Research in Medical Engineering

RESEARCH

Svitlana Ens

# Bewegungsdetektion und -korrektur in der Transmissions- Computertomographie

 Springer Vieweg

---

# **Aktuelle Forschung Medizintechnik – Latest Research in Medical Engineering**

**Editor-in-Chief:**

Th. M. Buzug, Lübeck, Deutschland

Unter den Zukunftstechnologien mit hohem Innovationspotenzial ist die Medizintechnik in Wissenschaft und Wirtschaft hervorragend aufgestellt, erzielt überdurchschnittliche Wachstumsraten und gilt als krisensichere Branche. Wesentliche Trends der Medizintechnik sind die Computerisierung, Miniaturisierung und Molekularisierung. Die Computerisierung stellt beispielsweise die Grundlage für die medizinische Bildgebung, Bildverarbeitung und bildgeführte Chirurgie dar. Die Miniaturisierung spielt bei intelligenten Implantaten, der minimalinvasiven Chirurgie, aber auch bei der Entwicklung von neuen nanostrukturierten Materialien eine wichtige Rolle in der Medizin. Die Molekularisierung ist unter anderem in der regenerativen Medizin, aber auch im Rahmen der sogenannten molekularen Bildgebung ein entscheidender Aspekt. Disziplinen übergreifend sind daher Querschnittstechnologien wie die Nano- und Mikrosystemtechnik, optische Technologien und Softwaresysteme von großem Interesse.

Diese Schriftenreihe für herausragende Dissertationen und Habilitationsschriften aus dem Themengebiet Medizintechnik spannt den Bogen vom Klinikingenieurwesen und der Medizinischen Informatik bis hin zur Medizinischen Physik, Biomedizintechnik und Medizinischen Ingenieurwissenschaft.

**Editor-in-Chief:**

Prof. Dr. Thorsten M. Buzug  
Institut für Medizintechnik,  
Universität zu Lübeck

**Editorial Board:**

Prof. Dr. Olaf Dössel  
Institut für Biomedizinische Technik,  
Karlsruhe Institute for Technology

Prof. Dr.-Ing. Tim C. Lüth  
Micro Technology  
and Medical Device Technology,  
TU München

Prof. Dr. Heinz Handels  
Institut für Medizinische Informatik,  
Universität zu Lübeck

Prof. Dr.-Ing. Dietrich Paulus  
Institut für Computervisualistik,  
Universität Koblenz-Landau

Prof. Dr.-Ing. Joachim Hornegger  
Lehrstuhl für Mustererkennung,  
Universität Erlangen-Nürnberg

Prof. Dr.-Ing. Bernhard Preim  
Institut für Simulation und Graphik,  
Universität Magdeburg

Prof. Dr. Marc Kachelrieß  
German Cancer Research  
Center, Heidelberg

Prof. Dr.-Ing. Georg Schmitz  
Lehrstuhl für Medizintechnik,  
Universität Bochum

Prof. Dr. Edmund Koch  
Klinisches Sensoring und Monitoring,  
TU Dresden

---

Svitlana Ens

# Bewegungsdetektion und -korrektur in der Transmissions- Computertomographie

Svitlana Ens  
Lübeck, Deutschland

Dissertation Universität zu Lübeck, 2014

ISBN 978-3-658-07692-4      ISBN 978-3-658-07693-1 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-658-07693-1

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Fachmedien Wiesbaden ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media ([www.springer.com](http://www.springer.com))

# Vorwort des Reihenherausgebers

Das Werk Bewegungsdetektion und -korrektur in der Transmissions-Computertomographie von Dr. Svitlana Ens ist der 17. Band der Reihe exzellenter Dissertationen des Forschungsbereiches Medizintechnik im Springer Vieweg Verlag. Die Arbeit von Dr. Ens wurde durch einen hochrangigen wissenschaftlichen Beirat dieser Reihe ausgewählt. Springer Vieweg verfolgt mit dieser Reihe das Ziel, für den Bereich Medizintechnik eine Plattform für junge Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler zur Verfügung zu stellen, auf der ihre Ergebnisse schnell eine breite Öffentlichkeit erreichen.

Autorinnen und Autoren von Dissertationen mit exzellentem Ergebnis können sich bei Interesse an einer Veröffentlichung ihrer Arbeit in dieser Reihe direkt an den Herausgeber wenden:

Prof. Dr. Thorsten M. Buzug  
Reihenherausgeber Medizintechnik

Institut für Medizintechnik  
Universität zu Lübeck  
Ratzeburger Allee 160  
23562 Lübeck

Web: [www.imt.uni-luebeck.de](http://www.imt.uni-luebeck.de)  
Email: [buzug@imt.uni-luebeck.de](mailto:buzug@imt.uni-luebeck.de)

# Geleitwort

Das vorliegende Werk *Bewegungsdetektion und -korrektur in der Transmissions-Computertomographie* fasst die Forschungsarbeiten am Institut für Medizintechnik der Universität zu Lübeck im Bereich der Computertomographie zusammen. Es behandelt insbesondere die Methoden der Bildverbesserung bei CT-Aufnahmen mit inkonsistenten Projektionsdaten. Hierbei werden durch Bewegungen des zu untersuchenden Objektes Störungen in den rekonstruierten Bildern verursacht, die die medizinisch-diagnostische Beurteilung stark beeinträchtigen oder sogar unmöglich machen.

Die Computertomographie (CT) stellt das Verfahren dar, das als erstes axiale überlagerungsfreie Schnittbilder aus dem menschlichen Körper erzeugen konnte, ohne ihn dafür aufschneiden zu müssen. Diese neue Technik war in den siebziger Jahren des letzten Jahrhunderts ein enormer Schritt innerhalb der diagnostischen Möglichkeiten der Medizin. Artefakte in der CT sind Bildfehler die durch die Art der Rekonstruktion – das ist heute in der Praxis die gefilterte Rückprojektion (FBP) – oder durch den Einsatz spezieller Technologien oder Anordnungen bei der Messwerterfassung entstehen. Die Kenntnis der Ursachen von Artefakten ist die Voraussetzung für Gegenmaßnahmen. Diese Gegenmaßnahmen sind umso wichtiger, da es in der Natur der gefilterten Rückprojektion liegt, Artefakte über das gesamte Bild zu verschmieren.

Das Werk von Svitlana Ens behandelt die Problematik der Patientenbewegungen während einer CT-Akquisition. Es wird ausgeführt, dass insbesondere bei Dental-CT-Akquisition das Auftreten der Patientenbewegungen ein großes Problem darstellt. Dabei ist es so, dass Kopfbewegungen eines Patienten durch mehrere spezifische Aspekte der Dental-CTs wie Konstruktionsweise, lange Akquisitionszeit oder auch die aufrechte Position der Patienten während der Akquisition begünstigt werden. Ein Dental-CT weist eine Reihe von Eigenschaften auf, die dazu führen, dass die bekannten Methoden der Bewegungsdetektion und -korrektur nicht angewendet werden können.

Frau Ens entwickelte Verfahren, mit denen sowohl die Detektion der Bewegungspunkte als auch die Korrektur der Bewegungsartefakte trotz der besonderen Eigenschaften des verwendeten Dental-CTs möglich ist. Die vorgestellten Methoden können aber auch für die Detektion und Korrektur rigider Bewegungen bei anderen CT-Typen verwendet werden.

