

H. Niedrig · M. Sternberg

Das Ingenieurwissen Physik



Springer Vieweg

Ingenieurwissen

Das Ingenieurwissen: Physik

Heinz Niedrig · Martin Sternberg

Das Ingenieurwissen: Physik

 Springer Vieweg

Heinz Niedrig
Technische Universität Berlin
Berlin, Deutschland

Martin Sternberg
Hochschule Bochum
Bochum, Deutschland

ISBN 978-3-642-41127-4
DOI 10.1007/978-3-642-41128-1

ISBN 978-3-642-41128-1 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Das vorliegende Buch ist Teil des ursprünglich erschienenen Werks „HÜTTE - Das Ingenieurwissen“, 34. Auflage.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Vieweg ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-vieweg.de

Vorwort

Die HÜTTE Das Ingenieurwissen ist ein Kompendium und Nachschlagewerk für unterschiedliche Aufgabenstellungen und Verwendungen. Sie enthält in einem Band mit 17 Kapiteln alle Grundlagen des Ingenieurwissens:

- Mathematisch-naturwissenschaftliche Grundlagen
- Technologische Grundlagen
- Grundlagen für Produkte und Dienstleistungen
- Ökonomisch-rechtliche Grundlagen

Je nach ihrer Spezialisierung benötigen Ingenieure im Studium und für ihre beruflichen Aufgaben nicht alle Fachgebiete zur gleichen Zeit und in gleicher Tiefe. Beispielsweise werden Studierende der Eingangssemester, Wirtschaftsingenieure oder Mechatroniker in einer jeweils eigenen Auswahl von Kapiteln nachschlagen. Die elektronische Version der Hütte lässt das Herunterladen einzelner Kapitel bereits seit einiger Zeit zu und es wird davon in beträchtlichem Umfang Gebrauch gemacht.

Als Herausgeber begrüßen wir die Initiative des Verlages, nunmehr Einzelkapitel in Buchform anzubieten und so auf den Bedarf einzugehen. Das klassische Angebot der Gesamt-Hütte wird davon nicht betroffen sein und weiterhin bestehen bleiben. Wir wünschen uns, dass die Einzelbände als individuell wählbare Bestandteile des Ingenieurwissens ein eigenständiges, nützliches Angebot werden.

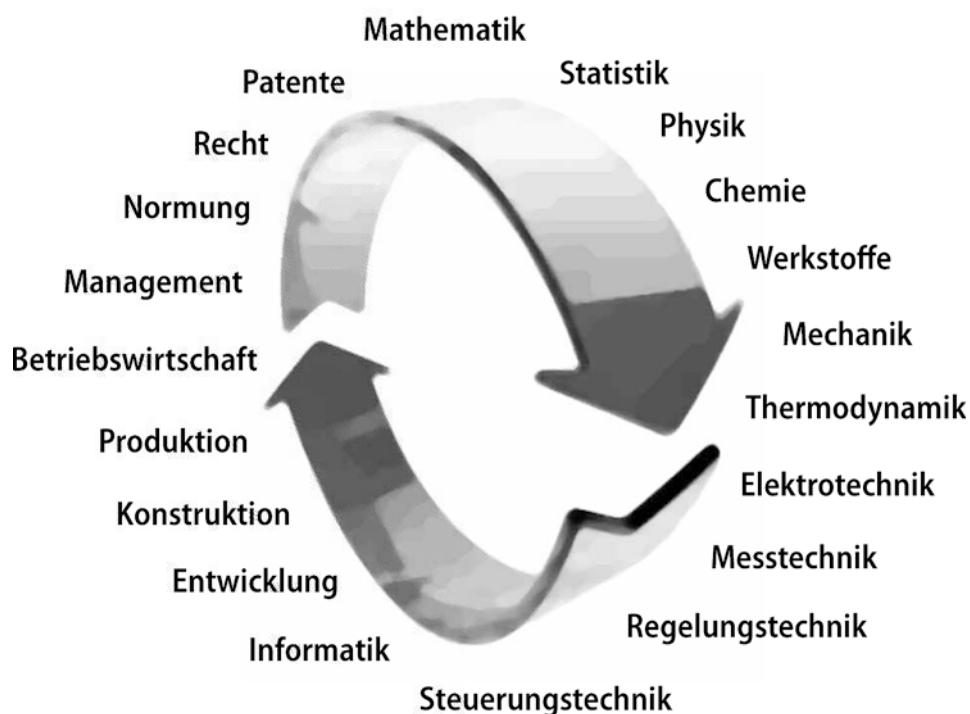
Unser herzlicher Dank gilt allen Kolleginnen und Kollegen für ihre Beiträge und den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Springer-Verlages für die sachkundige redaktionelle Betreuung sowie dem Verlag für die vorzügliche Ausstattung der Bände.

Berlin, August 2013

H. Czichos, M. Hennecke

Das vorliegende Buch ist dem Standardwerk *HÜTTE Das Ingenieurwissen 34. Auflage* entnommen. Es will einen erweiterten Leserkreis von Ingenieuren und Naturwissenschaftlern ansprechen, der nur einen Teil des gesamten Werkes für seine tägliche Arbeit braucht. Das Gesamtwerk ist im sog. Wissenskreis dargestellt.

Das Ingenieurwissen Grundlagen



Inhaltsverzeichnis

Physik

H. Niedrig, M. Sternberg

0	Übersicht	1
1	Physikalische Größen und Einheiten	2
1.1	Physikalische Größen	2
1.2	Basisgrößen und -einheiten	2
1.3	Das Internationale Einheitensystem, Konstanten und Einheiten	2
<i>I. Teilchen und Teilchensysteme</i>		
2	Kinematik	7
2.1	Geradlinige Bewegung	7
2.2	Kreisbewegung	9
2.3	Gleichförmig translatorische Relativbewegung	10
	2.3.1 Galilei-Transformation – 2.3.2 Lorentz-Transformation – 2.3.3 Relativistische Kinematik	
2.4	Geradlinig beschleunigte Relativbewegung	14
2.5	Rotatorische Relativbewegung	14
3	Kraft und Impuls	15
3.1	Trägheitsgesetz	16
3.2	Kraftgesetz	16
	3.2.1 Gewichtskraft – 3.2.2 Federkraft – 3.2.3 Reibungskräfte	
3.3	Reaktionsgesetz	18
	3.3.1 Kräfte bei elastischen Verformungen – 3.3.2 Kräfte zwischen freien Körpern („innere Kräfte“)	
3.4	Äquivalenzprinzip: Schwer- und Trägheitskräfte	20
3.5	Trägheitskräfte bei Rotation	20
	3.5.1 Zentripetal- und Zentrifugalkraft – 3.5.2 Coriolis-Kraft	
3.6	Drehmoment und Gleichgewicht	21
3.7	Drehimpuls (Drall)	22
3.8	Drehimpulserhaltung	23
4	Arbeit und Energie	23
4.1	Beschleunigungsarbeit, kinetische Energie	24
4.2	Potenzielle Energie, Hub- und Spannungsarbeit	24
4.3	Energieerhaltung bei konservativen Kräften	26
4.4	Energiesatz bei nichtkonservativen Kräften	26
4.5	Relativistische Dynamik	27
5	Schwingungen	29
5.1	Kinematik der harmonischen Bewegung	29
5.2	Der ungedämpfte, harmonische Oszillator	30
	5.2.1 Mechanische harmonische Oszillatoren – 5.2.2 Schwingungsgleichung und Schwingungsenergie des harmonischen Oszillators	
5.3	Freie gedämpfte Schwingungen	34
	5.3.1 Periodischer Fall (Schwingfall) – 5.3.2 Aperiodischer Grenzfall – 5.3.3 Aperiodischer Fall (Kriechfall) – 5.3.4 Abklingzeit	
5.4	Erzwungene Schwingungen, Resonanz	37
	5.4.1 Resonanz – 5.4.2 Leistungsaufnahme des Oszillators	

5.5	Überlagerung von harmonischen Schwingungen	40
	5.5.1 Schwingungen gleicher Frequenz – 5.5.2 Schwingungen verschiedener Frequenz	
5.6	Gekoppelte Oszillatoren	43
	5.6.1 Gekoppelte Pendel – 5.6.2 Mehrere gekoppelte Oszillatoren	
5.7	Nichtlineare Oszillatoren. Chaotisches Schwingungsverhalten	46
6	Teilchensysteme	48
6.1	Schwerpunkt (Massenzentrum), Impuls und Drehimpuls von Teilchensystemen	49
	6.1.1 Schwerpunktbewegung ohne äußere Kräfte – 6.1.2 Schwerpunktbewegung bei Einwirkung äußerer Kräfte – 6.1.3 Drehimpuls eines Teilchensystems	
6.2	Energieinhalt von Teilchensystemen	52
	6.2.1 Energieerhaltungssatz in Teilchensystemen – 6.2.2 Bindungsenergie eines Teilchensystems	
6.3	Stöße	54
	6.3.1 Zentraler elastischer Stoß – 6.3.2 Nichtzentraler elastischer Stoß – 6.3.3 Unelastischer Stoß	
7	Dynamik starrer Körper	59
7.1	Translation und Rotation eines starren Körpers	59
7.2	Rotationsenergie, Trägheitsmoment	61
7.3	Drehimpuls eines starren Körpers	63
7.4	Kreisel	64
7.5	Vergleich Translation — Rotation	65
8	Statistische Mechanik — Thermodynamik	65
8.1	Kinetische Theorie der Gase	66
8.2	Temperaturskalen, Gasgesetze	69
8.3	Freiheitsgrade, Gleichverteilungssatz	72
8.4	Reale Gase, tiefe Temperaturen	74
8.5	Energieaustausch bei Vielteilchensystemen	78
	8.5.1 Volumenarbeit – 8.5.2 Wärme – 8.5.3 Energieerhaltungssatz für Vielteilchensysteme	
8.6	Wärmemengen bei thermodynamischen Prozessen	81
	8.6.1 Spezifische und molare Wärmekapazitäten – 8.6.2 Phasenumwandlungsenthalpien	
8.7	Zustandsänderungen bei idealen Gasen	85
8.8	Kreisprozesse	88
	8.8.1 Wärmekraftmaschine – 8.8.2 Kältemaschine und Wärmepumpe	
8.9	Ablaufrichtung physikalischer Prozesse (Entropie)	91
9	Transporterscheinungen	95
9.1	Stoßquerschnitt, mittlere freie Weglänge	95
9.2	Molekulardiffusion	96
9.3	Wärmeleitung	97
9.4	Innere Reibung: Viskosität	99
10	Hydro- und Aerodynamik	103
10.1	Strömungen idealer Flüssigkeiten	104
10.2	Strömungen realer Flüssigkeiten	108

II. Wechselwirkungen und Felder

11	Gravitationswechselwirkung	111
11.1	Der Feldbegriff	111
11.2	Planetenbewegung: Kepler-Gesetze	111
11.3	Newton'sches Gravitationsgesetz	112
11.4	Das Gravitationsfeld	113
11.5	Satellitenbahnen im Zentralfeld	115
12	Elektrische Wechselwirkung	118
12.1	Elektrische Ladung, Coulomb'sches Gesetz	118
12.2	Das elektrostatische Feld	119
12.3	Elektrisches Potenzial, elektrische Spannung	124
12.4	Quantisierung der elektrischen Ladung	126

