

Klassische Texte der Wissenschaft

Arnold Sommerfeld

Die Bohr- Sommerfeldsche Atomtheorie

Sommerfelds Erweiterung
des Bohrschen Atommodells 1915/16

kommentiert von Michael Eckert



Springer Spektrum

Klassische Texte der Wissenschaft

Herausgeber

Prof. Dr. Dr. Olaf Breidbach

Prof. Dr. Jürgen Jost

Die Reihe bietet zentrale Publikationen der Wissenschaftsentwicklung der Mathematik und Naturwissenschaften in sorgfältig editierten, detailliert kommentierten und kompetent interpretierten Neuauflagen. In informativer und leicht lesbarer Form erschließen die von renommierten WissenschaftlerInnen stammenden Kommentare den historischen und wissenschaftlichen Hintergrund der Werke und schaffen so eine verlässliche Grundlage für Seminare an Universitäten und Schulen wie auch zu einer ersten Orientierung für am Thema Interessierte.

Arnold Sommerfeld

Die Bohr-Sommerfeldsche Atomtheorie

Sommerfelds Erweiterung
des Bohrschen Atommodells 1915/16

kommentiert von Michael Eckert

 Springer Spektrum

Arnold Sommerfeld (1868–1951)

ISBN 978-3-642-35114-3

ISBN 978-3-642-35115-0 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-35115-0

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

www.springer-spektrum.de

*Ihr Brief hat mich sehr gefreut, Ihre
Mitteilung über die Theorie der
Spektrallinien entzückt. Eine Offenbarung!*

[Einstein an Sommerfeld, 8. Februar 1916]

Vorwort

Auch im 21. Jahrhundert ist in Physiklehrbüchern noch vom „Bohrschen“ und dem „Bohr-Sommerfeldschen Atommodell“ die Rede. Sogar in der aktuellen Forschung finden sich noch Anklänge daran, wenn in der „Semiklassik“ modifizierte Bohr-Sommerfeldsche Quantenbedingungen eine Wiedergeburt erleben und beim „Quantenchaos“ daran angeknüpft wird. Die mit Sommerfelds Namen verbundenen Gesetze und Formeln („Bohr-Sommerfeld-Quantisierung“, „Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante“) wurden der Bohrschen Theorie jedoch nicht einfach hinzugefügt. Ihre Entstehung erschließt sich auch nicht allein aus den einschlägigen Publikationen in der physikalischen Fachliteratur, sondern erst beim weiteren Studium der in Archiven und Nachlässen aufgespurten Quellen, aus denen auch die persönlichen Lebensumstände und das gesellschaftliche Umfeld hervorgehen. Sommerfelds Arbeit an der Bohrschen Theorie begann im Ersten Weltkrieg. In den Fachaufsätzen ist von diesen Zeitumständen nur in einer Nebenbemerkung die Rede, wenn Sommerfeld einen „Feldpostbrief“ seines Assistenten als Quelle für die Ableitung einer Formel zitiert. Erst unter Einbeziehen solcher Briefwechsel wird die Erweiterung von der Bohrschen zur Bohr-Sommerfeldsche Atomtheorie verständlich.

Diese Rekonstruktion wäre ohne das im Sommerfeld-Nachlass aufgefundene Quellenmaterial nicht möglich gewesen. Daher gebührt der erste Dank den Nachfahren Sommerfelds, die diesen wissenschaftshistorisch überaus wertvollen Bestand an Briefen, Manuskripten und Bildern der physikhistorischen Forschung zugänglich gemacht haben. Ferner sei den zahlreichen Kollegen gedankt, die seit einem halben Jahrhundert durch intensive Quellenforschung zur Geschichte der Quantenphysik die Physikgeschichte insgesamt zu einer respektablen wissenschaftshistorischen Teildisziplin gemacht haben. Ihre Namen finden sich im Quellen- und Literaturverzeichnis. Last, but not least, richtet sich mein Dank an die Kollegen im Forschungsinstitut des Deutschen Museums und an die Deutsche Forschungsgemeinschaft, deren Förderung die Bearbeitung des Sommerfeldschen Nachlasses ermöglicht hat.