Die mathematische Ursache für die Bewegungsartefakte ist die Inkonsistenz der Projektionswerte aus unterschiedlichen Richtungen während einer Aufnahme. Artefakte verlaufen oft streifenartig durch das ganze Bild. Dies hat seine geometrische Ursache in der gefilterten Rückprojektion, die die fehlerhaften Werte über das gesamte Bild verschmiert. Wie oben bereits erwähnt kann die diagnostische Beurteilung dadurch erschwert werden bzw. in einigen Fällen nicht mehr durchführbar sein und im schlimmsten Fall zu einer Fehldiagnose führen. Aus diesem Grund besteht ein großes Interesse in der Reduktion der Bewegungsartefakte.

Prof. Dr. Thorsten M. Buzug  
Institut für Medizintechnik  
Universität zu Lübeck

# Kurzfassung

In dieser Arbeit wurde die Problematik der Patientenbewegungen während einer CT-Akquisition behandelt. Insbesondere bei Dental-CT-Akquisition stellt das Auftreten der Patientenbewegungen ein großes Problem dar. Die Kopfbewegungen eines Patienten werden durch mehrere spezifische Aspekte der Dental-CTs wie Konstruktionsweise, lange Akquisitionszeit, aufrechte Position der Patienten während der Akquisition usw. begünstigt. Ein Dental-CT weist eine Reihe von Eigenschaften auf, die dazu führen, dass die bekannten Methoden der Bewegungsdetektion und -korrektur nicht angewendet werden können. Im Rahmen dieser Arbeit wurden eine Reihe von Verfahren entwickelt, mit denen sowohl die Detektion der Bewegungspunkte als auch die Korrektur der Bewegungsartefakte trotz der besonderen Eigenschaften des verwendeten Dental-CTs möglich ist. Die vorgestellten Methoden können aber auch für die Detektion und Korrektur rigider Bewegungen bei anderen CT-Typen verwendet werden.

In dieser Arbeit wurde die Bestimmung der Bewegungspunkte als Ausreißer der Distanzmaßwerte entwickelt. Mit der vorgestellte Vorgehensweise können sowohl abrupte als auch längere Bewegungen mit höherem Bewegungsinkrement detektiert werden. Außerdem wurde gezeigt, wie mit Hilfe eines Metallmarkers die Bewegungsdetektion mit hohem Zuverlässigkeitsgrad durchgeführt werden kann. Besonders im Fall von sonst schwer zu detektierenden langsamen Bewegungen sind die Detektionsergebnisse bei Verwendung eines Metallmarkers sehr gut. Zusätzlich wurde untersucht, ob die Ermittlung der stattgefundenen 2D-Bewegung zwischen den Projektionen, die den unterschiedlichen Objektpositionen entsprechen, mit Hilfe von Registrierung, Optische Fluss oder landmarkenbasierten Registrierung möglich ist. Durch den Vergleich der Projektionen der Bewegungsvektoren der 3D-Bewegungen mit den ermittelten planaren Bewegungen können viele Bewegungen ausgeschlossen werden, was sowohl die Geschwindigkeit der Korrektur als auch die Güte der Korrektur positiv beeinflusst.

Ein neuer Ansatz der Bewegungskorrektur wurde vorgestellt, bei welchem die Ermittlung der Bewegungsparameter durch Minimieren einer Funktion stattfindet, welche die Anzahl der Bewegungsartefakte einer Rekonstruktion widerspiegelt. In dieser Arbeit stand vor allem die Identifizierung der dafür verwendbaren Maße im Fokus. Durch Verwendung von drei Maße konnten gute Korrekturergebnisse erzielt werden (mehr als 20 wurden getestet). Zusätzlich wurde die Verwendung eines

Metallmarkers zur Bewegungskorrektur getestet. Dafür wurden mehrere referenzbasierten Metriken und referenzfreie Maße getestet.

Alle in dieser Arbeit entwickelten Methoden wurden an realen Daten getestet. Dabei wurden Akquisitionen eines Dental-CTs verwendet. Um die Aussagen über die Richtigkeit der ermittelten Bewegungspunkte und Bewegungsprojektion testen zu können, wurden ein Roboterarm und ein anthropomorphes Kopfphantom verwendet.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen der Computertomographie</b>	<b>7</b>
2.1	Parallelstrahlgeometrie . . . . .	9
2.2	Fächerstrahlgeometrie . . . . .	13
2.3	Kegelstrahlgeometrie . . . . .	15
2.4	FDK-Algorithmus für planare Detektoren . . . . .	17
2.5	Bewegungsartefakte in der Computertomographie . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Dental-CT</b>	<b>25</b>
3.1	Technische Realisierung . . . . .	26
3.2	Diskretisierung und Rückprojektion . . . . .	28
3.3	Projektionsmatrix und deren Bestimmung . . . . .	33
3.4	Rekonstruktion mit Projektionsmatrizen . . . . .	37
3.5	Spezielle Herausforderungen eines Dental-CT . . . . .	39
3.5.1	Short-Scan Geometrie . . . . .	40
3.5.2	Begrenztes FOV . . . . .	44
3.6	Details der Implementierung des FDK-Algorithmus für das Galileos Dental-CT . . . . .	51
3.7	Vorwärtsprojektion . . . . .	53
3.8	Bewegung in der Dental-CT: Eingrenzung des Problems . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Bisherige Arbeiten zur Bewegungsdetektion und Bewegungskorrektur</b>	<b>61</b>
4.1	Verwendung externer Sensoren . . . . .	63
4.2	Bewegungsdetektion basierend auf Konsistenzbedingungen . . . . .	65
4.3	Sinogrammbasierte Verfahren . . . . .	66
4.4	Vergleichen der aufeinanderfolgenden Projektionen . . . . .	69
4.5	Verwendung der Vorwärtsprojektion . . . . .	70
4.6	Verwendung mehrerer Metallmarker . . . . .	73
<b>5</b>	<b>Erstellung einer Datenbank mit Bewegungsartefakten</b>	<b>77</b>
5.1	Durchführung der Datenerstellung . . . . .	78

5.2	Ergebnisse . . . . .	79
5.3	Simulierte Daten . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Detektion der Bewegungspositionen</b>	<b>89</b>
6.1	Bewegungspositionen Detektion mit referenzbasierten Metriken . .	91
6.1.1	Vorgehensweise . . . . .	91
6.1.2	Referenzbasierte Metriken . . . . .	94
6.1.3	Ergebnisse und Diskussionn . . . . .	106
6.2	Beschränkung des Raumes möglicher Bewegungen . . . . .	113
6.2.1	Massezentrum und landmarkenbasierte Registrierung . . . .	113
6.2.2	Grauwertbasierte Registrierung . . . . .	119
6.2.3	Optischer Fluss . . . . .	129
6.2.4	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	141
6.3	Verwendung eines Markers . . . . .	147
6.3.1	Vorgehensweise der Bewegungsdetektion . . . . .	148
6.3.2	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	161
6.4	Zusammenfassung . . . . .	170
<b>7</b>	<b>Bewegungskorrektur</b>	<b>173</b>
7.1	Verwendung der Vorwärtsprojektion . . . . .	174
7.1.1	Vorgehensweise . . . . .	174
7.1.2	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	188
7.2	Korrektur basierend auf der Rekonstruktion eines Metallmarkers . .	195
7.2.1	Verwendung eines Referenzvolumens . . . . .	195
7.2.2	Referenzfreie Maße . . . . .	198
7.2.3	Ergebnisse . . . . .	199
7.3	Korrekturen durch Beurteilung der Stärke der Bewegungsartefakte .	201
7.3.1	Vorgehensweise . . . . .	204
7.3.2	Referenzlose Maße . . . . .	205
7.3.3	Ergebnisse . . . . .	212
7.4	Zusammenfassung . . . . .	228
<b>8</b>	<b>Diskussion</b>	<b>231</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	231
8.2	Ausblick . . . . .	233
<b>9</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>235</b>