12.5	Energieaufnahme im elektrischen Feld	127
12.6	Elektrischer Strom	129
12.7	Elektrische Leiter im elektrostatischen Feld, Influenz	130
12.8	Kapazität leitender Körper	132
12.9	Nichtleitende Materie im elektrischen Feld, elektrische Polarisation	134
13	Magnetische Wechselwirkung	140
13.1	Das magnetostatische Feld, stationäre Magnetfelder	140
13.2	Die magnetische Kraft auf bewegte Ladungen	143
13.3	Die magnetische Kraft auf stromdurchflossene Leiter	147
13.4	Materie im magnetischen Feld, magnetische Polarisation	149
14	Zeitveränderliche elektromagnetische Felder	156
14.1	Zeitveränderliche magnetische Felder: Induktion	156
14.2	Selbstinduktion	160
14.3	Energieinhalt des Magnetfeldes	161
14.4	Wirkung zeitveränderlicher elektrischer Felder	161
14.5	Maxwell'sche Gleichungen	162
15	Elektrische Stromkreise	163
15.1	Ohm'sches Gesetz	164
15.2	Gleichstromkreise, Kirchhoff'sche Sätze	165
15.3	Wechselstromkreise	166
	15.3.1 Wechselstromarbeit – 15.3.2 Transformator – 15.3.3 Scheinwiderstand von R, L und C	
15.4	Elektromagnetische Schwingungen	170
	15.4.1 Freie, gedämpfte elektromagnetische Schwingungen – 15.4.2 Erzwungene elektromagnetische Schwingungen, Resonanzkreise – 15.4.3 Selbsterregung elektromagnetischer Schwingungen durch Rückkopplung	
16	Transport elektrischer Ladung: Leitungsmechanismen	175
16.1	Elektrische Struktur der Materie	175
	16.1.1 Atomstruktur – 16.1.2 Elektronen in Festkörpern	
16.2	Metallische Leitung	184
16.3	Supraleitung	187
16.4	Halbleiter	191
	16.4.1 Eigenleitung – 16.4.2 Störstellenleitung – 16.4.3 Hall-Effekt in Halbleitern – 16.4.4 PN-Übergänge	
16.5	Elektrolytische Leitung	197
16.6	Stromleitung in Gasen	198
	16.6.1 Unselbstständige Gasentladung – 16.6.2 Selbstständige Gasentladung – 16.6.3 Der Plasmazustand	
16.7	Elektrische Leitung im Hochvakuum	202
	16.7.1 Elektronenemission – 16.7.2 Bewegung freier Ladungsträger im Vakuum	
17	Starke und schwache Wechselwirkung: Atomkerne und Elementarteilchen	208
17.1	Atomkerne	208
17.2	Massendefekt, Kernbindungsenergie	210
17.3	Radioaktiver Zerfall	211
	17.3.1 Alphaerfall – 17.3.2 Betaerfall	
17.4	Künstliche Kernumwandlungen, Kernenergiegewinnung	214
17.5	Elementarteilchen	219
III. Wellen und Quanten		
18	Wellenausbreitung	224
18.1	Beschreibung von Wellenbewegungen, Wellengleichung	224
18.2	Elastische Wellen, Schallwellen	229
18.3	Doppler-Effekt, Kopfwellen	232
19	Elektromagnetische Wellen	234
19.1	Erzeugung und Ausbreitung elektromagnetischer Wellen	235
19.2	Elektromagnetisches Spektrum	240

20	Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung mit Materie	242
20.1	Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Materie, Dispersion	242
20.2	Emission und Absorption des schwarzen Körpers, Planck'sches Strahlungsgesetz	245
20.3	Quantisierung des Lichtes, Photonen	249
20.4	Stationäre Energiezustände, Spektroskopie	252
20.5	Induzierte Emission, Laser	255
21	Reflexion und Brechung, Polarisation	258
21.1	Reflexion, Brechung, Totalreflexion	258
21.2	Optische Polarisation	262
22	Geometrische Optik	264
22.1	Optische Abbildung	264
22.2	Abbildungsfehler	268
23	Interferenz und Beugung	270
23.1	Huygens'sches Prinzip	270
23.2	Fraunhofer-Beugung an Spalt und Gitter	273
24	Wellenaspekte bei der optischen Abbildung	277
24.1	Abbe'sche Mikroskoptheorie	277
24.2	Holografie	278
25	Materiewellen	280
25.1	Teilchen, Wellen, Unschärferelation	280
25.2	Die De-Broglie-Beziehung	281
25.3	Die Schrödinger-Gleichung	283
25.4	Elektronenbeugung, Elektroneninterferenzen	284
25.5	Elektronenoptik	286
Literatur		289

Physik

H. Niedrig, M. Sternberg

0 Übersicht

Die Grundlagen der Physik wurden traditionell ungefähr entsprechend der historischen Entwicklung der einzelnen Teilgebiete dargestellt, also etwa in der Reihenfolge:

- Mechanik
- Schwingungen und Wellen
- Akustik
- Wärmelehre
- Elektrizitätslehre
- Optik
- Elektromagnetische Strahlung
- Atomphysik
- Kerne und Elementarteilchen
- Relativitätsprinzip.

In dieser Abfolge von Teilgebieten werden übergeordnete Prinzipien der Physik, wie z. B. das Feldkonzept, die vier grundlegenden Wechselwirkungsarten, oder die Wellenausbreitung, nicht sehr deutlich.

Deshalb wurde in der vorliegenden Darstellung der Physik eine andere Systematik gewählt, die – ähnlich wie in den Feynman Lectures und in den Büchern von Alonso und Finn oder von Stroppe, vgl. den Abschnitt Literatur – von nur wenigen Grundkonzepten ausgeht, und hier zu einer Gliederung in drei Teile führt:

- * Teil I: Teilchen und Teilchensysteme
 - Kinematik
 - Kraft und Impuls
 - Dynamik starrer Körper
 - Statistische Mechanik – Thermodynamik
 - Transporterscheinungen
 - Hydro- und Aerodynamik
- * Teil II: Wechselwirkungen und Felder
 - Gravitationswechselwirkung
 - Elektrische Wechselwirkung
 - Magnetische Wechselwirkung
 - Zeitveränderliche elektromagnetische Felder

- Elektrische Stromkreise
- Transport elektrischer Ladung: Leitungsmechanismen
- Starke und schwache Wechselwirkung: Atomkerne und Elementarteilchen
- * Teil III: Wellen und Quanten
 - Wellenausbreitung
 - Elektromagnetische Wellen
 - Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung mit Materie
 - Reflexion und Brechung, Polarisation
 - Geometrische Optik
 - Interferenz und Beugung
 - Wellenaspekte bei der optischen Abbildung
 - Materiewellen.

Hier können die systematischen Zusammenhänge in den verschiedenen Bereichen der Physik leichter als in der traditionellen Darstellung deutlich gemacht werden.

Beispielsweise werden bei der Mechanik des Massenpunktes und der Teilchensysteme in Teil I die Relativitätsprinzipie (Galilei- und Lorentz-Transformation) bereits mitbehandelt, ebenso die Schwingungen. Starre Körper, Fluide und Gase werden als Teilchensysteme aufgefasst, und die Thermodynamik wird mithilfe der kinetischen Gastheorie als statistische Mechanik dargestellt. Die Transporterscheinungen (Diffusion, Wärmeleitung, Viskosität) werden als Nichtgleichgewichtsvorgänge im Anschluss an die thermodynamischen Gleichgewichtsprozesse (Kreisprozesse) behandelt.

In Teil II werden die vier bekannten fundamentalen Wechselwirkungsarten (Gravitations-, elektromagnetische, starke und schwache Wechselwirkung) mit ihren Kraftfeldern im Zusammenhang besprochen, wobei das Schwerkraft naturgemäß bei der Elektrodynamik liegt. Die Atomstruktur wird einführend bei den elektrischen Leitungsmechanismen erläutert. Kernstruktur, -zerfall und -energiegewinnung finden

sich unter dem Stichwort Starke Wechselwirkung. Die Elementarteilchensystematik wird einschließlich des Standardmodells unter dem Stichwort Schwache Wechselwirkung behandelt.

Teil III geht zunächst von der allgemeinen Beschreibung von Wellenbewegungen und der daraus resultierenden Wellengleichung aus, um dann elastische Wellen, akustische Wellen (inklusive Doppler-Prinzip) und vor allem elektromagnetische Wellen zu behandeln. Es schließen sich die Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung mit Materie, die Strahlungsgesetze, das Quantenkonzept des Lichtes und die Spektroskopie an bis hin zur induzierten Emission und dem Laser. Die Optik wird zunächst im Grenzfall der (unendlich) kleinen Wellenlänge betrachtet (Strahlenoptik, geometrische Optik). Der entgegengesetzte Fall führt zur Interferenz und Beugung (Huygens, Fresnel, Fraunhofer), zur Abbe'schen Mikroskoptheorie und zur Holografie. Als letzter Aspekt werden Elektronen als Materiewellen (de Broglie) betrachtet: Schrödinger-Gleichung, Elektronenbeugung und Elektronenoptik.

Dem Ganzen vorgeschaltet ist ein Abschnitt über physikalische Größen und Einheiten und das Internationale Einheitensystem, das hier durchgängig verwendet wird.

1 Physikalische Größen und Einheiten

Physik ist die Wissenschaft von den Eigenschaften, der Struktur und der Bewegung der (unbelebten) Materie, und von den Kräften oder Wechselwirkungen, die diese Eigenschaften, Strukturen und Bewegungen hervorrufen. Aufgabe der Physik ist es, solche physikalischen Vorgänge in Raum und Zeit zu verfolgen (zu beobachten) und in logische Beziehungen zueinander zu setzen. Die Sprache, in der das geschieht, ist die der Mathematik. Die Beobachtungsergebnisse müssen daher in messbaren, d. h. zahlenmäßig erfassbaren Werten (Vielfachen oder Teilen von festgelegten Einheiten) ausgedrückt werden, um physikalische Gesetzmäßigkeiten erkennen zu können. Der Vergleich mit der Einheit stellt einen *Messvorgang* dar. Er ist stets mit einem *Messfehler* verknüpft, der die Genauigkeit der Messung begrenzt.

1.1 Physikalische Größen

Physikalische Gesetzmäßigkeiten sind mathematische Zusammenhänge zwischen *physikalischen Größen*. Physikalische Größen G kennzeichnen (im Prinzip) *messbare* Eigenschaften und Zustände von physikalischen Objekten oder Vorgängen. Sie werden ihrer Qualität nach bestimmten *Größenarten* (z. B. Länge, Zeit, Kraft, Ladung usw.) zugeordnet. Der Wert einer physikalischen Größe ist das Produkt aus einem *Zahlenwert* $\{G\}$ (früher: Maßzahl) und einer *Einheit* $[G]$ (früher: Maßeinheit):

$$G = \{G\}[G] . \quad (1-1)$$

Außerdem haben Größen und Einheiten eine *Dimension*, z. B. haben Kreisumfang und die Einheit Femtometer beide die Dimension Länge. Formal kann man einen Ausdruck für die Dimension aus der SI-Einheit ableiten, indem man im Potenzprodukt der Basiseinheiten diese durch die entsprechenden Basisdimensionen ersetzt.

1.2 Basisgrößen und -einheiten

Man unterscheidet heute zwischen Basisgrößenarten und abgeleiteten Größenarten. Letztere können als Potenzprodukte mit ganzzahligen Exponenten der Basisgrößenarten dargestellt werden (z. B. Geschwindigkeit = Länge $\cdot$ Zeit $^{-1}$). Welche Größenarten als Basisgrößenarten gewählt werden, ist in gewissem Maße willkürlich und geschieht nach Gesichtspunkten der Zweckmäßigkeit. In den verschiedenen Gebieten der Physik kommt man mit unterschiedlich vielen Basisgrößenarten aus (Tabelle 1-1).

1.3 Das Internationale Einheitensystem, Konstanten und Einheiten

Die neben den SI-Einheiten üblichen und zugelassenen Einheiten sind heute definitorisch sämtlich an das SI (Système International d'Unités) angeschlossen. Die sieben Basisgrößen und -einheiten des SI sind in Tabelle 1-2 aufgeführt. Alle anderen physikalischen Größen lassen sich als Potenzprodukte der Basisgrößen darstellen (abgeleitete Größen). Bei wichtigen abgeleiteten Größen werden die zugehörigen Po-

Tabelle 1–1. Schema der Basisgrößenarten, auf denen das SI basiert

Teilgebiete der Physik			Anzahl der Basisgrößen
Geometrie: Länge l			1
Kinematik: l , Zeit t			2
Dynamik: l , t , Masse m			3
Elektrodynamik:	Phänomenologische Thermodynamik:	Atomistik:	4
l , t , m , Ladung Q	l , t , m , Temperatur T	l , t , m , Stoffmenge ν	
Elektrothermik:	Statistische Physik:	Elektrische Transportphänomene:	5
l , t , m , Q , T	l , t , m , T , ν	l , t , m , Q , ν	
Physik der Materie: l , t , m , Q , T , ν			6

tenzprodukte der Basiseinheiten durch weitere Einheitenamen abgekürzt, z. B. für die elektrische Spannung: $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-3} = \text{V}$ (Volt). Anstelle der sich als Basisgröße natürlich anbietenden elektrischen Ladung wird die besser messbare elektrische Stromstärke verwendet.