München, Dezember 2012

Michael Eckert

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen	XI
--------------------------	----

Teil I Historische Annäherung

1 Quantentheorie in München (1909–1913)	3
1.1 Von den Röntgenstrahlen zur Quantentheorie	4
1.2 Die h -Hypothese	7
1.3 Röntgenstrahlen, Kristalle, Quanten	11
2 Sommerfelds Reaktion auf das Bohrsche Atommodell (1913–1914)	15
2.1 Zeeman- und Paschen-Back-Effekt	16
2.2 Starkeffekt	18
2.3 Das Bohrsche Atommodell in der Diskussion der Münchner Physiker ..	20
3 Sommerfelds Erweiterung (1915)	25
3.1 Eine Vorlesung über Spektrallinien	25
3.2 Quantenbedingungen	29
3.3 Die Keplerbewegung	31
3.4 Relativistische Erweiterung	33
3.5 Testfall: Die Spektrallinien des ionisierten Heliums	35
3.6 Testfall: Röntgenspektren	37
4 Der weitere Ausbau des Bohr-Sommerfeldschen Atommodells (1916)	41
4.1 Plancks Quantelung des Phasenraumes	41
4.2 Epstein und Schwarzschild erklären den Starkeffekt	44
4.3 Die Feinstrukturformel	48
4.4 Der (normale) Zeemaneffekt im Rahmen des Bohr-Sommerfeldschen Atommodells	52
4.5 Reaktionen	55
4.6 Ausblick	58

Teil II Sommerfelds Abhandlungen 1915/16

5	Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse	63
	Inhaltsübersicht	64
	Theorie der Balmerischen Serie	66
	Die Feinstruktur der Wasserstoff- und der Wasserstoff-ähnlichen Linien	100
	Glossar	143
	Literaturverzeichnis	147

Abkürzungen

- A1 Arnold Sommerfeld: Zur Theorie der Balmerischen Serie. In: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der K.B. Akademie der Wissenschaften zu München, 1915, S. 425–458
- A2 Arnold Sommerfeld: Die Feinstruktur der Wasserstoff- und der Wasserstoff-ähnlichen Linien. In: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der K.B. Akademie der Wissenschaften zu München, 1915, S. 459–500
- AHQP Archive for the History of Quantum Physics
- ASGS Arnold Sommerfeld. Gesammelte Schriften. 4 Bände. Herausgegeben im Auftrag und mit Unterstützung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften von Prof. F. Sauter. Braunschweig: Vieweg, 1968
- ASWB Arnold Sommerfeld. Wissenschaftlicher Briefwechsel. Band I: 1892–1918; Band II: 1919–1951. Herausgegeben von Michael Eckert und Karl Märker. München, Berlin, Diepholz: Deutsches Museum und GNT-Verlag, 2000 und 2004
- DMA Deutsches Museum, Archiv. München
- ESPC École supérieure de physique et de chimie industrielles de la ville de Paris, Centre de ressources historiques, Paris
- NBCW Niels Bohr Collected Works. 12 Bände. North-Holland Publishing Company: Amsterdam, New York, Oxford, 1972–2006
- RANH Rijksarchief in Noord-Holland, Haarlem
- SUB Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen
- UAM Universitätsarchiv, München

Teil I
Historische Annäherung

Das im Jahr 1913 entstandene Bohrsche Atommodell zählt zu den Marksteinen der Physikgeschichte des 20. Jahrhunderts. Es war Teil einer als „Trilogie“ bezeichneten Serie von drei Veröffentlichungen im *Philosophical Magazine*. Nur im ersten Teil geht es darin um das, was heute mit dem Begriff des Bohrschen Atommodells assoziiert wird: die Bewegung eines Elektrons auf diskreten Kreisbahnen um den Atomkern und die Erklärung der Spektrallinien als Folge von „Elektronensprüngen“ zwischen diesen Bahnen. Die beiden anderen Teile der Bohrschen Trilogie waren dem Aufbau von Atomen mit mehreren Elektronen und Molekülen gewidmet. Bohrs Arbeiten wurden in seinen *Collected Works* wieder abgedruckt und mit historischen Kommentaren versehen.¹