# 1

## Einleitung

Die Computertomographie (computerized tomography, CT) ist ein in der Medizintechnik seit vielen Jahren etabliertes Verfahren. Dabei wird Röntgenstrahlung verwendet, um Schichtbilder des zu untersuchenden Objektes zu erstellen. Seit der technischen Realisierung eines ersten Computertomographen in den 70er Jahren hat sich die Technologie, die 1979 mit einem Nobelpreis für Godfrey Hounsfield und Allan McLeod Cormack gewürdigt wurde, sprunghaft weiterentwickelt. Sowohl die technische Entwicklung, wie die Verwendung von mehrzeiligen Detektoren oder der Einsatz von spiralförmigen Trajektorien bei der Akquisition, als auch die Entwicklung von verbesserten Rekonstruktionsverfahren führten dazu, dass es heutzutage möglich ist, ein Volumen (mehrere Schichtbilder) in akzeptabler Zeit und guter Qualität zu erhalten. Die bekannteste Form der Tomographie, die in der klinischen Praxis für diagnostische Zwecke verwendet wird, ist die Ganzkörper-CT. In letzter Zeit ist weiterhin das Interesse im Bereich der nicht-invasiven Untersuchung von Kleintieren und der Materialprüfung und -analyse deutlich gestiegen. Solche Anwendungen benötigen eine höhere Auflösung als klinische CTs. Dies zeichnet ein Micro-CT (oft wird die Bezeichnung  $\mu$ CT verwendet) aus. Auch Dental-CTs haben höhere Auflösungen als klinische CTs. Sowohl Micro-CTs als auch Dental-CTs sind für spezielle Anwendungsgebiete ausgelegt und weisen damit besondere Eigenschaften auf.

Verschiedene physikalische Effekte können allerdings die Qualität der rekonstruierten Schichtbilder negativ beeinflussen. Die Störungen in den rekonstruierten Daten werden als Artefakte bezeichnet. Die Ursachen für die Entstehung der Bildartefakte sind vielfältig. In dieser Arbeit werden die Bildstörungen behandelt, die durch die Bewegung des zu untersuchenden Objektes entstehen. Dass es durch

die Objektbewegung zu Artefakten in rekonstruierten Bildern kommt, liegt an der Art, wie die Daten akquiriert und zu einem Schichtbild rekonstruiert werden: Die Röntgenstrahlen durchdringen das Objekt und verlieren in Abhängigkeit von der Schwächungseigenschaft der durchdrungenen Materie unterschiedlich stark an Intensität. Die Schwächungsprofile werden auf der Austrittsseite gemessen. Dabei entsteht ein konventionelles Röntgenbild (genannt Projektion). Bei einer Projektion gehen die Informationen über die räumliche Verteilung der Schwächungseigenschaften entlang der Strahlen verloren. Die dreidimensionale Position der Schwächungskoeffizienten des Objektes wird auf die zweidimensionale Position auf dem Detektor abgebildet. Um verlorene Information wiederzugewinnen, werden mehrere Aufnahmen des Objektes aus unterschiedlichen Richtungen erstellt. Jedes Projektionsbild enthält die Information über die Verteilung der Schwächungskoeffizienten des Objektes in einer zum Detektor parallelen Fläche. Durch die Aufnahme der Projektionsbilder aus verschiedenen Richtungen können unterschiedliche Ortsinformationen gewonnen werden. So kann aus den mehreren Projektionsbildern die räumliche Verteilung der Schwächungskoeffizienten rekonstruiert werden. Wenn sich das zu untersuchende Objekt während der Aufnahme bewegt hat, enthalten die Projektionsbilder widersprüchliche Informationen über die Positionen der Schwächungskoeffizienten. Entsprechend führt die Verwendung solcher inkonsistenten Daten zu fehlerhaften Rekonstruktionen, die Bildstörungen (Bewegungsartefakte) aufweisen.

Wenn während der Rekonstruktion eine falsche Annahme über die Projektionsrichtungen getroffen wird, entstehen ebenfalls Artefakte, welche den durch die Bewegung des zu untersuchenden Objektes entstandenen ähnlich sind. Wenn z. B. vorausgesetzt wird, dass die Quelle und der Detektor sich auf einer kreisförmigen Trajektorie um das zu untersuchende Objekt bewegen, während die Umlaufbahn des Quelle-Detektor-Systems aus Konstruktionsgründen von dieser Trajektorie abweicht. Wenn solche Abweichungen während der Rekonstruktion nicht berücksichtigt werden, stimmen die verwendeten Projektionsrichtungen nicht mit den tatsächlichen überein. Folglich wird die Information über die Verteilung von Schwächungskoeffizienten nicht adäquat verwendet. Es entstehen Artefakte in den rekonstruierten Bildern, die den durch die Bewegung des untersuchten Objektes ähnlich sind. Jede Bewegung des Objektes entspricht demnach der Veränderung der Positionen der Röntgenquelle und des Detektors. Bei einer Bewegung des Objektes kann also angenommen werden, dass die Position des Objektes während der Akquisition fest ist, die Position des Quelle-Detektor-Systems sich aber von der durch die CT-Geometrie festgelegten abweicht. Solche Sichtweise hat folgenden Vorteil: Wenn der korrekte Verlauf der Röntgenstrahlung durch das Objekt bekannt ist bzw. ermittelt wird, kann die Bewegungskorrektur durch die Rekonstruktion mit der Verwendung der korrekten Projektionsrichtungen durchgeführt werden. Obwohl dies nur bei rigiden Bewegungen des zu untersuchenden Objektes der Fall ist, bietet eine solche Be-

trachtungsweise vor allem bei den Akquisitionen der Dental- oder Micro-CTs eine schnelle Möglichkeit der Bewegungskorrektur, da gerade rigide Bewegungen bei diesen CT-Typen im Vordergrund stehen.

In den Rekonstruktionen, die mit Bewegungsartefakten behaftet sind, können relevante Strukturen verwischt oder von den anderen Strukturen überlagert sein. Die kleineren Bewegungen des zu untersuchenden Objektes führen zum Verlust von Schärfe der Schichtbilder. Die größeren Bewegungen können dagegen die Verwendbarkeit der Messdaten beschränken und dazu führen, dass solche bewegungsgestörten CT-Aufnahmen für diagnostische Zwecke nicht nutzbar sind.