Definitionen der *Basiseinheiten* (in Klammern die Größenordnung der relativen Unsicherheiten der Realisierungen):

- 1 *Meter* (m) ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299 792 458 Sekunden durchläuft (10^{-14}).
- 1 *Sekunde* (s) ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung (10^{-14}).
- 1 *Kilogramm* (kg) ist die Masse des internationalen Kilogrammprototyps (10^{-9}).
- 1 *Ampere* (A) ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen Stroms, der, durch zwei im Vakuum par-

allel im Abstand von 1 Meter angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorruft (10^{-6}).

- 1 *Kelvin* (K) ist der 273,16-te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wassers (10^{-6}).
- 1 *Mol* (mol) ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebenso viel Teilchen besteht, wie Atome in 0,012 Kilogramm des Kohlenstoff-Nuklids ^{12}C enthalten sind (10^{-6}).
- 1 *Candela* (cd) ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz 540 THz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 W/sr beträgt ($5 \cdot 10^{-3}$).

Aufgrund der Fortschritte in der Messgenauigkeit insbesondere der Zeitmessung wurde auf der XVII. Generalkonferenz für Maß und Gewicht am 20. 10. 1983 der Zahlenwert der *Vakuumlichtgeschwindigkeit* als Naturkonstante genau festgelegt:

$$c_0 = 299\,792\,458\,\text{m/s} \, .$$

(1-2)

Tabelle 1–2. Basisgrößen und Basiseinheiten des SI

Basisgröße	Basiseinheit Name	Zeichen
Länge	Meter	m
Zeit	Sekunde	s
Masse	Kilogramm	kg
elektr. Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd

Damit ist das Meter seit dieser Festlegung metrologisch von der Sekunde abhängig geworden.

Es ist Aufgabe der staatlichen Mess- und Eichlaboratorien, in der Bundesrepublik Deutschland der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, für die experimentelle Realisierung der Basiseinheiten in *Normalen* mit größtmöglicher Genauigkeit zu sorgen, da hiervon die Messgenauigkeiten physikalischer

Tabelle 1–3. Vorsätze zur Bildung dezimaler Vielfacher und Teile von Einheiten

Faktor	Vorsatz	Vorsatzzeichen
10^{24}	Yotta	Y
10^{21}	Zetta	Z
10^{18}	Exa	E
10^{15}	Peta	P
10^{12}	Tera	T
10^9	Giga ^a	G
10^6	Mega ^a	M
10^3	Kilo ^a	k
10^2	Hekto ^b	h
10^1	Deka ^b	da
10^{-1}	Dezi ^b	d
10^{-2}	Zenti ^b	c
10^{-3}	Milli	m
10^{-6}	Mikro	μ
10^{-9}	Nano	n
10^{-12}	Piko	p
10^{-15}	Femto	f
10^{-18}	Atto	a
10^{-21}	Zepto	z
10^{-24}	Yocto	y

^a Die Vorsätze Kilo (K), Mega (M) und Giga (G) sind in der Informatik abweichend wie folgt definiert: $K = 2^{10} = 1024$, $M = 2^{20} = 1\,048\,576$, $G = 2^{30} = 1\,073\,741\,824$.

^b Die Vorsätze c, d, da und h werden heute im Wesentlichen nur noch in folgenden 9 Einheiten angewandt: cm, dm; ha; cl, dl, hl; dt, hPa sowie (in Österreich) dag.

Beobachtungen und die Herstellungsgenauigkeiten technischer Geräte abhängen.

Zur Vervielfachung bzw. Unterteilung der Einheiten sind international vereinbarte Vorsätze und Vorsatzzeichen zu verwenden (Tabelle 1–3).

Aus der theoretischen Beschreibung der physikalischen Gesetzmäßigkeiten, d.h. der mathematischen Zusammenhänge zwischen den physikalischen Größen, ergeben sich universelle Proportionalitätskonstanten, die sog. *Naturkonstanten*, die entsprechend den Fortschritten der physikalischen Messtechnik von der CODATA Task Group on Fundamental Constants als konsistenter Satz von Naturkonstanten empfohlen und hier verwendet werden (P.J. Mohr, B.N. Taylor: CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2002, <http://www.physicstoday.org/guide/fundconst.pdf>; Reviewed 2005 by P.J. Mohr and B.N. Taylor, Rev. Mod. Phys. **77**, 1, 2005).

In der älteren Literatur sind verschiedene andere Einheitensysteme verwendet, aus denen man manche Einheiten noch antrifft. Tabelle 1–4 enthält daher einige Umrechnungen heute ungültiger und sonstiger Einheiten.

International vereinbarte Normwerte von Kenngrößen der Erde sowie von Luft, Wasser und Sonnenstrahlung enthält Tabelle 1–5.

Tabelle 1–4. Einheiten außerhalb des SI

Einheit	Einheitenzeichen, Definition, Umrechnung in das SI	Anwendung
<i>Gesetzliche Einheiten</i>		
Gon	gon = $(\pi/200)$ rad	ebener Winkel
Grad	$^{\circ}$ = $(\pi/180)$ rad	ebener Winkel
Minute	' = $(1/60)^{\circ}$	ebener Winkel
Sekunde	" = $(1/60)'$	ebener Winkel
Liter	l = L = $1\text{ dm}^3 = 10^{-3}\text{ m}^3$	Volumen
Minute	min = 60 s	Zeit
Stunde	h = 60 min	Zeit
Tag	d = 24 h	Zeit
Tonne	t = 10^3 kg	Masse
Bar	bar (= 10^6 dyn/cm^2) = 10^5 Pa	Druck
<i>– mit beschränktem Anwendungsbereich</i>		
Dioptrie	dpt = 1/m	Brechwert opt. Systeme
Ar	a = 100 m^2 [1 ha = 100 a]	Fläche von Grundstücken
Barn	b = $10^{-28}\text{ m}^2 = 100\text{ fm}^2$	Wirkungsquerschnitt in der Kernphysik

Tabelle 1–4. Fortsetzung

Einheit	Einheitenzeichen, Definition, Umrechnung in das SI	Anwendung
atomare Masseneinheit	$u = \text{kg}/(10^3 \cdot N_A \cdot \text{mol})$ $= 1,66053886 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	Masse in der Atomphysik
metrisches Karat	$(\text{Kt} = \text{ct}) = 0,2 \text{ g}$	Masse von Edelsteinen
mm Quecksilbersäule	$\text{mmHg} = 133,322 \text{ Pa}$	Blutdruck in der Medizin
Elektronenvolt	$\text{eV} = e \cdot (1 \text{ V}) = 1,60217653 \cdot 10^{-19} \text{ J}$	Energie in der Atomphysik
<i>Englische und US-amerikanische Einheiten mit verbreiteter Anwendung</i>		
inch (vereinheitl.)	$\text{in} = 0,0254 \text{ m}$	Länge
— imperial inch (U.K.)	$\text{imp. in} = 25,399978 \text{ mm}$	Länge
— US inch	$= (1/39,37) \text{ m} = 25,4000508 \text{ mm}$	Länge
foot	$\text{ft} = 12 \text{ in} = 0,3048 \text{ m}$	Länge
yard	$\text{yd} = 3 \text{ ft} = 0,9144 \text{ m}$	Länge
mile	$\text{mile} = 1760 \text{ yd} = 1609,344 \text{ m}$	Länge
gallon (U.K.)	$\text{imp. gallon} = 277,42 \text{ in}^3 = 4,54609 \text{ l}$	Volumen (Hohlmaß)
gallon (US)	$\text{gal} = 231 \text{ in}^3(\text{US}) = 3,7854345 \text{ l}$	Volumen (Hohlmaß) f. Flüss.
petroleum gallon (US)	$\text{ptr. gal} = 230,665 \text{ in}^3(\text{US}) = 3,779949 \text{ l}$	Volumen von Erdöl
petroleum barrel (US)	$\text{ptr. bbl} = 42 \text{ ptr. gal} = 158,7579 \text{ l}$	Volumen von Erdöl
pound (vereinheitl.)	$\text{lb} = 0,45359237 \text{ kg}$	Masse
ounce	$\text{oz} = (1/16) \text{ lb} = 28,349523 \text{ g}$	Masse
troy ounce	$\text{ozt} = \text{oztr} = (480/7000) \text{ lb} = 31,1034768 \text{ kg}$	Masse von Edelmetallen
pound-force (U.K.)	$\text{lbf} = \text{lb} \cdot g_n = 4,4482216 \text{ N}$	Kraft
horse-power (U.K.)	$\text{h.p.} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lbf/s} = 745,700 \text{ W}$	Leistung
<i>International übliche SI-fremde Einheiten für besondere Gebiete</i>		
internationale Seemeile	$\text{sm} = 1852 \text{ m}$	Länge in der Seefahrt
international nautical air mile	$\text{NM} = \text{NAM} = 1 \text{ sm}$	Länge in der Luftfahrt
Knoten	$\text{kn} = \text{sm/h} = 1,852 \text{ km/h} = 0,5144 \text{ m/s}$	Geschw. in der Seefahrt
Knoten	$\text{kt} = \text{NM/h} = 0,5144 \text{ m/s}$	Geschw. in der Luftfahrt
astronom. Einheit	$\text{AE} = 149,597870 \cdot 10^9 \text{ m}$	Länge in der Astronomie
Lichtjahr	$\text{ly} = c_0 \cdot a_{\text{tr}} (a_{\text{tr}} = 365,24219878 \text{ d})$ $= 9,460528 \cdot 10^{15} \text{ m}$	Länge in der Astronomie
Parsec	$\text{pc} = \text{AE}/\sin 1'' = 30,856776 \cdot 10^{15} \text{ m}$	Länge in der Astronomie
<i>Nicht mehr gesetzliche abgeleitete CGS-Einheiten mit besonderem Namen und verwandte</i>		
Dyn	$\text{dyn} = \text{g} \cdot \text{cm/s}^2 = 10^{-5} \text{ N}$	Kraft
Erg	$\text{erg} = \text{dyn} \cdot \text{cm} = 10^{-7} \text{ J}$	Energie
Poise	$\text{P} = \text{g}/(\text{cm} \cdot \text{s}) = 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s}$	dynamische Viskosität
Stokes	$\text{St} = \text{cm}^2/\text{s} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$	kinematische Viskosität
Gal	$\text{Gal} = \text{cm/s}^2 = 10^{-2} \text{ m/s}^2$	Fallbeschleunigung
Stilb	$\text{sb} = \text{cd}/\text{cm}^2 = 10^4 \text{ cd/m}^2$	Leuchtdichte
Phot	$\text{ph} = \text{cd} \cdot \text{sr}/\text{cm}^2 = 10^4 \text{ lx (lux)}$	Beleuchtungsstärke
Oersted	$\text{Oe} = (10/4\pi) \text{ A}/\text{cm} = (1000/4\pi) \text{ A}/\text{m}$	magnetische Feldstärke
Gauß	$\text{G} = 10^{-4} \text{ T (Tesla)}$	magnetische Flussdichte
Maxwell	$\text{M} = \text{G} \cdot \text{m}^2 = 10^{-8} \text{ Wb (Weber)}$	magnetischer Fluss
<i>Sonstige nicht mehr gesetzliche Einheiten</i>		
Kilopond	$\text{kp} = \text{kg} \cdot g_n = 9,80665 \text{ N}$	Kraft
Kalorie	$\text{cal} = c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \text{K} \cdot \text{g} = 4,1868 \text{ J}$	Wärmemenge, (Energie)

Tabelle 1-4. Fortsetzung

Einheit	Einheitenzeichen, Definition, Umrechnung in das SI	Anwendung
Pferdestärke	$PS = 75 \text{ m} \cdot \text{kp/s} = 735,49875 \text{ W}$	Leistung
Apostilb	$asb = (10^{-4}/\pi) sb = 1/\pi \text{ cd/m}^2$	Leuchtdichte
Röntgen	$R = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ C/kg}$	Ionendosis
Rad	$rd = 10^{-2} \text{ J/kg} = 10^{-2} \text{ Gy (Gray)}$	Energiedosis
Rem	$rem = 10^{-2} \text{ J/kg} = 10^{-2} \text{ Sv (Sievert)}$	Äquivalentdosis
Curie	$Ci = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} = 37 \cdot 10^9 \text{ Bq (Becquerel)}$	Aktivität eines Radionuklids
Ångström	$\text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$	Länge in der Spektroskopie und Elektronenmikroskopie
X-Einheit	$XE = (1,00202 \pm 3 \cdot 10^{-5}) \cdot 10^{-13} \text{ m}$	Länge in der Röntgenspekt.