Den nächsten Markstein auf dem Weg zur modernen Atom- und Quantentheorie bildete die Sommerfeldsche Erweiterung des Bohrschen Atommodells: Wo das Bohrsche Modell nur Kreisbahnen um den Atomkern vorsah, wurden im Sommerfeldschen Modell auch elliptische Bahnen berücksichtigt, auf denen das Elektron dem Atomkern sehr nahe kommen und so auf hohe Geschwindigkeiten beschleunigt werden konnte. In dieser Erweiterung wurde die Elektronenbewegung nach der Relativitätstheorie berechnet. Das Ergebnis war eine gegenüber dem Bohrschen Modell sehr viel größere Anzahl von möglichen Elektronenbahnen – und damit auch eine größere Anzahl von Elektronenübergängen, was zu einer „Feinstruktur“ der Atomspektren führte. Sommerfelds Erweiterung wird meist mit seiner Publikation „Zur Quantentheorie der Spektrallinien“ [Sommerfeld, 1916a] aus dem Jahr 1916 identifiziert. Auch in Sommerfelds *Gesammelten Schriften* erscheint diese Veröffentlichung als Auftakt für die Erweiterung des Bohrschen Atommodells.² Wie Sommerfeld dem Herausgeber der *Annalen der Physik* einige Monate vor Einreichung dieser Arbeit schrieb, sollte es sich dabei um die Darstellung seiner Theorie „in geläuterter Form“ handeln.³ Die Grundzüge der Theorie hatte er schon am 6. Dezember 1915 und am 8. Januar 1916 der Bayerischen Akademie der Wissenschaften präsentiert, die sie in dem Band mit den Sitzungsberichten der Mathematisch-physikalischen Klasse des Jahres 1915 publizierte. Diese in Teil II wiedergegebenen Abhandlungen (im folgenden als A1 und A2 abgekürzt) enthalten die Erweiterung der Bohrschen Theorie also in noch „ungeläuterter“ Form und sind deshalb gerade aus historischer Sicht von besonderem Interesse.

¹ Eine historische Rekonstruktion der „Trilogie“ findet sich im zweiten Band (NBCW 2).

² Kommentarlos abgedruckt in (ASGS III, S. 172-306). In Sommerfelds Publikationsliste wird diese *Annalen*-Arbeit fälschlich mit dem Jahr 1915 versehen (ASGS IV, S. 702).

³ An Willy Wien, 10. Februar 1916. DMA, NL 56, 010. Auch in ASWB I.

Weder das Bohrsche Atommodell noch Sommerfelds Erweiterung kamen in einem einzigen Schöpfungsakt zur Welt. Niels Bohr (1885–1962) gelangte auf recht verwickelten Wegen zu seinem Modell [Heilbron and Kuhn, 1969, Hoyer, 1981]. Er bewirkte damit auch nicht sofort einen Umsturz in der Atom- und Quantenphysik. Auch der Sommerfeldschen Erweiterung ging eine komplexe Entwicklung voraus. Das Bohr-Sommerfeldsche Atommodell bewirkte ebenfalls keinen plötzlichen Umbruch, sondern eröffnete nur eine weitere Etappe auf dem Weg zu einer immer aufs Neue in Frage gestellten Atomtheorie, die Mitte der 1920er Jahre in der Quantenmechanik gipfelte [Kragh, 2012]. Für Arnold Sommerfeld (1868–1951) handelte es sich bei seinen Arbeiten 1915/16 nicht um eine Revolution, sondern um Schritte in einem Prozess, der besser als eine Evolution zu charakterisieren ist. Er nahm das Bohrsche Atommodell bereits unmittelbar nach seiner Veröffentlichung zur Kenntnis, machte es jedoch erst nach einer längeren Inkubationsphase zum eigenen Forschungsthema. Die in seinen Arbeiten von 1915 und 1916 publizierte Theorie hatte zuvor bei Vorlesungen, Kolloquien und im brieflichen Austausch mit Kollegen in der einen oder anderen Form ihre erste Bewährungsprobe zu bestehen. Danach machte er die Atomtheorie zum Gegenstand von Doktorarbeiten und Habilitationen in seinem Institut [Eckert, 1993, Seth, 2010]. Nur in der historischen Annäherung kann es gelingen, diesen Prozess der Theoriebildung angemessen darzustellen.

Dies ist nicht die erste historische Rekonstruktion der Bohr-Sommerfeldschen Atomtheorie [Jammer, 1966, Nisio, 1973, Benz, 1975, Kragh, 1985, Robotti, 1986, Eckert, 1995]. Bei den früheren Darstellungen galt jedoch das Augenmerk nur am Rande den beiden im Teil II abgedruckte Akademieberichte. Im Rückblick lässt sich der Weg zur Quantenmechanik mit Sommerfelds „geläuterter“ Darstellung in den *Annalen der Physik* leichter beschreiten. Aber es bedarf bei einer historischen Rekonstruktion auch des Wissens um die Voraussetzungen, mit denen dieser Weg besritten werden konnte, und um die Sackgassen und Irrwege, die davon abzweigten. Dazu ist es notwendig, den Blick auch auf die noch nicht ausgereiften Vorstellungen zu richten und insbesondere das sehr umfangreiche Quellenmaterial in die Untersuchung einzubeziehen, das in den letzten Jahrzehnten