Insbesondere bei Dental-CT-Akquisition stellt das Auftreten der Patientenbewegungen ein großes Problem dar. Selbst bei einem gesunden, kooperativen Patienten können kleine Bewegungen auftreten. Bei der Anwendung von Dental-CTs in der Gesichtschirurgie ist die Wahrscheinlichkeit für durch Schmerzen verursachte Bewegungen entsprechend höher. Die Kopfbewegungen eines Patienten werden durch mehrere spezifische Aspekte der Dental-CTs wie Konstruktionsweise, lange Akquisitionszeit, aufrechte Position der Patienten während der Akquisition usw. begünstigt (mehr dazu in Abschnitt 3.8). Zwar werden die Bewegungen durch die Verwendung einer Bissfixierung teilweise begrenzt, diese ist aber weder angenehm für die Patienten noch können dadurch die Bewegungen zuverlässig unterdrückt werden. Wenn Artefakte durch die Bewegung des Patienten oder des zu untersuchenden Objektes entstanden sind, wird typischerweise die Datenakquisition wiederholt. Insbesondere bei älteren Patienten, Kindern oder Patienten mit bestimmten Krankheiten kann nicht gewährleistet werden, dass während der wiederholten Aufnahme keine Bewegungen stattfinden werden. Durch die Verwendung der Bewegungskorrekturmethode kann eine Verbesserung der Bildqualität erreicht werden, die weder die Erhöhung der vom Patienten aufgenommenen Dosis noch eine zusätzliche Arzt-Gerät-Interaktion in Anspruch nimmt.

Nachdem im Kapitel 2 die Grundlagen der Computertomographie und der Bildrekonstruktion beschrieben werden, wird im Kapitel 3 auf die Besonderheiten des verwendeten Dental-CT und auf die damit verbundenen, bei der Bildrekonstruktion zu berücksichtigten Aspekte eingegangen. Mehrere existierende Methoden der Bewegungsdetektion und -korrektur werden im Kapitel 4 vorgestellt und deren Verwendbarkeit für die Dental-CTs diskutiert. Da keine der Methoden den spezifischen Anforderungen des verwendeten Dental-CTs genügt wurden im Rahmen dieser Arbeit mehrere Methoden entwickelt, die sowohl die Besonderheiten des verwendeten Dental-CTs berücksichtigen als auch für die Korrektur der rigiden Objektbewegungen allgemeingültig sind.

Alle in dieser Arbeit entwickelten Methoden wurden an realen Daten getestet. Dabei wurden Akquisitionen eines Dental-CTs verwendet. Um die Aussagen über die Richtigkeit der ermittelten Bewegungspunkte und Bewegungsprojektion testen zu

können, wurden ein Roboterarm und ein anthropomorphes Kopfphantom verwendet. Darüber wurde in [EBU<sup>+</sup>09] berichtet. Es wurde eine Datenbank der Projektionen erstellt, die es erlaubt die Akquisitionen mit den vorbestimmten Bewegungspunkten und Bewegungsrichtungen und -stärken zu erschaffen (mehr dazu in Kapitel 5).

Alle in dieser Arbeit vorgeschlagenen Methoden bestehen aus zwei Schritten. Im ersten Schritt werden die Bewegungspunkte innerhalb einer Akquisition ermittelt (Kapitel 6). Die aufeinander folgenden Projektionen werden in der Reihenfolge ihrer Akquisition mit einander verglichen, um zu detektieren, zwischen welchen Projektionen sich die Position des Objektes verändert hat. Die Bewegung eines Objektes während der Akquisition einer Projektion kann wegen der sehr kurzen Akquisitionszeit vernachlässigt werden. Bei langen Bewegungen, die sich über mehrere Projektionen erstrecken, ist es wichtig, mindestens eine Bewegungsstelle zwischen zwei in die Bewegung involvierten Projektionen zu erkennen. Acht Distanzmaße wurden getestet, um die beste Detektionsrate zu erhalten. Die Bestimmung der Bewegungspunkte als Ausreißer der Distanzmaßwerte wurde ebenfalls in dieser Arbeit entwickelt und in [EB09] vorgestellt. Wenn die Bewegungspunkte bekannt sind, werden Projektionen nach der Position des Objektes in verschiedene Gruppen aufgeteilt, deren Projektionen der gleichen Position des Objektes entsprechen. Das hier entwickelte Verfahren für die Ermittlung der Bewegungspunkte kann auch für andere in der Literatur beschriebene Methoden der Bewegungskorrektur verwendet werden.

Zusätzlich wurde untersucht, ob durch die Ermittlung der stattgefundenen 2D-Bewegung zwischen den Projektionen, die den unterschiedlichen Objektpositionen entsprechen, einige Bewegungsarten bei der anschließenden Bewegungskorrektur ausgeschlossen werden können. Da die dadurch ermittelten Bewegungen lediglich die Projektionen der stattgefundenen Bewegung auf die Projektionsflächen sind, kann keine eindeutige Aussage über die 3D-Bewegung gemacht werden. Durch den Vergleich der Projektionen der Bewegungsvektoren der 3D-Bewegungen mit den ermittelten planaren Bewegungen können viele Bewegungen ausgeschlossen werden, was sowohl die Geschwindigkeit der Korrektur als auch die Güte der Korrektur (durch Vermeidung der Bestimmung eines lokalen Minimums der minimierenden Funktion) positiv beeinflusst. Wie im Abschnitt 6.2 gezeigt wird, liefert sowohl die Registrierung der Projektionen als auch der optische Fluss verwendbare Informationen über die Bewegungsprojektion.

Im zweiten Schritt wird die korrekte Projektionsrichtung, welche dem tatsächlichen Strahlenverlauf durch das Objekt und nicht der festgelegten Geometrie entspricht, durch Minimierung einer Funktion, die für eine Rekonstruktion ohne Bewegungsartefakte ein Minimum aufweist, ermittelt. Da die Verwendung der gemessenen Projektionen als Referenz bei dem verwendeten Dental-CT aus mehreren Gründen nicht möglich ist, wie im Abschnitt 7.1 gezeigt wird, können die auf der Nutzung

von Vorwärtsprojektion basierenden Methoden des Stands der Wissenschaft in deren ursprünglicher Form nicht verwendet werden. Im Abschnitt 7.1 wurden aber mehrere Modifikationen solcher Methoden vorgestellt, die auf der gleichen Idee basieren, aber die Verwendung eines Metallmarkers vorsehen. Während die gängigen, auf der Verwendung von Markern basierenden Bewegungskorrekturmethode vier und mehr Metallmarker benötigen, kann mit den hier beschriebenen Methoden eine sehr gute Bewegungsdetektion (Abschnitt 6.3) und Korrektur (Abschnitte 7.1 und 7.2) durch die Verwendung eines einzigen Metallmarkers erreicht werden.