Tabelle 1-5. Genormte Werte von physikalischen Umweltdaten

Größe (Quelle)	Formelzeichen	Wert
<i>Sonnenstrahlung</i>		
Solarkonstante (DIN 5031-8)	$E_{\text{e}0}$	1,37 kW/m ²
<i>Erde (Geodätisches Referenzsystem, 1980)</i>		
Äquatorradius	a	6 378 137 m
Polradius	b	6 356 752 m
mittlerer Erdradius (der volumengleichen Kugel)	$R_E = (a^2 \cdot b)^{1/3}$	6 371 000 m
Oberfläche	S_E	510,0656 · 10 ⁶ km ²
Volumen	$V_E = (4\pi/3)a^2b$	1083,207 · 10 ⁹ km ³
Masse	M_E	5,9742 · 10 ²⁴ kg
Normfallbeschleunigung	g_n	9,80665 m/s ²
Breitenabhängigkeit der Fallbeschleunigung auf NN	$g(\varphi)$	9,780327(1 + 0,00530244 sin ² φ – 0,00000582 sin ² 2 φ)
<i>Luft im Normzustand (DIN ISO 2533, basiert auf älteren Werten der Fundamentalkonstanten)</i>		
Normdruck	p_n	101 325 Pa
Normtemperatur (anders DIN 1343!)	T_n	228,15 K = 15°C
Dichte der trockenen Luft	ϱ_n	1,225 kg/m ³
molare Masse der trockenen Luft	$M_L = \varrho_n RT_n / p_n$	28,964420 kg/kmol
spezifische Gaskonstante der trockenen Luft	$R_L = R/M_L = p_n/(\varrho_n T_n)$	287,05287 J/(kg · K)
Schallgeschwindigkeit	$a_n = c_{a,n} = (1,4 p_n / \varrho_n)$	340,294 m/s
Druckskalenhöhe	$H_{pn} = p_n / (g_n \varrho_n)$	8434,5 m
mittlere freie Weglänge der Luftteilchen	l_n	66,328 nm
Teilchendichte	$n_n \approx n_0 T_0 / T_n$	25,471 · 10 ²⁴ m ⁻³
mittlere Teilchengeschwindigkeit	$\bar{v}_n$	458,94 m/s
Wärmeleitfähigkeit	λ_n	25,383 mW/(m · K)
dynamische Viskosität	μ_n	17,894 µPa · s
Brechzahl (DIN 5030-1) im sichtb. Spektralber.	$n(\lambda)$	1,00021 ... 1,00029
<i>Wasser</i>		
Dichte bei 4 °C und p_n (DIN 1306)	ϱ	999,972 kg/m ³
Eispunktemperatur bei p_n	T_0	273,15 K $\hat{=}$ 0 °C
dyn. Viskosität bei 20 °C (DIN 51 550)	η	1,002 mPa · s
Verdampfungsenthalpie bei 25 °C, spezifische –, molare	$r(= h_{1g})$ r_m	2442,5 kJ/kg 44,002 kJ/mol

I. TEILCHEN UND TEILCHENSYSTEME

In den folgenden Abschnitten 2 bis 7 werden die physikalischen Grundlagen der Mechanik dargestellt, die später in der Technischen Mechanik E im Hinblick auf technische Anwendungen spezieller behandelt werden.

2 Kinematik

Die *Kinematik* (Bewegungslehre) behandelt die Gesetzmäßigkeiten, die die Bewegungen von Körpern rein geometrisch beschreiben, ohne Rücksicht auf die Ursachen der Bewegung. Die die Bewegung erzeugenden bzw. dabei auftretenden Kräfte werden erst in der Dynamik behandelt. Es wird zunächst die Kinematik des Massenpunktes besprochen.

Definition des Massenpunktes: Der Massenpunkt ist ein idealisierter Körper, dessen gesamte Masse in einem mathematischen Punkt vereinigt ist. Jeder reelle Körper, dessen Größe und Form bei dem betrachteten physikalischen Problem ohne Einfluss bleiben, kann als Massenpunkt behandelt werden (Beispiele: Planetenbewegung, Satellitenbahnen, H-Atom). Die Lage oder der Ort eines Massenpunktes zur Zeit t in einem vorgegebenen Bezugssystem (Bild 2-1) kann durch einen (bei Bewegung des Massenpunktes zeitabhängigen) *Ortsvektor*

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

mit

$$r(t) = |\mathbf{r}(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)} \quad (2-1)$$

oder durch die entsprechenden Ortskoordinaten $x(t), y(t), z(t)$ beschrieben werden.

Kinematische Operationen: Hierunter wird die Durchführung bestimmter Bewegungsoperationen verstanden, die zu einer Veränderung der Lage ausgedehnter Körper im Raum führen (Translation, Rotation, Spiegelung). Die Lageveränderung einzelner Massenpunkte wird allein durch die Translation ausreichend beschrieben.

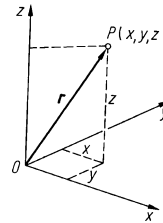


Bild 2-1. Ortsvektor eines Massenpunktes P

2.1 Geradlinige Bewegung

Die die geradlinige Bewegung eines Massenpunktes beschreibenden Größen sind der Weg s , die Zeit t , die Geschwindigkeit v , die Beschleunigung a . Definitionen der Geschwindigkeit:

$$\text{mittlere Geschwindigkeit } \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}, \quad (2-2)$$

$$\begin{aligned} \text{Momentan-} \\ \text{geschwindigkeit } v &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = \dot{s} \\ &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}. \end{aligned} \quad (2-3)$$

SI-Einheit: $[v] = \text{m/s}$.

Für die *gleichförmig geradlinige Bewegung* gilt:

$$v = \text{const}$$

Ist zum Zeitpunkt t_0 der Ort des Massenpunktes s_0 (Bild 2-2), so ergibt sich sein Ort s zu einem späteren Zeitpunkt t durch Integration von $ds = v dt$ aus (2-3):

$$\begin{aligned} \int_{s_0}^s ds &= \int_{t_0}^t v dt, \\ s &= s_0 + v(t - t_0). \end{aligned} \quad (2-4)$$

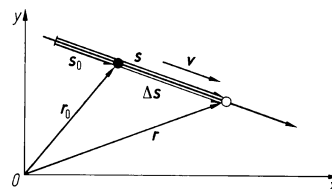


Bild 2-2. Geradlinige Bewegung eines Massenpunktes

Definitionen der Beschleunigung:

$$\text{mittlere Beschleunigung } \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad (2-5)$$

$$\begin{aligned} \text{Momentan-} \quad a &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v} \\ \text{beschleunigung} \quad &= \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s} = \frac{d^2 r}{dt^2} = \ddot{r}. \end{aligned} \quad (2-6)$$

SI-Einheit: $[a] = \text{m/s}^2$.

Verzögerung liegt vor, wenn $a < 0$ ist, d. h. der Betrag der Geschwindigkeit mit t abnimmt. Verzögerung ist also *negative Beschleunigung*.

Bemerkung: Für die geradlinige Bewegung ist eine skalare Schreibweise ausreichend. In der hier gewählten vektoriellen Schreibweise sind die Definitionen (2-3) und (2-6) auch für *krummlinige Bewegungen* gültig. In diesem Fall ist die Geschwindigkeitsänderung $d\mathbf{v}$ und damit die Beschleunigung $\mathbf{a}$ i. Allg. nicht parallel zu $\mathbf{v}$ (Bild 2-3).

Sonderfälle:

- Ändert sich nur der Geschwindigkeitsbetrag, nicht aber die Richtung, so handelt es sich um eine geradlinige Bewegung mit $\mathbf{a} \parallel \mathbf{v}$. *Bahnbeschleunigung*.
- Ändert sich nur die Geschwindigkeitsrichtung, nicht aber der Betrag, so handelt es sich um eine krummlinige Bewegung mit $\mathbf{a} \perp \mathbf{v}$. *Normalbeschleunigung*.

Für die *gleichmäßig beschleunigte, geradlinige Bewegung* gilt

$$a = \text{const}, \text{ Anfangsgeschwindigkeit } v_0 \parallel a.$$

Ist zum Zeitpunkt t_0 der Ort des Massenpunktes s_0 und seine Geschwindigkeit v_0 (Anfangsgeschwindigkeit), so ergibt sich für einen späteren Zeitpunkt t durch Integration von $dv = a dt$ aus (2-6)

$$\begin{aligned} \int_{v_0}^v dv &= \int_{t_0}^t a dt \\ v &= v_0 + a(t - t_0), \end{aligned} \quad (2-7)$$

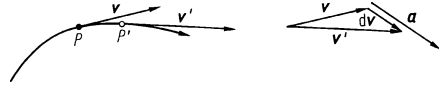


Bild 2-3. Änderung von Geschwindigkeitsbetrag und -richtung bei krummliniger Bewegung

und durch Integration von $ds = v dt$ aus (2-3)

$$\begin{aligned} \int_{s_0}^s ds &= \int_{t_0}^t v dt = \int_{t_0}^t [v_0 + a(t - t_0)] dt \\ s &= s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2. \end{aligned} \quad (2-8)$$

Für die Anfangswerte $s_0 = 0$ und $t_0 = 0$ folgt aus (2-7) und (2-8)

$$v = v_0 + at \quad (2-9)$$

$$s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (2-10)$$

und durch Elimination von t aus (2-9) und (2-10)

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2as}. \quad (2-11)$$

Freier Fall:

Im Schwerfeld der Erde unterliegen Massen der Fallbeschleunigung g , deren Betrag in der Nähe der Erdoberfläche näherungsweise konstant etwa mit dem Wert $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ angesetzt werden kann (vgl. 3.2.1). Für die Fallhöhe $h (= s)$ und $a = g$ folgt aus (2-9) bis (2-11)

$$v = v_0 + gt, \quad (2-12)$$

$$h = v_0 t + \frac{g}{2} t^2, \quad (2-13)$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}, \quad (2-14)$$

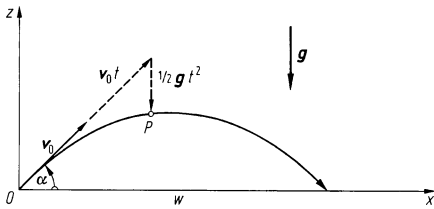
wobei v_0 die Fallgeschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ ist. Dieselben Gleichungen gelten auch für den *senkrechten Wurf* nach unten mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 .

Der *senkrechte Wurf* nach oben ist in der Steigphase (bis zur maximalen Steighöhe h_{max}) eine gleichmäßig verzögerte Bewegung mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 und der Beschleunigung $a = -g$. Aus (2-9) bis (2-11) folgt dann:

$$v = v_0 - gt \quad (2-15)$$

$$h = v_0 t - \frac{g}{2} t^2 \quad (2-16)$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}. \quad (2-17)$$

Bild 2-4. Schräger Wurf unter dem Winkel α

Aus (2-17) ergibt sich die maximale Steighöhe $h_{\max}$ für $v = 0$:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}. \quad (2-18)$$

Aus (2-15) folgt für $v = 0$ die Steigzeit

$$t_m = \frac{v_0}{g}. \quad (2-19)$$

Schräger Wurf im Erdfeld:

Die Bahnkurve $\mathbf{r}(t)$ beim schrägen Wurf unter dem Winkel α zur Horizontalen (Bild 2-4) ergibt sich analog zu (2-8) oder (2-10) aus der Vektorgleichung

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t + \frac{\mathbf{g}}{2} t^2, \quad (2-20)$$

lässt sich also interpretieren als zusammengesetzt aus zwei geradlinigen Bewegungen:

1. einer gleichförmigen Translation in Richtung der Anfangsgeschwindigkeit $\mathbf{v}_0$,
2. dem freien Fall in senkrechter Richtung; siehe Bild 2-4.