verfügbar wurde (ASWB I). In diesem Kapitel soll beleuchtet werden, wie sich Sommerfeld vor der Bohrschen „Trilogie“ der Atom- und Quantentheorie näherte. Er gehörte 1911 zum illustren Teilnehmerkreis des ersten Solvay-Kongresses, der dem Thema „Theorie der Strahlung und Quanten“ gewidmet war und als ein internationaler Auftakt für die Entwicklung der modernen Atom- und Quantentheorie gilt [Mehra, 1975]. Dies könnte die Vermutung nahelegen, dass Sommerfelds Forschung seit langem um die Fragen kreiste, die auch Bohr bewegten, und dass seine frühen Forschungen zur Quantentheorie bei seiner Erweiterung des Bohrschen Atommodells eine bedeutende Rolle spielten. Tatsächlich besteht zwischen Sommerfelds früher Quantentheorie und der des Jahres 1915 kaum eine Beziehung. Dennoch wäre die Bohr-Sommerfeldsche Atomtheorie ohne Berücksichtigung dieser Vorgeschichte kaum verständlich.

Sommerfeld war von seiner Karriere her eigentlich nicht prädestiniert, sich auf dem Gebiet der Atomtheorie einen Namen zu machen.¹ Er hatte in Königsberg bei Ferdinand Lindemann (1852–1939) promoviert und seine Karriere danach in Göttingen als Assistent von Felix Klein (1849–1925) fortgesetzt. Die ersten zehn Jahre seiner Laufbahn verbrachte er als Mathematiker auf einem Lehrstuhl an der Bergakademie Clausthal (1897–1900) und als Professor für Mechanik an der Technischen Hochschule Aachen (1900–1906), bevor er auf einen 1890 für Ludwig Boltzmann (1844–1906) eingerichteten Lehrstuhl für theoretische Physik nach München berufen wurde. Und auch hier deutete lange nichts darauf hin, dass er die Atom- und Quantentheorie zu seinem Hauptforschungsgebiet machen würde. In den ersten Jahren seiner Münchner Tätigkeit interessierte er sich mehr für Probleme der drahtlosen Telegrafie, Hydrodynamik und Röntgenstrahlen als für die noch junge Quantentheorie [Eckert, 1999].

1.1 Von den Röntgenstrahlen zur Quantentheorie

Mit der Berufung nach München zeichnete sich zunächst nur Sommerfelds Entschlossenheit ab, die theoretische Physik in ihrer ganzen Breite zu seinem Lehr- und Forschungsgebiet zu machen. Die Themen, mit denen er sich in Göttingen, Clausthal und Aachen beschäftigt hatte, und seine mathematische Herangehensweise prägten auch seine ersten Münchner Jahre. Dennoch wollte Sommerfeld nicht nur seinen virtuosen Umgang mit der Mathematik bei immer neuen physikalischen Problemen demonstrieren.

Dies zeigt sich besonders deutlich an seinen Bemühungen, dem Wesen der Röntgenstrahlen näher zu kommen. Er stützte sich dabei auf die von Gabriel Stokes (1819–1903), Emil Wiechert (1861–1928) und Joseph John Thomson (1856–1940) entwickelte Vorstellung, dass es sich bei den Röntgenstrahlen um elektromagnetische Impulse handelt, die beim Aufprall der Kathodenstrahlen auf die Antikathode in einer Röntgenröhre entstehen [Wheaton, 1983]. Um die Jahrhundertwende hatte Sommerfeld versucht, für solche Impulse eine Beugungstheorie zu formulieren und damit Experimente zu erklären, bei denen

¹ Zur Biografie Sommerfelds siehe [Benz, 1975, Eckert, 2013].



Abb. 1.1 Arnold Sommerfeld im Jahr 1909 (DMA CD 66313)

Röntgenstrahlen an sehr engen Spalten gebeugt wurden. Die mathematische Theorie der Beugung war schon Gegenstand von Sommerfelds Habilitation [Sommerfeld, 1896]; mit der Anwendung auf Röntgenimpulse hoffte er, die in den Röntgenimpulsen enthaltenen Wellenlängen bestimmen zu können [Sommerfeld, 1899, Sommerfeld, 1901]. Aber weder die Experimente noch Sommerfelds Theorie ergaben einen zweifelsfreien Beweis dafür, dass es sich bei Röntgenstrahlen tatsächlich um elektromagnetische Wellen handelt. „Es ist eigentlich eine Schmach, dass man 10 Jahre nach der Röntgen’schen Entdeckung immer noch nicht weiß, was in den Röntgenstrahlen eigentlich los ist“, hatte Sommerfeld 1905 an Willy Wien (1864–1928) geschrieben, der als Nachfolger Röntgens (1845–1923) an der Universität Würzburg über Röntgenstrahlen forschte.²