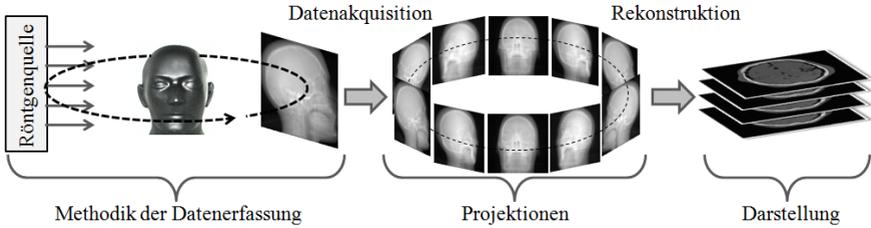
Da die Verwendung eines Metallmarkers eine zusätzliche Arzt-Patient-Interaktion benötigt und zu Metallartefakten in rekonstruierten Bildern führt, steht vor allem die referenzfreie Beurteilung der Rekonstruktionsqualität (in Hinsicht auf die Anzahl der Bewegungsartefakte) im Fokus dieser Arbeit (Abschnitt 7.3). Mehr als 35 referenzfreie Maße wurden auf deren Anwendbarkeit für die Beurteilung der Stärke der Bewegungsartefakte und damit deren Verwendbarkeit für die Bewegungskorrektur getestet. Die ersten Ergebnisse wurden bereits in [EJHB10] vorgestellt. Die Maße wurden sowohl auf die Schichtbilder selber als auch deren Gradienten angewendet. Zwar ist diese Methode zeitaufwändiger, als die vorgeschlagenen auf der Verwendung eines Metallmarkers basierenden Methoden, aber sie ist schneller als die Methoden des Stands der Wissenschaft, welche Vorwärtsprojektionen des Volumens verwenden. Es wurde gezeigt, dass die vorgeschlagene Methode zur Bewegungskorrektur verwendet werden kann und auch ohne besondere Optimierung, wobei auf manche mögliche Verbesserungen im Abschnitt 8.2 hingewiesen wurde, gute Ergebnisse liefert.

# 2

## Grundlagen der Computertomographie

Die Aufgabe der Bildrekonstruktion in der Computertomographie stellt ein so genanntes inverses Problem dar: Aus den Messungen eines durch Materie geschwächten Röntgenstrahls (Wirkung) soll auf den örtlichen Verlauf der Röntgen-Absorption (Ursache) geschlossen werden [Lou89, Nat01, NW01]. Die physikalischen Grundlagen der Computertomographie basieren auf der Wechselwirkung von Röntgenstrahlung und Materie. Da der Schwerpunkt der Arbeit in der Reduzierung von Artefakten liegt, die nicht durch die Physik des röntgentomographischen Aufnahmeverfahrens bedingt sind, wird auf die physikalischen und technischen Grundlagen der Röntgentechnik nicht eingegangen. Diese können den Standardwerken wie [Hal95, BS96a, BS96b] entnommen werden. Auch die Beschreibung der mathematischen Rekonstruktionsmethoden ist im Folgenden auf die wesentlichen Punkte und die für diese Arbeit relevanten Algorithmen beschränkt. Eine ausführliche Darstellung der Rekonstruktionsalgorithmen ist z. B. in [KS88, Nat01] zu finden.

Dank dem großen Durchdringungsvermögen der Röntgenstrahlen und deren materialspezifischen Abschwächung, entsteht beim Durchstrahlen eines Objektes aus einer Richtung ein Schattenbild der inneren Strukturen. Auf Grundlage eines Bildes kann jedoch nichts über die räumliche Verteilung der Abschwächungen gesagt werden, da nur die Summen der Schwächungskoeffizienten zur Verfügung stehen. Durch die Betrachtung eines Objektes von allen Seiten kann aber die Information über die dreidimensionale Verteilung der Strukturen gewonnen werden. Dies entspricht der Erstellung mehrerer Gleichungen, die die verschiedenen Kombinationen der gesuchten Schwächungskoeffizienten enthalten. Bei ausreichender Anzahl solcher



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Datenerfassung und der Lösung des inversen Problems.

Gleichungen aus unterschiedlichen Blickwinkeln kann das Gleichungssystem mit den Unbekannten Schwächungskoeffizienten  $\mu_k$  gelöst werden.

Die Idee ist also, Röntgenbilder des gleichen Objektes aus mehreren Richtungen zu erstellen, die für die Wiederherstellung der räumlichen Verteilung der Objektstrukturen verwendet werden können. Dafür werden die Röntgenquelle und der Detektor um das zu untersuchende Objekt auf einer, meist kreisförmigen Trajektorie rotiert. In den äquidistanten Winkelabschnitten  $\Delta\gamma$  werden die einzelnen Messungen der detektierten Intensitäten  $I_{\gamma_i}$  durchgeführt, wobei  $\gamma_i$  die Winkelposition des Quelle-Detektor-Systems auf deren Bewegungsbahn bezeichnet. Für die Rotation mit dem Winkelinkrement  $\Delta\gamma$  gilt  $\gamma_i = \gamma_1 + (i - 1)\Delta\gamma$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Damit werden die Schwächungskoeffizienten des Objektes entlang der Strahlen auf die Detektorfläche projiziert. Entsprechend werden die zu einem Aufnahmewinkel zugehörigen Messdaten als Projektionen bezeichnet. In Abbildung 2.1 ist diese Methodik der Datenerfassung schematisch dargestellt. Die dargestellten Projektionsdaten wurden aus verschiedenen um das Objekt verteilten Projektionsrichtungen gemessen.

Aus den Projektionssummen  $\{p_{\gamma_1}, p_{\gamma_2}, \dots, p_{\gamma_i}, \dots\}$  kann durch unterschiedliche Vorgehensweisen eine Lösung des inversen Problems bestimmt und dadurch die räumliche Verteilung der Schwächungskoeffizienten rekonstruiert werden (weitere Einzelheiten werden im Abschnitt über tomographische Rekonstruktionen beschrieben). Die Schwächungskoeffizienten werden in der Computertomographie meist in sogenannte CT-Zahlen umgerechnet und als Grauwerte kodiert, um die visuelle Darstellung des untersuchten Objektes zu ermöglichen. Der Wertebereich der CT-Zahlen umfasst 4096 Graustufen (-1024 HU bis +3071 HU). Das menschliche Auge ist jedoch nur in der Lage, etwa 40 bis maximal 100 Graustufen zu differenzieren. Deshalb bedient man sich bei der CT der so genannten Fensterung. Je nach Art der Anwendung wird ein Wertebereich der CT-Zahlen (Fenster) ausgewählt, dem der ganze Graustufenbereich des Bildes zugeordnet wird. Werte, die oberhalb des Fensters liegen, werden weiß dargestellt, Werte die unterhalb des Fensters liegen

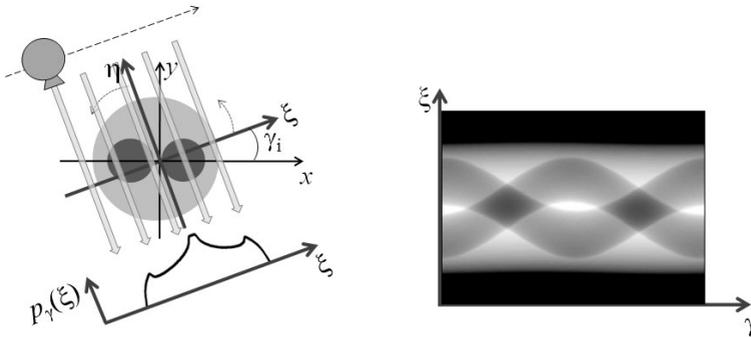
schwarz. Auf diese Weise erhält man eine Kontrastanhebung, die umso stärker ist, je enger das Fenster ist.