Aus (2-20) folgen die Koordinaten des Massenpunktes zur Zeit t :

$$\begin{aligned} x &= v_0 t \cos \alpha \\ z &= v_0 t \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2. \end{aligned} \quad (2-21)$$

Durch Elimination von t ergibt sich als Bahnkurve eine Parabel:

$$z = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2. \quad (2-22)$$

Die Wurfweite w lässt sich aus der Koordinate des zweiten Schnittpunktes der Bahnkurve mit der Horizontalen berechnen:

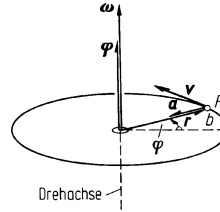


Bild 2-5. Gleichförmige Kreisbewegung

$$w = v_0^2 \frac{\sin 2\alpha}{g}. \quad (2-23)$$

Die maximale Wurfweite ergibt sich für $\sin 2\alpha = 1$, d. h. für $\alpha = 45^\circ$, und beträgt

$$w_{\max} = \frac{v_0^2}{g}. \quad (2-24)$$

2.2 Kreisbewegung

Die die Kreisbewegung eines Massenpunktes beschreibenden Größen sind:

- der Drehwinkel φ , die Zeit t , die Winkelgeschwindigkeit ω , die Winkelbeschleunigung α .

Diese Größen beschreiben die Kreisbewegung in analoger Weise wie die Größen Weg, Zeit, Geschwindigkeit und Beschleunigung die geradlinige Bewegung. Der Drehwinkel φ und die Winkelgeschwindigkeit ω sind axiale Vektoren, die senkrecht auf der Ebene der Kreisbewegung stehen und deren Richtung sich aus der Rechtsschraubenregel in Bezug auf den Drehsinn der Bewegung ergeben (Bild 2-5). Winkelbeträge können in der Einheit Grad ($^\circ$) oder im Bogenmaß (Einheit: rad) angegeben werden. Der Winkel im Bogenmaß ist definiert als die Länge des von den Winkelschenkeln eingeschlossenen Kreisbogens im Einheitskreis. Der Zusammenhang zwischen Winkel φ im Bogenmaß, zugehöriger Bogenlänge b auf einem Kreis und dessen Radius r ist dann (Bild 2-5)

$$\varphi = \frac{b}{r} \text{ rad}.$$

Umrechnungen:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi/\text{rad}}{\varphi/^\circ} &= \frac{\pi}{180}, \quad 1 \text{ rad} = 57,29 \dots^\circ, \\ 1^\circ &= 0,01745 \dots \text{ rad} = 17,45 \dots \text{ mrad}. \end{aligned}$$

Definitionen:

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}, \quad (2-25)$$

$$\text{Winkelbeschleunigung} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}. \quad (2-26)$$

SI-Einheiten:

$$[\omega] = \text{rad/s} = 1/\text{s}, \quad [\alpha] = \text{rad/s}^2 = 1/\text{s}^2.$$

Für die *gleichförmige Kreisbewegung* gilt

$$\omega = \text{const.}$$

Ist zum Zeitpunkt t_0 die Lage des Massenpunktes auf der Kreisbahn durch den Winkel φ_0 gegeben, so ergibt sich seine Lage φ zu einem späteren Zeitpunkt t durch Integration von $d\varphi = \omega dt$ aus (2-25) zu

$$\varphi = \varphi_0 + \omega(t - t_0). \quad (2-27)$$

Nennen wir die Dauer eines vollständigen Umlaufs T (Umlaufzeit, Periodendauer) und die auf die Zeit bezogene Zahl der Umläufe Drehzahl (Umdrehungsfrequenz) n , so gelten die Zusammenhänge

$$n = \frac{1}{T} \quad \text{und} \quad \omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}. \quad (2-28)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω bei der Kreisbewegung wird auch Drehgeschwindigkeit genannt. Zwischen den Vektoren ω , v und r bei der Kreisbewegung (Ursprung von r auf der Drehachse, Bild 2-5, jedoch nicht notwendig in der Kreisebene) besteht der Zusammenhang

$$v = \omega \times r. \quad (2-29)$$

Durch Einsetzen in (2-6) und Ausführen der Differenziation unter Beachtung von $\omega = \text{const}$ ergibt sich für die Beschleunigung bei der gleichförmigen Kreisbewegung

$$a = \omega \times v = \omega \times (\omega \times r). \quad (2-30)$$

Demnach ist $a \parallel -r$ (Bild 2-5), also eine reine Normalbeschleunigung ($a \perp v$), bei der Kreisbewegung auch *Zentripetalbeschleunigung* genannt. Für den Be-

trag der Zentripetalbeschleunigung folgt aus (2-29) und (2-30)

$$a = \omega v = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}. \quad (2-31)$$

Wenn ω zeitabhängig ist, also eine Tangentialbeschleunigung auftritt, so ergibt sich aus (2-6), (2-26) und (2-29) für die Kreisbewegung die Gesamtbeschleunigung

$$a = \alpha \times r + \omega \times v \quad (2-32)$$

mit der Tangentialbeschleunigung

$$a_t = \alpha \times r \quad (2-33)$$

und der Normalbeschleunigung

$$a_n = \omega \times v. \quad (2-34)$$

2.3 Gleichförmig translatorische Relativbewegung

Die Angaben der kinematischen Größen einer Bewegung gelten stets für ein vorgegebenes *Bezugssystem*. Soll die Bewegung in einem anderen Bezugssystem beschrieben werden, so müssen die kinematischen Größen umgerechnet (transformiert) werden. Ruhen beide Bezugssysteme relativ zueinander, so sind lediglich die Ortskoordinaten zu transformieren, während die zurückgelegten Wege, die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in beiden Systemen gleich bleiben. Das wird anders, wenn sich beide Bezugssysteme gegeneinander bewegen. Nicht beschleunigte, relativ zueinander mit konstanter Geschwindigkeit sich bewegende Bezugssysteme werden *Inertialsysteme* genannt. Ist die Relativgeschwindigkeit v der beiden Inertialsysteme klein, so kann die *Galilei-Transformation* verwendet werden. Bei großer Relativgeschwindigkeit ist die *Lorentz-Transformation* zu benutzen.

2.3.1 Galilei-Transformation

Die Galilei-Transformation drückt das Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik aus. Sie ist gültig, wenn für die Relativgeschwindigkeit $v = (v_x, v_y, v_z)$ der beiden Bezugssysteme S und S' gilt: $v \ll c_0$ (c_0 Vakuumlichtgeschwindigkeit).

Die Koordinaten eines betrachteten Massenpunktes P (Bild 2-6) seien durch die Ortsvektoren

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= (x, y, z) \text{ im System S und} \\ \mathbf{r}' &= (x', y', z') \text{ im System S' gegeben.} \end{aligned}$$

Das System S' bewege sich nur in x-Richtung gegenüber dem System S ($v = v_x$). Zur Zeit $t = 0$ mögen sich die Ursprünge 0 und 0' der beiden Systeme decken. Aus Bild 2-6 lässt sich die Transformation der Ortskoordinaten ablesen:

$$\begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z. \end{aligned} \quad (2-35)$$

Für die Zeitkoordinate wird in der klassischen Mechanik angenommen, dass in beiden Inertialsystemen die Zeit in gleicher Weise abläuft:

$$t' = t. \quad (2-36)$$

Zusammengefasst lautet die *Galilei-Transformation für Koordinaten*:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{vt}, \quad t' = t. \quad (2-37)$$

Die Geschwindigkeit des Massenpunktes P sei

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (u_x, u_y, u_z) \text{ im System S und} \\ \mathbf{u}' &= (u'_x, u'_y, u'_z) \text{ im System S'.} \end{aligned}$$

Bei Übergang von S nach S' transformieren sich die Geschwindigkeiten im Falle der Relativgeschwindigkeit mit alleiniger x-Komponente (Bild 2-6) gemäß

$$\begin{aligned} u'_x &= u_x - v_x \\ u'_y &= u_y \\ u'_z &= u_z, \end{aligned} \quad (2-38)$$

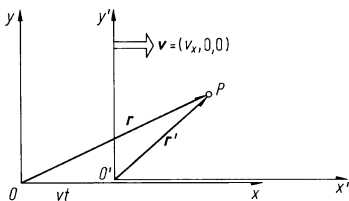


Bild 2-6. Zwei Inertialsysteme, die sich gegeneinander mit der Relativgeschwindigkeit v bewegen

oder zusammengefasst und allgemeiner (*Galilei-Transformation für Geschwindigkeiten*)

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}' + \mathbf{v}, \quad (2-39)$$

wie sich durch zeitliche Differenziation von (2-35) bzw. (2-37) ergibt. In der klassischen Galilei-Transformation verhalten sich also Geschwindigkeiten additiv. Sie können sich nach Betrag und Richtung ändern.

Die Beschleunigung des Massenpunktes P sei

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= (a_x, a_y, a_z) \text{ im System S und} \\ \mathbf{a}' &= (a'_x, a'_y, a'_z) \text{ im System S'.} \end{aligned}$$

Durch Differenziation nach der Zeit folgt aus (2-38) bzw. (2-39)

$$\begin{aligned} a'_x &= a_x, \\ a'_y &= a_y, \\ a'_z &= a_z \end{aligned} \quad (2-40)$$

oder zusammengefasst (*Galilei-Transformation für Beschleunigungen*)

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}. \quad (2-41)$$

Die Umkehrungen der Galilei-Transformation (Transformation von S' nach S) lauten

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{vt}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}' + \mathbf{v}, \quad \mathbf{a} = \mathbf{a}'. \quad (2-42)$$

Bei kleinen Relativgeschwindigkeiten ändern sich demnach die Beschleunigungen nicht, wenn von einem Inertialsystem zu einem anderen übergegangen wird. Sie sind invariant gegen die Galilei-Transformation, ebenso wie allgemein die Gesetze der klassischen Mechanik, denen das die Beschleunigung enthaltende 2. Newton'sche Axiom (vgl. 3.2) zugrundeliegt.

2.3.2 Lorentz-Transformation

Die Anwendung der Galilei-Transformation auf die Lichtausbreitung parallel und senkrecht zur Richtung der Relativgeschwindigkeit zweier Inertialsysteme ergibt unterschiedliche Vakuumlichtgeschwindigkeiten im gegenüber dem System S mit $v = v_x$ bewegten System S':

$$\begin{aligned} c_0 - v \quad \text{bzw.} \quad c_0 + v & \quad \text{für} \quad c_0 \parallel v \quad \text{bzw.} \quad c_0 \parallel -v \quad \text{und} \\ \sqrt{c_0^2 - v^2} & \quad \text{für} \quad c_0 \perp v. \end{aligned}$$

Michelson (1881) und später Morley und Miller versuchten diesen sich aus der Galilei-Transformation ergebenden Unterschied experimentell mit einem Interferometer nachzuweisen (Bild 2-7). Das Licht einer monochromatischen Lichtquelle wird durch einen halbdurchlässigen Spiegel (gestrichelt in Bild 2-7) aufgespalten und über die Wege s_1 oder s_2 geleitet. Die Teilstrahlen werden wieder zusammengeführt und interferieren im Detektor B, d. h., je nach Phasendifferenz der beiden Teilwellen verstärken bzw. schwächen diese sich. Die Phasendifferenz durch Wegunterschiede $s_2 - s_1$ ist konstant. Eine weitere Phasendifferenz könnte durch Laufzeitunterschiede infolge unterschiedlicher Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes längs s_1 und s_2 auftreten (s. o.), wenn das Interferometer z. B. in Richtung von s_2 bewegt wird (Bild 2-7a). Als bewegtes System hoher Geschwindigkeit benutzten sie die Erde selbst, die sich mit $v \approx 30 \text{ km/s}$ um die Sonne bewegt. Während einer Drehung des Interferometers um 90° müsste dann die Interferenzintensität sich ändern, da s_1 und s_2 gegenüber v_{Erde} ihre Rollen vertauschen (Bild 2-7b).