Als Sommerfeld ein Jahr später in München Röntgens Kollege wurde, muss er die „Schmach“ als eine persönliche Herausforderung empfunden haben, endlich Klarheit über das Wesen der Röntgenstrahlen zu gewinnen. Von experimenteller Seite gab es dafür eini-

² An W. Wien, 13. Mai 1905. DMA NL 56, 010. Auch in ASWB I.

ge neue Befunde. Charles Glover Barkla (1877–1944) hatte einen primären Röntgenstrahl auf Paraffin gerichtet und einen davon ausgehenden und zum primären Strahl senkrecht stehenden Röntgenstrahl ausgeblendet, den er daraufhin erneut an Paraffin streute. Er konnte mit diesen Experimenten zeigen, dass Röntgenstrahlen polarisierbar sind, oder, um es mit Barklas eigenen Worten auszudrücken, „produced by the motion of electrons controlled by the electric force in the primary Röntgen pulses“ (zitiert in [Wheaton, 1983, S. 46]). Barkla zeigte aber auch, dass der primäre Röntgenstrahl, der in einer Röntgenröhre von den Elektronen des Kathodenstrahls im Metall der Antikathode erzeugt wird, einen unpolarisierten Anteil enthalten musste; denn bei der Bestrahlung von Metallen mit einem primären Röntgenstrahl entstand auch „a homogeneous radiation characteristic of the element emitting it, and produced by the motion of electrons uncontrolled by the electric force in the primary pulses“ (zitiert in [Wheaton, 1983, S. 101]). Daraus schloss Sommerfeld, dass bei der Erzeugung von Röntgenstrahlen zwei Prozesse beteiligt sein mussten: Die unpolarisierte „charakteristische“ Röntgenstrahlung deutete auf einen inneratomaren Prozess hin, sonst würde sie keine charakteristische Materialabhängigkeit aufweisen; der andere Prozess, der für den polarisierten Anteil in der Röntgenstrahlen verantwortlich war, deutete auf einen rein elektrodynamischen Vorgang hin. Für den polarisierten Anteil sollte sich eine Abhängigkeit der ausgestrahlten Röntgenintensität von der Richtung ergeben (ähnlich wie bei einem Hertzschen Oszillator, der elektromagnetische Wellen keulenförmig quer zur Schwingungsrichtung der elektrischen Ladungen abstrahlt). Die „charakteristische“ Röntgenstrahlung sollte dagegen mit gleicher Intensität in alle Richtungen abgestrahlt werden.

Die Polarisation und die räumliche Verteilung der Intensität der von einer Quelle abgestrahlten Röntgenstrahlen wurden auch für die Experimentalphysiker in München zum Gegenstand neuer Forschungen. Johannes Stark (1874–1957), der an der Technischen Hochschule in Aachen mit Röntgenstrahlen experimentierte, publizierte 1909 Messergebnisse, die eine räumliche Anisotropie der von einer Kohle-Antikathode ausgesandten Röntgenintensität belegten. Er sah darin einen Beweis dafür, dass die Hypothese der elektromagnetischen Impulse falsch sein müsse, da er irrtümlich annahm, dass diese eine nach allen Richtungen gleichförmige Intensitätsverteilung ergeben würde. Für Stark offenbarte sich in der räumlichen Anisotropie die Quantennatur der Röntgenstrahlung [Hermann, 1969, S. 96–98].

Sommerfeld hatte seit seinen Arbeiten um 1900 über die Beugung von Impulsen an einem Spalt nichts mehr über Röntgenstrahlen publiziert. Nun sah er die Gelegenheit gekommen, der elektromagnetischen Impulstheorie der Röntgenstrahlen eine theoretische Grundlage zu geben – und gleichzeitig Starks Auffassung, dass diese Theorie keine anisotrope Intensitätsverteilung ergeben würde, richtig zu stellen. Wie er betonte, handelte es sich eigentlich nicht um eine neue physikalische Theorie, sondern nur darum, die bei der Abbremsung eines Elektrons entstehende elektromagnetische Strahlung zu berechnen. Dazu genüge es, „einige im Grunde bekannte Formeln zusammenzustellen“ und sie auf die Verhältnisse anzuwenden, wie sie in den Experimenten von Stark vorlagen. Sommerfeld behauptete nicht, dass er damit die Entstehung der Röntgenstrahlen restlos aufgeklärt habe,