In der Regel setzt sich eine 3D-Rekonstruktion aus Einzelschnitten zusammen, die quer durch das Objekt verlaufen (Schnittbildverfahren). So kann für jedes Volumenelement des Objektes (sog. Voxel, dies entspricht einem dreidimensionalen Pixel) der Absorptionsgrad  $\mu_k$  dargestellt werden. Die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten ist ein im Sinne von Hadamard schlecht gestelltes Problem [Lou89]. Die Lösung hängt nicht stetig von den Eingangsdaten ab, und damit ist die Stabilitätsbedingung verletzt. Außerdem tragen Messfehler dazu bei, dass die Existenz und die Eindeutigkeit einer Lösung nicht gewährleistet werden kann. Ausführliche theoretische Hintergründe und Methoden zur Handhabung schlecht gestellter Probleme sind in [Vog02, Tik95] näher beschrieben.

Die bekannten Rekonstruktionsverfahren können in drei primäre Gruppen unterteilt werden: algebraische, statistische und analytische Verfahren. Ein Überblick über die verschiedenen algebraischen und statistischen Rekonstruktionsalgorithmen ist unter anderem in [NW01, Buz08, Zen10, JW01, LC84, Bru02, Tof96] zu finden. Die durch Verwendung von algebraischen und statistischen Rekonstruktionsverfahren entstehenden Schichtbilder weisen in der Regel eine bessere Qualität auf, als bei der Verwendung von analytischen Verfahren. Ein Nachteil dieser Methoden ist ihre Zeit- und Speicherintensität. Aufgrund der steigenden Leistungsfähigkeit der Computer ist es inzwischen jedoch möglich, diese Verfahren für 2D-Rekonstruktionen in der Praxis zu verwenden. Allerdings sind die analytische Verfahren nach wie vor die meist verwendeten Methoden in der Computertomographie. Als weiterführende Literatur können die Arbeiten [SOM<sup>+</sup>06, Man92] empfohlen werden. Da die vorliegende Arbeit auf der Anwendung der analytischen Rekonstruktion basiert, wird im Folgenden auf diese Rekonstruktionsart detailliert eingegangen.

## 2.1 Parallelstrahlgeometrie

Die ersten CTs bestanden aus einer Röntgenquelle, die einen eng fokussierten Strahl erzeugt, und einem, auf der gegenüberliegenden Seite befindlichen, einzelnen Detektor. Die Quelle und der Detektor wurden parallel zueinander linear verschoben. Diese Art der CTs ist wichtig für die vorliegende Arbeit, da sie die Grundlage für die Rekonstruktionsverfahren bildet. Aufgrund der erzeugten, parallel zueinander verlaufenden Strahlen wird diese Art der Datenakquisition *Parallelstrahlgeometrie* genannt. In Abbildung 2.2 ist diese Vorgehensweise an einem Beispiel verdeutlicht. Durch die Verschiebung der Röntgenquelle werden mehrere parallele Strahlen erzeugt, deren Verlauf eine Ebene des Objektes definiert. Um die Wege der Strahlen und die Geometrie der Datenakquisition beschreiben zu können, werden im Folgenden zwei Koordinatensysteme definiert. Das zu untersuchende Objekt ist bezüglich eines



**Abbildung 2.2:** Links ist eine Schicht des Objektes mit dem Objekt- und Quelle-Detektor-Koordinatensystem zu sehen. Bei Rotation  $\gamma_i$  des Quelle-Detektor-Systems entsteht nach dem sequenziellen Verschieben der Quelle und des Detektors eine 1D-Projektion  $p_\gamma(\xi)$ , die aus den Projektionssummen der parallel verlaufenden Strahlen besteht. Die Radontransformation der Parallelstrahlgeometrie ist rechts dargestellt, wobei  $0 \leq \gamma \leq 360$  gilt.

festen Objekt-Koordinatensystems  $(x, y)$  definiert, das auch *Weltkoordinatensystem* genannt wird. Dessen Position und Orientierung ändert sich während des Akquisitionsprozesses nicht. Das so genannte Quelle-Detektor-System  $(\eta, \xi)$  ist fest mit Röntgenquelle und Detektor verbundenen und rotiert zusammen mit der Quelle und dem Detektor um das Objekt. Für jeden Drehwinkel  $\gamma_i$ , der ein Winkel zwischen dem Weltkoordinatensystem  $(x, y)$  und dem rotierenden Koordinatensystem  $(\eta, \xi)$  bezeichnet und *Projektionswinkel* genannt wird, werden alle Projektionsintegrale (bei der diskreten Betrachtungsweise Projektionssummen) entlang der Strahlenwege gemessen und bilden eine 1D-Projektion  $p_{\gamma_i}(\xi)$ , wobei  $\xi$  die entsprechende Verschiebung des Detektors ist.  $p_{\gamma_i}(\xi)$  entspricht einer 1D- Röntgenaufnahme von einer Schicht des Objektes. Durch die Drehung von Quelle und Detektor entsteht eine Reihe von Projektionen  $p_\gamma(\xi) = \{p_{\gamma_1}(\xi), p_{\gamma_2}(\xi), p_{\gamma_3}(\xi), \dots\}$ . Da bei der Drehung des Quelle-Detektor-Systems um  $180^\circ$  die einzelnen diskreten Röntgenstrahlen auf dem gleichen Weg das Objekt durchdringen (wenn keine zusätzliche Verschiebung des Detektorelements stattfindet [Buz04]), gilt  $p_\gamma(\xi) = p_{\gamma+180^\circ}(\xi)$ . Durch Fortsetzung der Rotation über  $180^\circ$  kann keine neue Information gewonnen werden. Die Projektionen  $p_\gamma(\xi)$  für alle  $\gamma_i$  ergeben die zweidimensionale (2D) *Radontransformierte der Parallelstrahlgeometrie* des Objektes. Der so genannte Radonraum wird somit durch die Basisvektoren  $\xi$  und  $\gamma$  aufgespannt. Typischerweise wird die Radontransformierte eines Objektes im Radonraum wie in Abbildung 2.2 rechts abgebildet dargestellt. Ein Punkt des Objektes außerhalb des Drehzentrums wird so auf den

Detektor projiziert, dass seine Position im Radonraum mit variierenden Winkeln eine Sinuskurve beschreibt. Aus diesem Grund wird eine solche Darstellung der Radontransformierten auch als *Sinogramm* bezeichnet.

Die ursprüngliche Verteilung der Schwächungskoeffizienten  $f(x, y)$  kann aus den fouriertransformierten Projektionen in Polarkoordinaten durch die doppelte Integration gewonnen werden:

$$f(x, y) = \int_0^\pi \int_0^\infty P_\gamma(q) e^{2\pi i q \xi} |q| dq d\gamma \quad (2.1)$$

Die Multiplikation des Spektrums  $P_\gamma(q)$  mit  $|q|$  stellt dabei eine Hochpassfilterung der Projektionen dar. Dadurch werden die Kanten der Ursprungsfunktion gestärkt und die Mittelung, die durch Integration entlang eines Strahls stattfindet, wird ausgeglichen. Gleichung 2.1 liefert somit eine genaue Anleitung, wie aus den gemessenen Projektionen  $p_\gamma(\xi)$  bzw. deren Fouriertransformierten  $P_\gamma(q)$  die ursprüngliche Funktion  $f(x, y)$  gewonnen werden kann. Die meisten Rekonstruktionsimplementierungen heutiger CTs verfolgen diese Vorgehensweise.