Das *Michelson-Morley-Experiment* ergab jedoch trotz ausreichender Messempfindlichkeit, dass die Lichtge-

schwindigkeit in jeder Richtung des bewegten Systems Erde im Rahmen der Messgenauigkeit gleich ist. Diese Erfahrung führte zur Annahme des Prinzips von der

Konstanz der Lichtgeschwindigkeit: Der Betrag der Vakuumlichtgeschwindigkeit ist in allen Inertialsystemen unabhängig von der Richtung gleich groß. Dieses Prinzip und die daraus folgende Lorentz-Transformation sind die Grundlage der *speziellen Relativitätstheorie* (Einstein).

Im Folgenden werden die gleichen Bezeichnungen wie in 2.3.1 verwendet, vgl. auch Bild 2-6. *Lorentz-Transformation für Koordinaten* und ihre Umkehrung:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad (2-43)$$

$$y' = y, \quad y = y';$$

$$z' = z, \quad z = z';$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c_0^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c_0^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (2-44)$$

$$\text{mit } \beta = \frac{v}{c_0} \quad \text{und} \quad v = v_x. \quad (2-45)$$

Für $v \ll c_0$, d. h. $\beta \ll 1$ geht die Lorentz-Transformation (2-43) und (2-44) über in die Galilei-Transformation (2-35) und (2-36). Die klassische Mechanik erweist sich damit als Grenzfall der relativistischen Mechanik für kleine Geschwindigkeiten. Es erweist sich ferner, dass die Grundgesetze der Elektrodynamik, die Maxwell-Gleichungen (siehe 14.5), invariant gegen die Lorentz-Transformation, nicht aber gegen die Galilei-Transformation sind.

Das *Relativitätsprinzip* der speziellen Relativitätstheorie: In Bezugssystemen, die sich gegeneinander gleichförmig geradlinig bewegen (Inertialsysteme), sind die physikalischen Zusammenhänge dieselben, d. h., *alle physikalischen Gesetze sind invariant* gegen die *Lorentz-Transformation*. Wesentliches Merkmal ist, dass nach (2-44) $t' \neq t$ ist, d. h., dass jedes System seine *Eigenzeit* hat.

2.3.3 Relativistische Kinematik

Nach der klassischen Galilei-Transformation bleiben Längen $\Delta x = x_2 - x_1$ und Zeiträume $\Delta t = t_2 - t_1$ beim Übergang vom System S zum System S' gleich.

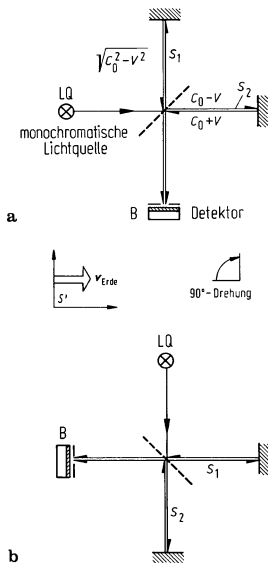


Bild 2-7. Das Michelson-Morley-Experiment

Nach der Lorentz-Transformation ändern sich jedoch Längen und Zeiträume beim Übergang $S \rightarrow S'$: Längenkontraktion und Zeitdilatation.

Längenkontraktion:

Eine Länge $l' = x'_2 - x'_1$ im System S' erscheint im System S verändert. Aus der Lorentz-Transformation (2-43) folgt für die Koordinaten x'_2 und x'_1 zur Zeit t'

$$x'_2 = x_2 \sqrt{1 - \beta^2} - vt' , \quad x'_1 = x_1 \sqrt{1 - \beta^2} - vt' .$$

Für die Länge l' im System S' ergibt sich damit in Koordinaten des Systems S

$$l' = (x_2 - x_1) \sqrt{1 - \beta^2} . \quad (2-46)$$

Umgekehrt ergibt sich für eine Länge l im System S in Koordinaten des Systems S' in entsprechender Weise

$$l = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - \beta^2} . \quad (2-47)$$

Das heißt, in jedem System erscheinen die in Bewegungsrichtung liegenden Abmessungen eines sich dagegen bewegendes Körpers (zweites System) verkürzt. Seine Abmessungen senkrecht zur Bewegungsrichtung erscheinen unverändert.

Zeitdilatation:

Eine Zeitspanne $\Delta t = t_2 - t_1$, die durch zwei Ereignisse am gleichen Ort im System S definiert wird, erscheint im System S' als Zeitspanne $\Delta t' = t'_2 - t'_1$, für die sich aus (2-44) ergibt

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \geq \Delta t . \quad (2-48)$$

Eine Zeitspanne $\Delta t'$ im System S' erscheint andererseits im System S als Zeitspanne Δt , für den sich entsprechend ergibt

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \geq \Delta t' . \quad (2-49)$$

Das heißt, in jedem System erscheinen Zeitspannen eines anderen Inertialsystems gedehnt: Eine gegenüber dem Beobachter bewegte Uhr scheint langsamer zu gehen. Der mitbewegte Beobachter merkt nichts davon. Dies gilt auch umgekehrt: Uhrenparadoxon.

Geschwindigkeitstransformation:

Die Geschwindigkeit eines Massenpunktes P sei

$$u = (u_x, u_y, u_z) = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right)$$

im System S und

$$u' = (u'_x, u'_y, u'_z) = \left(\frac{dx'}{dt'}, \frac{dy'}{dt'}, \frac{dz'}{dt'} \right)$$

im System S' (Bild 2-8).

Durch Differenziation der Koordinatentransformation (2-43) nach t und Verwendung von dt/dt' aus (2-44) folgt für die Geschwindigkeitskomponenten im System S'

$$\begin{aligned} u'_x &= \frac{u_x - v}{1 - \frac{\beta u_x}{c_0}} , \\ u'_y &= \frac{u_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{\beta u_x}{c_0}} , \\ u'_z &= \frac{u_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{\beta u_x}{c_0}} \end{aligned} \quad (2-50)$$

mit $v = v_x$. Für die Umkehrung ergibt sich in analoger Weise

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + \frac{\beta u'_x}{c_0}} , \\ u_y &= \frac{u'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{\beta u'_x}{c_0}} , \\ u_z &= \frac{u'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{\beta u'_x}{c_0}} . \end{aligned} \quad (2-51)$$

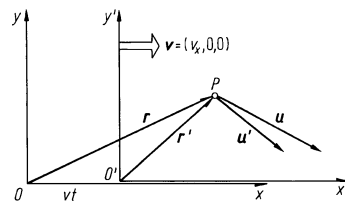


Bild 2-8. Zur relativistischen Geschwindigkeitstransformation

Dies ist die *Lorentz-Transformation für Geschwindigkeiten*. Im Gegensatz zur Galilei-Transformation sind hier auch Geschwindigkeiten senkrecht zur Relativgeschwindigkeit der beiden Systeme S und S' nicht invariant gegenüber einer Lorentz-Transformation. Für $u, v \ll c_0$, also $\beta \ll 1$ geht auch die Lorentz-Transformation für Geschwindigkeiten (2-50) u. (2-51) über in die entsprechende Galilei-Transformation (2-38).

Sonderfall: Ist in einem der Systeme die betrachtete Geschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit c_0 , so hat der Vorgang auch im zweiten System die Geschwindigkeit c_0 : In jedem Inertialsystem ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit gleich groß, unabhängig von der Richtung. Daraus folgt, dass sie auch unabhängig von der Bewegung der Lichtquelle ist.

Aus (2-50) oder (2-51) lässt sich diese Aussage leicht für $u_x = c_0$ ($u_y = u_z = 0$) oder $u'_x = c_0$ ($u'_y = u'_z = 0$) verifizieren. Für z.B. $u_y = c_0$ ($u_x = u_z = 0$) ist dagegen zu beachten, dass die Bewegungsrichtung im System S' nicht mehr genau in y' -Richtung erfolgt, sondern auch eine x' -Komponente auftritt.

Auf die relativistische Dynamik wird in den Kapiteln 3 und 4 eingegangen.

2.4 Geradlinig beschleunigte Relativbewegung

Es werden zwei gegeneinander konstant beschleunigte Bezugssysteme betrachtet, bei denen die Relativgeschwindigkeit jederzeit so klein bleibt, dass die Galilei-Transformation anstelle der Lorentz-Transformation angewendet werden kann: $v(t) \ll c_0$ ($\beta \ll 1$). Wegen des Bezuges zum freien Fall wählen wir für die betrachteten Beschleunigungen hier die z -Richtung (Bild 2-9). Das System S' werde gegenüber

dem System S mit $a_r = (0, 0, -a_r)$ beschleunigt. Für $t = 0$ mögen die Ursprünge 0 und 0' zusammenfallen und die Anfangs-Relativgeschwindigkeit gleich null sein (o. B. d. A.).

Ein Massenpunkt P werde im ruhenden System S mit $a = (0, 0, a_z)$, z.B. mit der Fallbeschleunigung $a = g = (0, 0, -g)$ nach unten beschleunigt. Die Beschleunigung a' des Massenpunktes P im selbst mit a_r beschleunigten System S' errechnet sich durch zeitliche Differenziation der Ortskoordinaten (Bild 2-9):

$$z = z' - \frac{a_r}{2} t^2,$$

Mit $a = d^2z/dt^2$, $a' = d^2z'/dt^2$ und $a_r = (0, 0, -a_r)$ folgt daraus

$$a = a' + a_r, \quad a' = a - a_r, \quad (2-52)$$

$$\text{bzw. mit } a = g: \quad a' = g - a_r. \quad (2-53)$$

Das heißt, die Beschleunigung, der ein Körper in einem ruhenden (oder gleichförmig bewegten) System S unterliegt, ändert sich beim Übergang zu einem beschleunigten System S' um dessen Beschleunigung. Entsprechendes gilt für die mit der Beschleunigung des Körpers verbundenen Kräfte (siehe 3), es treten *Trägheitskräfte* auf, die in ruhenden oder gleichförmig bewegten Systemen nicht vorhanden sind.

Ist insbesondere die Beschleunigung a_r des Systems S' gleich der des beschleunigten Körpers a im System S, so verschwindet dessen Beschleunigung im System S':

$$a' = 0 \quad \text{für} \quad a_r = a.$$

In einem Labor, das z. B. im Erdfeld frei fällt ($a_r = g$), herrscht demzufolge „Schwereelosigkeit“, was nur bedeutet, dass der Körper gegenüber seiner Umgebung keine Beschleunigung erfährt.

2.5 Rotatorische Relativbewegung

In zueinander gleichförmig translatorisch bewegten Bezugssystemen treten keine durch die Systembewegung bedingten Beschleunigungen auf. Ein Beobachter in einem geschlossenen, gleichförmig geradlinig bewegten Labor könnte die Bewegung nicht feststellen.

Anders bei beschleunigten Systemen: Hier treten Trägheitsbeschleunigungen und -kräfte sowohl bei

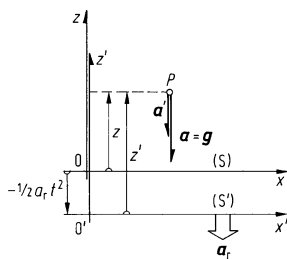


Bild 2-9. Vertikal beschleunigtes System

geradlinig beschleunigten (vgl. 2.4) als auch bei rotierenden Systemen auf, die durch die Systembewegung bedingt sind.

Bei *gleichförmig rotierenden Systemen* tritt einerseits die

$$\text{Zentripetalbeschleunigung } a_{zp} = \omega \times (\omega \times r)$$

auf (2-30), die einen Massenpunkt auf der Kreisbahn mit dem Radius r hält. Ein Beobachter im rotierenden System S' registriert die entsprechende Trägheitsbeschleunigung (Bild 2-10), die radial gerichtete Zentrifugalbeschleunigung

$$a_{zf} = -\omega \times (\omega \times r). \quad (2-54)$$

Im rotierenden System Erde ist die Zentrifugalbeschleunigung neben der (ebenfalls durch die Zentrifugalbeschleunigung bzw. -kraft bedingten) Abplattung der Erde für die Abhängigkeit der effektiven Erdbeschleunigung vom geografischen Breitengrad verantwortlich. Die lokale Fallbeschleunigung variiert von etwa $9,78 \text{ m/s}^2$ am Äquator bis $9,83 \text{ m/s}^2$ an den Polen.