Die Multiplikation mit dem Hochpassfilter im Frequenzbereich kann durch die Faltung im Ortsbereich ersetzt werden. So dass gilt

$$f(x, y) = \int_0^\pi \left\{ \int_0^\infty P_\gamma(q) e^{2\pi i q \xi} |q| dq \right\} d\gamma = \int_0^\pi h_\gamma(\xi) d\gamma, \quad (2.2)$$

wobei

$$h_\gamma(\xi) = p_\gamma(\xi) * g(\xi)$$

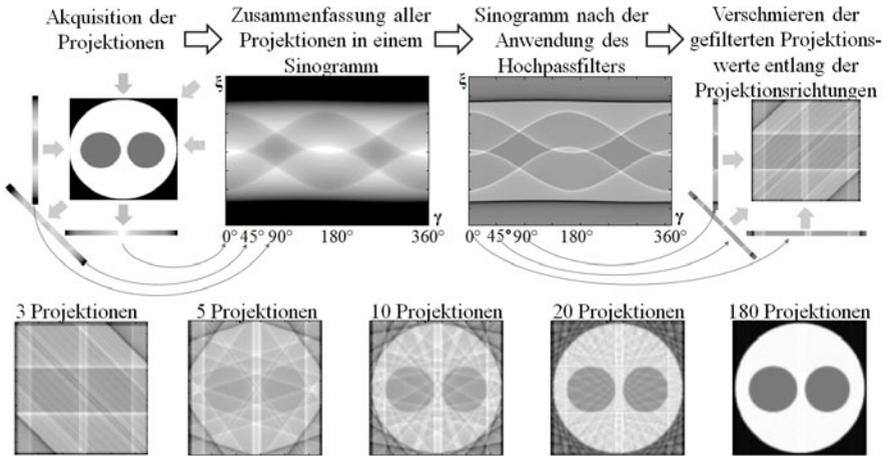
und

$$g(\xi) = \int_0^\infty |q| e^{2\pi i q \xi} dq.$$

Durch die Diskretisierung der Projektionen, ist das Spektrum einer Projektion periodisch und die Anwendung der Gewichtungsfunktion nur im Intervall  $[-Q, Q]$  und bei der räumlichen Abtaste von  $\Delta\xi = (2Q)^{-1}$  sinnvoll. Deswegen wurde von G. N. Ramachandran und A. V. Lakshminarayanan [RL71] vorgeschlagen, die Hochpassfilter durch eine Rechteckfunktion zu begrenzen

$$G(q) = |q| \text{rect}(q). \quad (2.3)$$

So wird verhindert, dass die stärksten Frequenzen, die vor allem das Rauschen enthalten, mit  $|q|$  verstärkt werden. Eine Filterung mit der Ramachandran- und der



**Abbildung 2.3:** Es ist eine schematische Darstellung der Entstehung eines Sinogramms und Rekonstruktion eines Objektes aus den Projektionsdaten durch die Verwendung der gefilterten Rückprojektion dargestellt. In der unteren Reihe wurde die Abhängigkeit zwischen der Anzahl verwendeter Projektionen und der Rekonstruktionsqualität verdeutlicht.

Lakshminarayanan-Funktion  $G(q)$  entspricht einer Faltung im Raumbereich mit der inversen Fouriertransformierten  $g(\xi)$ ,  $G(q) \circlearrowleft g(\xi)$ . Da letztere hochfrequente Schwingungen aufweist, entstehen in Regionen mit starken Kontrastunterschieden oszillierende Intensitätswerte. Da die Überschwinger im Ortsbereich durch die scharfe Begrenzung im Frequenzraum entstehen, können die Artefakte durch die Verwendung eines abgeflacht auslaufenden Fensters im Frequenzraum reduziert werden. Filter wie z. B. Hamming oder Shepp and Logan Filter adressieren dieses Problem. Der theoretischer Hintergrund und die anwendungsorientierte Sichtweise über die Verwendung von weichen Funktionen können [NW01, Bru02, Buz08] entnommen werden.

In Abbildung 2.3 wurden die einzelnen Schritte des Rekonstruktionsverfahrens zusammengefasst. Dabei entspricht die Verteilung der Projektionswerte entlang der Projektionsrichtung einem Integrationsschritt. Zur Verdeutlichung der Entstehung der rekonstruierten Bilder, sind in der unteren Reihe die Rekonstruktionsergebnisse bei Verwendung unterschiedlicher Anzahl der Projektionen dargestellt. Gerade bei den Beispielen mit wenigen Projektionen sind die einzelnen Integrationsschritte (Verschmieren der Projektionswerte) und die dadurch erreichte Entstehung einer Rekonstruktion deutlich zu erkennen.

Die vorgestellte Methode stellt ein Standardverfahren der Bildrekonstruktion für die Computertomographie dar und wird oft mit dem englischen Namen *Filtered Back Projection* (FBP) bezeichnet. Der Vorteil von FBP ist die Möglichkeit der effizienten Implementierung. Im Gegensatz zu den algebraischen Verfahren, weisen solche Methoden eine für den Einsatz in der klinischen Praxis akzeptable Laufzeit auf. Eine weitere Beschleunigung des Rekonstruktionsprozesses kann unter anderem durch Verwendung programmierbarer Graphikkarten (GPUs) erreicht werden (siehe z. B. [XM07]).

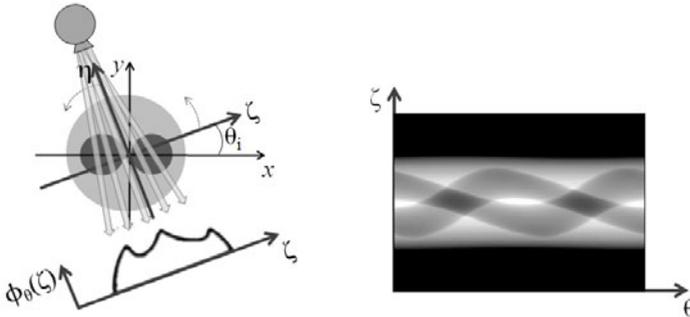
Die analytischen Verfahren und damit auch die FBP benötigen vollständige Projektionsdaten, um eine artefaktfreie Rekonstruktion zu gewährleisten. Es wurden diverse Strategien entwickelt, um die abgeschnittenen Projektionen (wie im Fall von verwendetem Dental-CT) so zu ergänzen, dass Artefakte minimiert werden [Hsi04, HL80, OFS<sup>+</sup>00]. In [Nat01] und [NW01] wurden verschiedene mathematische Aspekte der Rekonstruktion unter Verwendung unvollständiger Projektionen diskutiert, unter anderem die Eindeutigkeit und die Stabilität der Lösungen. Die in dieser Arbeit verwendete Vorgehensweise in Form einer Extrapolation der Projektionen wird in Abschnitt 3.5 detailliert beschrieben.