Eine weitere Trägheitsbeschleunigung in rotierenden Systemen tritt auf, wenn ein Massenpunkt sich mit einer Geschwindigkeit v bewegt: *Coriolis-Beschleunigung* (Bild 2-11).

Ein im ruhenden System S sich mit konstanter Geschwindigkeit v bewegender Massenpunkt P sei zur Zeit $t = 0$ im rotierenden System S' z. B. gerade im Drehpunkt ($r = 0$). Der Beobachter im System S stellt dann eine mit t zunehmende Abweichung von der geraden Bahn fest, die offenbar von einer senkrecht zu v (und zu ω) wirkenden Beschleunigung a'_C , der Coriolis-Beschleunigung, herrührt. Hat der Massenpunkt nach der Zeit t den radialen Weg $r = vt$ zurückgelegt, so ist die Abweichung von der geraden Bahn im rotierenden System S' das Bogenstück

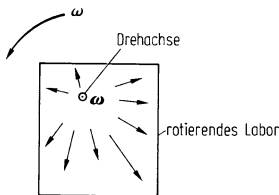


Bild 2-10. Zentrifugalbeschleunigung im rotierenden Labor

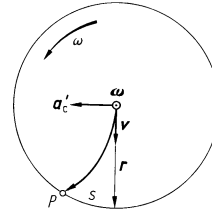


Bild 2-11. Zur Coriolis-Beschleunigung

$s = r\omega t = v\omega t^2$, das wegen $s \sim t^2$ offensichtlich beschleunigt zurückgelegt wurde. Für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt andererseits nach (2-10) $s = at^2/2$, sodass aus dem Vergleich $a'_C = 2v\omega$ folgt, oder in vektorieller Schreibweise für die *Coriolis-Beschleunigung*:

$$a'_C = 2v \times \omega. \quad (2-55)$$

Die experimentelle Bestimmung der Coriolis-Beschleunigung auf der Erdoberfläche ermöglicht die Berechnung der Winkelgeschwindigkeit der Erde unabhängig von der Beobachtung des Sternenhimmels: Die Drehung der Schwingungsebene des Foucault-Pendels durch die Coriolis-Beschleunigung ist ein Nachweis für die Drehung der Erde um ihre Achse (Foucault, 1851).

Die Komponente des Winkelgeschwindigkeitsvektors der Erdrotation senkrecht zur Erdoberfläche liegt auf der Nordhalbkugel in positiver z -Richtung, auf der Südhalbkugel in negativer z -Richtung. Die Coriolis-Beschleunigung führt daher auf der Nordhalbkugel zu einer Rechtsabweichung von der Bewegungsrichtung, auf der Südhalbkugel zu einer Linksabweichung. Tiefdruckzyklone, bei denen die Luftbewegung zum Zentrum gerichtet ist, zeigen als Folge der Coriolis-Beschleunigung in der nördlichen Hemisphäre einen Drehsinn entgegengesetzt zum Uhrzeigersinn, in der südlichen Hemisphäre einen Drehsinn im Uhrzeigersinn.

3 Kraft und Impuls

Kräfte (allgemeiner: Wechselwirkungen) als Ursache der Bewegung von Körpern werden in der *Dynamik* behandelt. Zunächst wird (in 3 bis 5) die Dynamik des Massenpunktes, später (in 6) die Dynamik

von Teilchensystemen und schließlich (in 7) die Dynamik starrer Körper behandelt. Dabei werden vorerst nur die Folgen des Wirkens von Kräften auf die Bewegung betrachtet, ohne auf die Natur der unterschiedlichen Kräfte einzugehen (hierzu siehe Einleitung von Teil B II, Übersicht über die fundamentalen Wechselwirkungen). Grundlage dafür sind die *Newton'schen Axiome* (1686): Trägheitsgesetz, Kraftgesetz und Reaktionsgesetz. Außerdem gehört hierzu das Superpositionsprinzip (Überlagerungsprinzip) für Kräfte.

3.1 Trägheitsgesetz

Erstes Newton'sches Axiom: Jeder Körper mit konstanter Masse m verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, falls er nicht durch äußere Kräfte $\mathbf{F}$ gezwungen wird, diesen Zustand zu ändern:

$$\mathbf{v} = \text{const} \quad \text{für} \quad m = \text{const} \quad \text{und} \quad \mathbf{F} = 0. \quad (3-1)$$

Diese Eigenschaft aller Körper wird Trägheit oder Beharrungsvermögen genannt. Die Trägheit eines Körpers ist mit seiner Masse m verknüpft. Ein Maß für die Trägheitswirkung ist der *Impuls* oder die *Bewegungsgröße*

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}. \quad (3-2)$$

$$\text{SI-Einheit: } [\mathbf{p}] = \text{kg} \cdot \text{m/s}.$$

Aus (3-1) folgt damit

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \text{const} \quad \text{für} \quad \mathbf{F} = 0. \quad (3-3)$$

Dies ist die einfachste Form des Impulserhaltungssatzes (für einen Massenpunkt oder Teilchen), siehe auch 3.3 und 6.1.

3.2 Kraftgesetz

Die experimentelle Untersuchung der Beziehungen zwischen der wirkenden Kraft und der daraus sich ergebenden Änderung des Bewegungszustandes (Beschleunigung) einer Masse m zeigt:

1. Die Beschleunigung ist der wirkenden Kraft proportional und erfolgt in Richtung der Kraft:

$$\mathbf{F} \sim \mathbf{a}.$$

2. Das Verhältnis zwischen wirkender Kraft und erzielter Beschleunigung ist für jeden Körper eine konstante Größe: seine Masse $m = F/a$.

Das heißt, jeder Körper setzt seiner Beschleunigung Widerstand entgegen durch seine *träge Masse*. Zusammengefasst ergibt sich daraus das *Newton'sche Kraftgesetz*:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \quad (3-4)$$

Bei sich während der Bewegung ändernder Masse (z. B. bei einer Rakete, oder bei relativistischen Geschwindigkeiten) ist stattdessen die allgemeinere Formulierung des Kraftgesetzes anzuwenden:

Zweites Newton'sches Axiom: Die zeitliche Änderung des Impulses ist der bewegenden Kraft proportional und erfolgt in Richtung der Kraft:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = \frac{d\mathbf{p}}{dt}. \quad (3-5)$$

Für $m = \text{const}$ geht (3-5) in (3-4) über.

$$\text{SI-Einheit: } [\mathbf{F}] = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{N (Newton)}.$$

Überlagerungsgesetz:

Eine Kraft, die an einem Punkt P angreift, verhält sich wie ein ortsgebundener Vektor $\mathbf{F}$, der nur entlang der Wirkungslinie der Kraft verschoben werden darf. Greifen mehrere Kräfte $\mathbf{F}_i$ in einem Punkt P an, so addieren sich die Kräfte wie Vektoren zu einer Gesamtkraft (Bild 3-1)

$$\mathbf{F}_\Sigma = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i. \quad (3-6)$$

3.2.1 Gewichtskraft

Die Gewichtskraft $\mathbf{F}_G$ eines Körpers (früher: Gewicht) ist die im Schwerfeld eines Himmelskörpers auf den Körper wirkende Schwerkraft.

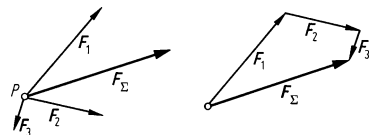


Bild 3-1. Kräfteaddition

Kann der Körper der Kraft folgen, so ruft sie eine Beschleunigung g hervor, die *Fallbeschleunigung* oder *Schwerebeschleunigung* genannt wird, im Fall der Erde auch *Erdbeschleunigung* (vgl. 2.1). Entsprechend (3-4) gilt

$$F_G = mg. \quad (3-7)$$

Für die Erde gilt: Die Normfallbeschleunigung $g_n = 9,80665 \text{ m/s}^2$ beruht auf ungenauen älteren Messungen für 45° nördl. Br. auf Meereshöhe. Die internationale Formel in Tabelle 1-5 ergibt für 45° $9,80620 \text{ m/s}^2$, den Normwert aber für die Breite $45,497^\circ$, am Äquator $9,78033 \text{ m/s}^2$ und an den Polen $9,83219 \text{ m/s}^2$.

Für den Mond gilt: $g_{\text{Mond}} \approx 0,167 g_{\text{Erde}} \approx 1,64 \text{ m/s}^2$. Kräfte lassen sich wie Vektoren auch in Komponenten zerlegen. Bild 3-2 zeigt dies am Beispiel der Gewichtskraft eines Körpers auf einer geneigten (schiefen) Ebene, die sich in eine Hangabtriebskraft F_t tangential zur geneigten Ebene und in eine Normalkraft F_n , die auf die Bahnebene drückt, zerlegen lässt:

$$F_t = F_G \sin \alpha, \quad F_n = F_G \cos \alpha. \quad (3-8)$$

3.2.2 Federkraft

Kräfte können neben Beschleunigungen eines Körpers auch Formänderungen des Körpers hervorrufen, wenn der Körper an der Bewegung gehindert wird. Zum Beispiel können einseitig befestigte Schraubenfedern durch einwirkende Kräfte gedrückt oder gedehnt werden (Bild 3-3).

Bei im Vergleich zur Federlänge kleinen Längenänderungen s sind Kraft und Dehnung proportional (Hooke'sches Gesetz, vgl. D 9.2.1), der Proportionalitätsfaktor $c = F/s$ wird Federsteife, Richtgröße oder Federkonstante genannt. Die um die Strecke s gedehnte Feder erzeugt eine *rücktreibende Kraft* der Größe

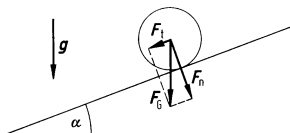


Bild 3-2. Zerlegung der Gewichtskraft auf einer geneigten Ebene

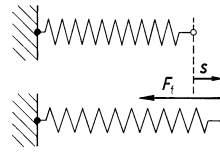


Bild 3-3. Rücktreibende Kraft einer gedehnten Feder

$$F_t = -cs \quad (3-9)$$

Federanordnungen gemäß Bild 3-3 sind als Kraftmess-er geeignet.

3.2.3 Reibungskräfte

Reibungskräfte treten auf, wenn sich berührende Körper (Festkörper, Flüssigkeiten, Gase) relativ zueinander bewegt werden. Reibungskräfte wirken der bewegenden Kraft entgegen und müssen stets auf das betreffende Reibungssystem (allg. tribologisches System, siehe D 10.6) bezogen interpretiert werden.

Festkörperreibung

Die Reibungskraft F_R ist unabhängig von der Größe der Berührungsfläche und in erster Näherung von der Normalkraft auf die Berührungsfläche (Bild 3-4) sowie von der Reibungszahl μ abhängig:

$$F_R = \mu F_n. \quad (3-10)$$

Es muss zwischen Haftreibung (Ruhereibung) und Bewegungsreibung, z. B. Gleitreibung, unterschieden werden:

Haftreibung tritt zwischen gegeneinander ruhenden Körpern auf, die zueinander in Bewegung gesetzt werden sollen. Bei kleinen Tangentialkräften F ist die Reibungskraft zunächst entgegengesetzt gleich F , sodass der Körper weiterhin ruht. Die Reibungskraft steigt mit der Tangentialkraft F an bis zu einem Maximalwert, bei dem der Körper

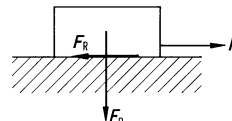


Bild 3-4. Reibung zwischen festen Körpern

anfängt zu gleiten. Für diesen Punkt gilt (3-10) mit $\mu = \mu_0$: Haftreibungszahl. Dabei muss die Haftung (Adhäsion) an den Berührungsstellen der Grenzflächen (bei Metallen häufig kaltverschweißt) aufgebrochen werden. Danach, d.h. bei bereits bestehender Gleitbewegung, wirkt die i. Allg. niedrigere *Gleitreibung* μ ($< \mu_0$). Dabei treten stoßförmige Deformationen an den Berührungspunkten der Grenzflächen auf und (dadurch bedingt) Anregung elastischer Wellen, Temperaturerhöhung (Reibungswärme). An der Energiedissipation bei der Festkörperreibung können daneben elastisch-plastische Kontaktdeformationen (elastische Hysterese, Erzeugung von Versetzungen) sowie reibungsinduzierte Emissionsprozesse (Schallabstrahlung, Tribolumineszenz, Exoelektronen) beteiligt sein. Die Gleitreibungskraft ist i. Allg. kleiner als die Normalkraft ($\mu < 1$). Je nach Materialkombination liegt μ bei trockener Reibung in folgenden Bereichen:

Haftreibungszahlen $\mu_0 \approx (0,15 \dots 0,8)$,

Gleitreibungszahlen $\mu \approx (0,1 \dots 0,6) < \mu_0$.

Reibungszahlen sind tribologische Systemkenngrößen und müssen experimentell, z.B. durch Gleitversuche auf einer geneigten Ebene (vgl. 3.2.1) mit veränderlichem Neigungswinkel α , ermittelt werden (vgl. D 10.6.1 und D 11.7.3).

Bei Körpern, die auf einer Unterlage rollen, tritt *Rollreibung* auf. Sie ist durch Deformationen der aufeinander abrollenden Körper bedingt. Der Rollreibungswiderstand ist sehr viel kleiner als der Gleitreibungswiderstand:

Rollreibungszahlen $\mu' \approx (0,002 \dots 0,04) \ll \mu$

Flüssigkeitsreibung

Befindet sich eine Flüssigkeit zwischen den aneinander gleitenden Körpern, so bilden sich gegenüber den Körpern ruhende Grenzschichten aus. Die Reibung findet nur noch innerhalb der tragenden Flüssigkeitsschicht statt und führt zu deren Temperaturerhöhung. Flüssigkeitsreibung ist erheblich kleiner als Haft- und Gleitreibung (Schmierung!) und von der Relativgeschwindigkeit zwischen beiden Körpern abhängig (vgl. 9.4).

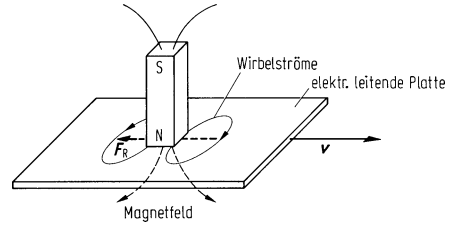


Bild 3-5. Wirbelstrombremsung

Näherungsweise gilt bei

kleinen Geschwindigkeiten

$$F_R \sim v \quad (\text{laminare Strömung}),$$

größeren Geschwindigkeiten

$$F_R \sim v^2 \quad (\text{turbulente Strömung}).$$

Gasreibung

Gasreibung liegt vor, wenn sich eine tragende Gasschicht zwischen den aneinander gleitenden Flächen ausbildet. Der Mechanismus ist ähnlich wie bei der Flüssigkeitsreibung, der Reibungswiderstand ist noch geringer (Ausnutzung: Gaslager, Luftkissenfahrzeug).

Elektromagnetische „Reibung“ (Wirbelstrombremsung)

Bewegt sich ein Metallkörper im Felde eines Magneten (Bild 3-5), so treten durch elektromagnetische Induktion energieverzehrende Wirbelströme im Metall auf, deren Effekt eine bremsende Wirkung auf die Bewegung ist (vgl. 14.1). Für die Reibungskraft gilt dabei streng

$$F_R \sim -v.$$

3.3 Reaktionsgesetz

Drittes Newton'sches Axiom:

Übt ein Körper 1 auf einen Körper 2 eine Kraft F_{12} aus, so reagiert der Körper 2 auf den Körper 1 mit einer Gegenkraft F_{21} . Kraft und Gegenkraft bei der Wechselwirkung zweier Körper sind einander entgegengesetzt gleich („actio = reactio“):

$$F_{21} = -F_{12} . \quad (3-11)$$

Beispiele für das Reaktions- oder Wechselwirkungsgesetz:

3.3.1 Kräfte bei elastischen Verformungen

Bei der Dehnung einer Feder (Bild 3-6) durch Ziehen mit einer Kraft $F_M = cx$ reagiert die Feder mit der Gegenkraft $F_f = -F_M = -cx$ (vgl. 3.2.2).

Eine auf eine Unterlage durch ihre Gewichtskraft $F_{KU} = m_K g$ drückende Kugel erfährt durch die auftretenden elastischen Deformationen (Bild 3-7) eine Gegenkraft $F_{UK} = -F_{KU} = -m_K g$.

3.3.2 Kräfte zwischen freien Körpern („innere Kräfte“)

Bei Körpern, die sich in Kraftrichtung frei bewegen können (z. B. Massen auf reibungsfrei rollenden Wagen, Bild 3-8), wirkt sich das Auftreten „innerer Kräfte“ nach dem Reaktionsgesetz gemäß (3-5) durch entgegengesetzte gleiche Impulsänderungen aus:

$$F_{12} = \frac{d(m_2 v_2)}{dt} = -F_{21} = -\frac{d(m_1 v_1)}{dt} . \quad (3-12)$$

Aus (3-12) folgt

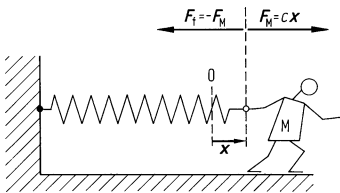


Bild 3-6. Kräfte bei der Federdehnung

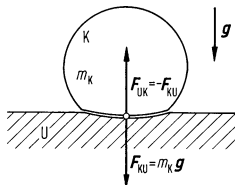


Bild 3-7. Kräfte bei elastischen Deformationen zwischen einer Kugel und ihrer Unterlage

$$\frac{d}{dt}(m_1 v_1 + m_2 v_2) = 0$$

und daraus für den Gesamtimpuls

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{const} . \quad (3-13)$$

Wenn keine äußeren, nur innere Kräfte wirken, bleibt der Gesamtimpuls zeitlich konstant: Impulserhaltungssatz (für zwei Teilchen). Dies lässt sich auf n Teilchen verallgemeinern:

Impulserhaltungssatz:

$$\sum_{i=1}^n m_i v_i = \sum_{i=1}^n p_i = p_{\text{tot}} = \text{const}^{(1)} \quad (3-14)$$

(äußere Kräfte null).

Der Gesamtimpuls eines Systems von n Teilchen bleibt zeitlich konstant, wenn keine äußeren Kräfte wirken. Der Impulserhaltungssatz gilt unabhängig von der Art der inneren Wechselwirkung immer.

Im Falle abstoßender Kräfte zwischen zwei Massen (Bild 3-9) ergibt sich, wenn ursprünglich der Gesamtimpuls null war, aus (3-13)

$$\frac{v_1}{v_2} = (-) \frac{m_2}{m_1} . \quad (3-15)$$

Gleichung (3-15) gestattet den Vergleich zweier Massen allein aus den Trägheitseigenschaften, indem nach einer bestimmten Zeit das Geschwindigkeitsverhältnis gemessen wird. Diese Beziehung ist auch die Grundlage des *Rückstoßprinzips* (Bild 3-9): Stößt ein Körper eine Masse m_2 mit einer Geschwindigkeit v_2 aus, so erhält der Körper mit der verbleibenden Masse m_1 eine Geschwindigkeit $v_1 = v_2 m_2 / m_1$ in entgegengesetzter Richtung. Das Rückstoßprinzip liegt auch dem Raketenantrieb zugrunde.

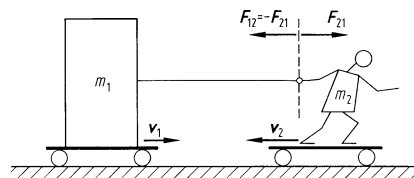


Bild 3-8. Impulsänderung bei Wirken innerer Kräfte

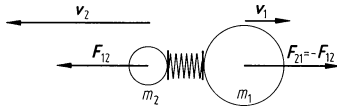


Bild 3-9. Rückstoßprinzip

3.4 Äquivalenzprinzip: Schwer- und Trägheitskräfte

Die Masse eines Körpers ist für sein Trägheitsverhalten maßgebend. Im Newton'schen Kraftgesetz (3-4) und im Reaktionsgesetz, z. B. (3-12) u. (3-15) ist daher die *träge Masse* m_t anzusetzen, die zugehörigen Kräfte sind *Trägheitskräfte*. Die Masse ist jedoch gleichzeitig auch Ursache für die *Schwerkraft* (Gewichtskraft), z. B. in (3-7). Hier ist die *schwere Masse* m_s anzusetzen. Im Sinne der klassischen Physik sind dies durchaus phänomenologisch verschiedene Eigenschaften der Masse. Schwere Masse und träge Masse treten jedoch in allen Beziehungen gleichwertig auf, und alle Experimente zeigen:

$$\begin{aligned} \text{schwere Masse} &= \text{träge Masse} , \\ m_{\text{schwer}} &= m_{\text{träge}} . \end{aligned} \quad (3-16)$$

Dementsprechend sind auf eine Masse m wirkende Schwer- und Trägheitskräfte in einem geschlossenen Labor nicht prinzipiell unterscheidbar. Sie sind äquivalent. Die Wirkung einer Beschleunigung a auf physikalische Vorgänge in einem Labor, z. B. in einer durch Rückstoß angetriebenen Rakete im Weltraum, ist dieselbe wie die einer Schwerebeschleunigung $g (= -a)$ auf die Vorgänge in einem ruhenden Labor auf einer Planetenoberfläche (Bild 3-10).

Das *Äquivalenzprinzip* (Einstein, 1915) postuliert die Ununterscheidbarkeit (Äquivalenz) von schwerer und träger Masse (bzw. von Schwer- und Trägheitskräften) bei allen physikalischen Gesetzen (allgemeines Relativitätsprinzip).

Daraus folgt z. B., dass auch die Lichtfortpflanzung der Schwerkraftablenkung unterliegt (Bild 3-11). Wegen des großen Wertes der Lichtgeschwindigkeit macht sie sich jedoch nur bei sehr großen Schwerkraftbeschleunigungen bemerkbar, z. B. als Lichtablenkung dicht an der Sonnenoberfläche durch

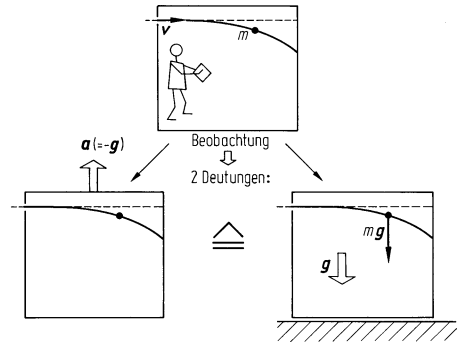


Bild 3-10. Äquivalenzprinzip bei der Parabelbahn einer Masse

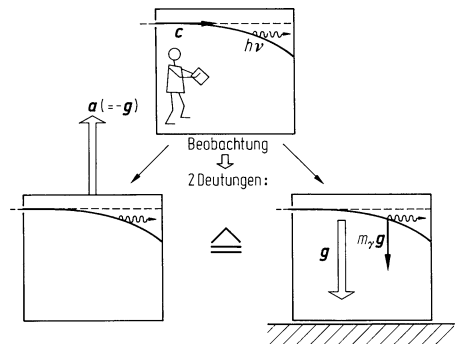


Bild 3-11. Äquivalenzprinzip bei der Parabelbahn eines Lichtquants

eine Schwerkraft $m_\gamma g_{\text{sonne}}$, die auf die Masse m_γ eines Lichtquants (siehe 20.3) wirkt.

3.5 Trägheitskräfte bei Rotation

3.5.1 Zentripetal- und Zentrifugalkraft

Um einen Massenpunkt auf einer kreisförmigen Bahn zu halten, muss eine Kraft in Richtung Bahnmittelpunkt auf die Masse m wirken, die gerade die

$$\text{Zentripetalbeschleunigung } a_{zp} = \omega \times (\omega \times r)$$

hervorrufen, vgl. (2-30), und den Massenpunkt hindert, seiner Trägheit folgend, tangential weiterzufliegen. Nach (3-4) folgt dann für die Radialkraft $F_{zp} = ma_{zp}$ die Zentripetalkraft

$$F_{zp} = m\omega \times (\omega \times r) . \quad (3-17)$$