## 2.2 Fächerstrahlgeometrie

Bei der fächerförmigen Ausbreitung der Röntgenstrahlen, bilden die erzeugten Projektionen  $p_{\theta}(\zeta) = \{p_{\theta_1}(\zeta), p_{\theta_2}(\zeta), p_{\theta_3}(\zeta), \dots\}$  die *Radontransformation der Fächerstrahlgeometrie* (Abbildung 2.4 rechts). Die Ähnlichkeit mit der Radontransformation der Parallelstrahlgeometrie beruht darauf, dass die in Fächerstrahlgeometrie erzeugten Strahlen in der Parallelstrahlgeometrie ebenfalls vorhanden sind, allerdings unter anderen Projektionswinkeln und auf anderen Positionen des Detektors. Dies wird durch Abbildung 2.5 verdeutlicht. Die dick gezeichneten, parallelen Strahlen werden sowohl links in der Parallelstrahlgeometrie, als auch rechts in der Fächerstrahlgeometrie erzeugt. Da der Strahlweg durch das Objekt in beiden Geometrien der gleiche ist und entsprechend das dazugehörige Schwächungsintegral denselben Wert hat, lediglich der Projektionswinkel und die Position, an der der entsprechende Detektor getroffen wird, in beiden Geometrien unterscheiden, kann ein Sinogramm der Fächerstrahlgeometrie in ein Sinogramm der Parallelstrahlgeometrie umsortiert werden. Dieses Umsortieren von Messwerten wird *Rebinning* genannt.

Der Rebinningprozess kann in die FBP der Parallelstrahlgeometrie integriert werden [CTZ<sup>+</sup>06, KS88, PY03]. Dafür wird in der Gleichung 2.2 die Koordinatentransformation zwischen beiden Geometrien

$$p_{\gamma}(\xi) \rightarrow \Phi_{\theta}(\zeta) \Big|_{\substack{\xi=\zeta \cdot \text{FCD} \\ \gamma=\theta+\arctan(\zeta/\text{FCD})}} \left( \sqrt{\zeta^2 + \text{FCD}^2} \right)^{-1} \quad (2.4)$$

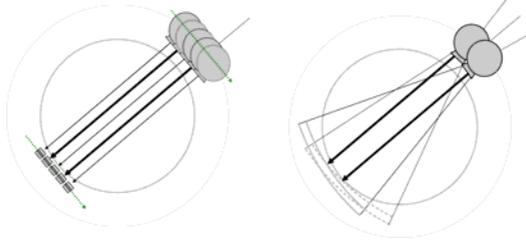


**Abbildung 2.4:** Links ist ein Beispiel der Fächerstrahlgeometrie dargestellt. Es sind eine Schicht des Objektes und Objekt- und Quelle-Detektor-Koordinatensysteme, Projektionswinkel  $\theta_i$  und die Projektionssumme  $\phi_\theta(\zeta)$  dargestellt. Rechts ist die Radontransformation der Fächerstrahlgeometrie,  $0 \leq \theta \leq 360$  zu sehen.

durchgeführt. Dabei stellt FCD (engl. Focus Center Distance) den Abstand zwischen Quelle und dem Rotationszentrum dar. Nach einigen Umformungsschritten kann die Bestimmung von  $f(r, \delta)$  in Polarkoordinaten als

$$h_\theta(\zeta) = \frac{1}{2} \left( \phi_\theta(\zeta) \frac{\text{FCD}}{\sqrt{\zeta^2 + \text{FCD}^2}} \right) * g(\zeta) \text{ und } f(r, \delta) = \int_0^{2\pi} \frac{\text{FCD}^2}{U^2} h_\theta(\zeta) d\theta \quad (2.5)$$

dargestellt werden. Dabei werden die Punkte  $(x, y)^T = \mathbf{r}$  durch ihren Abstand  $r$  zum Drehzentrum und durch den Winkel  $\delta$  zur  $x$ -Achse des Weltkoordinatensystems gekennzeichnet (Abbildung 2.8 a).  $U$  ist dabei die Projektion des Abstandes zwischen der Quelle und dem aktuellen Punkt auf dem Zentralstrahl. Der wesentliche Unterschied zur Vorgehensweise bei der Parallelstrahlgeometrie besteht also in der zusätzlichen Gewichtung der Projektionswerte vor der Hochpassfilterung und einer weiteren Gewichtung vor der Integration über die Projektionswinkel. Die Notwendigkeit solcher Gewichtung stellt einen Nachteil dieser Methode dar. Da die Gewichtungsfaktoren sowohl vom Projektionswinkel  $\theta$ , als auch von der Position  $\mathbf{r}$  abhängen, ist auch die direkte Rekonstruktion rechnerisch aufwendig [Bes99, Pan99]. Die Gewichtungsfaktoren werden auch häufig als ein Grund für die Verstärkung von Rauschen gesehen [ZLNC04].



**Abbildung 2.5:** Hier wurde der Zusammenhang zwischen den Strahlen der Parallelstrahl- und Fächerstrahlgeometrie verdeutlicht. Die dick abgebildeten Strahlen der Parallelstrahlgeometrie (links) sind auch in der Fächerstrahlgeometrie (rechts) zu finden (mit freundlicher Genehmigung von T. M. Buzug [Buz04]).

## 2.3 Kegelstrahlgeometrie

Eine Diskretisierung in einzelne Strahlen findet durch die diskrete Form der verwendeten Detektoren statt und durch die Verwendung der Kollimatoren. Letztere werden überwiegend für die Reduktion der unnötigen Strahlung, welche nicht durch den Detektor erfasst werden können, verwendet. Während bei der Parallelstrahlgeometrie der Röntgenkegelstrahl mit Hilfe von Kollimatoren tatsächlich auf einen einzelnen Röntgenstrahl reduziert werden muss, ist bei der Fächerstrahlgeometrie hauptsächlich eine Begrenzung des Kegels in vertikale Richtung nötig. Mit der Weiterentwicklung der Detektoren wurde es möglich, Detektoren zu bauen, die aus mehreren in vertikale und horizontale Richtung angeordneten Detektorelementen bestehen (Flächendetektoren), so dass die Strahlung des kompletten von der Röntgenröhre erzeugten kegelförmigen Röntgenstrahlung verwendet werden kann und keine Begrenzung auf eine Objektschicht nötig ist. In Abbildung 2.6 (links) ist die Geometrie einer solchen Datenakquisition schematisch dargestellt. Die Röntgenquelle rotiert, analog zur Fächerstrahlgeometrie, um das untersuchte Objekt auf einer festen und in der Regel kreisförmigen Bahn. Die kontinuierliche kegelförmige Strahlung kann auch als Bündel der einzelnen diskreten Strahlen (durch die diskrete Form der Datenerfassung bedingt) betrachtet werden. Gegenüber der Röntgenquelle befindet sich ein zweidimensionaler Detektor. Somit werden nicht nur die Projektionsintegrale der Strahlen erfasst, die eine Schicht des Objektes durchdringen, sondern ebenfalls Strahlen durch umliegende Bereiche des Objektes. Diese zusätzliche Erfassung weiterer Bereiche ist abhängig vom Öffnungswinkel des Kegels. Damit kann ohne Verschiebung der Röntgenquelle entlang des Objektes, wie es bei Parallel- oder Fächerstrahlgeometrie noch notwendig war, ein aus mehreren Schichten bestehendes Objektvolumen rekonstruiert werden. Die Datenakquisition der Kegelstrahlgeometrie ist nicht nur schneller als bis jetzt vorgestellte Verfahren, sondern kann auch die emittierte Strah-